

УДК 621.92

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЗИЦИОННО-СЛЕДЯЩЕГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА С УЧЕТОМ ДИСКРЕТНОСТИ ЭКСТРАПОЛЯТОРА НУЛЕВОГО ПОРЯДКА

В.Е. Лысов, И.С. Сидоров

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Теорема Котельникова – Шеннона доказывает возможность восстановления информации из дискретного сигнала, если частота квантования дискретного элемента больше или равна удвоенной частоте полосы пропускания непрерывной части системы. Это справедливо для случая, когда полоса пропускания непрерывной части системы имеет ярко выраженное ограничение. Однако в реальных системах она стремится к бесконечности, поэтому проявляется эффект алиасинга, что приводит к искажению информации. В этой связи влияние дискретности цифровой системы вносит дополнительную погрешность, которая ухудшает технические характеристики системы. Цель статьи – дать анализ влияния дискретности, вносимой экстраполятором нулевого порядка в составе структуры системы автоматического управления, на динамические показатели качества управления.

Ключевые слова: период дискретности, экстраполятор нулевого порядка, цифровая система, показатели качества управления.

Структурная схема рассматриваемого электропривода, построенная по принципу подчиненного регулирования [1] и настроенная на реализацию технического оптимума с включением экстраполятора нулевого порядка, показана на рис. 1.

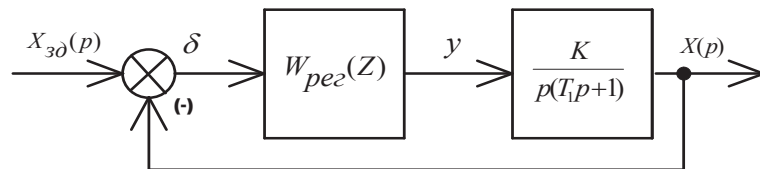


Рис. 1. Структурная схема электропривода

Дискретность системы определяется регулятором $W_{\text{рег}}(z)$, который включает в себя преобразователь АЦП, преобразующий непрерывный сигнал $\delta(t)$ в $\delta^*(t)$ (рис. 2).

Полученный код подается на центральный процессор, в котором выполняется программа регулятора и который имеет определенную дискретность в выборке кода с АЦП, обозначая ее T . В эти же дискретные моменты времени код, полученный в результате вычисления в центральном процессоре, подается в ЦАП, который генерирует сигналы управления для аналоговой части электропривода $u(t)$ усилителя мощности. ЦАП включает в себя экстраполятор нулевого

Владимир Ефимович Лысов (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Электропривод и промышленная автоматика».

Игорь Сергеевич Сидоров, аспирант.

порядка, который удерживает полученный сигнал на протяжении всего периода T [2, 3]. Эта величина определяет дискретность системы. В системах управления координатно-расточных станков (КРС) величина периода дискретности T может достигать 63 мс в зависимости от сложности выполнения программы в ЦП [5]. Введение экстраполятора в структурную схему позиционно-следающего электропривода изменяет качество управления, и в первую очередь влияет на устойчивость системы.

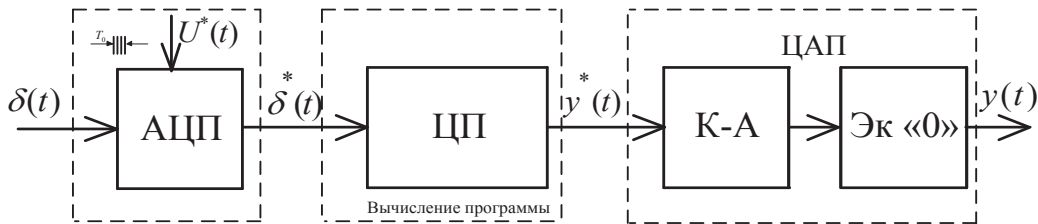


Рис. 2. Структурная схема регулятора

Цель работы – показать, в какой степени показатели устойчивости САУ (запас устойчивости по фазе ($\Delta\varphi$); запас устойчивости по модулю (ΔA)) зависят от периода дискретности T экстраполятора.

При преобразовании непрерывного сигнала $\delta(t)$ в цифровую форму происходит некоторая потеря информации. Этот процесс определен теоремой Шеннона – Котельникова, которая доказывает, что если частотный спектр непрерывного сигнала строго ограничен полосой $2\omega_c$, то, представляя такой сигнал импуль-

сами частотой $\omega_0 > 2\omega_c$, где $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, затем его можно восстановить узкополосным фильтром [2, 3]. В практических примерах сигналы имеют неограниченный спектр, а поэтому проявляется эффект Алиасинга, который приводит к взаимовлиянию высокочастотных составляющих смещенных спектров сигнала, что следует из представления, например, вещественно-частотной характеристики дискретной системы в разомкнутом состоянии с экстраполятором нулевого порядка:

$$P_{\Sigma}(\omega) = \frac{1}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} P(\omega - m\omega_0) \cdot P_N(\omega - m\omega_0). \quad (1)$$

$P_{\Sigma}(\omega)$; $P(\omega - m\omega_0)$; $P_N(\omega - m\omega_0)$ – вещественно-частотные характеристики дискретного сигнала, смещенного непрерывного сигнала и экстраполятора нулевого порядка соответственно.

В (1) принято: m – номер импульса; ω_0 – частота квантования экстраполятора; ω – текущее значение частоты. Анализ зависимости (1) показывает на то, что чем меньше период дискретности T , тем меньше взаимодействие смещенных спектров, тем меньше погрешность между непрерывным входным сигналом и восстановленным из дискретного входным сигналом. Однако эта погрешность всегда присутствует.

Анализ влияния периода дискретности T на запасы устойчивости по амплитуде ΔA и фазе $\Delta\varphi$ проведем с помощью Z -преобразования с последующим переходом в плоскость псевдочастот λ . Это позволит использовать логарифмиче-

ские амплитудно-фазовые частотные характеристики, которые наглядно позволят выявить особенности влияния Т на упомянутые выше показатели.

Передачная функция рассматриваемой системы (см. рис. 1) в разомкнутом состоянии в форме Z-преобразования имеет вид [4]

$$W_p(Z) = \frac{K[Z(T - T_1 + T_1 d) + T_1(1 - d) - dT]}{(Z - 1)(Z - d)} \quad (2)$$

В (2) обозначено: Т – период дискретности; T_1 – постоянная времени апериодического звена; К – коэффициент передачи системы в разомкнутом состоянии; $d = e^{-\frac{T}{T_1}}$.

Анализ зависимости (2) в общем виде с точки зрения поставленной задачи затруднен, поэтому для дальнейшего исследования примем:

$$W(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)} = \frac{6,85}{(0,08p + 1)p} \text{ и } T \text{ – варьирует в пределах } 0,04; 0,08; 0,16; 0,4;$$

0,45; 0,5 с. С учетом принятого передаточные функции системы в форме Z-преобразования примут вид, представленный в таблице.

Используя билинейное преобразование [4, 2], перейдем в плоскость w, связанную с плоскостью Z зависимостью $Z = \frac{1+w}{1-w}$. В соответствии с этим преобразуем передаточные функции разомкнутой системы $W_p(Z)$ в $W_p(w)$.

Заменив в полученных $W_p(w)$ величину w на $w = j\lambda \frac{T}{2}$ [2, 4], получим необходимые зависимости, позволяющие построить ЛАФЧХ разомкнутой системы и дать оценку запасам устойчивости по модулю и по фазе.

Расчет логарифмических амплитудно-фазовых частотных характеристик дискретной системы

Период дискретности экстраполятора «0» порядка Т, с	Передачная функция разомкнутой системы $W_p(z) = \frac{x(z)}{x_{зд}(z)}$	Передачная функция разомкнутой системы $W_p(w) = \frac{x(w)}{x_{зд}(w)}$	Амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутой системы $W_p(j\lambda \frac{T}{2})$ $\lambda, \text{с}^{-1}, \lambda \text{ дек}, K \text{ дБ}$
0,04	$\frac{0,05(Z+1)}{(Z-1)(Z-0,6)}$	$\frac{0,1(1-w)}{0,08w(1+4w)}$	$\frac{6,25(1-j0,02\lambda)}{j\lambda(1+0,08\lambda)}$ $20\lg K = 20\lg 6,25 = 16$ $\lambda_1 = \frac{1}{0,08} = 12,5; \lg 12,5 = 1,097$ $\lambda_2 = \frac{1}{0,02} = 50; \lg 50 = 1,7$
0,08	$\frac{0,135(1,135Z+1)}{(Z-1)(Z-0,366)}$	$\frac{0,318(1-w)(1+0,149w)}{1,268w(1+2,15w)}$	$\frac{6,25(1-j0,04\lambda)(1-j0,006\lambda)}{j\lambda(1+j\lambda 0,086)}$

			$\lambda_1 = \frac{1}{0,04} = 25; \lg 25 = 1,4$ $\lambda_2 = \frac{1}{0,006} = 166,6; \lg 166,6 = 2,22$ $\lambda_3 = \frac{1}{0,086} = 11,63; \lg 11,63 = 1,065$
0,16	$\frac{0,3(1,88Z + 1)}{(Z - 1)(Z - 0,134)}$	$\frac{0,936(1 - w)(1 + 0,3w)}{1,732w(1 + 1,31w)}$	$\frac{6,25(1 - j0,08\lambda)(1 + j0,024\lambda)}{j\lambda(1 + j\lambda 0,105)}$ $\lambda_1 = \frac{1}{0,08} = 12,5; \lg 12,5 = 1,097$ $\lambda_2 = \frac{1}{0,024} = 41,66; \lg 41,66 = 1,62$ $\lambda_3 = \frac{1}{0,105} = 9,52; \lg 9,52 = 0,98$
0,4	$\frac{0,52(4,2Z + 1)}{(Z - 1)(Z - 0,0064)}$	$\frac{1,363(1 - w)(1 + 0,615w)}{w(1 + 1,013w)}$	$\frac{6,25(1 + j0,123\lambda)(1 - j0,2\lambda)}{j\lambda(1 + j\lambda 0,2)}$ $\lambda_1 = \frac{1}{0,123} = 8,18; \lg 8,1766 = 0,91$ $\lambda_2 = \frac{1}{0,2} = 5; \lg 5 = 0,7$
0,45	$\frac{0,53(4,74Z + 1)}{(Z - 1)(Z - 0,00352)}$	$\frac{1,526(1 + 0,65w)(1 - w)}{w(1 + w)}$	$\frac{6,25(1 - j0,146\lambda)(1 - j0,225\lambda)}{j\lambda(1 + j\lambda 0,225)}$ $\lambda_1 = \frac{1}{0,146} = 6,85; \lg 6,85 = 0,836$ $\lambda_2 = \frac{1}{0,225} = 4,44; \lg 4,44 = 0,65$
0,5	$\frac{0,544(5,25Z + 1)}{(Z - 1)(Z - 0,0019)}$	$\frac{1,7(0,68w + 1)(1 - w)}{w(1 + w)}$	$\frac{6,25(1 - j0,17\lambda)(1 - j0,25\lambda)}{j\lambda(1 + j\lambda 0,25)}$ $\lambda_1 = \frac{1}{0,17} = 5,88; \lg 5,88 = 0,77$ $\lambda_2 = \frac{1}{0,25} = 4; \lg 4 = 0,6$

На основании полученных данных и того, что линейная часть САУ имеет значение $20 \lg 6,25 = 16 \text{ дБ}$; $\omega_1 = \frac{1}{0,08} = 12,5 \text{ с}^{-1}$; $\lg 12,5 = 1,097$ дек., на рис. 3 представлены соответствующие ЛАФЧХ линейной части САУ и дискретной системы с экстраполятором нулевого порядка. Граничные частоты, определяющие

разграничение области низких и высоких частот управляющих сигналов, определены для каждого значения периода дискретности T :

$$T=0,04\text{с.}, \lambda_{zp} = \frac{2}{T} = 50\text{с}^{-1} \rightarrow 1,698\text{дек};$$

$$T=0,08\text{с.}, \lambda_{zp} = \frac{2}{T} = \frac{2}{0,08} = 25\text{с}^{-1} \rightarrow 1,3979\text{дек};$$

$$T=0,16\text{с.}, \lambda_{zp} = \frac{2}{T} = \frac{2}{0,16} = 12,5\text{с}^{-1} \rightarrow 1,097\text{дек};$$

$$T=0,4\text{с.}, \lambda_{zp} = 5\text{с}^{-1} \rightarrow 0,7\text{дек};$$

$$T=0,45\text{с.}, \lambda_{zp} = 4,44\text{с}^{-1} \rightarrow 0,65\text{дек};$$

$$T=0,5\text{с.}, \lambda_{zp} = 4\text{с}^{-1} \rightarrow 0,6\text{дек}.$$

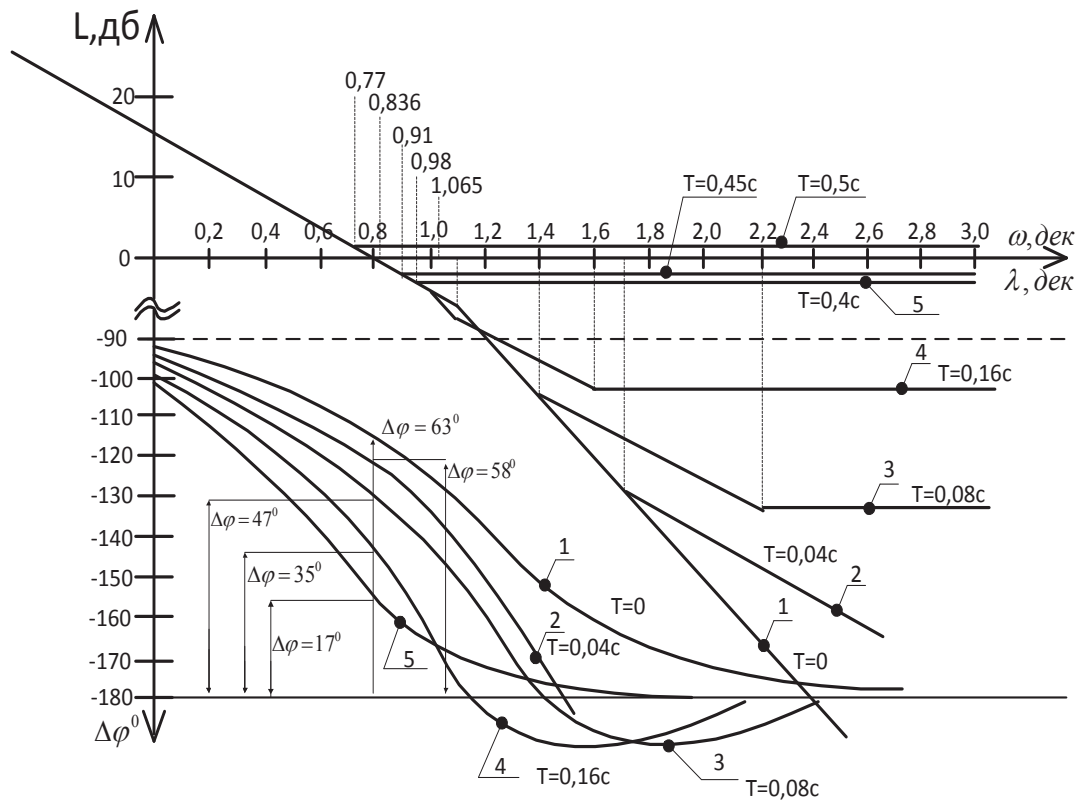


Рис. 3. ЛАФЧХ разомкнутой САУ с экстраполятором «0» порядка:
 1 – ЛАФЧХ аналоговой САУ; 2 – ЛАФЧХ дискретной САУ с $T = 0,04$ с;
 3 – ЛАФЧХ дискретной САУ с $T = 0,08$ с; 4 – ЛАФЧХ дискретной САУ с $T = 0,16$ с;
 5 – ЛАФЧХ дискретной САУ с $T = 0,4$ с

На рис. 4 представлены графические зависимости изменения запасов устойчивости $\Delta\varphi = f(T)$ и $\Delta A = f(T)$ от дискретности T экстраполятора.

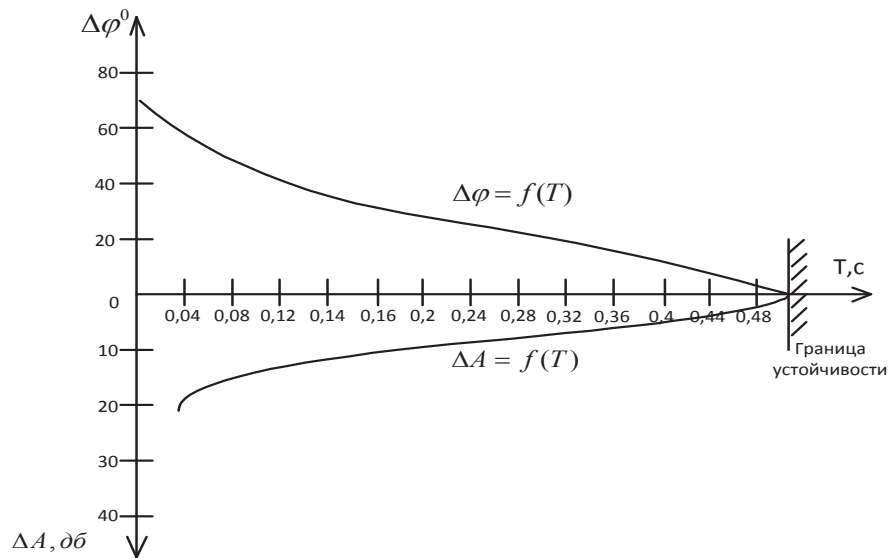


Рис. 4. Зависимости $\Delta\varphi = f(T)$ и $\Delta A = f(T)$

Анализ этих зависимостей показывает, что при увеличении дискретности запасы устойчивости снижаются и при $T \approx 0,5$ с система в аналоговом виде устойчивая теряет ее и становится неустойчивой. Таким образом, в случае, если спектр сигнала не имеет четкого ограничения, эффект Алиасинга приведет к более жестким требованиям по эквивалентированию дискретной системы с экстраполятором нулевого порядка к непрерывной. Из приведенного выше анализа следует, что система существенно снижает запасы устойчивости, а следовательно, существенно изменяет динамические показатели качества управления: $\sigma\%$, t_p – перерегулирование и время переходного процесса соответственно.

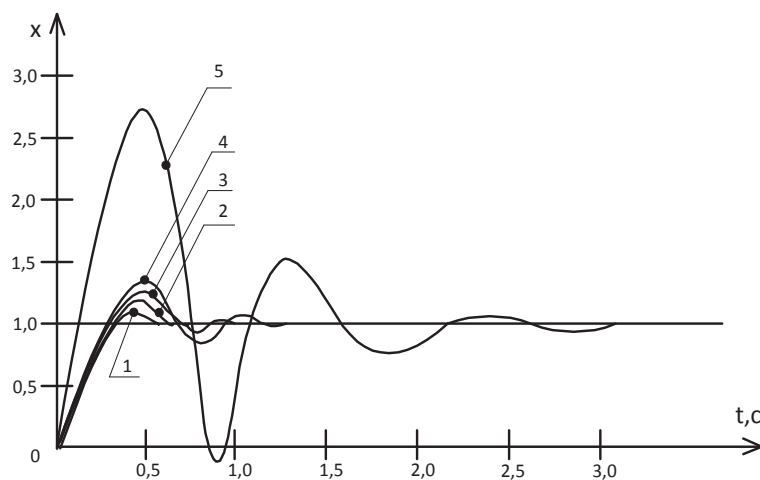


Рис. 5. Переходный процесс в системе с экстраполятором нулевого порядка:

1 – $T = 0$ с; 2 – $T = 0,04$ с; 3 – $T = 0,08$ с; 4 – $T = 0,16$ с; 5 – $T = 0,4$ с

Для прецизионных САУ требуются более жесткие требования для признания системы эквивалентной аналоговой. В приведенных в статье примерах при-

ближение возможно при $T = 0,04$ с. Это в свою очередь говорит о том, что нужно выдержать условие $\omega_0 = 12,5\omega_c$. Результаты моделирования для рассматриваемых выше случаев показаны на рис. 5 и полностью подтверждают результаты аналитического анализа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рапопорт Э.Я. Системы подчиненного регулирования электроприводов постоянного тока: Конспект лекций. – Куйбышев, 1985. – 56 с.
2. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. – М.: Машиностроение, 1978. – 736 с.
3. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – СПб.: Профессия, 2003. – 740 с.
4. Лысов В.Е. Теория автоматического управления. – М.: Машиностроение, 2010. – 500 с.
5. Руководство по характеристике УЧПУ. – СПб., 2010. – 145 с.

Статья поступила в редакцию 3 июня 2015 г.

STABILITY ANALYSIS OF POSITIONAL SERVO ACTUATOR TAKING INTO ACCOUNT THE DISCRETENESS OF THE ZERO-ORDER EXTRAPOLATOR

V.E. Lysov, I.S. Sidorov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The Kotelnikov-Shannon theorem proves the possibility of data recovery from digital signal if the sampling frequency is the frequency of discrete elements is more or is equal to the doubled sampling frequency. This is true if sampling frequency has limitations. However, in real systems, with a tend to infinite value the effect of Aliasing is shown, which distorts the information. In this regard, the influence of discrete digital system introduces an additional error, which degrades the system specifications. The purpose of the paper is to analyze the impact of discreteness brought by an extrapolators of a zero order as a part of automatic control system on the system error.

Keyword: *the period of discreteness, the zero-order extrapolator, digital system, indicators of control quality.*

*Vladimir E. Lysov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Igor S. Sidorov, Postgraduate Student.*