

## Электротехника

УДК 621.365.52

### СИСТЕМА ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА В ПРОИЗВОДСТВЕ ТЕХНИЧЕСКОГО КРЕМНИЯ

*А.А. Базаров, А.А. Навасардян*

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассмотрен комплекс вопросов по моделированию электромагнитных и тепловых процессов в индукционном нагревателе, обеспечивающем формирование магнитного поля, сжимающего расплав и предотвращающего контакт кремния в жидкой фазе со стенками теплоизоляции. При определении мощности индуктора, частоты напряжения учитывались нелинейные зависимости свойств от температуры. Произведен поиск конструктивных параметров, позволяющих в условиях индукционного нагрева обеспечить охлаждение до твердого состояния. Для решения задач моделирования электромагнитных и тепловых процессов использована конечно-элементная формулировка с учетом нелинейностей и скрытой теплоты плавления. Исследованы варианты реализации индуктора, позволяющего охватывать весь объем расплава или его часть при условии непрерывного перемещения после затвердевания кремния.*

**Ключевые слова:** индукционный нагрев, кристаллизация, векторный магнитный потенциал.

Существующие технологии производства кремния для нужд электронной промышленности и для солнечной энергетики позволяют достигать содержания примесей в конечном продукте до  $10^{-10}$  %. Такое качество обеспечивается сложными и дорогостоящими операциями. На начальном этапе кремний производят восстановлением расплава  $\text{SiO}_2$  углеродом в дуговых печах при  $1800$  °С. После этого расплавленный кремний для кристаллизации разливается в изложницы. Затвердевание производится в условиях контакта с поверхностью теплоизоляции. Это приводит к появлению в поверхностном слое дополнительного количества примесей. Выгрузка из изложницы осуществляется путем механического разрушения кремния из-за того, что неровности контактирующих поверхностей затрудняют простое извлечение. Необходимая чистота «технического» кремния достигается после специальной кислотной обработки и составляет около 99,9 %.

Для снижения количества примесей в кремнии на этой стадии процесса производства предлагается осуществление затвердевания в условиях обжатия магнитным полем, что исключает контакт расплава со стенками формы [1].

---

*Александр Александрович Базаров (д.т.н., доц.), профессор кафедры «Электроснабжение промышленных материалов».*

*Ашот Александрович Навасардян, магистрант кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».*

При реализации предлагаемой технологии необходимо учитывать особенности изменения свойств кремния в большом диапазоне температур. При обычных условиях кремний хрупок, выше 800 °С становится пластичным. Электрические свойства кремния сильно изменяются при переходе из твердого состояния в расплавленное [2, 3]. Если в холодном состоянии кремний ведет себя как обычный полупроводник, то при расплавлении удельная электропроводность становится как у горячей стали (табл. 1). В расплавленном состоянии можно применять индукционный нагрев по отношению к кремнию. При остывании эффективность вихревых токов снижается и выделяемое тепло может оказаться гораздо ниже потерь в окружающую среду.

Таблица 1

**Зависимость электропроводности кремния от температуры**

T, К	300	800	1200	1500	1600	1900
$\sigma$ , Сим·м	$5 \cdot 10^3$	$2.4 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^5$	$1.22 \cdot 10^6$	$1.25 \cdot 10^6$

Для рассматриваемой задачи наибольший интерес представляет диапазон температур в районе перехода в расплавленное состояние, поэтому аппроксимация линейной функцией зависимости коэффициента теплоемкости от температуры имеет малое отклонение от истинного графика (рис. 1):

$$c = 810 + 0.17 \cdot (T - 300).$$

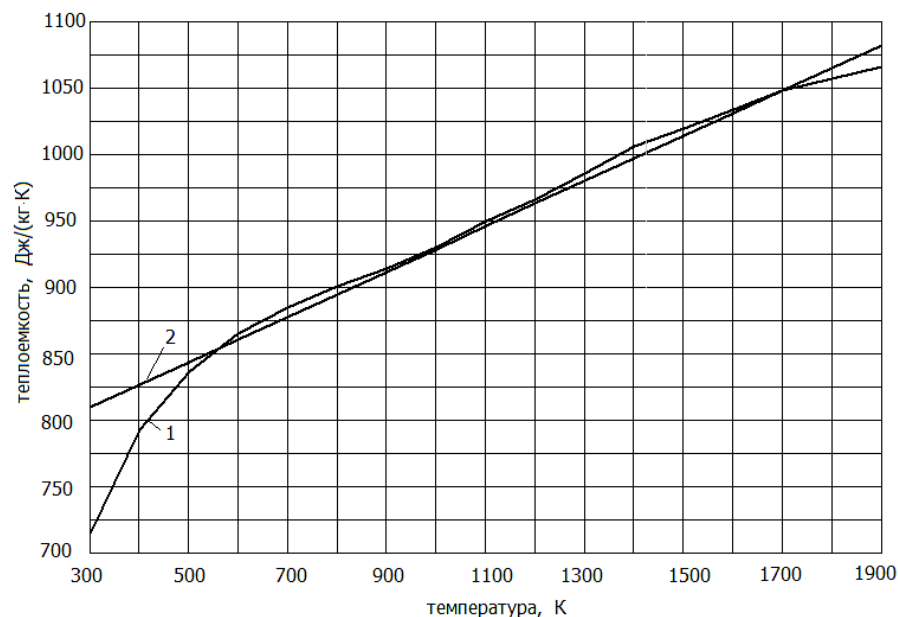


Рис. 1. Зависимость удельной теплоемкости кремния от температуры:  
1 – справочные значения; 2 – аппроксимация

Моделирование процессов плавки и кристаллизации представляет собой сложную задачу. Ее решение возможно различными способами [4, 5]. Для преодоления возникающих сложностей предложен упрощенный подход, заключающийся в учете теплоты плавления в виде ступенчатого возрастания удельной теплоемкости [6]. Теплота плавления кремния равна 1409 кДж/кг. Задавшись

диапазоном температур 1678–1698 К, в котором происходит переход из твердого состояния в жидкое, равным 20 К, получим выражение для эффективной теплоемкости с учетом изменения агрегатного состояния:

$$c_{эф} = c(T) + \frac{L}{\Delta T_{пл}} = c(T) + (H(T - T_1) - H(T - T_2)) \cdot 7.05 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Здесь  $H(T - T_N)$  – ступенчатая функция (функция Хевисайда), формирующая локальное увеличение теплоемкости на заданном интервале температур. Отношение теплоты плавления к заданному интервалу температур соответствует дополнительному коэффициенту теплоемкости, равному  $7.05 \cdot 10 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ .

Плавление кремния сопровождается некоторым увеличением его плотности (примерно на 8 %).

Коэффициент теплопроводности удобно задать в виде функции, поэтому для аппроксимирующего выражения используется комбинация экспоненты и ступенчатой функции (рис. 2):

$$\lambda = 20 + 32 \cdot e^{-0.0035(T-700)} + 33 \cdot H(T - T_{пл}).$$

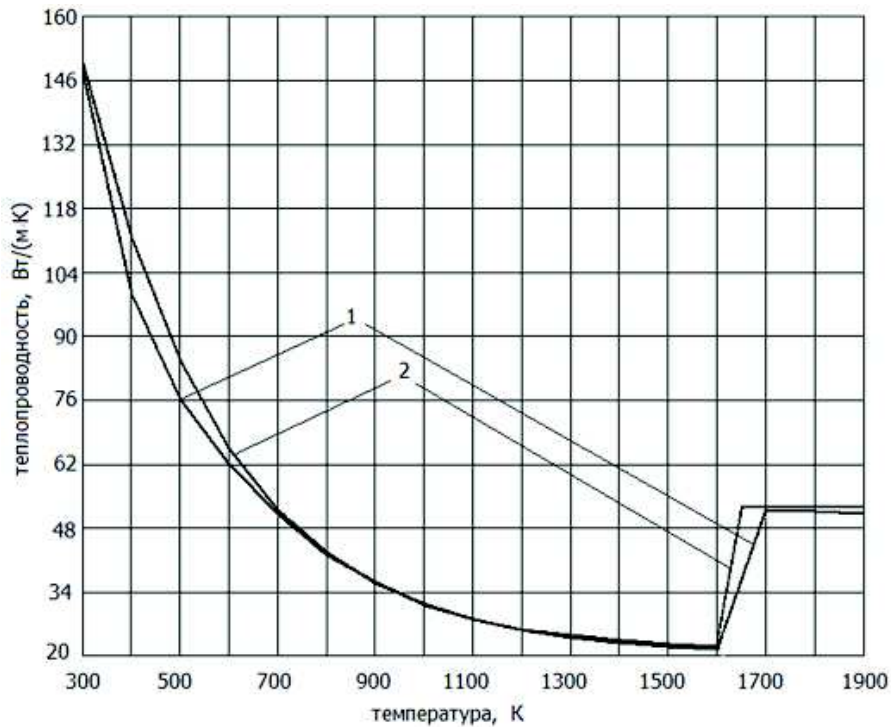


Рис. 2. Зависимость удельной теплопроводности кремния от температуры:  
1 – справочные значения; 2 – аппроксимация

Для решения тепловой задачи с учетом реальных режимов теплообмена с окружающей средой в качестве исходной модели принято нелинейное уравнение теплопроводности вида [5]

$$c\rho \frac{\partial T(r, x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda \frac{\partial T(r, x, t)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T(r, x, t)}{\partial r} \right] + W(r, x) \quad (1)$$

с начальными условиями  $T(r, x, 0) = var$  и граничными условиями

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha_1 [T(R, x, t) - T_\phi] + \varepsilon \sigma_0 [T^4(R, x, t) - T_\phi^4]; \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -\alpha_2 [T(r, 0, t) - T]; \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=X} = \alpha_3 [T(r, X, t) - T_\varepsilon] + \varepsilon \sigma_0 [T^4(r, X, t) - T_\varepsilon^4]. \end{array} \right. \quad (2)$$

Здесь  $c$  – удельная теплоемкость;

$\rho$  – плотность;

$\lambda$  – теплопроводность;

$W$  – плотность внутренних источников тепла;

$R$  – радиус загрузки;

$X$  – высота загрузки;

$\alpha_i$  – коэффициенты конвективного теплообмена между поверхностью загрузки и футеровкой, основанием и газовой средой над расплавом;

$\varepsilon$  – степень черноты загрузки;

$\sigma_0$  – коэффициент излучения кремния;

$T_\phi$  – температура футеровки;

$T_\varepsilon$  – температура свода над расплавом.

Условия теплообмена приняты с некоторыми упрощениями, так как реальный теплообмен между боковой поверхностью расплава и футеровкой, а также верхней поверхностью и сводом очень сложен и предусмотрен не во всех программах с достаточной точностью. В соответствии с поставленной задачей между боковой поверхностью расплава и футеровкой предусмотрен воздушный зазор, образованный за счет обжимающих расплав усилий.

Нижняя часть загрузки опирается на слой теплоизоляции, скорее выполняющей функции среды, защищающей от химического взаимодействия с металлом корпуса. Основное дифференциальное уравнение (1) в численной постановке задачи охватывает все элементы расчетной области без необходимости задания граничных условий четвертого рода при наличии поверхностей соприкосновения.

Рассмотренные выше температурные зависимости коэффициентов задаются в программе с помощью встроенных функций. Функция Хевисайда в Comsol представлена выражением  $flc1hs(t, scale)$ . В качестве переменной  $t$  можно задавать время, температуру или координату, а также другие используемые переменные состояния. Значение  $scale$  соответствует величине изменения переменной, при котором происходит переход функции Хевисайда от нуля к единице.

В общем случае процесс непрерывного нагрева рассматриваемого класса объектов, представляющих собой систему стальных труб, охваченных цилиндрическим индуктором, описывается нелинейной взаимосвязанной системой уравнений Максвелла [7] и Фурье [5] соответственно для электромагнитного и теплового полей с соответствующими краевыми условиями:

$$\operatorname{rot}\{\bar{H}\} = \gamma\bar{E}; \quad (3)$$

$$\operatorname{rot}\{\bar{E}\} = -\left\{\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}\right\}; \quad (4)$$

$$\operatorname{div}\{\bar{B}\} = 0; \quad (5)$$

$$\operatorname{div}\{\bar{E}\} = 0. \quad (6)$$

Здесь  $\{\bar{H}\}, \{\bar{E}\}, \{\bar{B}\}$ , – векторы напряженности магнитного и электрического полей и магнитной индукции,  $t$  – время. Система уравнений (3) – (6) дополняется граничными условиями для электромагнитной задачи: используются условия равенства функции нулю на бесконечно удаленной границе  $S_1$  (ГУ1) и условие симметрии на осевой линии  $S_2$ , которое заключается в равенстве нулю производной от функции (ГУ2).

Система (3) – (6) может быть представлена для комплексной амплитуды векторного потенциала в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{\mu_a(r,x)} \cdot \frac{\partial\dot{A}(r,x)}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{\mu_a(r,x)} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r\dot{A}(r,x)}{\partial r}\right] - j\omega\gamma\dot{A}(r,x) - J_o = 0, \quad (7)$$

где  $\omega = 2\pi f$  – цилиндрическая частота питающего тока.

В качестве граничных условий для однозначности задачи принимаются наиболее общие условия – равенство нулю векторного потенциала на границе расчетной области, находящейся в бесконечности:

$$\dot{A}/_{S_1 \in S} = 0, \quad (8)$$

где  $S_1$  – удаленная граница расчетной области Q.

При построении конечно-элементной модели в качестве интерполирующих полиномов конечных элементов треугольного вида на плоскости  $(x, y)$  использованы линейные функции формы вида

$$N_i(x, y) = (a_i + b_i x + c_i y) \frac{1}{2S^{KЭ}},$$

где  $S^{KЭ}$  – граница элемента;

$a_i = y_i x_k - x_j y_k$ ,  $b_i = x_j - x_k$ ,  $c_i = y_k - y_j$  – постоянные коэффициенты функций формы  $N_i$ , вычисляемые в зависимости от пространственных координат узлов элемента  $m$ ;

$\bar{A}_i$  – комплексные амплитуды вектора в узлах конечного элемента.

Мощность внутренних источников тепла, характеризующих нагрев проводящих тел индукционной системы, вычисляется для каждого элемента по закону Джоуля – Ленца:

$$P^{(e)} = \frac{1}{2} \int_{V^e} \sigma \left( \bar{E} \cdot \bar{E}^* \right) dV,$$

где  $\bar{E}^*$  – величина, сопряженная к  $\bar{E}$ .

Кроме этого, рассчитываются также электродинамические усилия, действу-

ющие на проводящие тела индукционной системы:

$$\{F^{jb}\} = \int_V \{N\}^T (\{J\} \times \{B\}) dV.$$

Магнитные силы в токопроводящем проводнике определяются численным интегрированием.

На основе систем дифференциальных уравнений (1) – (2) и (3) – (6) строятся системы алгебраических уравнений вида

$$\left( \frac{1}{\Delta t_n} + \gamma [C]^{-1} [K] \right) a^{n+1} = \left( \frac{1}{\Delta t_n} - (1 - \gamma) [C]^{-1} [K] \right) a^n;$$

$$\{[K] + j[Q]\} \cdot \{\bar{A}\} + \{\bar{R}\} = 0.$$

Для совместного решения используется связанная электротепловая модель, позволяющая корректно учесть взаимное влияние электрических и тепловых параметров на модели:

$$\begin{bmatrix} C^A & 0 \\ 0 & C^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{T} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K^A & 0 \\ 0 & K^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} J \\ Q \end{Bmatrix}.$$

Здесь  $C^A$ ,  $C^T$  – матрицы демпфирования;

$K^A$ ,  $K^T$  – матрицы жесткости для электромагнитной и тепловой задач;

$U$ ,  $T$  – векторы переменных;

$\dot{U}$ ,  $\dot{T}$  – векторы производных от переменных;

$J$  и  $Q$  – векторы источников.

В качестве исходной конструкции кристаллизатора принята цилиндрическая форма диаметром 0,5 м и высотой 0,5 м. Теплоизоляция боковой стенки выполнена двухслойной. Внутренний слой сделан из карбида кремния, чтобы исключить перенос вещества в расплав при возможном контакте. Слой теплоизоляции, прилегающий к индуктору, имеет гораздо более низкий коэффициент теплопроводности, чтобы защитить катушку от перегрева. Нижняя часть корпуса содержит тонкий слой карбида кремния, слой металла, выполняющий функции несущей конструкции, и теплообменник в виде медной трубки с проточной водой.

Для обеспечения силы, прилагаемой к стенке расплава, достаточной для создания зазора, произведем расчет давления расплавленного кремния на стенки тигля в основании:

$$p = \rho gh = 2330 \cdot 9.81 \cdot 0.5 = 114285 \text{ Н / м}^2.$$

При кристаллизации кремния происходит уменьшение размеров на 9 %, но одновременно возрастает удельное сопротивление и происходит уменьшение тока в нагрузке и, соответственно, отталкивающей силы. Расчет индуктора должен обеспечить формирование необходимого давления на столб жидкого кремния, но при этом выделяющееся тепло не должно превосходить отвод к охлаждаемой поверхности основания.

Для оценки возможности использования индуктора при работе на разных частотах произведены расчеты, которые показали, что создание требуемого давления соответствует интегральной величине силы, равной 9470 Н. Полученное значение при числе витков, равном 20, и высоте индуктора, равной 0,8 м, для обес-

печения равномерного распределения давления  $P_0$  по высоте для разных частот достигается при разных величинах мощности тепловыделения в загрузке  $P_2$  (табл. 2). Как показали дальнейшие расчеты, использование частоты выше 50 Гц не принесет нужного результата, так как тепловыделение слишком велико для возможных способов охлаждения.

Таблица 2

Параметры индуктора на разных частотах

$f, \text{Гц}$	$\Delta, \text{м}$	$F, \text{Н}$	$P_0, \text{Н/м}^2$	$I_u, \text{кА}$	$P_u, \text{кВт}$	$P_2, \text{кВт}$	$W, \text{Вт/м}^3$	$U_u, \text{В}$
5	0,2	9470	12000	4,91	12,7	5,48	$5.8 \cdot 10^4$	23,5
50	0,06	9450	12000	4,5	74,1	56,3	$1.36 \cdot 10^6$	152,7
500	0,02	9470	12100	4,35	267,4	204,6	$1.35 \cdot 10^7$	1167

Проведенные расчеты индукторов выполнены при обеспечении расчетного давления, что соответствует заданной удельной мощности для каждой частоты. Диаграммы температур построены для процессов кристаллизации с использованием индуктора на частоте 50 Гц (рис. 3) и 5 Гц (рис. 4–6). С учетом того, что на данном этапе не столь важны размеры кристаллов и их ориентация, при сравнении вариантов не последнюю роль играет время процесса. Хотя, как было сказано ранее, переход через точку затвердевания сопровождается фактически прекращением подогрева и увеличением коэффициента теплопроводности, что ускоряет в целом охлаждение, все-таки высота загрузки сильно сказывается на длительности.

Наиболее предпочтительным является вариант индукционной системы с загрузкой высотой 0,25 м. Температура в конце процесса понижается до значений, при которых химическая активность кремния недостаточна для окисления.

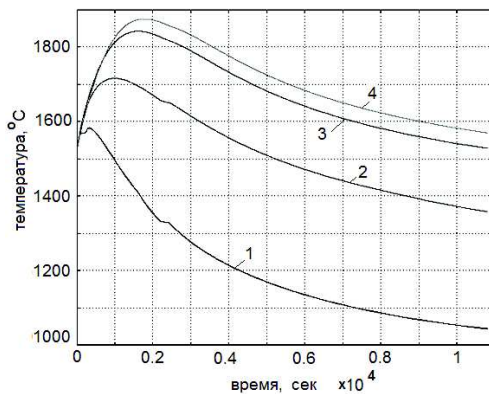


Рис. 3. Диаграммы температур при высоте расплава 0,2 м и частоте напряжения 50 Гц:  
1 – на высоте 0,05 м; 2 – на высоте 0,1 м;  
3 – на высоте 0,15 м; 4 – на высоте 0,2 м

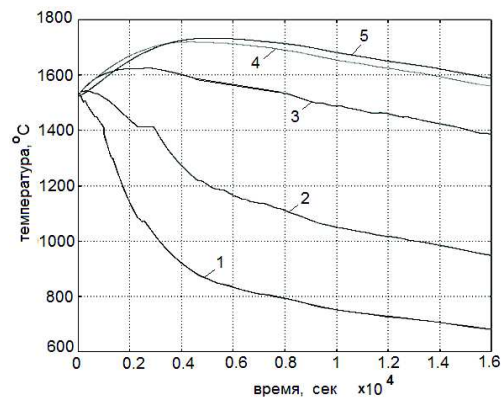


Рис. 4. Диаграммы температур при высоте расплава 0,4 м и частоте напряжения 5 Гц:  
1 – на высоте 0,05 м; 2 – на высоте 0,1 м;  
3 – на высоте 0,2 м; 4 – на высоте 0,3 м;  
5 – на высоте 0,4 м



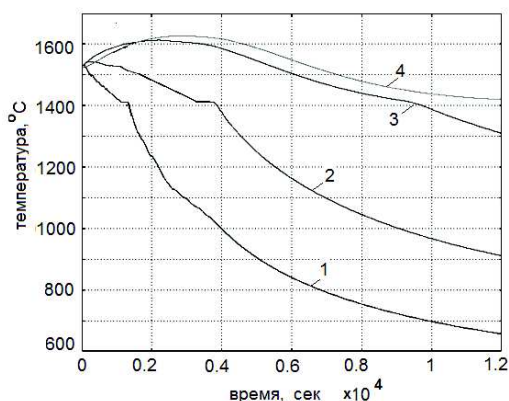


Рис. 5. Диаграммы температур при высоте расплава 0,3 м и частоте напряжения 5 Гц:  
1 – на высоте 0,05 м; 2 – на высоте 0,1 м;  
3 – на высоте 0,2 м; 4 – на высоте 0,3 м

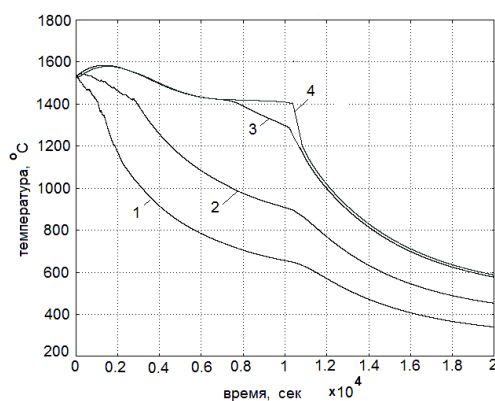


Рис. 6. Диаграммы температур при высоте расплава 0,25 м и частоте напряжения 5 Гц:  
1 – на высоте 0,05 м; 2 – на высоте 0,1 м;  
3 – на высоте 0,2 м; 4 – на высоте 0,25 м

**Закключение.** На основании проведенных исследований процесса кристаллизации технического кремния подтверждена идея использования магнитного поля в качестве средства для изоляции расплава от футеровки с целью повышения чистоты продукции. Использование метода конечных элементов, на базе которого построена программа *Comsol*, позволило получить результаты расчета удовлетворительной точности, что обусловлено корректным описанием задачи, учетом нелинейностей, достаточно плотной сеткой элементов. Параметры индуктора и источника питания, найденные при анализе вариантов, позволяют обеспечить низкие энергозатраты и достижимы при использовании устройств, выпускаемых промышленностью.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гецелев З.Н., Балахонцев Г.А., Квасов Ф.И. и др. Непрерывное литье в электромагнитный кристаллизатор. – М.: Металлургия, 1983. – 152 с.
2. Глазов В.М., Щеликов О.Д. Объемные изменения при плавлении и нагреве расплавов кремния и германия // Теплофизика высоких температур. – 2000. – Т. 38, № 3. – С. 429-436.
3. Магомедов Я.Б., Гаджиев Г.Г. Высокотемпературная теплопроводность кремния в твердом и жидком состояниях // Теплофизика высоких температур. – 2009. – Т. 46, № 3. – С. 466-467.
4. Соколовская Л.А., Мамшиев В.А. О математическом моделировании задач с фазовыми переходами в металлургии и литейном производстве // Процессы литья. – 2009. – № 2. – С. 24-29.
5. Лыков А.В. Теплообмен. – М.: Энергия, 1971. – 560 с.
6. Базаров А.А., Данилушкин А.И., Осипов В.С. Система плавки гололеда на проводах линий электропередачи без отключения нагрузки // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2015. – № 3. – С. 109-117.
7. Слухоцкий А.Е., Рыскин С.Е. Индукторы для индукционного нагрева. – Л.: Энергия, 1974. – 264 с.

Статья поступила в редакцию 2 февраля 2016 г.



## THE INDUCTION HEATING SYSTEM IN THE PRODUCTION OF TECHNICAL SILICON

***A.A. Bazarov, A.A. Navasardyan***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*A set of issues on modeling of electromagnetic and thermal processes in the induction heater for the formation of a magnetic field, compressing the melt and preventing the contact of silicon in the liquid phase with the walls of thermal insulation. In determining the inductor's power and voltage frequency, the temperature-dependent nonlinear properties are taken into account. The design parameters which enable cooling to the solid state under induction heating conditions are searched for. To solve the problems of electromagnetic and thermal processes modeling used a finite-element formulation taking into account the nonlinearities and the fusion latent heat. Different realization variants of the inductor which enables covering the melt's entire volume or its part in case of continuous movement after the silicon solidification are examined.*

**Keywords:** *induction heating, crystallization, magnetic vector potential.*