

УДК 536.2:621.746.6

## ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ЗАТВЕРДЕВАНИЯ НЕПРЕРЫВНОГО СЛИТКА

**Е.А. Якубович**

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: ensave@samgtu.ru

*Выполнена статистическая оценка точности ранее синтезированных приближенных моделей регрессионного типа, полученных по табличным данным о режимах непрерывного литья деформируемых алюминиевых сплавов в электромагнитный кристаллизатор. В качестве определяемых характеристик процесса использованы глубина жидкометаллической лунки по ликвидусу и солидусу, размер двухфазной зоны в центре слитка. Выполненные расчеты комплекса показателей, включающего коэффициент ранговой корреляции Спирмэна, коэффициент множественной корреляции и коэффициент работоспособности уравнения регрессии, подтверждают пригодность моделей для практического использования. Приведенные расчетные зависимости позволяют осуществить количественный прогноз совместного влияния скорости литья и интенсивности охлаждения на ожидаемые значения глубины лунки и размера двухфазной зоны слитка с выходом на корректировку реальных технологических параметров.*

**Ключевые слова:** *приближенные модели, оценка точности, непрерывный слиток, затвердевание, алюминиевые сплавы*

Совершенствование действующей и разработка перспективных технологий непрерывного литья слитков алюминиевых сплавов, используемых для производства широкой номенклатуры катаных и прессованных полуфабрикатов, требует детального анализа процесса затвердевания с учетом данных экспериментальных исследований и численных расчетов.

Процесс формирования слитка на машинах непрерывного литья характеризуется многофакторностью технологических воздействий, что делает сложным сбор экспериментальных данных и в то же время ограничивает возможности применения детерминированных математических моделей для моделирования и оптимизации процесса. Эффективный путь преодоления указанных трудностей состоит в разработке и применении методов синтеза приближенных моделей регрессионного типа с использованием представленных в табличном виде результатов численных и экспериментальных исследований, дающих исходный статистический материал для анализа процесса путем построения математических моделей.

Такой подход опирается на использование методов структурной и параметрической идентификации регрессионных моделей [1-4], позволяющих установить связь между технологическими параметрами и показателями качества объекта. Появляющиеся здесь особенности применительно к формированию непрерывного слитка позволяют выделить следующие типичные ситуации:

---

*Ефим Абрамович Якубович (к.т.н., доц.), профессор кафедры «Металловедение, порошковая металлургия, наноматериалы».*

- регрессионные модели строятся по экспериментальным данным о влиянии параметров литья на дефекты и другие показатели качества слитка [1];
- синтез осуществляется по результатам численного исследования, целью которого является прогнозирование отдельных показателей качества [2];
- приближенные модели синтезируются по результатам численного исследования температурного поля слитка [3, 4, 5], причем прямые показатели качества слитка не используются.

В работах [4, 5] реализован третий из вышеназванных подходов, позволивший выполнить синтез приближенных регрессионных моделей по результатам численного исследования затвердевания плоских слитков деформируемых сплавов типа Д16 и В95 толщиной 300–600 мм для прогнозирования и анализа наиболее важных выходных переменных – функционалов температурного поля слитка (глубина лунки по температуре, ликвидус и солидус; размер двухфазной зоны в центре слитка) в определенной области изменения внешних управляющих параметров (толщина слитка, скорость литья, интенсивность охлаждения) с учетом некоторых конструктивных и технологических особенностей реальной установки для непрерывного литья в электромагнитный кристаллизатор:

$$h_l = 1,430 \cdot 10^{-4} v b^2 + \frac{143,9 z^*}{b} - \frac{5,794 z^* \sqrt{\alpha^*}}{b^{3/2}}, \quad (1)$$

$$h_s = 1,875 \cdot 10^{-4} v b^2 + \frac{14,32 z^*}{b} + 8,649 \frac{\sqrt{v z^*}}{630 - t^*} + \frac{232,4 z^*}{630 - t^*} + \frac{2,188 \cdot 10^{-4} z^*}{b \alpha^*}, \quad (2)$$

$$\delta = 8,651 \cdot 10^{-5} v b^2 + \frac{1,298 \cdot 10^{20} (z^*)^2}{v^3 b^7 (630 - t^*)} + \frac{2,244 \cdot 10^{-11} v^4 b^6}{z^* \alpha^* (630 - t^*)} + \frac{1559 v (z^*)^2}{\alpha^* (630 - t^*)^2} + \frac{8,464 \cdot 10^9 z^*}{b^2 \alpha^* (630 - t^*)} - \frac{8,864 \cdot 10^{-6} v b (z^*)^2}{630 - t^*}. \quad (3)$$

Входящие в формулы величины означают:  $h_l$ ,  $h_s$  – глубина лунки, соответствующая изотермам ликвидус и солидус;  $\delta$  – максимальный вертикальный размер двухфазной зоны;  $t_n(z^*)$  – температура поверхности в сечении  $z^*$ , соответствующем максимальному значению коэффициента теплоотдачи на поверхности слитка  $\alpha^*$ ;  $b$  – полутолщина слитка;  $v$  – скорость литья и имеют следующие размерности:  $h_l, h_s, \delta, z^*$  – мм;  $t_n(z^*)$  – °С;  $v$  – мм/мин;  $\alpha^*$  – Вт/(м<sup>2</sup>К).

В работе [6] с использованием моделей получены номограммы, с помощью которых выполнен расчетный анализ тенденций изменения основных режимных параметров формирования слитка в их взаимосвязи, что позволяет в производственных условиях получить оценки рациональных значений скорости литья  $v$  и интенсивности охлаждения  $\alpha^*$ .

При условии сохранения постоянства скорости литья  $v$  можно в выражениях (1)–(3) перейти в качестве выходных переменных  $y_j, j = 1, 2, 3$  к следующим функционалам температурного поля слитка:

– время пребывания металла в расплавленном состоянии до момента начала формирования переходной двухфазной зоны

$$\tau_l = h_l / v; \quad (4)$$

– время пребывания расплава в двухфазном состоянии

$$\Delta \tau = \delta / v; \quad (5)$$

– полное время затвердевания слитка

$$\tau_s = h_s / v. \quad (6)$$

Для оценки точности полученных моделей, по которым можно судить о степени совпадения между расчетным значением отклика  $y_j$  и значением  $y_j^*$  соответствующего уравнения регрессии (4)–(6), использованы следующие показатели:

– максимальное отклонение и сумма квадратов отклонений

$$K_1 = \max_l |y_l - y_l^*|, \quad K_2 = \sum_{l=1}^n (y_l - y_l^*)^2, \quad (7)$$

где  $l = 1, 2, \dots, n$  – объем данных, использованных для синтеза;

– максимальное относительное отклонение и сумма квадратов относительных отклонений

$$K_3 = \max_l \left| 1 - \frac{y_l^*}{y_l} \right|, \quad K_4 = \sum_{l=1}^n \left( 1 - \frac{y_l^*}{y_l} \right)^2; \quad (8)$$

– коэффициент ранговой корреляции Спирмэна [7]

$$K_5 = 1 - \frac{6 \sum_{l=1}^n (A_l - B_l)^2}{n^3 - n}, \quad (9)$$

где  $A_l, B_l$  – ранги (порядковые номера) величин  $y_l$  и  $y_l^*$ , упорядоченные каждая отдельно по возрастанию;

– коэффициент множественной корреляции

$$K_6 = \sqrt{1 - \frac{K_2}{Q}}, \quad (10)$$

где  $Q$  – сумма квадратов отклонений выходной переменной,

$$Q = \sum_{l=1}^n (y_l - \bar{y})^2, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n y_l;$$

– коэффициент работоспособности уравнения регрессии [8]

$$K_7 = \frac{s}{s_{ocm}}, \quad (11)$$

$$\text{где } s = \sqrt{\frac{Q}{(n-1)}}, \quad s_{ocm} = \sqrt{\frac{K_2}{n-m}};$$

– отношение дисперсий

$$K_8 = K_7^2 = \frac{s^2}{s_{ocm}^2}. \quad (12)$$

#### Оценка точности приближенных регрессионных моделей

Показатели точности моделей	Объем данных, использованных при синтезе, $n$	Оцениваемые модели			Значения $K_{кр}$ , уровень значимости $p = 0,01$ [7]
		Время до момента начала перехода расплава в двухфазное состояние (4)	Время пребывания расплава в двухфазном состоянии (5)	Полное время затвердевания слитка (6)	
$K_1$	30	12,7	1,7	14,1	–
	50	15,4	2,0	14,7	–
	55	15,4	2,0	14,7	–
$K_2$	30	1950	30	2150	–
	50	3010	50	3490	–
	55	3100	54	3570	–
$K_3$	30	0,046	0,024	0,036	–
	50	0,051	0,027	0,041	–
	55	0,051	0,027	0,041	–
$K_4$	30	0,021	0,004	0,015	–
	50	0,033	0,009	0,024	–
	55	0,034	0,010	0,025	–
$K_5$	30	0,874	0,903	0,887	0,478
	50	0,894	0,909	0,899	$\leq 0,40$
	55	0,912	0,844	0,906	$\leq 0,40$
$K_6$	30	0,870	0,928	0,871	0,463
	50	0,871	0,920	0,864	0,364
	55	0,882	0,899	0,878	$\leq 0,36$
$K_7$	30	1,88	2,44	1,93	2,0
	50	1,95	2,40	1,92	2,0
	55	2,04	2,20	2,03	2,0
$K_8$	30	3,55	5,96	3,71	$\leq 2,55$
	50	3,81	5,74	3,70	$\leq 2,10$
	55	4,18	4,85	4,13	$\leq 2,10$

Проверка значимости регрессии осуществляется путем сравнения показателей  $K_5, K_6$  и  $K_8$  с соответствующими теоретическими (критическими) значениями. Регрессия считается значимой при  $K > K_{кр}$ . [7]. Приемлемая работоспособность уравнения регрессии обеспечивается согласно [8] при значениях  $K_7 \geq 2$ .

Приведенные в таблице данные свидетельствуют о весьма близком совпадении между откликами  $\tau_l, \Delta\tau, \tau_s$  и значениями  $\tau_l^*, \Delta\tau^*, \tau_s^*$ , определенными по формулам (4)–(6). Удовлетворительные показатели точности регрессионных моделей получены также для режимов охлаждения, которые в ходе синтеза не использовались. Это подтверждает надежность полученных моделей при условии, что значения входных переменных не выходят за пределы области их задания в настоящей работе. Отметим, что синтез проводился на основе данных, в которых коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  в верхнем поясе охлаждения электромагнитного кристаллизатора принят постоянным. Проверочные расчеты показывают, что точность моделей практически не изменяется, если коэффициент теплоотдачи колеблется в пределах  $\alpha = 5230\text{--}7330 \text{ Вт/м}^2 \text{ К}$ , что согласуется с реальной ситуацией в системах охлаждения непрерывных слитков в электромагнитных кристаллизаторах.

Полученные оценки точности приближенных регрессионных моделей формирования непрерывного слитка позволяют сделать вывод о возможности использовать их для содержательного анализа и выбора рациональных режимов охлаждения и определения допустимых пределов скорости вытягивания слитка, а также для достоверной количественной оценки совокупного влияния различных технологических параметров на косвенные показатели качества слитка.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дюдкин Д.А., Токарев В.Л., Ильин А.А. и др. Оптимизация режима вторичного охлаждения непрерывного слитка с помощью приближенной модели // *Сталь*. – 1981. – № 9. – С. 30-32.
2. Клявинь Я.Я., Клявиня И.Я., Позняк А.А. Методика синтеза регрессионных моделей на основе данных о влиянии параметров литья на критерии качества // *Изв. АН ЛатвССР. Сер. Физ. и техн. науки*. – 1982. – № 1. – С. 65-71.
3. Клявинь Я.Я., Клявиня И.Я., Брока М.Э., Якубович Е.А. Синтез регрессионных моделей по результатам численного исследования температурного поля слитка // *Изв. АН ЛатвССР. Сер. Физ. и техн. науки*. – 1982. – № 6. – С. 76-84.
4. Якубович Е.А. Приближенные модели регрессионного типа для анализа затвердевания непрерывных слитков алюминиевых сплавов // *Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки*. – 2013. – № 4(40). – С. 222-224.
5. Брока М.Э., Клявинь Я.Я., Шадрин Г.Г., Якубович Е.А. Численное исследование затвердевания плоских слитков из высоколегированных алюминиевых сплавов при непрерывном литье // *Цветные металлы*. – 1986. – № 4. – С. 75-77.
6. Якубович Е.А. Номограммы для анализа режимов затвердевания слитков в процессе непрерывного литья // *Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки*. – 2015. – № 2 (46). – С. 202-207.
7. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных. – М.: Мир, 1980. – 610 с.
8. Бородюк В.П., Лецкий Э.К. Статистическое описание промышленных объектов. – М.: Энергия, 1971. – 111 с.

*Статья поступила в редакцию 20 января 2016 г.*

## ASSESSMENT OF ACCURACY OF THE APPROXIMATE REGRESSION MODELS FOR SOLIDIFICATION OF THE CONTINUOUS INGOTS

***E.A. Yakubovich***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*The paper deals with a statistical evaluation of the accuracy of the previously synthesized approximate models of regression type, obtained from tabular data on a continuous casting modes of deformable aluminum alloys in an electromagnetic mold. As determined by the characteristics of the process used liquid metal depth wells liquidus and solidus, the size of a two-phase-band in the center of the ingot. The calculations set of indicators, including Spearman rank correlation coefficient, multiple correlation coefficient and operability coefficient for regression equations confirm the performance models for the practical use. These calculated dependences allow a quantitative forecast of the joint effect of casting speed and cooling intensity to the expected value of the depth of the wells and the size of the two-phase zone of the ingot with access to the adjustment of real technological parameters.*

***Keywords:*** *assessment of accuracy, approximate models, continuous ingot, solidification modes, aluminium alloys.*