

УДК 621.3.078

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВОГО СЛЕДЯЩЕГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА С АСИНХРОННЫМ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

А.В. Стариков, Д.Н. Джабасова, Д.Ю. Рокало

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассмотрен цифровой следящий электропривод с асинхронным исполнительным двигателем, структурное построение которого отличается от традиционных систем подчиненного регулирования. Приведена структурная схема электропривода при переходе к дискретным передаточным функциям. Определены передаточные функции цифровых регуляторов с учетом предполагаемого алгоритма их работы. Получены передаточные функции асинхронного электродвигателя совместно с силовым преобразователем и экстраполятором нулевого порядка. Найдена дискретная передаточная функция замкнутого следящего электропривода для случая, когда в контуре тока применен пропорционально-интегральный регулятор.

Ключевые слова: *следящий электропривод, асинхронный электродвигатель, дискретная передаточная функция, экстраполятор нулевого порядка.*

Перспективным направлением в разработке быстродействующих следящих электроприводов с асинхронными исполнительными двигателями является поиск новых способов их структурного построения. При этом необходимо помнить, что техническая реализация всех современных электроприводов осуществляется на базе специализированных цифровых микроконтроллеров. Поэтому актуальной является разработка математических моделей новых следящих электроприводов, учитывающих цифровой характер передачи управляющих воздействий.

Цель настоящей статьи заключается в создании математической модели цифрового следящего электропривода, использующего отличный от систем подчиненного регулирования принцип построения.

Упрощенная структурная схема аналогового прототипа предлагаемого следящего электропривода с асинхронным исполнительным двигателем приведена на рис. 1. Она предполагает, что в электроприводе применено векторное управление с компенсацией ЭДС вращения [1] и система управления поддерживает потокосцепление Ψ_2 ротора постоянным.

Система управления положением исполнительного механизма содержит внутренний контур регулирования составляющей тока I_{1q} статора с регулятором $W_{RT}(p)$. Контур тока замкнут с помощью соответствующего датчика (преобразователя координат) с коэффициентом передачи $k_{ост}$. Следящий электропривод имеет также два контура положения. Во внутреннем контуре положения применен пропорционально-дифференциальный регулятор $W_{PD}(p)$, а во внешнем – интегральный $W_I(p)$. Обратная связь этих контуров организуется с помощью безынерционного датчика положения с коэффициентом передачи $k_{др}$.

Александр Владимирович Стариков (д.т.н., доц.), заведующий кафедрой «Электропривод и промышленная автоматика».

Дарья Назымбековна Джабасова, аспирант.

Даниил Юрьевич Рокало, аспирант.

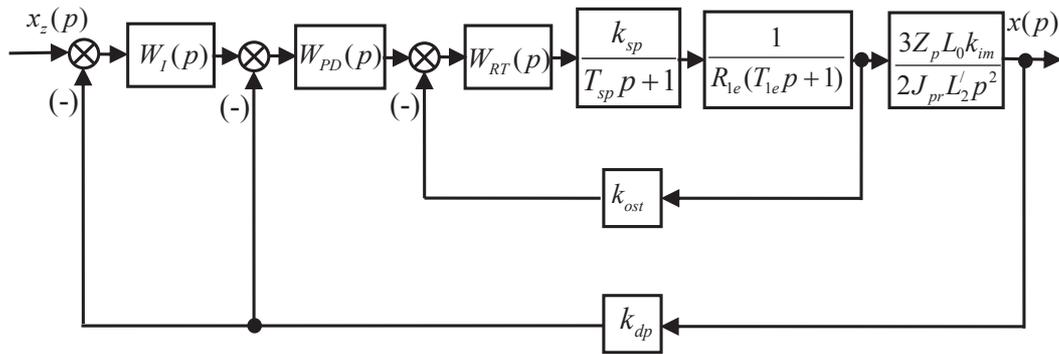


Рис. 1. Упрощенная структурная схема аналогового прототипа следящего электропривода с асинхронным исполнительным двигателем

На структурной схеме приняты следующие обозначения: k_{sp} и T_{sp} – коэффициент передачи и постоянная времени силового преобразователя (инвертора); R_{1e} и T_{1e} – эквивалентные активное сопротивление и электромагнитная постоянная времени цепи статора асинхронного электродвигателя [1]; L_0 – взаимная индуктивность обмоток статора и ротора; L_2 – индуктивность обмотки ротора, приведенная к цепи статора; Z_p – число пар полюсов двигателя; k_{im} – коэффициент передачи исполнительного механизма; J_{pr} – приведенный к валу двигателя момент инерции; x – перемещение исполнительного механизма; x_z – заданное значение перемещения; p – комплексная переменная.

Следует обратить внимание, что предлагаемый электропривод отличается от известного [2] отсутствием контура регулирования скорости.

Для получения математической модели рассматриваемого следящего электропривода, учитывающей его цифровую техническую реализацию, перейдем к структурному представлению, выраженному через дискретные передаточные функции (рис. 2).

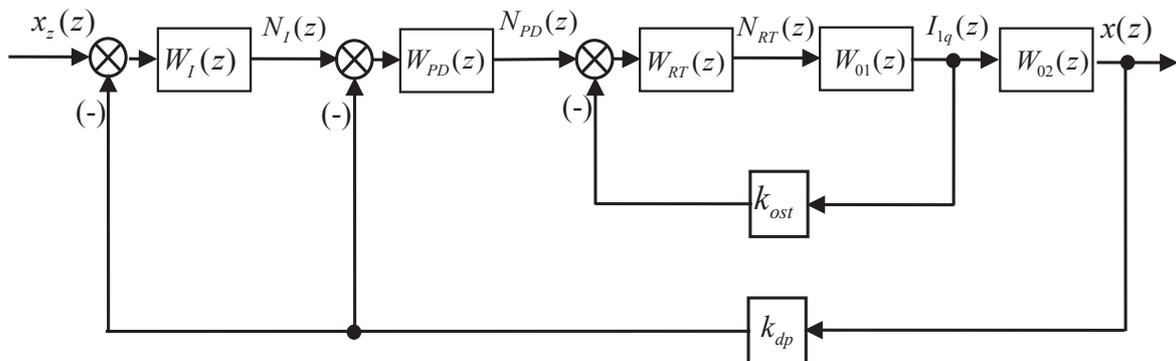


Рис. 2. Упрощенная структурная схема цифрового следящего электропривода с асинхронным исполнительным двигателем

Вид дискретных передаточных функций цифровых регуляторов зависит от алгоритма функционирования. Поэтому предположим, что вычисление интеграла осуществляется по формуле полной суммы, а дифференцирование производится как определение первой обратной разности [3]. Тогда дискретная передаточная функция интегрального регулятора будет выглядеть следующим образом:

$$W_I(z) = \frac{Tz}{T_I(z-1)},$$

где T_I – постоянная времени интегрирования; T – период дискретизации; $z = e^{pT}$.

В то же время пропорционально-дифференциальный регулятор будет иметь дискретную передаточную функцию вида

$$W_{PD}(z) = \frac{k_{PD}(T_{PD} + T) \left(z - \frac{T_{PD}}{T_{PD} + T} \right)}{Tz},$$

где k_{PD} и T_{PD} – коэффициент передачи и постоянная времени пропорционально-дифференциального регулятора соответственно.

В системах векторного управления применяют либо пропорционально-интегральный [1], либо пропорциональный регулятор тока [4, 5]. В первом случае дискретная передаточная функция регулятора тока будет равна

$$W_{RT}(z) = \frac{(k_{RT}T_{RT} + T) \left(z - \frac{k_{RT}T_{RT}}{k_{RT}T_{RT} + T} \right)}{T_{RT}(z - 1)},$$

где k_{RT} и T_{RT} – коэффициент передачи и постоянная времени регулятора тока.

В рассматриваемом следящем электроприводе выходной сигнал цифрового регулятора тока поступает на вход силового инвертора, запоминается в нем на период дискретизации T и преобразуется в систему напряжений, подаваемую на статорные обмотки асинхронного электродвигателя. Следовательно, силовой преобразователь играет также роль экстраполятора нулевого порядка.

Математическая модель объекта управления (силового преобразователя, асинхронного электродвигателя и исполнительного механизма) представлена на структурной схеме в виде двух дискретных передаточных функций $W_{01}(z)$ и $W_{02}(z)$. Они находятся с учетом экстраполятора нулевого порядка по известным правилам [3]. В частности дискретную передаточную функцию $W_{01}(z)$ можно определить по формуле

$$W_{01}(z) = \frac{I_{1q}(z)}{N_{RT}(z)} = \frac{k_{sp}(z-1)}{R_{1e}z} Z \left\{ \frac{1}{(T_{sp}p+1)(T_{1e}p+1)p} \right\}, \quad (1)$$

где Z – условное обозначение операции перехода от преобразований Лапласа к z -преобразованиям; I_{1q} – проекция тока статора, определяющая момент электродвигателя; N_{RT} – выходной сигнал регулятора тока.

Для нахождения $W_{01}(z)$ выражение в фигурных скобках формулы (1) необходимо разложить на сумму элементарных дробей:

$$\frac{1}{(T_{sp}p+1)(T_{1e}p+1)p} = \frac{A}{p} + \frac{B}{(T_{sp}p+1)} + \frac{C}{(T_{1e}p+1)}. \quad (2)$$

Неизвестные коэффициенты A , B и C можно определить, приведя правую часть (2) к общему знаменателю и приравняв числитель полученной дроби к 1. В результате получается выражение

$$(T_{sp}T_{1e}A + T_{1e}B + T_{sp}C)p^2 + [(T_{sp} + T_{1e})A + B + C]p + A = 1. \quad (3)$$

Из формулы (3) следует, что для обеспечения равенства необходимо выполнение условий: $A=1$ и

$$\left. \begin{aligned} T_{sp}T_{1e}A + T_{1e}B + T_{sp}C &= 0; \\ (T_{sp} + T_{1e})A + B + C &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Решение системы уравнений (4) позволяет найти коэффициенты B и C :

$$B = \frac{T_{sp}^2}{T_{1e} - T_{sp}}; \quad C = -\frac{T_{1e}^2}{T_{1e} - T_{sp}}.$$

Подставляя коэффициенты A , B и C формулу (2) и далее в (1), можно записать:

$$W_{01}(z) = \frac{k_{sp}(z-1)}{R_{1e}z} Z \left\{ \frac{1}{p} + \frac{T_{sp}^2}{T_{sp}p+1} - \frac{T_{1e}^2}{T_{1e}p+1} \right\}. \quad (5)$$

Пользуясь свойством линейности и таблицами z -преобразований [3], получим из (5) дискретную передаточную функцию $W_{01}(z)$:

$$W_{01}(z) = \frac{b_{01}z^2 + b_{11}z + b_{21}}{(z-d_1)(z-d_2)}, \quad (6)$$

$$\text{где } d_1 = e^{-\frac{T}{T_{sp}}}; \quad d_2 = e^{-\frac{T}{T_{1e}}}; \quad b_{01} = \frac{k_{sp}}{R_{1e}}(1 + T_{sp} - T_{1e});$$

$$b_{11} = \frac{k_{sp}}{R_{1e}}[d_1 + d_2 + T_{sp}(1 + d_2) - T_{1e}(1 - d_1)]; \quad b_{21} = \frac{k_{sp}}{R_{1e}}(d_1d_2 + d_2T_{sp} - d_1T_{1e}).$$

Для определения $W_{02}(z)$ необходимо прежде всего найти дискретную передаточную функцию $W_0(z)$, связывающую изображение $x(z)$ с $N_{RT}(z)$:

$$W_0(z) = \frac{k_{ou}(z-1)}{z} Z \left\{ \frac{1}{(T_{sp}p+1)(T_{1e}p+1)p^3} \right\}, \quad (7)$$

где

$$k_{ou} = \frac{3Z_p k_{sp} k_{im} L_0}{2J_{pr} R_{1e} L_2'}.$$

Разложим выражение в фигурных скобках (7) на элементарные дроби:

$$\frac{1}{(T_{sp}p+1)(T_{1e}p+1)p^3} = \frac{A_1}{p^3} + \frac{B_1}{p^2} + \frac{C_1}{p} + \frac{D_1}{(T_{sp}p+1)} + \frac{F_1}{(T_{1e}p+1)}. \quad (8)$$

Проводя с формулой (8) действия по тому же алгоритму, что и с выражением (2), найдем коэффициенты A_1 , B_1 , C_1 , D_1 и F_1 :

$$A_1 = 1; \quad B_1 = -(T_{sp} + T_{1e}); \quad C_1 = T_{sp}^2 + T_{sp}T_{1e} + T_{1e}^2; \quad D_1 = \frac{T_{sp}^4}{T_{1e} - T_{sp}}; \quad F_1 = -\frac{T_{1e}^4}{T_{1e} - T_{sp}}. \quad (9)$$

Подставляя A_1 , B_1 , C_1 , D_1 и F_1 в (8) и далее в (7), после несложных алгебраических преобразований получим

$$W_0(z) = \frac{x(z)}{N_{RT}(z)} = \frac{b_0z^3 + b_1z^2 + b_2z + b_3}{(z-1)^2(z-d_1)(z-d_2)}, \quad (10)$$

$$\text{где } b_0 = \frac{k_{ou} [B_2T_{1e}^3 - B_3T_{sp}^3 - 2(T_{1e}^2 - T_{sp}^2)T + (T_{1e} - T_{sp})T^2]}{2(T_{1e} - T_{sp})}; \quad B_2 = 2(1 - d_2); \quad B_3 = 2(1 - d_1);$$

$$b_1 = -\frac{k_{ou} [B_4T_{1e}^3 - B_5T_{sp}^3 - B_6(T_{1e}^2 - T_{sp}^2)T + B_7(T_{1e} - T_{sp})T^2]}{2(T_{1e} - T_{sp})}; \quad B_4 = 2(2 + d_1 - 2d_2 - d_1d_2);$$

$$B_5 = 2(2 - 2d_1 + d_2 - d_1d_2); B_6 = 2(1 + d_1 + d_2); B_7 = (d_1 + d_2 - 1);$$

$$b_2 = \frac{k_{ou} [B_8 T_{le}^3 - B_9 T_{sp}^3 - B_{10} (T_{le}^2 - T_{sp}^2) T - B_{11} (T_{le} - T_{sp}) T^2]}{2(T_{le} - T_{sp})}; B_8 = 2(1 + 2d_1 - d_2 - 2d_1d_2);$$

$$B_9 = 2(1 - d_1 + 2d_2 - 2d_1d_2); B_{10} = 2(d_1 + d_2 + d_1d_2); B_{11} = (d_1 + d_2 - d_1d_2);$$

$$b_3 = -\frac{k_{ou} [B_{12} T_{le}^3 - B_{13} T_{sp}^3 - B_{14} (T_{le}^2 - T_{sp}^2) T - B_{15} (T_{le} - T_{sp}) T^2]}{2(T_{le} - T_{sp})}; B_{12} = 2d_1(1 - d_2);$$

$$B_{13} = 2d_2(1 - d_1); B_{14} = 2d_1d_2; B_{15} = d_1d_2.$$

С учетом (10) дискретная передаточная функция $W_{02}(z)$ будет равна

$$W_{02}(z) = \frac{x(z)}{I_{1q}(z)} = \frac{W_0(z)}{W_{01}(z)} = \frac{b_{02}z^3 + b_{12}z^2 + b_{22}z + b_{32}}{z^4 + a_{12}z^3 + a_{22}z^2 + a_{32}z + a_{42}},$$

$$\text{где } a_{12} = -\left(2 - \frac{b_{11}}{b_{01}}\right); a_{22} = 1 + \frac{b_{21} - 2b_{11}}{b_{01}}; a_{32} = -\frac{2b_{21} - b_{11}}{b_{01}}; a_{42} = \frac{b_{21}}{b_{01}}.$$

После перехода к дискретным передаточным функциям правила преобразования структурных схем цифровых систем управления становятся аналогичными правилам, разработанным для непрерывных систем. Поэтому структурная схема, приведенная на рис. 2, позволяет найти дискретные передаточные функции отдельных замкнутых контуров и следящего электропривода в целом:

$$W_{zt}(z) = \frac{I_{1q}(z)}{N_{PD}(z)} = \frac{W_{RT}(z)W_{01}(z)}{1 + k_{ost}W_{RT}(z)W_{01}(z)};$$

$$W_{zp1}(z) = \frac{x(z)}{N_I(z)} = \frac{W_{PD}(z)W_{zt}(z)W_{02}(z)}{1 + k_{dp}W_{PD}(z)W_{zt}(z)W_{02}(z)};$$

$$W_{zp2}(z) = \frac{x(z)}{x_z(z)} = \frac{W_I(z)W_{zp1}(z)}{1 + k_{dp}W_I(z)W_{zp1}(z)}.$$

В случае, когда в контуре тока применен пропорционально-интегральный регулятор, дискретная передаточная функция замкнутого следящего электропривода с асинхронным исполнительным двигателем равна

$$W_{zp2}(z) = \frac{b_{05}z^7 + b_{15}z^6 + b_{25}z^5 + b_{35}z^4 + b_{45}z^3 + b_{55}z^2 + b_{65}z}{z^8 + a_{15}z^7 + a_{25}z^6 + a_{35}z^5 + a_{45}z^4 + a_{55}z^3 + a_{65}z^2 + a_{75}z + a_{85}}, \quad (11)$$

$$\text{где } b_{05} = k_I b_{04}; k_I = \frac{T}{T_I}; b_{15} = k_I b_{14}; b_{25} = k_I b_{24}; b_{35} = k_I b_{34}; b_{45} = k_I b_{44}; b_{55} = k_I b_{54};$$

$$b_{65} = k_I b_{64}; a_{15} = a_{14} - 1 + k_I k_{dp} b_{04}; a_{25} = a_{24} - a_{14} + k_I k_{dp} b_{14}; a_{35} = a_{34} - a_{24} + k_I k_{dp} b_{24};$$

$$a_{45} = a_{44} - a_{34} + k_I k_{dp} b_{34}; a_{55} = a_{54} - a_{44} + k_I k_{dp} b_{44}; a_{65} = a_{64} - a_{54} + k_I k_{dp} b_{54};$$

$$a_{75} = a_{74} - a_{64} + k_I k_{dp} b_{64}; a_{85} = -a_{74}; b_{04} = k_f b_{02} b_{03}; k_f = \frac{k_{PD}(T_{PD} + T)}{T} d_3 = \frac{T_{PD}}{T_{PD} + T};$$

$$\begin{aligned}
b_{14} &= k_f (b_{12}b_{03} + b_{02}b_{13} - d_3 b_{02}b_{03}); b_{24} = k_f [b_{22}b_{03} + b_{12}b_{13} - d_3 (b_{12}b_{03} + b_{02}b_{13})]; \\
b_{34} &= k_f [b_{32}b_{03} + b_{22}b_{13} + b_{12}b_{23} - d_3 (b_{22}b_{03} + b_{12}b_{13} + b_{02}b_{23})]; b_{64} = -d_3 b_{02}b_{03}; \\
b_{44} &= k_f [b_{32}b_{13} + b_{22}b_{23} - d_3 (b_{32}b_{03} + b_{22}b_{13} + b_{12}b_{23})]; b_{54} = k_f [b_{32}b_{23} - d_3 (b_{32}b_{13} + b_{22}b_{23})]; \\
a_{14} &= a_{12} + a_{13} + k_f b_{02}b_{03}; a_{24} = a_{22} + a_{12}a_{13} + a_{23} + k_f (b_{12}b_{03} + b_{02}b_{13} - d_3 b_{02}b_{03}); \\
a_{34} &= a_{32} + a_{22}a_{13} + a_{12}a_{23} + k_f [b_{22}b_{03} + b_{12}b_{13} + b_{02}b_{23} - d_3 (b_{12}b_{03} + b_{02}b_{13})]; \\
a_{44} &= a_{42} + a_{32}a_{13} + a_{22}a_{23} + k_f [b_{32}b_{03} + b_{22}b_{13} + b_{12}b_{23} - d_3 (b_{22}b_{03} + b_{12}b_{13} + b_{02}b_{23})]; \\
a_{54} &= a_{42}a_{13} + a_{32}a_{23} + k_f [b_{32}b_{13} + b_{22}b_{23} - d_3 (b_{32}b_{03} + b_{22}b_{13} + b_{12}b_{23})]; \\
a_{64} &= a_{42}a_{23} + k_f [b_{32}b_{23} - d_3 (b_{32}b_{13} + b_{22}b_{23})]; a_{74} = -k_f d_3 b_{32}b_{23}. \\
b_{03} &= \frac{(k_{RT}T_{RT} + T)b_{01}}{T_{RT} + (k_{RT}T_{RT} + T)k_{ost}b_{01}}; b_{13} = \frac{(k_{RT}T_{RT} + T)b_{11}}{T_{RT} + (k_{RT}T_{RT} + T)k_{ost}b_{01}}; \\
b_{23} &= \frac{(k_{RT}T_{RT} + T)b_{21}}{T_{RT} + (k_{RT}T_{RT} + T)k_{ost}b_{01}}; a_{13} = -\frac{(1 + d_1)T_{RT} - (k_{RT}T_{RT} + T)k_{ost}b_{11}}{T_{RT} + (k_{RT}T_{RT} + T)k_{ost}b_{01}}; \\
a_{23} &= \frac{d_1 T_{RT} - (k_{RT}T_{RT} + T)k_{ost}b_{21}}{T_{RT} + (k_{RT}T_{RT} + T)k_{ost}b_{01}}.
\end{aligned}$$

Формула (11) получена в предположении, что настройки регулятора тока выбраны из условий технического оптимума и с учетом обеспечения равенства

$$\frac{k_{RT}T_{RT}}{k_{RT}T_{RT} + T} = d_2.$$

Полученные математические выражения позволяют на этапе проектирования найти оптимальное значение периода дискретизации, обеспечивающее максимальное быстродействие, и сформулировать необходимые требования к вычислительному ядру (микроконтроллеру), на котором будет реализован следящий электропривод с асинхронным исполнительным двигателем.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Терехов В.М. Системы управления электроприводов: Учебник для студ. вузов / В.М. Терехов, О.И. Осипов; Под ред. В.М. Терехова. – М.: Академик, 2005. – 304 с.
2. Стариков А.В., Джабасова Д.Н. Следящий электропривод с асинхронным исполнительным двигателем // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2014. – № 5. – С. 72–75.
3. Микропроцессорные системы автоматического управления / В.А. Бесекерский, Н.Б. Ефимов, С.И. Зуатдинов и др.; Под общ. Ред. В.А. Бесекерского. – Л.: Машиностроение, 1988. – 365 с.
4. Simovert Masterdrives Motion Control: Compendium. – Germany: Siemens AG, 2006. – 1498 p.
5. Simovert Masterdrives Vector Control: Компендиум. – Siemens: издание AG, 2006. – 960 с.

Статья поступила в редакцию 21 марта 2016 г.

MATHEMATICAL MODEL OF THE DIGITAL SERVO DRIVE WITH THE ASYNCHRONOUS EXECUTIVE ENGINE

A.V. Starikov, D.N. Jabasova, D.Yu. Rokalo

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

In the paper the digital servo electric drive with the asynchronous executive engine the structural construction of which differs from traditional systems of the subordinated regulation is considered. The electric drive block diagram in passing to discrete transfer functions is given. Transfer functions of digital regulators taking into account the given algorithm of their work are defined. Transfer functions of the asynchronous electric motor together with the power converter and a zero order hold device are received. Discrete transfer function of the closed servo drive is found when in a current contour the proportional-integrated regulator is applied.

Keywords: *servo drive, asynchronous motor, discrete transfer function, zero order hold device.*

*Alexander V. Starikov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Darya N. Jabasova, Postgraduate Student.
Daniil Yu. Rokalo, Postgraduate Student.*