

УДК 681.5

## ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА В ЗАДАЧАХ С ДВУМЯ ТРЕБОВАНИЯМИ К КОНЕЧНОМУ ТЕМПЕРАТУРНОМУ СОСТОЯНИЮ ОБЪЕКТА

**Э.Я. Рапопорт, А.В. Капустина**

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: rapoport@samgtu.ru; alenakapustina@outlook.com

*Рассматривается задача оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева металлических полуфабрикатов перед операциями пластического формоизменения в условиях, предусматривающих как возможность передачи нагретых изделий к деформирующему оборудованию непосредственно после достижения требуемого конечного температурного состояния, так и необходимость перехода к промежуточной стадии его термостатирования в зависимости от реализуемого режима работы технологического комплекса «нагрев-обработка давлением». Предлагается постановка и метод решения соответствующей задачи оптимального быстродействия с двумя одновременно предъявляемыми требованиями к конечным температурным кондициям нагреваемых заготовок, отвечающим обоим заранее неизвестным вариантам организации режимов работы нагреваемой установки. Приводятся полученные результаты и их анализ для исследуемых моделей процесса индукционного нагрева.*

**Ключевые слова:** оптимальное управление, индукционный нагрев, альтернативный метод, термостатирование, ограничения на конечное состояние объекта.

В реальных производственных условиях наряду с требуемой точностью приближения управляемой величины объекта с распределенными параметрами к заданному эталону в конце оптимального процесса может потребоваться учет дополнительного ограничения на ошибку отклонения от желаемого стационарного состояния объекта при использовании последующей стадии его стабилизации [1]. Например, вполне возможны нарушения непрерывности производственного цикла в технологическом комплексе «нагрев-обработка давлением» (перерыв в работе деформирующего оборудования, отсутствие необходимости дальнейшего выпуска продукции технологического комплекса определенной номенклатуры в рассматриваемый момент времени, возникновение нештатных ситуаций и др.). В таких ситуациях возникает необходимость сохранения достигнутого в нагревательной установке температурного состояния в течение некоторого заранее неизвестного промежутка времени и обеспечения на протяжении указанного перерыва возможности последующей передачи заготовок для операций пластического деформирования в любой требуемый момент возобновления процесса работы комплекса.

---

*Эдгар Яковлевич Рапопорт (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Автоматика и управление в технических системах».*

*Алена Валерьевна Капустина, магистрант.*

### Постановка задачи оптимального управления

В качестве объекта управления в настоящей работе рассматривается технологический процесс индукционного нагрева металлического изделия цилиндрической формы перед обработкой давлением, описываемый одномерным неоднородным дифференциальным уравнением теплопроводности в частных производных параболического типа с краевыми условиями третьего рода [2, 3].

Температурное поле  $Q_1(x_1, x_2, t)$  заготовки цилиндрической формы в пренебрежении на стадии нагрева неравномерностью температурного распределения в осевом направлении  $x_2$  описывается в зависимости от радиальной координаты  $x_1$  и времени  $t$  в любой точке  $x_2$  решением  $Q_1(x_1, t)$  линейного одномерного неоднородного уравнения теплопроводности в относительных единицах следующего вида [2]:

$$\frac{\partial Q_1(x_1, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 Q_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} + \frac{1}{x_1} \frac{\partial Q_1(x_1, t)}{\partial x_1} + W(x_1)u_1(t), 0 < t < t^*, 0 < x_1 < 1; \quad (1)$$

$$Q_1(x_1, 0) = Q_0 = \text{const}, 0 \leq x_1 \leq 1; \quad (2)$$

$$\frac{\partial Q_1(0, t)}{\partial x_1} = 0; \frac{\partial Q_1(1, t)}{\partial x_1} + \beta Q_1(1, t) = 0. \quad (3)$$

Здесь  $W(x_1)$  – функция радиального распределения электромагнитных внутренних источников тепла;  $u_1(t)$  – суммарная удельная мощность внутреннего тепловыделения, рассматриваемая в качестве управляющего воздействия с ограничением:

$$0 \leq u_1(t) \leq 1, 0 < t \leq t^*; \quad (4)$$

коэффициент  $\beta = \text{const} > 0$  определяет уровень тепловых потерь в окружающую среду.

Функция распределения по радиусу источников тепла  $W(x_1)$  определяется выражением:

$$W(\xi, x_1) = \xi \frac{\text{ber}'^2(\xi x_1) + \text{bei}'^2(\xi x_1)}{\text{ber}\xi \text{ber}'\xi + \text{bei}\xi \text{bei}'\xi}, \quad (5)$$

где  $\text{ber}$ ,  $\text{bei}$ ,  $\text{ber}'$ ,  $\text{bei}'$  – функции Кельвина и их первые производные;  $\xi$  – характерный параметр:

$$\xi = \frac{R\sqrt{2}}{\delta}, \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}}. \quad (6)$$

Здесь  $R$  – радиус цилиндрической заготовки;  $\delta$  – глубина проникновения тока в металл;  $\omega$  – частота питающего тока;  $\sigma$  – электропроводность нагреваемого материала;  $\mu$  – абсолютная магнитная проницаемость.

Характерные требования технологии индукционного нагрева сводятся к обеспечению равномерного нагрева заготовок до заданной температуры  $Q_1^{**} = \text{const}$ .

К результирующему температурному полю оптимального процесса  $Q_1(x_1, t^*)$  в момент  $t = t^*$  окончания процесса нагрева, как правило, предъявляется требова-

ние равномерного приближения к желаемому конечному распределению температур с заданной точностью  $\varepsilon_1$  [2]:

$$\max_{x_1 \in [0,1]} |Q_1(x_1, t^*) - Q_1^{**}| \leq \varepsilon_1, \quad (7)$$

Пусть далее предусматривается возможность перехода к последующей стадии термостатирования достигнутого в процессе нагрева температурного состояния  $Q_1(x_1, t^*)$  в стационарном режиме работы нагревательной установки [1].

Температурное поле  $Q_1(x_1, x_2)$  на стадии термостатирования описывается в пренебрежении неравномерностью радиального распределения температур в зависимости от осевой координаты  $x_2$  по длине цилиндра в любой точке  $x_1$  по радиусу цилиндра решением линейного одномерного неоднородного уравнения стационарной теплопроводности в относительных единицах с краевыми условиями второго рода [1]:

$$\frac{d^2 Q_2(x_2)}{dx_2^2} + u_2(x_2) - g_0 = 0, \quad 0 \leq x_2 \leq 1, \quad (8)$$

$$\frac{dQ_2(0)}{dx_2} = u_0; \quad \frac{dQ_2(1)}{dx_2} = 0. \quad (9)$$

Здесь  $u_2(x_2)$  - распределенное по длине цилиндра управляющее воздействие по мощности нагрева в режиме термостатирования с ограничением:

$$0 \leq u_2(x_2) \leq u_{2\max}; \quad (10)$$

значения  $g_0, u_0 = \text{const} > 0$  определяют тепловые потери с боковой и торцевой поверхностей цилиндра соответственно.

Рассматриваемый объект (8)-(9) неуправляем относительно желаемого состояния  $Q_2^{**}(x_2) = Q_1^{**} = \text{const}$  [1], и в связи с этим возникает задача минимизации ошибки равномерного приближения  $Q_2(x_2)$  к  $Q_1^{**}$  путем выбора управления  $u_2(x_2)$  в (10) [1].

Как показано в [1], решение этой задачи зависит от числа интервалов постоянства оптимального по выбранному критерию управления  $u_2^*(x_2)$  кусочно-постоянной структуры, попеременно принимающего только свои предельно допустимые значения в (10). Далее рассматривается случай одноинтервального управления  $u_2(x_2) = u_{2\max}$ ,  $x_2 \in [0,1]$  с равномерно распределенной мощностью термостатирования по длине индуктора при наиболее просто реализуемой конструкции термостата, которому отвечает известное стационарное температурное состояние  $Q_2^{**}(x_2)$  с минимально возможным в классе таких управляющих воздействий отклонением от  $Q_1^{**}$  в равномерной метрике [1] (Рисунок 1):

$$Q_2^{**}(x_2) - Q_1^{**} = u_0 \left( x_2 - \frac{x_2^2}{2} - \frac{1}{4} \right). \quad (11)$$

В таком случае вместе с требованием (7), предусматривающим возможность передачи изделия на последующую обработку давлением непосредственно по окончанию процесса нагрева, требуется выполнить подобное (7) условие равномерного приближения  $Q_1(x_1, t^*)$  к  $Q_2^{**}(x_2)$  с требуемой точностью  $\varepsilon_1$  при необходимости перехода к режиму термостатирования:

$$\max_{x_1, x_2 \in [0,1]} |Q_1(x_1, t^*) - Q_2^{**}(x_2)| \leq \varepsilon_2. \quad (12)$$

В итоге может быть сформулирована следующая задача оптимального быстрогодействия. Необходимо определить стесненным ограничением (4) управляющее воздействие  $u_1^*(t)$ , которое переводит объект (1)-(3) из заданного начального состояния (2) в требуемое конечное согласно двум условиям (7), (12) за минимально возможное время  $t^* = t_{\min}^*$ .

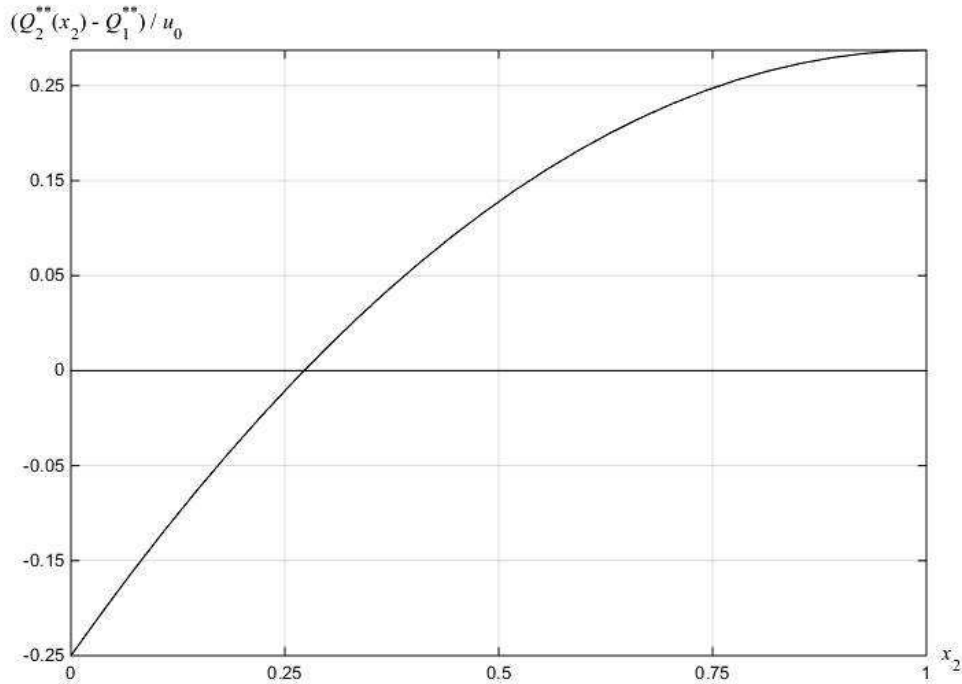


Рис. 1. Температурное распределение по длине цилиндра в режиме термостатирования

### Редукция к специальной задаче математического программирования

Стандартная процедура принципа максимума определяет оптимальное по быстродействию управление  $u_1^*(t)$  в форме релейной функции времени, попеременно принимающей только свои предельно допустимые значения согласно (4) заранее заданной с точностью до числа  $N$  и длительностей  $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ , интервалов своего постоянства [2-4]:

$$u_1^*(t) = \frac{1}{2} [1 + (-1)^{j+1}], \sum_{i=0}^{j-1} \Delta_i < t < \sum_{i=0}^j \Delta_i; j = \overline{1, N}; \Delta_0 = 0. \quad (13)$$

При равномерном начальном распределении температур  $Q_1(x_1, 0) = Q_0 = \text{const}$ , совпадающим с постоянной температурой окружающей среды, решение уравнений (1)-(3) модели объекта с управлением вида (13) в конечный момент времени  $t^*$  принимает следующий вид [2-4]:

$$Q(x_1, t^*) = Q(x_1, \Delta) = Q_0 + \sum_{m=1}^N (-1)^{m+1} \Lambda \left( x_1, \sum_{i=m}^N \Delta_i \right); \Delta = (\Delta_i), i = \overline{1, N}. \quad (14)$$

Здесь  $\Lambda \left( x_1, \sum_{i=m}^N \Delta_i \right)$  – определяемая известными выражениями температура в

точке  $x_1$  в момент времени  $t = \sum_{i=m}^N \Delta_i$  при  $Q_0 = 0$  и постоянной максимальной мощности нагрева, т.е. при управлении  $u_1(t) \equiv 1$ .

В таком случае в роли критерия оптимальности выступает сумма длительностей интервалов постоянства  $u_1^*(t)$ :

$$I(\Delta) = \sum_{i=1}^N \Delta_i \rightarrow \min_{\Delta} \quad (15)$$

а условия (7), (12) достижения заданных конечных температурных кондиций записываются в виде:

$$\Phi_1(\Delta) = \max_{x_1 \in [0,1]} |Q_1(x_1, \Delta) - Q_1^{**}| \leq \varepsilon_1; \quad (16)$$

$$\Phi_2(\Delta) = \max_{x_1, x_2 \in [0,1]} |Q_1(x_1, \Delta) - Q_2^{**}(x_2)| \leq \varepsilon_2, \quad (17)$$

где  $Q(x_1, \Delta)$  определяется по формуле (14).

В итоге проблема сводится к задаче математического программирования на минимум целевой функции (15)  $N$  переменных  $\Delta_i$  с заданным ограничением на множество допустимых значений  $\Delta_i$  в форме неравенств (16), (17).

Оптимальное управление, являющееся решением рассматриваемой задачи быстрогодействия, отличается от всех других  $N$ -интервальных управлений вполне определёнными длительностями  $\Delta_1^0, \Delta_2^0, \dots, \Delta_N^0$  интервалов постоянства, совокупность которых  $\Delta^0 = (\Delta_1^0, \Delta_2^0, \dots, \Delta_N^0)$  и является решением задачи математического программирования (15)-(17).

### Способ и пример решения задачи оптимального быстрогодействия по схеме альтернансного метода

На первом этапе сначала решается задача быстрогодействия (15), (16) с учетом одного ограничения (7) на конечное температурное состояние.

Согласно технологии альтернансного метода [2-4] решение задачи (15), (16) для типичного случая  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1\min}^{(2)}$ , где  $\varepsilon_{1\min}^{(2)}$  - минимально достижимая величина  $\varepsilon_1$  в классе управлений вида (13) с двумя интервалами постоянства, для которых следует принять  $N=2$  в (13) [2-4], сводится с учетом известных свойств температурных полей в оптимальном процессе индукционного нагрева [2, 3] к решению системы четырех уравнений в точках  $x_1$  максимума  $|Q_1(x_1, \Delta) - Q_1^{**}|$  в (16):

$$\begin{aligned} Q_1(x_{11}, \Delta^{[1]}) - Q_1^{**} &= -\varepsilon_{1\min}^{(2)}; \\ Q_1(x_{12}, \Delta^{[1]}) - Q_1^{**} &= \varepsilon_{1\min}^{(2)}; \\ Q_1(x_{13}, \Delta^{[1]}) - Q_1^{**} &= -\varepsilon_{1\min}^{(2)}; \\ \frac{\partial Q_1(x_{12}, \Delta^{[1]})}{\partial x_{12}} &= 0, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $x_{11}, x_{12}, x_{13} \in \{x_1 : 0 \leq x_1 \leq 1\}; x_{11} = 0; 0 \leq x_{12} < 1; x_{13} = 1; \Delta^{[1]} = (\Delta_1^{[1]}, \Delta_2^{[1]})$ ,  $\Delta^{[1]}$  - искомое решение задачи (15), (16).

Система решается стандартными численными методами с требуемой точностью с использованием выражений (14) относительно четырех неизвестных:  $\Delta_1^{[1]}, \Delta_2^{[1]}, \varepsilon_{1\min}^{(2)}$  и координаты  $x_{12}$  точки экстремума кривой температурного распределения.

Зависимость  $Q_1(x_1, \Delta^{[1]})$  от своих аргументов в (14) после подстановки известных выражений для  $\Lambda\left(x_1, \sum_{i=m}^N \Delta_i\right)$  выглядит следующим образом [3]:

$$Q_1(x_1, \Delta^{[1]}) = Q_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2W_n J_0(\mu_n x_1)}{(\mu_n^2 + \beta^2) J_0^2(\mu_n)} \left[ \sum_{j=1}^N (-1)^{j+1} \left( 1 - \exp\left(-\mu_n^2 \sum_{m=j}^N \Delta_m^{[1]}\right) \right) \right], \quad (19)$$

где при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1\min}^{(2)}$  следует принять  $N=2$ .

Здесь  $\mu_n^2 = \frac{a\eta_n^2}{R^2}$  - собственные числа;  $\eta_n, n=1,2,\dots$ , -бесконечно возрастающая последовательность корней уравнения:

$$\beta J_0(\eta) - \eta J_1(\eta) = 0; \quad (20)$$

$R$  - радиус цилиндра;  $W_n$  - моды функции (5):

$$W_n = \int_0^1 W(\xi, x_1) J_0(\mu_n x_1) x_1 dx_1; \quad (21)$$

$J_0(z)$  и  $J_1(z)$  - функции Бесселя нулевого и первого порядка соответственно.

Численное решение системы (18) производилось с учетом первых 20 членов бесконечного ряда (19).

В итоге, после перехода к абсолютным величинам по правилам перехода от относительных единиц согласно [2, 3], получим в соответствии (19) следующий окончательный вид формулы для расчета температурного поля  $Q_1(x_1, \Delta^{[1]})$ :

$$Q_1(x_1, \Delta^{[1]}) = \frac{P_{\max} R^2}{\lambda} \left\{ Q_0 + \sum_{n=1}^{20} \frac{2W_n J_0(\mu_n x_1)}{(\mu_n^2 + B i^2) J_0^2(\mu_n)} \left[ \sum_{j=1}^2 (-1)^{j+1} \left( 1 - \exp\left(-\mu_n^2 \sum_{m=j}^2 \Delta_m\right) \right) \right] \right\}. \quad (22)$$

Здесь  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности нагреваемого материала,  $P_{\max}$  - максимально допустимая величина объемной плотности мощности внутреннего тепловыделения при индукционном нагреве.

В итоге были получены следующие результаты решения системы уравнений (18) в программной среде MATLAB:

$$\Delta_1^{[1]} = 5879\text{с}; \Delta_2^{[1]} = 679\text{с}; \varepsilon_{1\min}^{(2)} = 52^\circ\text{C}; x_{12} = 0,184\text{ м}. \quad (23)$$

Кривая результирующего распределения температуры по радиусу цилиндра представлена на рис. 2.

На рис. 3 показано результирующее температурное поле по объему нагреваемого слитка с равномерным распределением по длине цилиндра в соответствии с пренебрежением температурным градиентом в осевом направлении в исходной

модели (1)-(3) процесса нагрева.

Если теперь, в соответствии с (17) для найденного решения  $\Delta^{[1]}$  выполняется непосредственно проверяемое с помощью выражения (22) условие:

$$\Phi_2(\Delta^{[1]}) = \max_{x_1, x_2 \in [0,1]} |Q_1(x_1, \Delta^{[1]}) - Q_2^{**}(x_2)| \leq \varepsilon_2, \quad (24)$$

для требуемой точности  $\varepsilon_2$  приближения результирующего температурного состояния нагреваемой заготовки к заданному распределению температур в режиме термостатирования, то  $\Delta^{[1]}$  является искомым решением  $\Delta^0$  задачи (15)-(17) с обоими ограничениями.

#### Исходные данные для процесса индукционного нагрева

Материал	Титановый сплав
Радиус заготовки R, м	0.27
Длина заготовки L, м	1.0
Начальная температура $Q_0$ , °C	30
Требуемая температура $Q_1^{**}$ , °C	1050
Частота питающего тока $\omega$ , Гц	50
Коэффициент $\beta$	0.7
Параметр $\xi$	4
Коэффициент теплопроводности титанового сплава $\lambda$ , Вт/(м·°C)	14

Если неравенство (24) не выполняется, необходимо перейти на следующем этапе к решению задачи (15), (17) с одним ограничением (17) применительно к ситуации с промежуточной стадией термостатирования температурного состояния нагреваемого слитка перед его передачей к деформирующему оборудованию. Подобно (18) такая задача при  $\varepsilon_2 = \varepsilon_{2\min}^{(2)}$ ,  $N=2$  сводится к решению по схеме альтернативного метода системы четырех уравнений:

$$\begin{aligned} Q_1(x_{11}, \Delta^{[2]}) - Q_2^{**}(x_{21}) &= -\varepsilon_{2\min}^{(2)}; \\ Q_1(x_{12}, \Delta^{[2]}) - Q_2^{**}(x_{22}) &= \varepsilon_{2\min}^{(2)}; \\ Q_1(x_{13}, \Delta^{[2]}) - Q_2^{**}(x_{23}) &= -\varepsilon_{2\min}^{(2)}; \\ \frac{\partial Q_1(x_{12}, \Delta^{[2]})}{\partial x_{12}} &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

с четырьмя неизвестными  $\Delta_1^{[2]}$ ,  $\Delta_1^{[2]}$ ,  $\varepsilon_{2\min}^{(2)}$  и  $x_{12}$ .



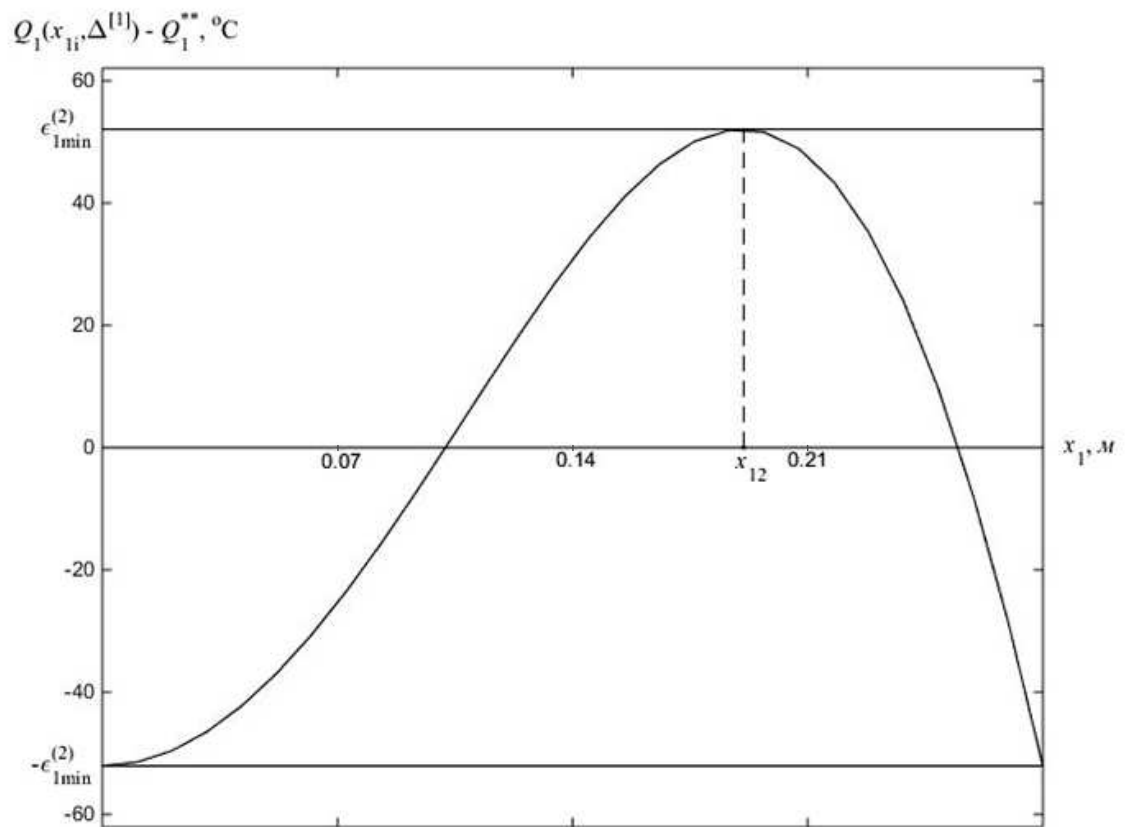


Рис. 2. Кривая результирующего распределения температуры по радиусу нагреваемой заготовки

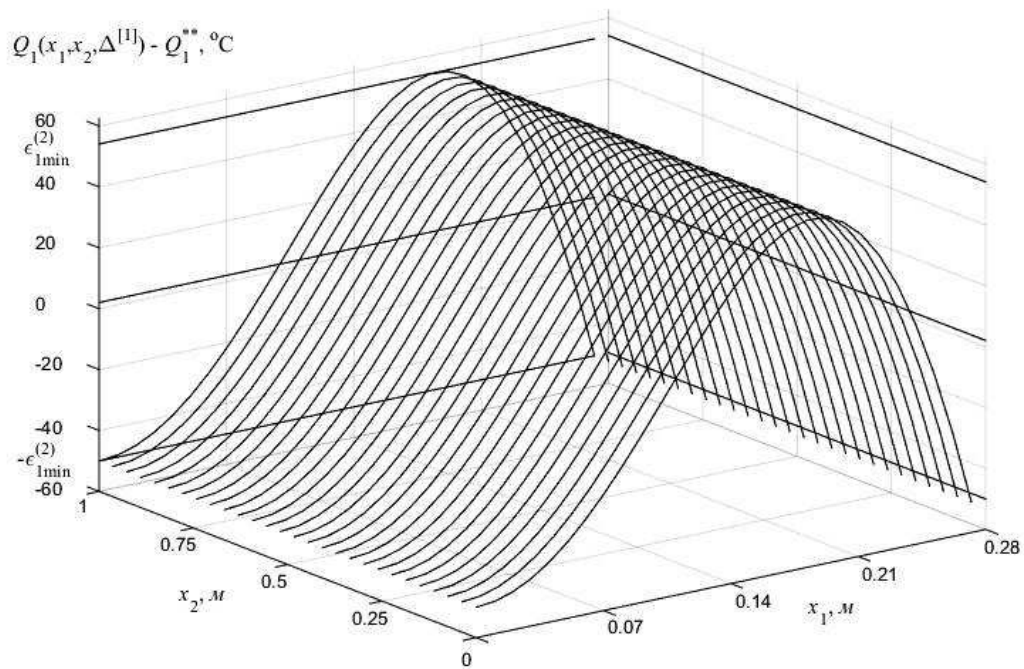


Рис.3. Результирующее пространственное распределение температуры по всему объему заготовки



Здесь  $\Delta^{[2]}$  - искомое решение задачи (15), (17);  $\varepsilon_{2\min}^{(2)}$  - минимально достижимая величина  $\varepsilon_2$  в (17) при  $N=2$ ;  $x_{21}, x_{22}, x_{23} \in \{x_2 : 0 \leq x_2 \leq 1\}$ ;  $x_{21} = 1; x_{22} = 0; x_{23} = 1$ , и радиальные координаты  $x_{11}, x_{12}, x_{13}$  не меняются по сравнению с их значениями в (18). Система (25) решалась аналогично (18) после перехода к абсолютным единицам с подстановкой выражений для  $Q_1$  вида (22) при  $u_0 = 0,02$  в (11).

В итоге получены следующие результаты:  $\Delta_1^{[2]} = \Delta_1^{[1]} = 5879c$ ;  $\Delta_2^{[2]} = \Delta_2^{[1]} = 679c$ ;  $\varepsilon_{2\min}^{(2)} = 192^\circ C$ ;  $x_{22} = 0,1841m$ , отличающиеся от (23) только величиной  $\varepsilon_{2\min}^{(2)} > \varepsilon_{1\min}^{(2)}$ .

Результирующее температурное поле по объему цилиндра, характеризующееся теперь уже одинаковым радиальным распределением температур по длине цилиндра в соответствии с моделью (8), (9) режима термостатирования, показано на рисунке 4.

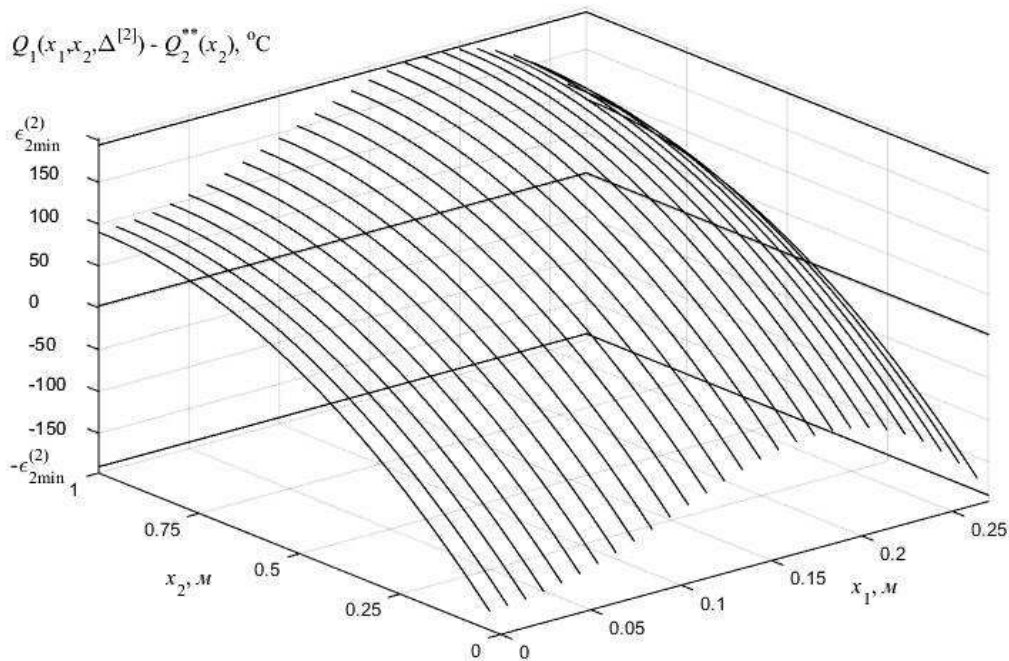


Рис. 4. Результирующее пространственное распределение температуры по всему объему заготовки в задаче (15), (17)

Таким образом, в данном случае при  $\Delta^{[2]} = \Delta^{[1]}$  оптимальные двухинтервальные управления в задачах (15), (16) и (15), (17) совпадают, обеспечивая при этом различную максимально возможную точность приближения к требуемым конечным температурным состояниям.

Такие результаты получаются из-за использования одинаковой формулы для вычисления температурного поля  $Q_1(x_1, \Delta^{(N)})$  и совпадения точек альтернанса в (25) на границах изменения радиальной и продольной координат по объему цилиндрической заготовки.

Из сказанного следует, что решением исходной задачи (15)-(17) с двумя ограничениями является  $\Delta^0 = \Delta^{[1]} = \Delta^{[2]}$ , если  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1\min}^{(2)}$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon_{2\min}^{(2)}$  в (16), (17).

При других заданных значениях  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  опять сначала следует решить по

схеме альтернансного метода подобно (18), (25) две различные задачи (15), (16) и (15), (17) с одним ограничением с последующей оценкой неравенств:

$$\Phi_2(\Delta^{[1]}) = \max_{x_1, x_2 \in [0,1]} |Q_1(x_1, \Delta^{[1]}) - Q_2^{**}(x_2)| \leq \varepsilon_2; \quad (26)$$

$$\Phi_1(\Delta^{[2]}) = \max_{x_1 \in [0,1]} |Q_1(x_1, \Delta^{[2]}) - Q^{**}| \leq \varepsilon_1. \quad (27)$$

При выполнении (26) или (27)  $\Delta^0 = \Delta^{[1]}$  или  $\Delta^0 = \Delta^{[2]}$  соответственно. Если оба неравенства нарушаются, следует перейти непосредственно к задаче (15)-(17) путем её преобразования к виду, содержащему единственное ограничение [5], с последующим решением по схеме альтернансного метода.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рапопорт Э.Я. Минимаксная оптимизация стационарных состояний в системах с распределенными параметрами // Изв. РАН. ТИСУ, 2013. №2. С. 3-18
2. Рапопорт Э.Я., Плишвицева Ю.Э. Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева – М.: Наука, 2012.
3. Рапопорт Э.Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла – М.: Metallurgiya, 1993. – 279 с.
4. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами – М.: Высшая школа, 2009.
5. Рапопорт Э.Я. Альтернансный метод в прикладных задачах оптимизации. – М.: Наука, 2000.

*Статья поступила в редакцию 30 сентября 2016 г.*

## OPTIMAL CONTROL OF INDUCTION HEATING PROCESSES WITH COMBINED REQUIREMENTS TO THE FINAL TEMPERATURE DISTRIBUTION OF THE OBJECT

*E. Ya. Rapoport, A. V. Kapustina*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*This paper presents the problem of optimal control of induction heating process of the metal billet to the next operation of pressure treatment in conditions involving both if the billet immediately after heating is sent to deforming equipment, and if the need to move to temperature stabilization stage, depending on the implemented mode "pressure-heat treatment" technology complex. Proposed formulation and the method of solution of the corresponding the problem of time-optimal control with two at the same time the requirements presented demands to the final temperature of heated billets condition responsible for both options in advance unknown organization modes induction heating installation. The results and their analysis for the investigated models of induction heating process are given.*

**Keywords:** *optimal control, induction heating process, alternance method, temperature stabilization stage, requirements to the final temperature distribution of the object.*

---

*Edgar Ya. Rapoport (Dr. Sci. (Techn.)), Professor  
Alena V. Kapustina, Postgraduate Student.*