

УДК 621.391

ЗНАКОВЫЙ МЕТОД ОБНАРУЖЕНИЯ И ОЦЕНКИ ИНФОРМАТИВНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ВНЕШНИХ АДДИТИВНЫХ ШУМОВ*

В.Н. Якимов¹, А.В. Машков¹, О.В. Горбачев²

¹Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

²АО «Право.ру»
Россия, 443013, г. Самара, Московское шоссе, 17

Рассмотрена задача обнаружения и различения информативных составляющих многокомпонентных сигналов на фоне внешних аддитивных шумов. Решение данной задачи основано на гармоническом анализе Фурье с использованием знакового аналого-стохастического квантования наблюдаемого сигнала. Разработанные алгоритмы гармонического анализа практически исключают необходимость выполнения операций умножения, что обеспечивают их высокую вычислительную эффективность. Для принятия решения об обнаружении гармонических составляющих используется критерий превышения порогового значения оценками амплитуд гармонических составляющих. Результаты экспериментальных исследований показывают, что разработанные алгоритмы позволяют эффективно устранять влияние аддитивного внешнего шума и получить высокое качество обнаружения и различения составляющих многокомпонентных полезных сигналов.

Ключевые слова: многокомпонентный сигнал, аддитивный шум, гармонический анализ, знаковое аналого-стохастическое квантование, знаковый сигнал.

Обнаружение информативных составляющих многокомпонентных сигналов на фоне естественных или искусственно созданных внешних шумов является классической задачей, с которой приходится сталкиваться в самых различных областях науки и техники. В процессе решения такой задачи информативные составляющие сигнала должны быть извлечены из аддитивной смеси с шумами, создаваемыми внешними источниками. Применение методов обнаружения, различения и оценивания информативных составляющих полезных сигналов играет существенную роль при передаче акустической информации, сигналов дистанционного управления в охранных и технических системах и т. п. Поэтому обнаружение и различение информативных составляющих непрерывных сигналов на фоне внешних шумов, препятствующих передаче, получению и обработке полезной информации, является актуальной задачей [1].

Под обнаружением сигнала понимают констатацию факта его наличия. В случае положительного ответа необходимо обеспечить выделение и восстановление его составляющих.

**Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-08-00269-А).*

Владимир Николаевич Якимов (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Информационные технологии».

Андрей Валерьевич Машков, старший преподаватель кафедры «Информационные технологии».

Олег Викторович Горбачев, специалист.

Современные методы анализа зашумленных непрерывных многокомпонентных сигналов основываются на статистических методах оценивания их частотно-временных характеристик. В частности, к таким методам относятся методы гармонического анализа, которые основаны на представлении сложных сигналов с помощью более простых гармонических функций.

Наиболее адекватной формой математического описания многокомпонентного сигнала является его представление в виде центрированного, т. е. не имеющего постоянной составляющей, ряда Фурье в базисе гармонических (фильтрующих) составляющих, кратных основной частоте:

$$\overset{o}{x}(t) = \sum_{k=1}^K (a_k \cos 2\pi k f_0 t + b_k \sin 2\pi k f_0 t), \quad (1)$$

где a_k и b_k – коэффициенты ряда Фурье; f_0 – основная частота.

Внешний по отношению к сигналу $\overset{o}{x}(t)$ шум $e(t)$ обычно интерпретируют как фоновый с непрерывным спектром, нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией σ_e^2 . Тогда с учетом (1) математическая модель полезного сигнала в смеси с аддитивным шумом будет иметь вид

$$\overset{o}{x}_e(t) = \overset{o}{x}(t) + e(t) = \sum_{k=1}^K (a_k \cos 2\pi k f_0 t + b_k \sin 2\pi k f_0 t) + e(t). \quad (2)$$

Модель (2) имеет нулевое математическое ожидание. Данное допущение основано на том, что постоянная составляющая всегда может быть удалена в результате выполнения предварительной операции центрирования. Отсутствие постоянной составляющей позволяет сосредоточить основное внимание на оценивании гармонических составляющих.

С инженерной точки зрения более рациональной формой представления гармонических составляющих является их запись в полярных координатах. В соответствии с этим модель (2) примет вид:

$$\overset{o}{x}_e(t) = \sum_{k=1}^K \alpha_k \cos(2\pi f_k t + \phi_k) + e(t); \quad (3)$$

$$f_k = k f_0, \quad \alpha_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \quad \phi_k = \arctg(-b_k/a_k). \quad (4)$$

Исходя из (2) – (4) подчеркнем, что гармонический анализ связан с получением на частотах $f_k = k f_0$ оценок \hat{a}_k и \hat{b}_k коэффициентов ряда Фурье и вычислением оценок $\hat{\alpha}_k$ амплитудного и $\hat{\phi}_k$ фазового спектров на фоне шума $e(t)$.

На практике широкое распространение получил цифровой гармонический анализ сигналов. Существующие цифровые алгоритмы гармонического анализа позволяют достаточно просто организовать обработку цифровых отсчетов анализируемого сигнала. Однако при малых значениях отношения сигнал/шум малое число разрядов может оказаться недостаточным для точного представления дискретных отсчетов сигналов в широкополосном шуме. При этом выбор числа уровней квантования может быть ограничен, а также может зависеть от разрешающей способности датчиков, регистрирующих сигналы. Кроме того, при равномерном шаге квантования помехозащищенность от шумов будет разной для

полезных сигналов с малой амплитудой и с большой. Относительная погрешность квантования для сильных сигналов будет меньше, в то время как для слабых сигналов она будет больше. В соответствии с этим следует использовать методы первичного преобразования сигналов, обеспечивающие рациональное соотношение между точностью цифрового представления и последующей простой обработки получаемых данных.

Для повышения эффективности обнаружения сигналов предлагается использовать знаковое аналого-стохастическое квантование. Данный вид квантования позволяет осуществлять предельно грубое двухуровневое (бинарное) квантование без систематической погрешности независимо от статистических свойств исследуемых сигналов [2–5]. По существу, такое квантование представляет собой нелинейную операцию двухуровневого преобразования, где в качестве порога квантования выступает равномерно распределенный случайный сигнал $\xi(t)$. В результате такого квантования получаем знаковый сигнал:

$$z(t) = \text{sgn} \{ x_e(t) + \xi(t) \}. \quad (5)$$

Оценки \hat{a}_k и \hat{b}_k на интервале времени $t_0 \leq t \leq t_0 + T$ будем искать в следующем виде [6, 7]:

$$\hat{a}_k = 2\xi_{\max} T^{-1} \int_{t_0}^{t_0+T} z(t) \cos(2\pi k f_0 t) dt; \quad (6)$$

$$\hat{b}_k = 2\xi_{\max} T^{-1} \int_{t_0}^{t_0+T} z(t) \sin(2\pi k f_0 t) dt, \quad (7)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots, K$, $\xi_{\max} = |\xi(t)|_{\max}$, $f_0 = 1/T$.

Величина $f_0 = 1/T$ определяет предельное разрешение по частоте дискретных гармонических составляющих.

Обозначим $t_0^z = t_0$ и $t_p^z = t_0 + T$. Будем считать, что $t_0 = 0$. Следовательно, будем иметь $t_p^z = T$. Пусть множество $\{t_i^z\}$, где $1 \leq i \leq p-1$, определяет моменты времени, в которые знаковый сигнал $z(t)$ на интервале $0 \leq t \leq t_p^z$ меняет свои текущие значения. Тогда (6) и (7) можно записать следующим образом:

$$\hat{a}_k = 2\xi_{\max} T^{-1} \sum_{i=0}^{p-1} \int_{t_i^z}^{t_{i+1}^z} z(t) \cos(2\pi k f_0 t) dt; \quad (8)$$

$$\hat{b}_k = 2\xi_{\max} T^{-1} \sum_{i=0}^{p-1} \int_{t_i^z}^{t_{i+1}^z} z(t) \sin(2\pi k f_0 t) dt. \quad (9)$$

Знаковый сигнал $z(t)$ принимает значения, равные -1 или $+1$, которые чередуются строго последовательно во времени и остаются постоянными в пределах интервалов времени $t_i^z \leq t \leq t_{i+1}^z$. Поэтому достаточно знать только одно его

начальное значение $z(t_0)$. Принимая это во внимание, интегралы в (8) и (9) можно проинтегрировать аналитически, и оценки \hat{a}_k и \hat{b}_k примут вид:

$$\hat{a}_k = 2\xi_{\max}(k\pi)^{-1} z(t_0) \sum_{i=1}^{p-1} (-1)^{i-1} \sin(2\pi k f_0 t_i^z); \quad (10)$$

$$\hat{b}_k = \xi_{\max}(k\pi)^{-1} z(t_0) \sum_{i=0}^p (-1)^i \lambda(i) \cos(2\pi k f_0 t_i^z); \quad (11)$$

$$\lambda(i) = \begin{cases} 1, & i = 0, i = p; \\ 2, & 1 \leq i \leq p-1. \end{cases} \quad (12)$$

В (10) и (11) перейдем к числовым значениям моментов времени $\{t_i^z\}$. Тогда $t_i^z = \eta_i^z \Delta t$, где Δt – период счетных импульсов и $i = 1, 2, 3, \dots, p-1$. При этом $t_0^z = \eta_0^z \Delta t$ и $t_p^z = T = N \Delta t$. В соответствии с этим для непрерывного интервала времени $t_0^z \leq t \leq t_p^z$ будет иметь место его дискретный аналог $\eta_0^z \Delta t \leq n \Delta t \leq \eta_p^z \Delta t$, или просто $\eta_0^z \leq n \leq \eta_p^z$. Кроме того, если $t_0 = 0$, то соответственно $\eta_0^z = 0$ и $\eta_p^z = N$.

Подставим в (10) и (11) числовые значения моментов времени $\{t_i^z\}$ и получим следующие соотношения для оценок коэффициентов ряда Фурье:

$$\hat{a}_k = 2\xi_{\max}(k\pi)^{-1} z(t_0) \sum_{i=1}^{p-1} (-1)^{i-1} \sin(2\pi k N^{-1} \eta_i^z); \quad (13)$$

$$\hat{b}_k = \xi_{\max}(k\pi)^{-1} z(t_0) \sum_{i=0}^p (-1)^i \lambda(i) \cos(2\pi k N^{-1} \eta_i^z). \quad (14)$$

Как следует из (13) и (14), вычисление оценок \hat{a}_k и \hat{b}_k свелось к выполнению простейших арифметических операций суммирования и вычитания дискретных значений фильтрующих функций $\sin(2\pi k N^{-1} \eta_i^z)$ и $\cos(2\pi k N^{-1} \eta_i^z)$, вычисленных в моменты времени, когда результат знакового аналого-стохастического квантования $z(t)$ меняет свой знак на противоположенный в пределах интервала времени анализа $t_0^z \leq t \leq t_p^z$. Таким образом, практическая реализация соотношений (13) и (14) не требует осуществления многочисленных операций цифрового умножения многоразрядных отсчетов в отличие от классического гармонического анализа Фурье, что обеспечивает вычислительную эффективность получения оценок \hat{a}_k и \hat{b}_k .

Для принятия решения об обнаружении гармонических составляющих используется критерий превышения порогового значения оценками амплитуд гармонических составляющих. Согласно этому критерию устанавливается уровень значимости ε_0 гармонических составляющих при условии, что вероятность лож-

ного обнаружения не превышает заданного значения. Если $\hat{\alpha}_k < \varepsilon_0$, то считается, что гармоническая составляющая с частотой $2\pi k/N$ не является значимой, и ее амплитуда принимается равной нулю.

На основе (13) и (14) был разработан цифровой алгоритм обнаружения сигналов на фоне внешних аддитивных широкополосных шумов. Апробация данного алгоритма проводилась с использованием имитационного моделирования аналого-стохастического квантования и специально разработанного Windows-приложения в среде MS Visual Studio 2010.

В процессе формирования модели (3) гармонические составляющие генерировались с нормированными частотами $0 < f_k^H < 0,5$. При этом их амплитуды удовлетворяли условию $\alpha_k \leq 1$, а начальные фазы φ_k задавались генератором равномерно распределенных величин от $-\pi$ до $+\pi$. Аддитивный шум $e(t)$ представлял собой белый шум с нулевым математическим ожиданием и $\sigma_e^2 = 1$.

В частности, модель (3) содержала девять гармонических составляющих, нормированные частоты которых имели значения в пределах от 0,22 до 0,28 с постоянным шагом $\Delta f_n = 0,0075$. На рис. 1 представлены параметры α_k и φ_k этих составляющих, а на рис. 2 – результаты вычисления их оценок $\hat{\alpha}_k$ и $\hat{\varphi}_k$, полученные с разрешением 0,0001 единиц нормированной частоты. Ниже в таблице приведены значения отношений сигнал/шум α_k/σ_e для каждой гармонической составляющей, а также значения относительных погрешностей δ_α и δ_φ для оценок $\hat{\alpha}_k$ и $\hat{\varphi}_k$. На рис. 3 представлены результаты экспериментальных исследований для данного набора гармонических составляющих в графическом виде. Показаны полезный сигнал $x(t)$, сигнал $x_e(t)$, восстановленный сигнал $x_b(t)$ и нормированная оценка спектра амплитуд $\hat{\alpha}_k$.

№	Амплитуда	Частота	Фаза	Тип
1	0,1	0,22	1,41956537308...	sin
2	0,325	0,2275	-0,8605631858...	sin
3	0,55	0,235	2,901545980742	sin
4	0,775	0,2425	0,69460532327...	sin
5	1	0,25	0,79088545391...	sin
6	0,775	0,2575	2,78451148982...	sin
7	0,55	0,265	-3,0549404725...	sin
8	0,325	0,2725	-1,4654165084...	sin
9	0,1	0,28	1,56641234386...	sin

Просмотр

Нижний предел: 0 Верхний предел: 170 Шаг: 0,05

Просмотр

Рис. 1. Параметры гармонических составляющих

Анализ		Восстановление сигнала	
Уровень значимости		0,05	
Восстановить			
Амплитуда	Частота	Фаза	Тип
0,0993885777356433	0,220000	1,42383113345279	SIN
0,32628918839479	0,227500	-0,863120165511292	SIN
0,549946345663378	0,235000	2,90310533530298	SIN
0,777900370868208	0,242500	0,69290254108059	SIN
0,999674651461284	0,250000	0,790212058327324	SIN
0,774854095650938	0,257500	2,78368900463859	SIN
0,549792745681727	0,265000	-3,06282052700387	SIN
0,323678549761904	0,272500	-1,46579714479337	SIN
0,100756971224446	0,280000	1,51807007379142	SIN
Нижний предел		Верхний предел	
0		170	
		Шаг	
		0,05	
Просмотреть			

Рис. 2. Результаты оценивания параметров гармонических составляющих

Значения отношений α_k/σ_e и относительных погрешностей δ_α и δ_φ

k	α_k/σ_e , дБ	δ_α , %	δ_φ , %
1	-20,00	-0,61	0,30
2	-9,76	0,40	0,30
3	-5,19	-0,01	0,05
4	-2,21	0,37	-0,25
5	0,00	-0,03	-0,09
6	-2,21	-0,02	-0,03
7	-5,19	-0,04	0,26
8	-9,76	-0,41	0,02
9	-20,00	0,76	-2,09

Представленные результаты экспериментальных исследований показывают, что положение оценок всех гармонических составляющих в полученном спектре амплитуд соответствует исходным данным. Ложных линий в спектре нет, спектральные линии четко различимы и не маскируют друг друга. Практически все оценки $\hat{\alpha}_k$ и $\hat{\varphi}_k$ получены с относительными погрешностями, не превышающими одного процента. Это говорит о высоком качестве их вычисления в статистическом смысле. Потеря информации незначительна. Сравнение полезного и восстановленного сигналов позволяет сделать вывод, что они практически идентичны. Таким образом, благодаря использованию знакового аналого-стохастического квантования можно достаточно эффективно обеспечить устранение влияния аддитивного внешнего шума и получить высокое качество восстановления непрерывных многокомпонентных полезных сигналов.

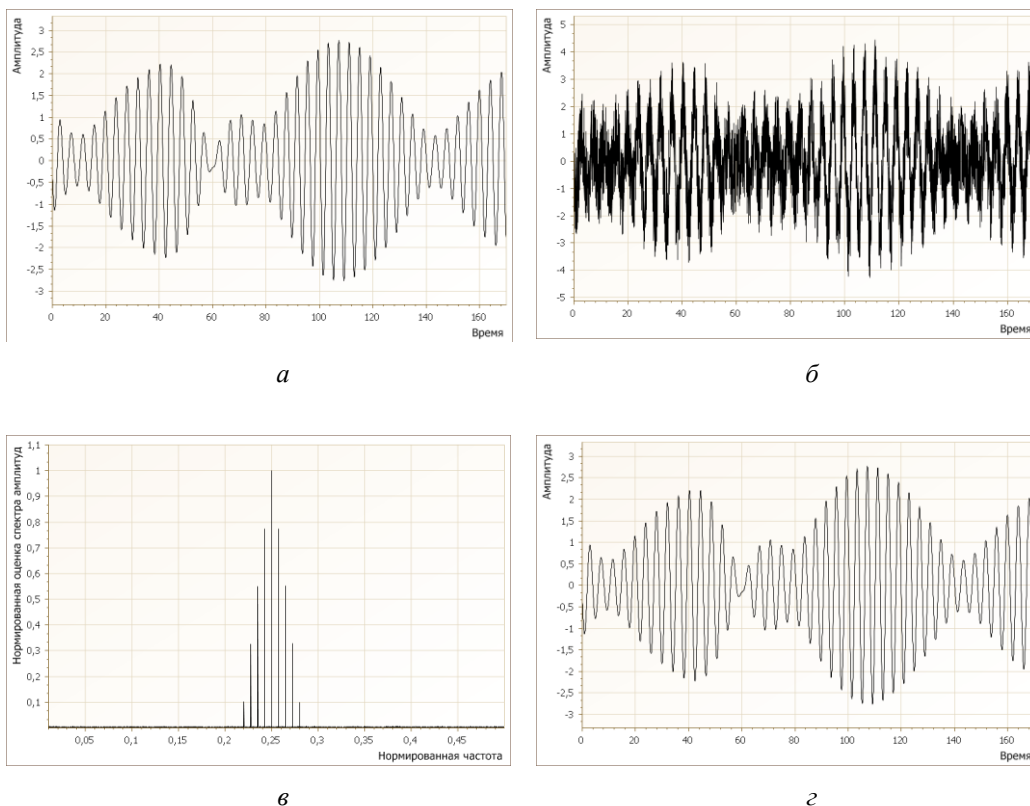


Рис. 3. Графическое представление результатов экспериментальных исследований:

a – полезный сигнал $x(t)$; b – сигнал $x_e(t)$;

$в$ – нормированный спектр амплитуд $\hat{\alpha}_k$; $г$ – восстановленный сигнал $x_B(t)$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Белецкий Ю.С.* Методы и алгоритмы контрастного обнаружения сигналов на фоне помех с априори неизвестными характеристиками. – М.: Радиотехника, 2011. – 436 с.
2. *Богданович В.А., Вострецов А.Г.* Теория устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов. – М.: Физматлит, 2004. – 320 с.
3. *Макс Ж.* Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. – Т. 1. – М.: Мир, 1983. – 312 с.
4. *Мирский Г.Я.* Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. – М.: Энергоиздат, 1982. – 320 с.
5. *Якимов В.Н.* Математическое представление потоков дискретного знакового преобразования непрерывных сигналов // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2000. – Вып. 8. – С. 190-192.
6. *Якимов В.Н.* Цифровой гармонический анализ многокомпонентных случайных процессов // Измерительная техника. – 2006. – № 4. – С. 22-26.
7. *Yakimov V.N.* Digital harmonic analysis of multicomponent random processes // Measurement Techniques, Publisher: Springer New York, Vol. 49, № 4, pp. 341-347.

Статья поступила в редакцию 6 февраля 2017 г.

THE SIGN METHOD OF DETECTION AND ESTIMATION OF INFORMATIVE UNITS OF MULTICOMPONENT SIGNALS IN THE PRESENCE OF EXTERNAL ADDITIVE NOISE

V.N. Yakimov¹, A.V. Mashkov¹, O.V. Gorbachev²

¹Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

²Pravo.RU Ltd.
17, Moskovskoe sh., Samara, 443013, Russian Federation

In the paper problem of detecting and distinguishing the informative units of multicomponent signals in the presence of external additive noise is discussed. The solution of this problem is based on harmonic analysis Fourier series using the sign-function analog-stochastic quantization of the investigated signal. The developed harmonic analysis algorithms practically eliminate the need of performing multiplication operations, which ensures their high computational efficiency. For the decision of detecting harmonic components, the criterion for exceeding the threshold value by estimating the amplitudes of the harmonic components is used. The results of experimental studies show that the developed algorithms allow to eliminate effectively the influence of additive external noise and to obtain a high quality of detecting and distinguishing the components of multicomponent useful signals.

Keywords: *multicomponent signal, additive noise, harmonic analysis, sign analog-stochastic quantization, sign signal.*

Vladimir N. Yakimov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Andrey V. Mashkov, Senior Lecture.
Oleg V. Gorbachev, Speshialist.