

## Электротехника

УДК 621.316.9:683.06

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ СЕТЕЙ ПРИ НЕСИММЕТРИИ ИХ ПАРАМЕТРОВ И НАГРУЗОК

*Н.С. Бурянина<sup>1</sup>, Ю.Ф. Королюк<sup>2</sup>, Е.В. Лесных<sup>3</sup>, Р.О. Гоголев<sup>1</sup>, К.В. Суслов<sup>4</sup>*

<sup>1</sup>Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова  
Россия, 677000, г. Якутск, ул. Белинского, 58

<sup>2</sup>Чукотский филиал Северо-Восточного федерального университета имени М.К. Аммосова  
Россия, 689000, г. Анадырь, ул. Студенческая, 3

<sup>3</sup>Сибирский государственный университет путей сообщения  
Россия, 630049, г. Новосибирск, ул. Д. Ковальчук, 191

<sup>4</sup>Иркутский национальный исследовательский технический университет  
Россия, 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83

*Для анализа установившегося режима несимметричной сети с пассивными параметрами, наличием коммутаций и нагрузками, отличающимися по фазам, предлагается методика математического моделирования, алгоритм и комплекс программного обеспечения. Последний построен по модульному принципу с помощью системы Mathcad. Набор его модулей сформирован по реальному составу типовых элементов сети. Описание каждого из них в виде отдельной процедуры является конкретным фрагментом общей математической модели сети. Вместе они представляют собой систему программных блоков, позволяющую по желанию пользователя скомпоновать вычислительный комплекс с широким спектром направлений анализа несимметричных режимов, таких как короткие замыкания и разрывы фаз, возникающие как локально, так и в различных комбинациях. В качестве физико-математической основы используется метод узловых напряжений. Представлены результаты работы программного комплекса в виде документов, ориентированных на потребности пользователя, в которых отражены параметры элементов сети и их режимов в фазных и симметричных составляющих.*

**Ключевые слова:** электроэнергетические системы, несимметричные режимы, моделирование режимов, параметры электрических систем, математические модели, фазные координаты, симметричные составляющие, короткие замыкания, разрывы фаз, итерационный метод расчета режимов, метод узловых напряжений.

---

*Надежда Сергеевна Бурянина (д.т.н., проф.), зав. кафедрой «Электроснабжение».*  
*Юрий Федорович Королюк (к.т.н., проф.), и.о. зав. кафедрой «Общие дисциплины».*  
*Елена Владимировна Лесных (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электротехника, диагностика и сертификация».*  
*Роман Олегович Гоголев, аспирант.*  
*Константин Витальевич Суслов (к.т.н., доц.), профессор кафедры «Электроснабжение и электротехника».*

## **Введение**

При эксплуатации электроэнергетических систем возникают несимметричные режимы, связанные с короткими замыканиями и разрывами фаз. Как правило, расчеты таких режимов производятся при задании параметров сетей и нагрузок в симметричных составляющих. Если же электрическая сеть содержит неравные по фазам нагрузки, нетранспонированные линии электропередачи, режимы которых необходимо исследовать, применение метода симметричных составляющих становится затруднительным. В этом случае предпочтительнее выполнять расчеты режимов в фазных координатах. Развитию метода фазных координат способствовало появление электронных вычислительных машин, способных обрабатывать большие массивы информации. Анализ несимметричных режимов в фазных координатах начиная с 60-х годов прошлого столетия проводится активно как в СССР, так и за рубежом. Метод фазных координат применялся для разработки рекомендаций по построению релейной защиты [1–3], неполнофазных режимов дальних электропередач [4–6]. Цикл работ по выявлению особенностей работы тяговых сетей выполнен в Иркутском университете. В [7] обобщены разработанные методики анализа совместной работы энергосистемы и тяговых сетей.

Целью и задачей данного исследования является алгоритмизация анализа режимов сети с несимметричным заданием ее параметров по фазам, включая коммутации и нагрузки.

Для решения данной задачи предлагается рассмотреть некоторую электрическую систему, содержащую несколько элементов с неравными по фазам параметрами. Такими элементами могут быть короткие замыкания, разрывы фаз, неравные по фазам нагрузки, и др.

## **Методика построения модели и организации расчета**

Основным положением в данной работе является построение системы типовых элементов схемы замещения сети, описание которых служит основой для формирования для каждого из них конкретных фрагментов математической модели с помощью отдельных процедур. Поэтому в качестве программного инструмента используется система Mathcad, которая позволяет создавать программное обеспечение по модульному принципу.

Результатом работы процедуры являются вычисленные параметры элемента, которые включаются в матрицу проводимостей как математическую модель всей сети. Например, в исследуемой сети  $n$  трансформаторов. Включение в матрицу проводимостей сети параметров  $n$  трансформаторов осуществляется обращением  $n$  раз к одной процедуре, формирующей параметры модели конкретного трансформатора по его паспортным данным. Количество типовых элементов сети ограничено, и объем информационного ресурса пользователя определяется только количеством обращений к процедурам. А поскольку параметры сети для расчетов некоторых задач одинаковы, используя одни и те же процедуры, можно рассчитывать разные режимы сети, нормальные режимы сложно-замкнутых сетей с равными и неравными по фазам параметрами, как нагрузками, так и разрывами отдельных фаз, короткими замыканиями и др.

Предлагаемое программное решение позволяет рассчитывать на основе метода узловых напряжений режимы схем с количеством узлов ориентировочно до 300–400.

Основой построения математической модели является каноническая форма метода узловых напряжений:

$$|I| = |Y| \cdot |U|, \quad (1)$$

где  $|I|, |U|$  – матрицы-векторы комплексных напряжений в узлах и токов нагрузок схемы рассчитываемой сети;

$|Y|$  – квадратная матрица узловых комплексных проводимостей схемы.

Основным информационным элементом предложенной математической модели является трехфазный узел [8]. В исходных данных элемент схемы замещения задается или как включенный в узел (нагрузка, короткое замыкание), или между двумя узлами (линия, двухобмоточный трансформатор, разрывы фаз), или между тремя узлами (трехобмоточный трансформатор, автотрансформатор). Например, элемент включен между узлами  $m$  и  $n$ . Фактически в программе параметры элемента вводятся между узлами:  $3m, 3m+1, 3m+2$  с одной стороны и  $3n, 3n+1, 3n+2$  с другой стороны.

Для отдельного элемента схемы замещения, включенного между узлами  $m$  и  $n$ , уравнение (1) записывается как

$$I_m = Y_{mm} \cdot U_m + Y_{mn} \cdot U_n, \quad (2)$$

где  $Y_{mm}, Y_{mn}$  – собственные и взаимные проводимости трехфазного двухузлового четырехполюсника.

Так как большинство элементов рассчитываемой сети принимаются пофазно симметричными (линии электропередачи выполняются с полным циклом транспозиции, сопротивления, и коэффициенты трансформации трансформаторов одинаковы у всех фаз), целесообразно их параметры задавать в симметричных составляющих, метод расчета в которых разработан С.Л. Фортестью [9] и получил развитие в работах К.Ф. Вагнера, Р.Д. Эванса [10].

Перевод параметров элементов из симметричных составляющих в фазные производится с помощью матрицы  $s$ :

$$s = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix},$$

где  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ .

Параметры линии рассчитываются через гиперболические функции в прямой и нулевой последовательностях.

Коэффициенты  $A_i, B_i$  и  $C_i$  в симметричных составляющих равны (индекс  $i$  определяет принадлежность параметра соответствующей последовательности):

$$A_i = ch(\gamma_i \cdot L), \quad B_i = Z_{C_i} \cdot sh(\gamma_i \cdot L), \quad C_i = \frac{sh(\gamma_i \cdot L)}{Z_{C_i}},$$

где  $\gamma_i = \sqrt{Z_{0i} \cdot Y_{0i}}$  – постоянная распространения;

$Z_{C_i} = \sqrt{\frac{Z_{0i}}{Y_{0i}}}$  – волновое сопротивление линии.

Матрицы  $A, B, C$  в фазных координатах получаются как

$$\begin{aligned}
 A &= s \cdot \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_0 \end{bmatrix} \cdot s^{-1} \\
 B &= s \cdot \begin{bmatrix} B_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & B_0 \end{bmatrix} \cdot s^{-1} \\
 C &= s \cdot \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_0 \end{bmatrix} \cdot s^{-1}
 \end{aligned} \tag{3}$$

С помощью матриц  $A, B, C$  определяются матрицы проводимостей (2):

$$Y_{mn} = A \cdot B^{-1} Y_{nm} = C - A \cdot B^{-1} \cdot A; \quad Y_{nn} = B^{-1} Y_{nn} = B^{-1} \cdot A. \tag{4}$$

Двухобмоточный трансформатор замещается П-образной схемой (рис. 1) [8, 11, 12], позволяющей получать реальные (не приведенные к одной ступени напряжения) параметры режима.

Собственные и взаимные проводимости двухобмоточного трансформатора со схемой соединения обмоток  $Y/\Delta$  в прямой и обратной последовательностях со стороны звезды равны

$$Y'_{nn} = \frac{k_t}{z}; \quad Y'_{mm} = \frac{1}{z} + Y_{xx}; \quad Y'_{mn} = \frac{k_t^2}{z}, \tag{5}$$

где  $k_t$  – коэффициент трансформации.

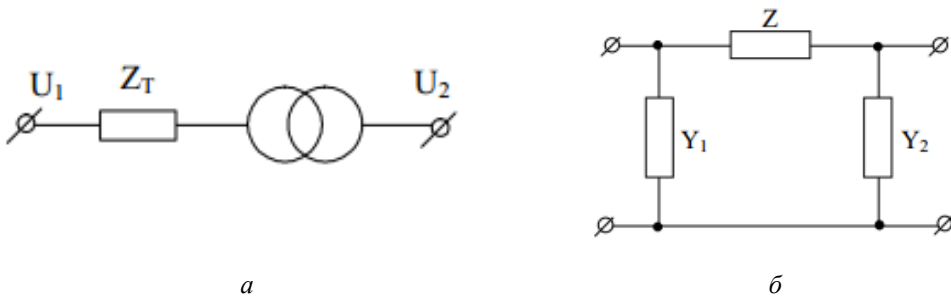


Рис. 1. Схемы замещения трансформатора:  $a$  – исходная;  $b$  – П-образная

В схеме нулевой последовательности проводимость  $Y'_{nn} = \frac{1}{z} + Y_{xx}$ , если нейтраль заземлена, и  $Y''_{nn} = 0$ , если нейтраль разземлена.

Параметры трансформаторов определяются из паспортных данных:

$$k_{TP} = \frac{U_{BH}}{U_{HH}}; \quad Z_{TP} = \frac{U_K \%}{100} \cdot \frac{U_1}{S_H}; \quad R_{TP} = \Delta P_K \cdot \frac{U_1^2}{S_H}; \quad X_{TP} = \sqrt{Z_{TP}^2 - R_{TP}^2};$$

$$Y_{XX} = \frac{I_{XX} \%}{100} \cdot \frac{S_H}{U_{BH}^2}; \quad g_{XX} = \frac{\Delta P_{XX}}{U_{BH}^2}; \quad b_{XX} = \sqrt{Y_{XX}^2 - g_{XX}^2},$$

где  $k_{TP}$  – коэффициент трансформации трансформатора;  
 $U_{BH}$  – высшее напряжение;  
 $U_{HH}$  – низшее напряжение;  
 $Z_{TP}$  – сопротивление трансформатора, приведенное к напряжению  $U_1$ ;  
 $S_H$  – номинальная мощность трансформатора;  
 $U_K \%$  – напряжение короткого замыкания;  
 $\Delta P_K$  – потери короткого замыкания;  
 $\Delta P_{XX}$  – потери холостого хода;  
 $R_{TP}$  – активное сопротивление схемы замещения;  
 $X_{TP}$  – индуктивное сопротивление схемы замещения;  
 $Y_{XX}$  – потери холостого хода;  
 $g_{XX}$  – активная проводимость схемы замещения;  
 $b_{XX}$  – реактивная проводимость схемы замещения.

Если при анализе нормальных режимов схем с равными по фазам параметрами схема соединения обмоток трансформаторов на расчет не влияет, равно как и режим заземления нейтралей, то это существенно при расчете несимметричных режимов. Токи и напряжения прямой последовательности, с одной стороны, и токи и напряжения обратной последовательности, с другой стороны, в общем случае трансформируются по-разному. При одиннадцатой группе соединения обмоток токи и напряжения прямой последовательности на стороне треугольника опережают на угол  $\pi/6$  токи и напряжения на стороне звезды, а те же параметры обратной последовательности, соответственно, отстают на угол  $\pi/6$ . Для наиболее распространенной, одиннадцатой группы учет этого явления предлагается учесть матрицей  $M_p$  поворота фазных параметров трансформатора:

$$M_p = s \cdot \begin{bmatrix} e^{-\frac{2\pi j}{12}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{2\pi j}{12}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot s^{-1}. \quad (6)$$

Перевод матриц, заданных в симметричных составляющих, в фазные координаты осуществляется в виде:

$$\begin{aligned}
 Y_{mm} &= s \cdot \begin{bmatrix} Y'_{mm} & 0 & 0 \\ 0 & Y'_{mm} & 0 \\ 0 & 0 & Y''_{mm} \end{bmatrix} \cdot s^{-1}; & Y_{m1} &= s \cdot \begin{bmatrix} Y'_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & Y'_{m1} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-6} \end{bmatrix} \cdot s^{-1}; \\
 Y_{m2} &= M_p \cdot s \cdot \begin{bmatrix} Y'_{m2} & 0 & 0 \\ 0 & Y'_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot s^{-1}; & Y_{m3} &= s \cdot \begin{bmatrix} Y'_{m3} & 0 & 0 \\ 0 & Y'_{m3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot s^{-1} \cdot M_p.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

Трехобмоточный трансформатор (рис. 2, а) можно представить трехлучевой схемой из сопротивлений, приведенных к высшему напряжению, и проводимости, учитывающей потери холостого хода (рис. 2, б). В свою очередь, схему рис. 2, б можно представить состоящей из одного сопротивления, замещающего обмотку высшего напряжения, и двух двухобмоточных трансформаторов между высшим напряжением и двумя: средним и низшим (рис. 2, в). Окончательная схема изображена на рис. 2 г. Аналогично формируется схема замещения автотрансформаторов и трансформаторов с расщепленными обмотками.

В литературе [11, 12], а также в целом ряде учебников при определении сопротивлений ветвей схемы замещения трансформаторов сначала предлагается вычислять напряжения короткого замыкания обмоток трехлучевой схемы, а затем – сопротивления ветвей. А надо наоборот – сначала следует определить сопротивления  $Z_{B-C}$ ,  $Z_{B-H}$  и  $Z_{C-H}$ , а затем сопротивления  $Z_B$ ,  $Z_C$  и  $Z_H$ :

$$\begin{aligned}
 Z_B &= 0,5 \cdot (Z_{B-C} + Z_{B-H} - Z_{C-H}); \\
 Z_C &= 0,5 \cdot (Z_{B-C} + Z_{C-H} - Z_{B-H}); \\
 Z_H &= 0,5 \cdot (Z_{B-H} + Z_{C-H} - Z_{B-C}).
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Иначе, если одна из сумм двух напряжений короткого замыкания меньше третьего напряжения короткого замыкания, то мнимая часть одного сопротивления исчезает, а действительная увеличивается. Ошибка объясняется тем, что до появления вычислительных машин не учитывались активные составляющие сопротивлений при ручных расчетах КЗ, а сейчас учитываются, так как для вычислительной техники это не принципиально. Примером может служить определение сопротивлений ветвей схемы замещения трехобмоточного трансформатора ТДТН/25000-110-76У1 с паспортными данными, приведенными в табл. 1.

Таблица 1

**Технические характеристики трехобмоточного трансформатора  
ТДТН/25000-110-76У1**

Номинальная мощность, S МВА	U <sub>в</sub> , кВ	U <sub>с</sub> , кВ	U <sub>н</sub> , кВ	ΔPKЗ, кВт	U <sub>к</sub> , в-с %	U <sub>к</sub> , в-н %	U <sub>к</sub> , с-н %
25	115	38,5	11	140	10,5	17	6

Активное сопротивление каждой обмотки:

$$R = 0,5 \cdot \Delta P_K \cdot (U_B / S)^2.$$

При вычислении сопротивлений ветвей согласно [11, 12]

$$Z_B = 1,481 + j56,848 \text{ Ом}; Z_C = 0,814 \text{ Ом}; Z_H = 1,481 + j33,029 \text{ Ом}.$$

При вычислении согласно (8)

$$Z_B = 1,481 + j56,869 \text{ Ом}; Z_C = 1,481 - j1,344 \text{ Ом}; Z_H = 1,481 + j33,049 \text{ Ом}.$$

Матрицы проводимостей при различных КЗ приведены в табл. 2.

Соответственно, каждый ток и каждое напряжение узла в уравнении (2) записываются в виде

$$I_m = \begin{bmatrix} I_{3m} \\ I_{3m+1} \\ I_{3m+2} \end{bmatrix}, \quad U_m = \begin{bmatrix} U_{3m} \\ U_{3m+1} \\ U_{3m+2} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Проводимости записываются следующим образом:

$$Y_{mm} = \begin{bmatrix} Y_{3m,3m} & Y_{3m,3m+1} & Y_{3m,3m+2} \\ Y_{3m+1,3m} & Y_{3m+1,3m+1} & Y_{3m+1,3m+2} \\ Y_{3m+2,3m} & Y_{3m+2,3m+1} & Y_{3m+2,3m+2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$Y_{nn} = \begin{bmatrix} Y_{3n,3n} & Y_{3n,3n+1} & Y_{3n,3n+2} \\ Y_{3n+1,3n} & Y_{3n+1,3n+1} & Y_{3n+1,3n+2} \\ Y_{3n+2,3n} & Y_{3n+2,3n+1} & Y_{3n+2,3n+2} \end{bmatrix}$$

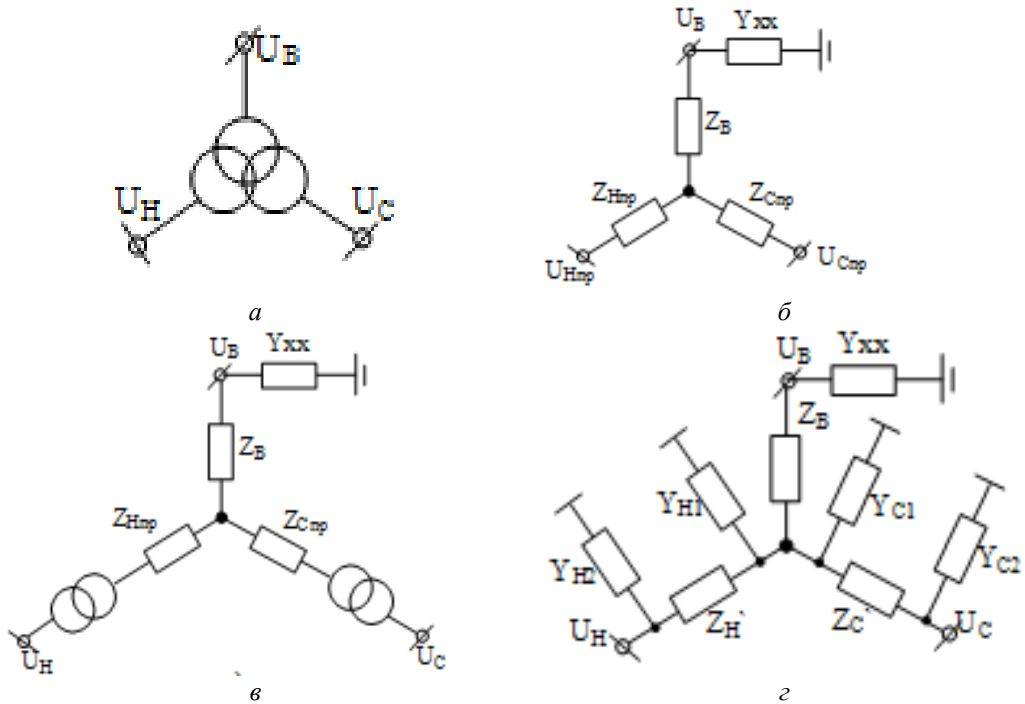


Рис. 2. Схемы замещения трехобмоточного трансформатора:  
 а – схема трансформатора; б – схема замещения, приведенная к одному напряжению;  
 в – промежуточная схема замещения в методе реальных параметров; г – схема замещения в методе реальных параметров

Мощности нагрузок вычисляются как

$$S_{3m} = \bar{U}_{3m} \cdot I_{3m} + \bar{U}_{3m+1} \cdot I_{3m+1} + \bar{U}_{3m+2} \cdot I_{3m+2}, \quad (11)$$

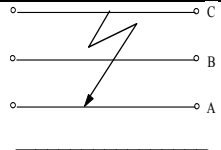
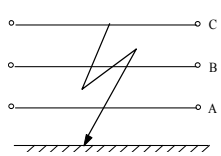
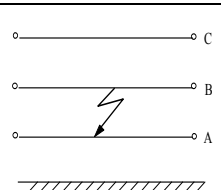
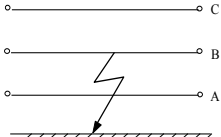
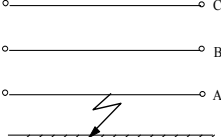
где  $U_{3m}, U_{3m+1}, U_{3m+2}$  – напряжения фаз А, В, С.

Разрыв фазы имитируется нулевой проводимостью и проводимостями, равными  $10^3$  См (0,001 Ом) фаз без разрыва. Длина разрядной сетки при выполнении арифметических операций в системе Mathcad позволяет в процессе анализа одного режима иметь 5–6 таких разрывов и коротких замыканий. Междофазные КЗ моделируются сопротивлением дуги, на землю – переходным сопротивлением при КЗ вне подстанции и сопротивлением контура заземления при КЗ на подстанции.

Матрицы  $|Y_k|$  при различных КЗ приведены в табл. 2.

Таблица 2

Матрицы  $|Y|$  при различных коротких замыканиях

Трёхфазное КЗ без земли		$\begin{matrix} 2Y_k & -Y_k & -Y_k \\ -Y_k & 2Y_k & -Y_k \\ -Y_k & -Y_k & 2Y_k \end{matrix}$
Трёхфазное КЗ на землю		$\begin{matrix} Y_k & 0 & 0 \\ 0 & Y_k & 0 \\ 0 & 0 & Y_k \end{matrix}$
Двухфазное КЗ фаз В и С		$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_k & -Y_k \\ 0 & -Y_k & Y_k \end{matrix}$
Двухфазное КЗ на землю фаз В и С		$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_k & 0 \\ 0 & 0 & Y_k \end{matrix}$
Однофазное КЗ фазы А		$\begin{matrix} Y_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

При индуктивном характере в программе реактивная мощность отрицательная ( $\bar{U}$  – сопряженный комплекс напряжения).

Фазный ток  $i$ -той нагрузки можно определить следующим образом:

$$\dot{I}_i = -\frac{\dot{S}_i}{3 \cdot U_\Phi} + \frac{\dot{S}_\Phi}{U_\Phi}. \quad (12)$$



### Результаты моделирования

Апробация предлагаемой методики и ее программной реализации производится на примере фрагмента сети с одноцепной линией 35 кВ в аварийном режиме «два провода – земля» (ДПЗ). Схема замещения этого режима, в котором линия включена между узлами 1 и 4, представлена на рис. 3. В ней имеются два разрыва фазы А между узлами 1 и 2 и между узлами 3 и 4. Фаза А трансформаторов со стороны 35 кВ заземлена (трехфазные узлы отмечены штриховыми линиями). Причем замыкания на землю с обеих сторон линии могут быть выполнены через разные по величине сопротивления.

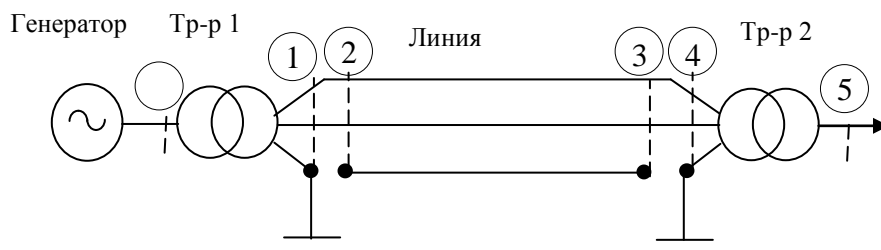


Рис. 3. Линия ДПЗ как пример схемы с многократной несимметрией

Результатами расчета параметров режима ДПЗ являются параметры режима в фазных координатах и симметричных составляющих, в том числе фазные и линейные токи и напряжения, мощности по концам любого элемента, потери мощности, коэффициенты несимметрии и неуравновешенности. В частности, в табл. 3 представлены действующие значения напряжений в кВ во всех узлах схемы на фазах А, В, С.

Таблица 3

Действующие значения напряжений

Номер узла	0	1	2	3	4	5
$U_A$ (кВ)	6,061	0,113	1,205	1,208	0,114	5,896
$U_B$ (кВ)	6,061	35,079	35,079	31,557	31,557	5,827
$U_C$ (кВ)	6,061	35,144	35,144	32,063	32,063	5,996

Проведенное исследование показало непротиворечивость и совпадение результатов анализа ряда специфических режимов, аналогичных представленному на рис. 3 аварийному режиму «два провода – земля», с фундаментальными положениями теоретической электротехники, практическими данными эксплуатации электрических сетей и данными известных работ в этом направлении [1–3, 10–12]. Это позволяет констатировать возможность использования методов и программного обеспечения, изложенных в настоящей работе, при определении электрических величин для релейной защиты при сложных повреждениях в электрических системах.

## Заключение

1. Предложена методика математического моделирования и алгоритм анализа установившегося режима несимметричной сети с пассивными параметрами и нагрузками, отличающимися по фазам, а также с наличием коммутаций.

2. Для реализации этих задач разработан комплекс программного обеспечения, построенный по модульному принципу. Основным положением при этом является создание системы типовых элементов схемы замещения сети.

3. Их описание служит основой создания конкретных фрагментов математической модели с помощью отдельных процедур. Они представляют собой набор программных блоков, позволяющий по желанию пользователя скомпоновать вычислительный комплекс для произвольной сети с широким спектром направлений анализа несимметричных режимов, в том числе локальных коротких замыканий, а также сопровождаемых разрывами фаз и др.

4. Предложена математическая модель трансформатора и автотрансформатора, учитывающая группы соединения обмоток и режим заземления нейтралей.

5. Разработана математическая модель трехобмоточного трансформатора и предложены уравнения для определения его параметров.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чернин А.Б. Вычисление электрических величин для релейной защиты при сложных повреждениях в электрических системах // М.–Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 416 с.
2. Лосев С.Б. Об использовании фазных координат при расчете сложносимметричных режимов // Электричество. – 1979. – № 1. – С. 15-23.
3. Берман А.П. Расчет несимметричных режимов электрических систем с использованием фазных координат // Электричество. – 1985. – № 12. – С. 6–12.
4. Королюк Ю.Ф. Использование метода наложения при расчете стационарного режима сети с пофазно неравными параметрами отдельных элементов // Известия СО АН СССР. – 1971. – № 13. – С. 46-50.
5. Заславская Т.Б. Алгоритм расчета в фазных координатах сети большого объема // Тр. СибНИИЭ. – 1972. – Вып. 23. – С. 66-74.
6. Королюк Ю.Ф., Крупович М.С. Алгоритм представления многообмоточных трансформаторов при расчете в сложных несимметричных режимах в фазных координатах // Известия СО АН СССР. – 1974. – № 8. – С. 34-38.
7. Закарюкин В.П., Крюков А.В. Сложносимметричные режимы электрических систем. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 2005. – 273 с.
8. Бурянина Н.С., Королюк Ю.Ф., Лесных Е.В. Метод расчета нормальных режимов при несимметричном задании параметров сети и нагрузок // Вестник ЯГУ. – 2006. – Т. 3. – № 1. – С. 54-57.
9. Fortescue C.L. Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks, Trans. A.I.E.E. 1918. vol. 37, Pt. II, pp.1027-1140.
10. Вагнер К.Ф., Эванс Р.Д. Метод симметричных составляющих. – Л.: ОНТИ НКПТ СССР, 1936. – 410 с.
11. Электрические системы. Электрические сети: Учебник для электроэнергетических специальностей / В.А. Веников, А.А. Глазунов, Л.А. Жуков и др. / Под ред. В.А. Веникова, В.А. Строева. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1998. – 511 с.
12. Идельчик В.И. Электрические системы и сети: Учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 592 с.

Статья поступила в редакцию 7 февраля 2017 г.

## MATHEMATICAL MODELING OF NETWORK MODES AT THE NONSYMMETRY OF THEIR PARAMETERS AND LOADS

*N.S. Burjanina*<sup>1</sup>, *J.F. Koroljuk*<sup>2</sup>, *E.V. Lesnykh*<sup>3</sup>, *K.V. Suslov*<sup>4</sup>, *R.O. Gogolev*<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education  
M. K. Ammosov North-Eastern Federal University, NEFU  
58, Belinskogo st., Yakutsk, 677000, Russian Federation

<sup>2</sup>Chukotka branch of Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education  
M.K. Ammosov North-Eastern Federal University, NEFU  
3, Studencheskaya st., Anadyr, 689000, Russian Federation

<sup>3</sup>Siberian Transport University, STU  
191, D. Kovalchuk st., Novosibirsk, 630049, Russian Federation

<sup>4</sup>Federal State Budget Educational Institution of Higher Education  
(Irkutsk National Research Technical University)  
8, Lermontov st., Irkutsk, 664074, Russian Federation

*To analyze the steady state of an asymmetric network with passive parameters, the presence of commutations, and loads differing in phases, a mathematical modeling technique, an algorithm, and a software package are proposed. The latter is built on a modular basis using the Mathcad system. The set of its modules is formed according to the real composition of typical network elements. The description of each of them in the form of a separate procedure is a specific fragment of the general mathematical model of the network. Together they represent a system of program blocks that allows the user to compose a computational complex with a wide range of analysis directions for asymmetric modes, such as short circuits and phase discontinuities, arising locally or in various combinations. The method of nodal stresses is used as the physical and mathematical basis. The results of the program are presented in the form of documents oriented to the needs of the user, in which the parameters of the network elements and their modes in the phase and symmetrical components are reflected.*

**Keywords:** *power systems, asymmetric modes, modeling of modes, parameters of electrical systems, mathematical models, phase coordinates, symmetric components, short circuits, phase discontinuities, iterative method for calculating modes, nodal stress method.*

---

*Nadezhda S. Burjanina (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*  
*Jury F. Koroljuk (Ph.D. (Techn.)), Professor.*  
*Elena V. Lesnykh (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*  
*Konstantin V. Suslov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*  
*Roman O. Gogolev, Postgraduate Student.*