

## Электротехника

УДК 621.365

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В МНОГОСЛОЙНОЙ ТРЕХФАЗНОЙ ИНДУКЦИОННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

*А.А. Базаров, А.И. Данилушкин, В.А. Данилушкин, И.В. Васильев*

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассматриваются вопросы моделирования и расчета электромагнитных параметров в индукционной трехфазной системе для технологического нагрева и перемешивания вязких жидкостей. Исследуются взаимосвязанные электромагнитные и электромеханические процессы в многослойной системе «индуктор – металлический цилиндр – полый ротор». Отмечены специфические особенности исследуемых процессов. Представлены результаты численного расчета электромагнитных полей и электромагнитного момента вращения ротора в нагреваемой жидкости. Показано, что при соответствующем выборе геометрических параметров индукционной системы можно найти требуемое соотношение между тепловой мощностью, выделяемой в элементах системы, и мощностью, идущей на вращение ротора. Результаты проведенных исследований предназначены для решения задачи расчета оптимальных электрических и геометрических параметров предлагаемой конструкции.*

**Ключевые слова:** индукционная система, магнитопровод, математическая модель, электромагнитные процессы, плотность тока, тепловыделение.

Актуальной проблемой сложных технических систем, к которым относятся технологические объекты трубопроводного транспорта, является обеспечение эффективности и надежности их эксплуатации [1–4].

В работах [5, 6, 7] рассматриваются вопросы расчета, проектирования и практического применения систем электрообогрева трубопроводов, резервуаров и технологического оборудования в нефтегазовой промышленности. Приведены описания и характеристики установок электрообогрева, работающих в различных отраслях промышленности. Однако вопросы моделирования и расчета охватывают ограниченный класс нагревателей с источниками энергии в виде греющих кабелей или индукционных систем с однослойной нагрузкой в виде металлической стенки резервуара или трубопровода.

---

*Александр Александрович Базаров (д.т.н., доц.), профессор кафедры «Электро-снабжение промышленных предприятий».*

*Александр Иванович Данилушкин (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Электро-снабжение промышленных предприятий».*

*Василий Александрович Данилушкин (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электро-снабжение промышленных предприятий».*

*Иван Владимирович Васильев, аспирант.*

В работе [8] выполнены исследования электромагнитных и тепловых процессов в установке технологического нагрева нефти при транспортировке по трубопроводам. Предложена конструкция многосекционного индукционного нагревателя для транспортировки высоковязких жидкостей, в частности высокопарафинистых нефтей. Показано, что вследствие низкой теплопроводности и высокой вязкости нефти при наличии технологических ограничений на максимальную температуру контактирующих поверхностей трубы и жидкости для трубопроводных систем высокой производительности индукционные нагреватели должны иметь несколько автономных секций с развитой поверхностью теплообмена. В работах [9, 10] рассмотрена конструкция индукционного нагревателя для транспортировки высоковязких нефтей по магистральным трубопроводным системам. Предлагаемая конструкция нагревателя с осесимметричными трубами, в которой внутренняя труба служит вытеснителем и позволяет вдвое увеличить площадь теплообмена при минимальном поперечном сечении потока жидкости. Однако и в этом случае, как показывает практика, общая длина нагревателя составляет не менее 8÷12 м. Повысить интенсивность теплообмена и тем самым уменьшить габариты нагревательной системы при той же производительности можно либо путем создания турбулентности потока за счет высоких скоростей, либо путем перемешивания жидкости в нагреваемом потоке. При практически реализуемых скоростях потока нефти в трубопроводных системах имеет место ламинарное течение жидкости. Решение указанной проблемы путем использования внешнего устройства для перемешивания осложняется наличием высокого давления в трубопроводе, которое предполагает полную герметизацию трубопроводной системы.

В настоящей работе проблема уменьшения общей длины нагревателя при той же производительности трубопровода решается за счет повышения интенсивности теплообмена между стенкой тепловыделяющего цилиндра и потоком нагреваемой жидкости с помощью индукционного устройства, не нарушающего герметичность трубопроводной системы. Эскиз устройства представлен на рис. 1. Предлагаемая конструкция представляет собой систему, состоящую из трехфазного цилиндрического индуктора с замкнутым магнитопроводом. Внутри расточки индуктора находится труба, встроенная в трубопроводную систему. Внутри трубы располагается полый ферромагнитный цилиндр – ротор с беличьей клеткой. Ротор установлен в подшипниках качения. В полости ротора находится крыльчатка, закрепленная под определенным углом к плоскости сечения цилиндра.

Назначением предлагаемой конструкции является преобразование электрической энергии, подводимой к индуктору, в механическую для перемешивания жидкости и в тепловую для нагрева. Перемешивание жидкости осуществляется за счет вращения ротора под воздействием трехфазного электромагнитного поля статора. При этом часть энергии, передаваемой индуктором, выделяется в виде тепла во внешней трубе и в роторе, обеспечивая дополнительный подогрев жидкости.

Такой способ, совмещающий нагрев и перемешивание в одном устройстве, позволяет значительно ускорить процесс нагрева жидкости с низкой теплопроводностью и уменьшить общую длину нагревателя. Соотношение между мощностью нагрева и мощностью, идущей на вращение ротора и перемешивание жидкости, зависит от частоты тока источника питания, реологических свойств

транспортируемой жидкости, электрофизических свойств материала и конструктивных параметров системы.

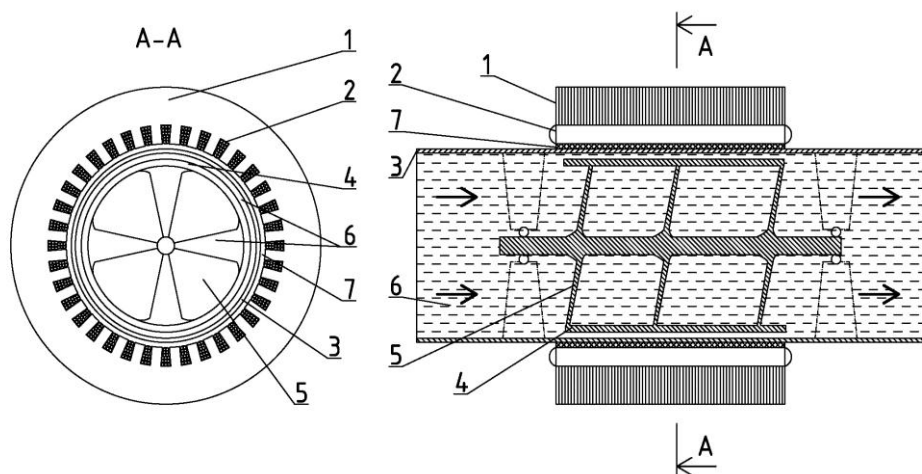


Рис. 1. Конструкция устройства:

- 1 – магнитопровод статора; 2 – пазы обмотки статора; 3 – внешняя труба; 4 – ротор;  
5 – крыльчатка; 6 – поток нагреваемой жидкости; 7 – слой изоляции

Для разработки предлагаемой конструкции, расчета и выбора оптимальных конструктивных параметров нагревателя, частоты тока источника питания, схемы трехфазной обмотки индуктора решается ряд задач, связанных с исследованием электромагнитных и тепловых полей и созданием на этой основе алгоритма и методики расчета конструктивных и режимных параметров многослойной индукционной системы.

Основным видом нелинейной среды являются ферромагнитные участки магнитной цепи и стальные конструктивные элементы, для которых связь между индукцией  $B$  и напряженностью  $H$  магнитного поля определяется магнитными свойствами среды. Известная неопределенность зависимости  $B(H)$  связана с проявлением гистерезиса и наличием частных циклов намагничивания, в связи с чем вектор индукции зависит не только от напряженности магнитного поля, но и от предыдущего ее изменения в данной точке, а также от начальной намагниченности. При решении нелинейных уравнений электромагнитного поля основную кривую намагничивания аппроксимируют аналитическими выражениями, которые, с одной стороны, должны достаточно точно описывать эту кривую, а с другой – допускать интегрирование системы уравнений поля в удобном для расчетов виде. Наибольшее распространение получила параболическая зависимость  $B(H)$ .

Математическая модель процесса индукционного нагрева многослойной системы «индуктор – внешняя труба – вращающийся ротор – жидкость» может быть представлена нелинейной взаимосвязанной системой уравнений Максвелла [11] и Фурье [12] соответственно для электромагнитного и теплового полей с соответствующими краевыми условиями:

$$\operatorname{rot}\{\vec{H}\} = \{J_s\} + \{J_e\} \quad \operatorname{rot}\{\vec{E}\} = -\left\{\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right\}; \quad \operatorname{div}\{\vec{B}\} = 0; \quad (1)$$

$$c_1(T_1)\gamma_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda_1(T_1)\operatorname{grad}T_1) - \operatorname{div}[EH]; \quad (2)$$

$$c_2(T_2)\gamma_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda_2(T_2)\operatorname{grad}T_2) - \operatorname{div}[EH]; \quad (3)$$

$$c_3(T_3)\gamma_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda_3(T_3)\operatorname{grad}T_3) - c_3(T_3)\gamma_3 V_3 \operatorname{grad}T_3. \quad (4)$$

Здесь  $\{H\}, \{B\}, \{E\}$  – векторы напряженности магнитного поля, магнитной индукции и напряженности электрического поля;

$\{J_s\}$  – вектор плотности первичного тока;

$\{J_e\}$  – вектор плотности индуцированного тока;

$t$  – время;

$T_1, T_2, T_3$  – соответственно температурные поля в стенке немагнитной внешней трубы, в стенке ротора, в нагреваемом потоке жидкости внутри ротора;

$c_1, c_2, c_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  – удельные значения теплоемкости и плотности материалов трубы, ротора и жидкости соответственно;

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  – коэффициенты теплопроводности материала внешней трубы, ротора и нагреваемой жидкости соответственно;

$V_3$  – скорость потока.

Объемная плотность внутренних источников тепла, индуцируемых в стенках труб, определяется дивергенцией вектора Пойнтинга  $\Pi = -\operatorname{div}[EH]$ .

Система уравнений (1) – (4) дополняется граничными условиями для электромагнитной и тепловой задач. Для электромагнитной задачи используются условия равенства функции нулю на бесконечно удаленной границе  $S_1$  и условие симметрии на осевой линии  $S_2$ , которое заключается в равенстве нулю производной от функции.

Численный расчет электромагнитных полей в сложной составной структуре тел, содержащей ферромагнитные участки магнитной цепи и стальные конструктивные элементы, производился с помощью программного комплекса ELCUT 5.9 Professional [13].

Для расчета интегральных параметров индукционной системы использовалась двумерная постановка электромагнитной задачи в форме системы дифференциальных уравнений. Перейдя от системы уравнений Максвелла к формулировке с использованием векторного магнитного потенциала, можно записать дифференциальное уравнение с соответствующими граничными условиями

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_y} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu_x} \frac{\partial A}{\partial y} \right) - j\omega g A = -j_{ext}; \quad A|_L = 0.$$

Здесь  $A$  – векторный магнитный потенциал;

$\mu_x, \mu_y$  – относительная магнитная проницаемость материала по осям  $x, y$ ;

$j$  – мнимая единица;

$\omega$  – круговая частота тока;

$g$  – удельная электрическая проводимость;

$L$  – граница расчетной области (линия удаленной поверхности);

$j_{ext}$  – плотность стороннего тока.

На базе приведенных систем уравнений строится конечно-элементная формулировка для плоской двумерной области [14].

Граница раздела магнитных сред описывается системой соотношений:

$$\begin{aligned} B_{1n} &= B_{2n}; \\ \mu_1 H_{1n} &= \mu_2 H_{2n}; \\ H_{1\tau} - H_{2\tau} &= \frac{dI}{dl}. \end{aligned}$$

Последнее выражение учитывает скачкообразное изменение вектора напряженности  $\{\bar{H}\}$  на границе раздела сред. Кроме условий сопряжения для получения однозначного решения уравнений Максвелла в форме напряженности электрического поля  $\{\bar{E}\}$  и напряженности магнитного поля  $\{\bar{H}\}$  в области  $Q \subset R^3$  с границей  $S$  необходимо задать:

– уравнения поверхностей, отделяющих друг от друга среды  $i$  и  $j$ ,  $f_{ij}(x, y, z) = 0$ ;

– начальные величины  $E(x, y, z)$ ,  $H(x, y, z)$  в момент времени  $t_0$  в произвольной точке исследуемого объема  $Q \subset R^3$  с границей  $S$ ;

– касательные составляющие вектора  $\bar{E}$  или  $\bar{H}$  в произвольной точке поверхности в произвольном временном интервале от  $t_0$  до  $t$  или распределения полей  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$  вне исследуемого объема  $Q$ ;

– функциональные зависимости магнитной проницаемости  $\mu$  и удельной проводимости  $\gamma$  от пространственных координат или от напряженности соответствующего поля.

Решение задачи электромагнитного поля достигается использованием векторного магнитного потенциала  $\{A\}$  и скалярного электрического потенциала  $V$ , которые выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \{\bar{B}\} &= \text{rot}\{\bar{A}\}; \\ \{\bar{E}\} &= -\left\{\frac{\partial \bar{A}}{\partial t}\right\} - \text{div}V. \end{aligned}$$

Чтобы функция  $\{\bar{A}\}$  была определена, нужно определить значение ее дивергенции. Для этого добавляется условие, которое называется калибровкой Кулона:

$$\text{div}\{\bar{A}\} = 0.$$

В результате получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \text{rot}\left(\frac{1}{[\mu]}\text{rot}\{\bar{A}\}\right) + [\sigma]\frac{\partial\{\bar{A}\}}{\partial t} &= \{\bar{J}\}; \\ \text{rot}\{\bar{A}\} &= \{\bar{B}\}; \\ \text{div}\{\bar{A}\} &= 0. \end{aligned}$$

Используя соотношение

$$\text{rot}\left(\text{rot}\{\bar{A}\}\right) = \text{grad}\left(\text{div}\{\bar{A}\}\right) - \nabla^2\{\bar{A}\},$$

при  $\mu = \text{const}$  получим уравнение

$$\nabla^2 \{\bar{A}\} - j\omega\sigma\{\bar{A}\} - \{\bar{J}\} = 0.$$

Уравнение Пуассона дополняется граничными условиями Дирихле и Неймана на различных участках границы:

$$\{\bar{A}\} = 0 \text{ на } S_1; \quad \frac{\partial \{\bar{A}\}}{\partial n} = 0 \text{ на } S_2.$$

Такое упрощение условий задачи объясняется тем, что дальнейший переход к конечно-элементной формулировке намного облегчается для линейной задачи.

Для учета нелинейной зависимости  $\mu_a(H)$  в ферромагнитных областях используется итерационный алгоритм многократного решения результирующей системы уравнений. В начальной стадии расчета задается значение  $\mu = const$  по всей области ферромагнитных макроэлементов, затем вычисляются распределенные параметры поля, что позволяет на следующей стадии расчета корректировать  $\mu$  внутри каждого конечного элемента в зависимости от значения напряженности магнитного поля в данной области. Определение магнитной проницаемости производится с помощью введения в программу расчета полинома, аппроксимирующего кривую намагничивания.

Рассмотренная модель электромагнитной задачи реализована в виде пакета программ, предназначенного для решения двухмерных задач.

Численный расчет электромагнитных и тепловых полей в сложной составной структуре тел, содержащей ферромагнитные участки магнитной цепи, стальные конструктивные элементы и ферромагнитную загрузку, производился с помощью программного комплекса ELCUT 5.9 Professional – интегрированной диалоговой системы программ, позволяющей решать двумерные краевые задачи математической физики, описываемые эллиптическими дифференциальными уравнениями в частных производных относительно скалярной или однокомпонентной векторной функции.

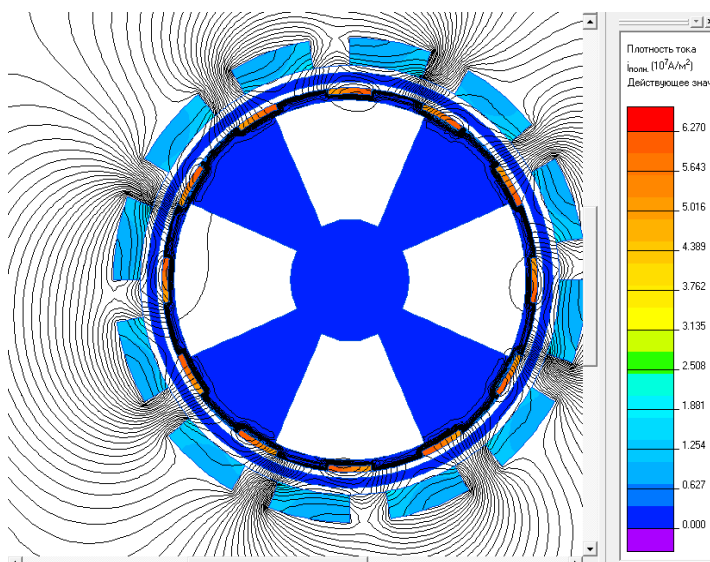


Рис. 2. Распределение плотности тока в элементах системы

### Исходные данные

| Параметр  | Значение                 |
|---|--------------------------|
| Диаметр внешней трубы, мм                               | 169                      |
| Материал внешней трубы                                  | Нержавеющая сталь        |
| Толщина стенки внешней трубы, мм                        | 4,5                      |
| Диаметр цилиндрического ротора внешний, мм              | 158                      |
| Толщина стенки цилиндра, мм                             | 12                       |
| Диаметр цилиндрического ротора внутренний, мм           | 134                      |
| Материал цилиндрического ротора                         | Сталь ферромагнитная     |
| Размер паза (высота×ширина), мм                         | 5×7                      |
| Размер зуба (высота×ширина), мм                         | 5×7                      |
| Обмотка к.з., алюминий, мм                              | Шинка (4×6)              |
| Толщина электрической изоляции, мм                      | 0,5                      |
| Количество пазов, шт.                                   | 36                       |
| Зазор между внешней трубой и цилиндрическим ротором, мм | 2                        |
| Зазор между внешней трубой и статором, мм               | 2                        |
| Диаметр вала, мм  | 30                       |
| Диаметр статора внутренний, мм                          | 171                      |
| Диаметр статора внешний, мм                             | 231                      |
| Материал статора  | Электротехническая сталь |
| Толщина набора магнитопровода, мм                       | 20                       |
| Длина статора, мм                                       | 400                      |
| Размер паза (высота×ширина), мм                         | 17x10                    |
| Размер зуба (высота×ширина), мм                         | 17x8                     |
| Частота тока индуктора, Гц                              | 50                       |
| Кол-во пазов, шт.                                       | 36                       |

В качестве исходных данных для решения электромагнитной задачи вводятся свойства сред, источники поля, распределенные и сосредоточенные токи, кривые намагничивания ферромагнитных материалов, граничные условия и др. Основными расчетными параметрами являются изменяющиеся во времени магнитный потенциал, магнитная индукция, напряженность поля, плотности токов, удельная тепловая мощность, вращающий момент.

Исходными данными для решения электромагнитной задачи являются:

- конструктивные параметры нагревателя;
- электрофизические характеристики материала труб, табличные значения зависимостей относительной магнитной проницаемости материала труб от напряженности магнитного поля, параметры индуктирующей катушки, размеры и характеристики магнитопровода;
- энергетические параметры;
- напряжение питания, частота тока.

Численные эксперименты выполнены для устройства с параметрами, приведенными в таблице.

На рис. 2 показано распределение плотности тока в элементах электромагнитной системы.

На рис. 3, 4, 5, 6 представлены графики момента ротора, плотности тока и тепловыделения в стенках ротора и внешней трубы.

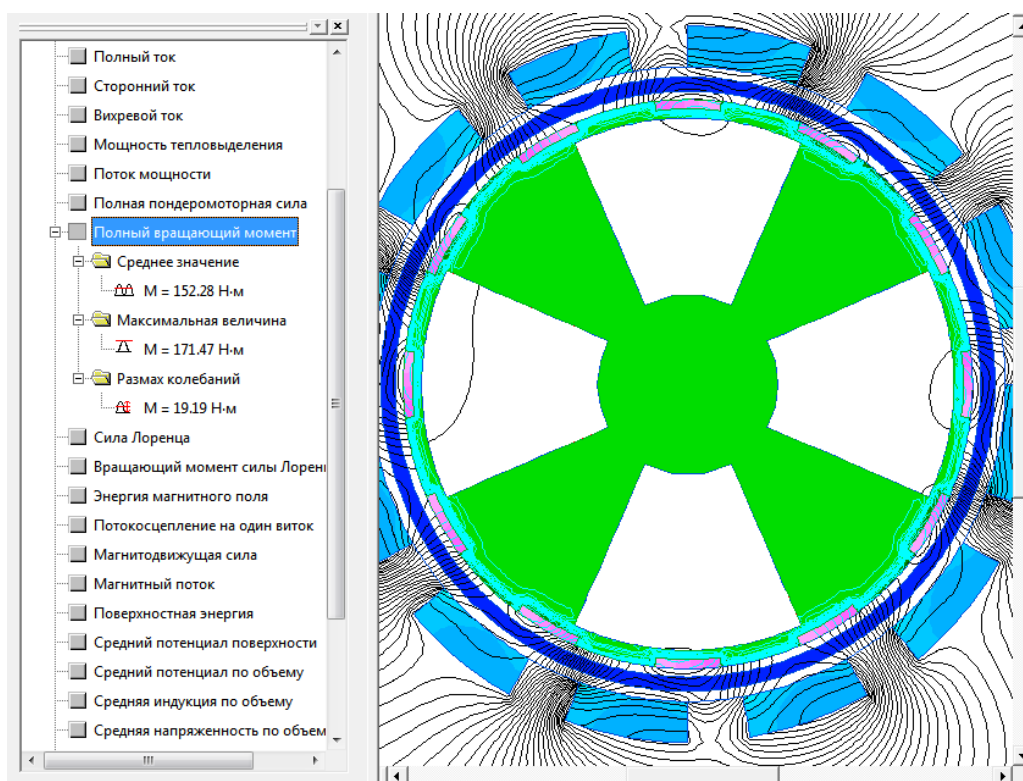


Рис. 3. Момент ротора

По результатам расчета построены графики значений плотности тока и тепловыделения в элементах индукционной системы.

Полученные результаты решения электромагнитной задачи позволяют рассчитать температурные распределения в расчетной области.

Результаты расчета для приведенного в работе примера показали следующее распределение мощности: стенка внешней трубы – 18 %, стенка ротора – 55 %, мощность вращения ротора – 27 %, момент ротора – 152,28 Нм.



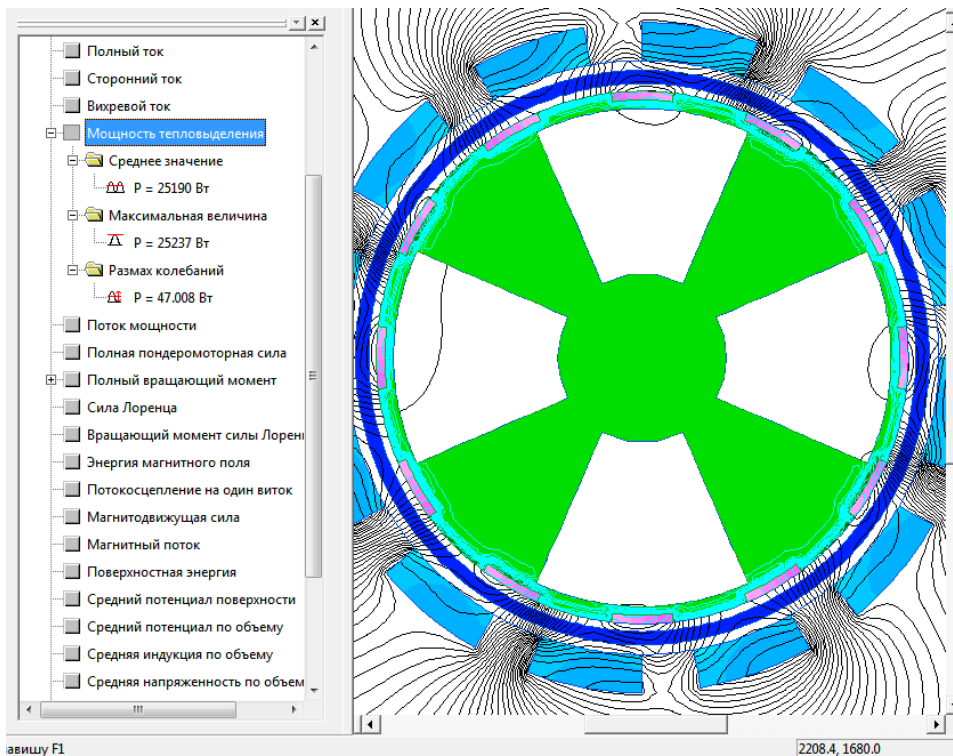


Рис. 4. Мощность тепловыделения в роторе

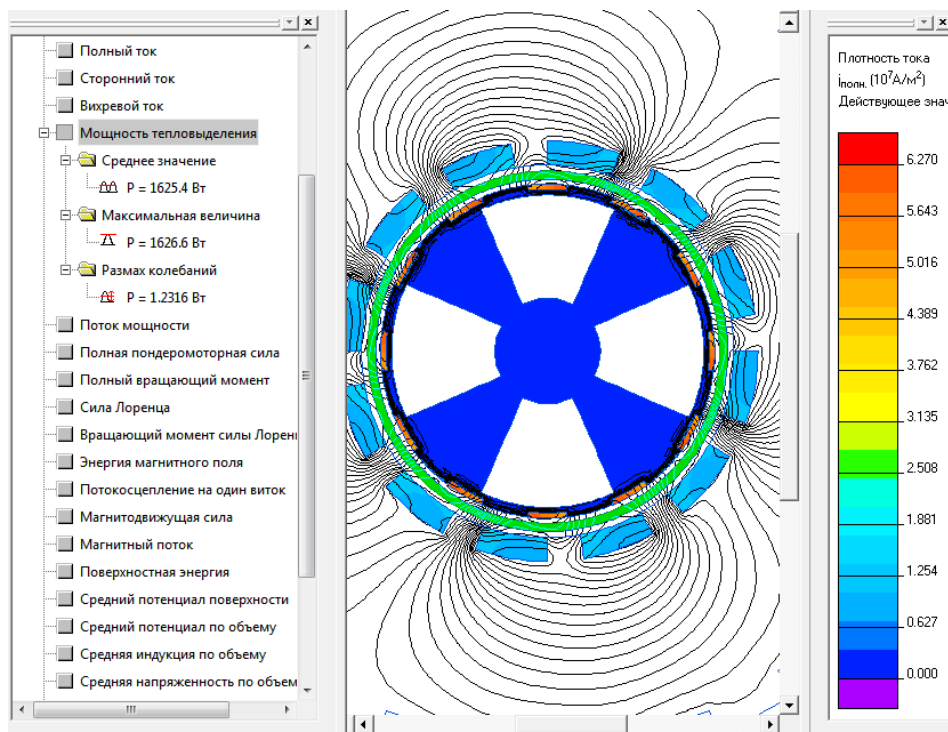


Рис. 5. Мощность тепловыделения в трубе из нержавеющей стали

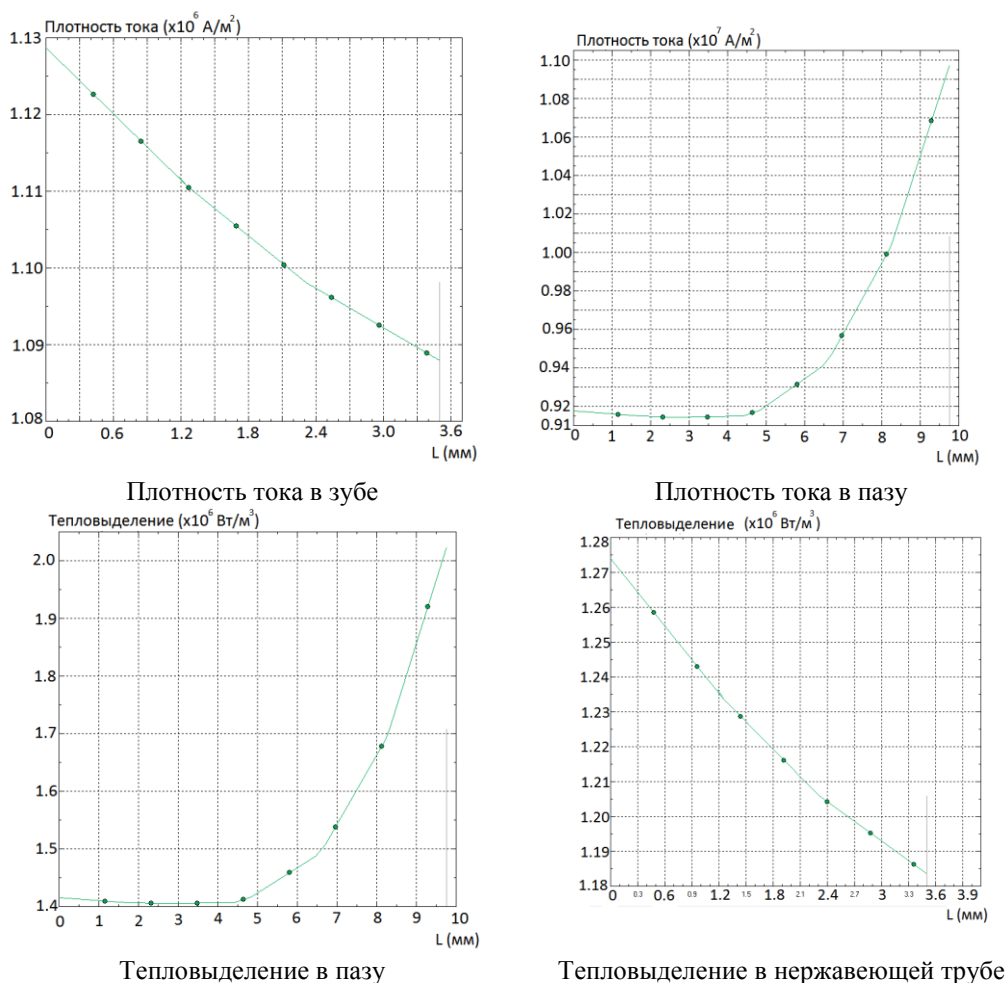


Рис. 6. Плотность тока и тепловыделения в элементах системы

Приведенные результаты существенно зависят от частоты источника питания, геометрических параметров системы и электрофизических характеристик материалов.

Полученные результаты позволяют выполнить анализ зависимости электромагнитных параметров индуктора – индукции магнитопровода, плотности тока в проводниках, объемной мощности тепловыделения в металлических элементах конструкции, вращающего момента – и других характеристик от геометрических и электрофизических характеристик системы, частоты и напряжения источника питания. На основании всестороннего анализа полученных зависимостей устанавливается закономерность и степень влияния электрических и геометрических параметров на энергетические характеристики системы. Полученные закономерности далее могут быть использованы при решении задачи выбора оптимальных параметров системы, обеспечивающей требуемые эксплуатационные характеристики в стационарных режимах работы установки.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Губин В.Е., Губин В.В. Трубопроводный транспорт нефти и нефтепродуктов. – М.: Недра, 1982. – 296 с.
2. Трубопроводный транспорт нефти: Сб. науч. трудов / Уфа, ВНИИСПТнефть, 1987. – 136 с.

3. *Тугунов П.И.* Нестационарные режимы перекачки нефтей и нефтепродуктов. – М.: Недра, 1984. – 224 с.
4. *Надиоров Н.К., Тугунов П.И.* Трубопроводный транспорт вязких нефтей. – Алма-Ата: Наука, 1985. – 146 с.
5. *Фонарев З.И.* Электроподогрев трубопроводов, резервуаров и технологического оборудования в нефтяной промышленности. – Л.: Недра, 1984. – 148 с.
6. *Струпинский М.Л., Хренков Н.Н., Кувалдин А.Б.* Проектирование и эксплуатация систем электрического обогрева в нефтегазовой отрасли. – М.: Инфра-Инженерия, 2015. – 272 с.
7. Индукционные котлы EXPRO [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://protek.if.ua/induct-boilers.html>
8. *Данилушкин А.И., Базаров А.А., Зиннатуллин Д.А.* Исследование электромагнитных и тепловых полей в установке технологического нагрева нефти // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2004. – Вып. 24. – С. 171–173.
9. *Данилушкин В.А.* Оптимизация конструкции и режимов работы индукционных подогревателей высоковязких нефтей при транспортировке по трубопроводам // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2004. – Вып. 20. – С. 176–179.
10. *Базаров А.А.* Система индукционного нагрева движущейся жидкости // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2005. – Вып. 37. – С. 12–17.
11. *Немков В.С., Демидович В.Б.* Теория и расчет устройств индукционного нагрева. – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1988. – 280 с.
12. *Львов А.В.* Теплообмен: Справочник. – М.: Энергия, 1978. – 480 с.
13. ELCUT. Моделирование двумерных полей методом конечных элементов: Руководство пользователя. Версия 5.7. – С-Пб.: Производственный кооператив TOP, 2009.
14. *Митчелл Э., Уэйт П.* Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. – М.: Мир, 1981. – 216 с.

*Статья поступила в редакцию 13 июня 2017 г.*

## **MODELING OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES IN A MULTILAYER THREE-PHASE INDUCTION CYLINDRICAL SYSTEM**

***A.A Bazarov, A.I. Danilushkin, V.A. Danilushkin, I.V. Vasilyev***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*The article deals with modeling and calculation of electromagnetic parameters in an induction three-phase system for technological heating and mixing of viscous liquids. The interrelated electromagnetic and electromechanical processes in the multilayer system "inductor-metal cylinder-hollow rotor" are investigated. Specific features of the studied processes are noted. The results of a numerical calculation of electromagnetic fields and the electromagnetic moment of rotation of a rotor in a heated liquid are presented. It is shown that with an appropriate choice of the geometric parameters of the induction system, one can find the required ratio between the thermal power released in the elements of the system and the power going to rotor rotation. The results of the studies are designed to solve the problem of calculating the optimal electrical and geometric parameters of the proposed design.*

**Keywords:** *induction system, magnetic circuit, mathematical model, electromagnetic processes, current density, heat release.*

---

*Alexander A. Bazarov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Alexander I. Danilushkin (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Vasily A. Danilushkin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.  
Ivan V. Vasilyev, Postgraduate Student.*