

УДК 621.3.078

АНАЛИЗ ГАРМОНИЧЕСКОГО СОСТАВА ТРАПЕЦЕИДАЛЬНОГО ФАЗНОГО НАПРЯЖЕНИЯ, ФОРМИРУЕМОГО ЧАСТОТНЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ**А.В. Стариков, В.В. Кузнецов, Д.Ю. Рокало**Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассмотрены основные недостатки синусоидальных и векторных модуляторов, применяемых в современных частотных преобразователях. С целью упрощения технической реализации предложено использовать модуляторы, осуществляющие трапецеидальную широтно-импульсную модуляцию. Произведено разложение трапецеидального фазного напряжения частотного преобразователя в гармонический ряд. Найдены аналитические выражения коэффициентов ряда Фурье. Проанализирован гармонический состав фазного напряжения трапецеидальной формы. Показано, что качество выходного напряжения частотного преобразователя, осуществляющего трапецеидальную модуляцию, соответствует требованиям ГОСТ. Отмечены дополнительные достоинства частотных преобразователей с трапецеидальными модуляторами, заключающиеся в снижении коммутационных потерь в силовых транзисторах и отсутствии так называемого «мертвого» времени.

Ключевые слова: частотный преобразователь, трапецеидальная форма напряжения, гармонический состав, коэффициенты ряда Фурье, модулятор.

Современные частотные преобразователи, как правило, содержат в своем составе так называемые векторные модуляторы, которые по сложному закону с помощью широтно-импульсной модуляции (ШИМ) формируют напряжение на статорных обмотках двигателей переменного тока [1–3]. Основным недостатком векторных модуляторов заключается в том, что на каждом периоде ШИМ необходимо вычислять два синуса, не считая других вычислительных процедур. Поэтому большие требования предъявляются к вычислительной мощности микроконтроллеров, предназначенных для реализации частотных преобразователей с векторными модуляторами, поскольку несущая частота ШИМ колеблется в пределах от 2 до 20 кГц.

В свою очередь, векторная модуляция пришла на смену синусоидальной, для реализации которой при управлении трехфазным электродвигателем переменного тока необходимо было вычислять на каждом такте три синуса. Кроме больших вычислительных затрат непосредственная синусоидальная модуляция обладает еще одним значительным недостатком – низким действующим значением выходного напряжения частотного преобразователя. Один из способов повышения действующего напряжения на выходе частотного преобразователя с синусоидальной модуляцией заключается в добавлении к фазному напряжению третьей гармоники определенной величины [2]. Это, в свою очередь, увеличивает вычис-

Александр Владимирович Стариков (д.т.н., доц.), заведующий кафедрой «Электропривод и промышленная автоматика».

Владимир Валерьевич Кузнецов (к.т.н.), доцент кафедры «Высшая математика и прикладная информатика».

Даниил Юрьевич Рокало, аспирант.

лительные процедуры, необходимые для реализации модулятора, управляющего силовыми транзисторами. Кроме того, при синусоидальной модуляции на каждом периоде переключаются все шесть транзисторов силового преобразователя, что сказывается на величине коммутационных потерь.

Одним из способов уменьшения вычислительных затрат и упрощения технической реализации частотных преобразователей для трехфазных асинхронных двигателей является применение модуляторов, которые формируют трапецеидальную форму (с учетом усреднения высокочастотной широтно-импульсной модуляции) фазного напряжения [4]. Очевидно, что при этом в выходном сигнале силового преобразователя будут наблюдаться высшие гармоники. Поэтому целью настоящей работы является аналитическое исследование гармонического состава выходного напряжения частотного преобразователя, формирующего трапецеидальную форму фазного напряжения (рис. 1).

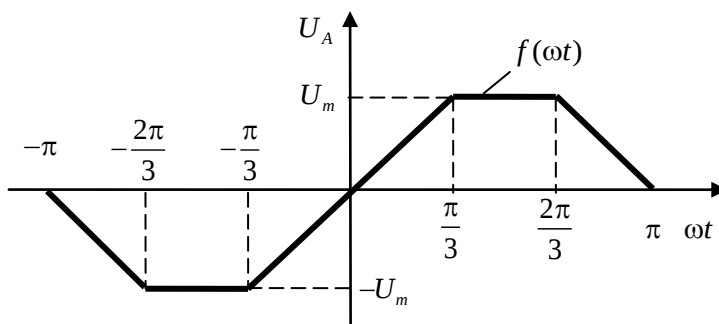


Рис. 1. Трапецеидальная форма фазного напряжения

Для достижения поставленной цели разложим в ряд Фурье периодическую трапецеидальную функцию с периодом 2π , представленную на рис. 1. Как известно, тригонометрический ряд Фурье определяется выражением [5]

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx),$$

где $a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$; $b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$; n – целое число.

Поскольку функция, представленная на графике, является нечетной, то [5]

$$a_n = 0; \quad b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx dx, \quad (1)$$

причем в нашем случае $x = \omega t$; $\omega = 2\pi f_1$; f_1 – частота выходного напряжения U_A фазы A преобразователя. Другими словами, искомые коэффициенты разложения в ряд Фурье можно найти от функции, приведенной на рис. 2.

Эту функцию можно представить в виде суммы трех составляющих (рис. 3):

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x).$$

Первая составляющая функции $f(x)$ описывается формулой

$$f_1(x) = \frac{3U_m}{\pi} x, \quad \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{3},$$

где U_m – амплитуда фазного напряжения.

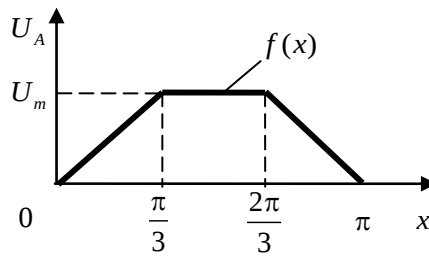


Рис. 2. Функция, которую необходимо разложить в ряд Фурье, определенная на половине периода

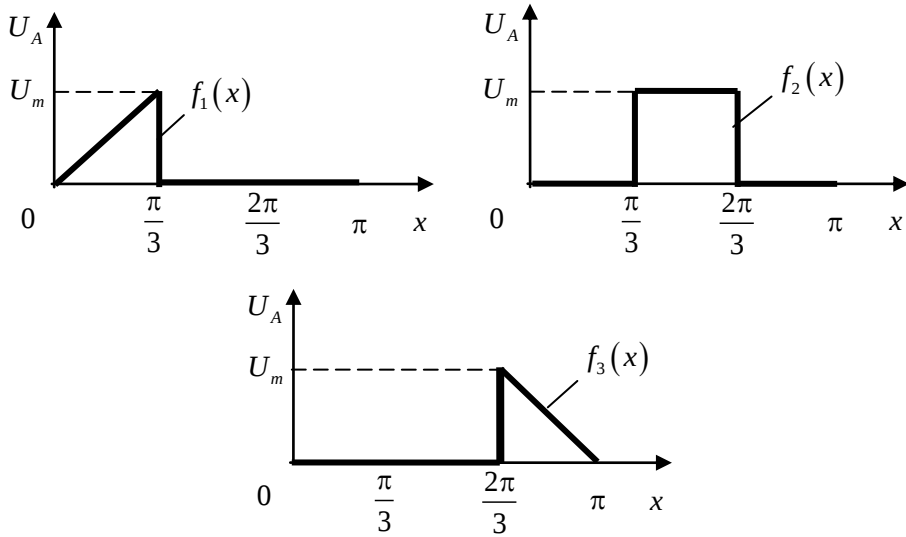


Рис. 3. Составляющие разлагаемой функции

Вторая составляющая равна

$$f_2(x) = U_m, \text{ при } \frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}.$$

Третья составляющая определяется выражением

$$f_3(x) = U_m \left[1 - \frac{3}{\pi} \left(x - \frac{2\pi}{3} \right) \right] = U_m \left(3 - \frac{3}{\pi} x \right), \text{ при } \frac{2\pi}{3} \leq x \leq \pi.$$

Следовательно, коэффициенты (1) разложения в тригонометрический ряд Фурье рассматриваемой функции равны

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f(x) \sin nx dx = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi [f_1(x) + f_2(x) + f_3(x)] \sin nx dx = \\ &= U_m \left(\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/3} x \sin nx dx + \frac{2}{\pi} \int_{\pi/3}^{2\pi/3} \sin nx dx + \frac{2}{\pi} \int_{2\pi/3}^\pi 3 \sin nx dx - \frac{2}{\pi} \int_{2\pi/3}^\pi x \sin nx dx \right) = \\ &= U_m \left(-\frac{6x \cos nx}{n\pi^2} \Big|_0^{\pi/3} + \frac{6 \sin nx}{n^2 \pi^2} \Big|_0^{\pi/3} - \frac{2 \cos nx}{n\pi} \Big|_{\pi/3}^{2\pi/3} - \frac{6 \cos nx}{n\pi} \Big|_{2\pi/3}^\pi + \frac{6x \cos nx}{n\pi^2} \Big|_{2\pi/3}^\pi - \frac{6 \sin nx}{n^2 \pi^2} \Big|_{2\pi/3}^\pi \right) \end{aligned} \quad (2)$$

Анализ формулы (2) позволяет сделать вывод, что четные коэффициенты ряда равны нулю, а нечетные определяются по следующему правилу. Обозначим нечетные коэффициенты символом b_{2l+1} , где $l=0, 1, 2, 3, \dots$ – целое число. Для определения значений нечетных коэффициентов ряда Фурье для рассматриваемой функции необходимо найти целочисленный остаток r от деления $2l+1$ на 3. Тогда формулы для вычисления коэффициентов ряда будут выглядеть следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} b_{2l+1} &= 0, \text{ при } r=0; \\ b_{2l+1} &= (-1)^{r-1} \frac{6\sqrt{3}}{(2l+1)^2 \pi^2} U_m, \text{ при } r=1 \text{ и } r=2. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В частности, коэффициенты ряда Фурье для функции, приведенной на рис. 1, равны

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} U_m; \quad b_3 = 0; \quad b_5 = -\frac{6\sqrt{3}}{25\pi^2} U_m; \quad b_7 = \frac{6\sqrt{3}}{49\pi^2} U_m; \quad b_9 = 0; \quad b_{11} = -\frac{6\sqrt{3}}{121\pi^2} U_m; \\ b_{13} &= \frac{6\sqrt{3}}{169\pi^2} U_m; \quad b_{15} = 0; \quad b_{17} = -\frac{6\sqrt{3}}{289\pi^2} U_m; \dots \end{aligned}$$

Отсюда можно сделать следующие выводы:

1. Учитывая, что в частотном преобразователе, осуществляющем формирование трапецеидального фазного напряжения, максимальная величина

$$U_m = \frac{U_d}{2},$$

где U_d – выпрямленное напряжение в линии постоянного тока, при его подключении к трехфазной сети с линейным напряжением 380 В амплитуда первой гармоники составит 271 В, а действующее значение фазного напряжения – 192 В. Этот результат с точностью до долей процента совпадает с действующим напряжением, рассчитанным как среднеквадратическое значение функции $f(\omega t)$, изображенной на рис. 1.

2. Гармоники с номером, кратным 3, отсутствуют в выходном сигнале частотного преобразователя.

3. Ожидаемая величина амплитуды пятой гармоники составит 4 % от амплитуды первой гармоники.

4. Амплитуда седьмой гармоники не превысит 2,23 % от амплитуды первой гармоники.

5. Качество электроэнергии на выходе частотного преобразователя, формирующего трапецеидальную форму фазного напряжения, соответствует ГОСТ 32144-2013 [6].

Следует отметить, что полученный гармонический состав отражает только особенности формы трапецеидального фазного напряжения частотного преобразователя и не учитывает процесс широтно-импульсной модуляции. Несмотря на это, можно с уверенностью сказать, что применение такого несинусоидального напряжения более чем оправдано, поскольку значительно упрощает техническую реализацию цифрового модулятора [4], осуществляющего управление силовыми транзисторами. Действительно, трапецеидальный модулятор не требует никаких вычислительных затрат на такте широтно-импульсной модуляции. Кроме того, при его работе одновременно переключаются только три транзистора, что обеспечивает снижение коммутационных потерь как минимум на 25 %. Еще одно до-

стоинство такого подхода к построению частотных преобразователей заключается в том, что в его законе коммутации не наблюдается ситуаций переключения транзисторов одного плеча трехфазного моста. Это позволяет исключить так называемое «мертвое» время в работе силового преобразователя.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. – М.: Академия, 2006. – 265 с.
2. Анучин А.С. Системы управления электроприводов. – М.: Издательский дом МЭИ, 2015. – 373 с.
3. Калачев Ю.Н. Векторное регулирование (заметки практика). – М.: ЭФО, 2013. – 63 с.
4. Патент России № 2216850, МКИ⁷ H03K 7/08, H02M 7/539, H02P 7/42. Цифровой модулятор для преобразователя частоты асинхронного двигателя / А.В. Стариков, В.А. Стариков (Россия) // Оpubл. 20.11.2003, Бюл. № 32.
5. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Физматгиз, 1961. – 783 с.
6. ГОСТ 32144-2013. Нормы качества электроэнергии в системах электроснабжения общего назначения. – М.: Стандартинформ, 2014. – 16 с.

Статья поступила в редакцию 5 июня 2017 г.

ANALYSIS OF HARMONIOUS STRUCTURE OF THE TRAPEZOIDAL PHASE VOLTAGE FORMED BY THE FREQUENCY CONVERTER

A.V. Starikov, V.V. Kuznetsov, D.Yu. Rokalo

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The basic lacks of the sinusoidal and vector modulators applied in modern frequency converters are considered. For the purpose of simplification of technical implementation it is offered to use the modulators which are carrying out trapezoidal pulse-width modulation. Decomposition the trapezoidal phase voltage of the frequency converter in a harmonic series is made. Analytical expressions of the Fourier coefficients are found. The harmonic composition of the phase voltage of trapezoidal form is analyzed. It is shown that quality of output voltage of the frequency converter which is carrying out trapezoidal modulation, corresponds to GOST requirements. Additional advantages of frequency converters with the trapezoidal modulators, consisting in decrease of switching losses of the power transistors and absence of so-called «dead» time are noted.

Keywords: frequency converter, trapezoidal form of the voltage, harmonic composition, Fourier coefficients, modulator.

Alexander V. Starikov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Vladimir V. Kuznetsov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Daniil Yu. Rokalo, Postgraduate Student.