

УДК 658.5

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРИОДИЧНОСТИ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ЗВЕНЬЕВ РЕСУРСОНАБЖАЮЩИХ СЕТЕЙ С ВЕТВЯЩЕЙСЯ СТРУКТУРОЙ*

А.И. Песчанский¹, Г.Н. Рогачев², А.И. Коваленко²

¹ Севастопольский государственный университет
Россия, 299053, г. Севастополь, ул. Университетская, 33
e-mail: peschansky_sntu@mail.ru

² Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244
e-mail: grogachev@mail.ru
e-mail: annushka199@bk.ru

Рассматривается восстанавливаемая система с ветвящейся линейной структурой и конечной надежностью, в которой проводится предупредительное техническое обслуживание ее звеньев. Предполагается, что времена безотказной работы и восстановления звеньев являются случайными величинами общего вида. Строятся итерационные процессы расчета стационарных надежностных и экономических характеристик сети. Определяются оптимальные сроки проведения технического обслуживания звеньев сети в зависимости от времени их работы без отказа. На примерах работы электроснабжающей сети и сети коммутации сетевого оборудования на предприятии показано, что оптимальный выбор периодичности проведения технического обслуживания звеньев может приводить к улучшению экономических характеристик сети.

Ключевые слова: *ресурсонабжающие сети, ветвящаяся структура, техническое обслуживание, стационарный коэффициент технического использования, средний удельный доход, средние удельные затраты, оптимизация сроков профилактики.*

Потребности практики привели к значительному расширению исследований в области теории надежности сложных технических систем, в частности ресурсонабжающих сетей. Проблемы надежности весьма многогранны. В них затрагиваются технологические, конструктивные, организационные аспекты и выявляется необходимость разработки фундаментального математического аппарата, приспособленного к специфике рассматриваемых вопросов. В справочнике [1] изложены методы, алгоритмы и математические модели решения практических задач обеспечения надежности электроэнергетических систем, систем газо-, нефте- и теплоснабжения. Однако в большинстве случаев расчетные формулы для показателей надежности систем получены в предположении экспоненциального закона распределения времени восстановления и времени между отказами элементов системы, поскольку в этом случае пригоден аппарат марковских случайных процессов.

* Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (проект № 5-01-05840 и № 17-48-630410 p_a).

Алексей Иванович Песчанский (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Высшая математика».

Геннадий Николаевич Рогачев (д.т.н., доц.), профессор кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

Анна Игоревна Коваленко, аспирант.

Предположение об общем законе распределения указанных случайных величин значительно усложняет задачу определения надежностных и экономических характеристик системы. Именно в такой постановке в данной работе строятся рекуррентные процессы расчета стационарных характеристик ресурсоснабжающих сетей, имеющих ветвящуюся структуру, с учетом проведения предупредительного технического обслуживания ее звеньев, а также определяется оптимальная периодичность его проведения.

Постановка задачи

Рассмотрим ресурсоснабжающую сеть, имеющую многоуровневую ветвящуюся линейную структуру, в которой каждому звену некоторого уровня непосредственно подчинено несколько звеньев более низкого уровня и каждое звено имеет связь со звеньями только соседних уровней [2–4]. Структура такой сети изображена на рис. 1.

Головное звено a_0 связано с a_1 звеньями первого уровня, каждое из которых, в свою очередь, связано с a_2 звеньями второго уровня и т. д. Каждое из звеньев предпоследнего ($n - 1$) уровня связано с a_n звеньями последнего n -ного уровня. Звенья последнего уровня называются выходными.

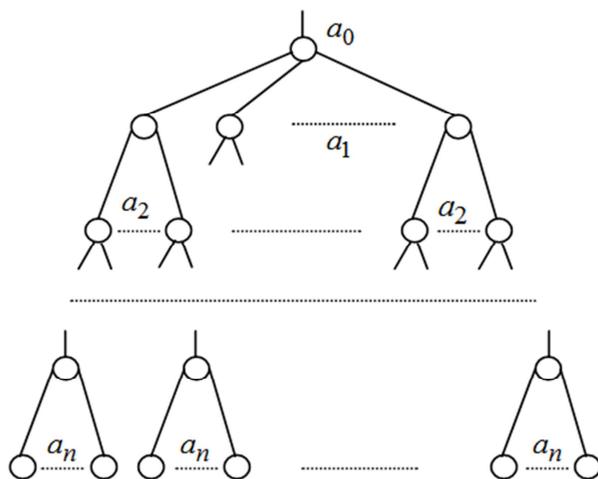


Рис. 1. Структурная схема ресурсоснабжающей сети

Опишем функционирование такой сети. Отказ любого звена сети обнаруживается мгновенно, и сразу же начинается его восстановление. В момент аварийного отказа звена прекращается как работа, так и восстановление всех связанных с ним звеньев, которым оно предшествует. Также отключаются все звенья, которые предшествуют отказавшему звену и не принадлежат более ни одному работоспособному пути. Под работоспособным путем понимается цепочка функционально связанных работающих звеньев от головного до одного из выходных звеньев. В момент включения в систему восстановившегося звена одновременно с ним включаются и те ранее отключенные работоспособные звенья, которые вместе с восстановленным звеном образуют работоспособный путь. При этом их уровень работоспособности такой же, каким он был при отключении. Кроме этого, продолжается восстановление отключенных звеньев, связанных функционально с восстановленным звеном.

Будем предполагать, что сеть однородна, т. е. элементы одного уровня одно-типны: время безотказной работы звеньев i -того уровня – случайная величина α_i с функцией распределения $F_i(t) = P(\alpha_i \leq t)$, $i = \overline{0, n}$, а время восстановления – случайная величина β_i с функцией распределения $G_i(t) = P(\beta_i \leq t)$, $i = \overline{0, n}$.

В сети проводится предупредительное техническое обслуживание (ТО) звеньев со стратегией, известной как обслуживание по возрасту [3]. Если после завершения восстановительных работ звено проработало без отказа время τ_i , то проводится ТО, которое его полностью обновляет. Длительность ТО – случайная величина β_i^p с функцией распределения $G_i^p(t) = P(\beta_i^p \leq t)$, $i = \overline{0, n}$. Так же, как и в моменты аварийного отключения, в моменты начала ТО звена и его завершения происходит отключение и включение функционально связанных с ним звеньев.

Критерием отказа сети считается отсутствие в ней хотя бы одного работоспособного пути от головного звена до выходного. В момент отказа системы все оставшиеся работоспособные звенья отключаются.

Известными считаются следующие экономические параметры звеньев i -того уровня ($i = \overline{0, n}$) сети: c_i – доход в единицу времени безотказной работы; c_i^0 – затраты в единицу времени аварийного восстановления; c_i^p – затраты в единицу времени технического обслуживания.

Целью исследований является построение итерационных процессов расчета стационарного коэффициента технического использования $K(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n)$ сети, среднего удельного дохода $S(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n)$ в единицу календарного времени и средних удельных затрат $C(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n)$ в единицу исправного функционирования сети, а также определение оптимальных сроков проведения ТО ее звеньев.

Определение стационарных характеристик системы

Обозначим коэффициент готовности звена i -того уровня $K_i(\tau_i)$; средний удельный доход звена i -того уровня в единицу календарного времени $S_i(\tau_i)$; средние удельные затраты звена i -того уровня в единицу времени исправного функционирования $C_i(\tau_i)$. Как известно, эти характеристики определяются следующими формулами [3, 5, 6]:

$$\begin{aligned}
 K_i(\tau_i) &= \frac{T_i^{(1)}(\tau_i)}{T_i^{(1)}(\tau_i) + T_i^{(0)}(\tau_i) + T_i^{(2)}(\tau_i)}; \\
 S_i(\tau_i) &= \frac{c_i T_i^{(1)}(\tau_i) - c_i^0 T_i^{(0)}(\tau_i) - c_i^p T_i^{(2)}(\tau_i)}{T_i^{(1)}(\tau_i) + T_i^{(0)}(\tau_i) + T_i^{(2)}(\tau_i)}; \\
 C_i(\tau_i) &= \frac{c_i^0 T_i^{(0)}(\tau_i) + c_i^p T_i^{(2)}(\tau_i)}{T_i^{(1)}(\tau_i)},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $T_i^{(1)}(\tau_i) = \int_0^{\tau_i} \overline{F_i(t)} dt$ – среднее время работоспособности;

$T_i^{(0)}(\tau_i) = F_i(\tau_i) E\beta_i$ – среднее время аварийного восстановления;

$T_i^{(2)}(\tau_i) = \overline{F}_i(\tau_i) E\beta_i^p$ – среднее время ТО звена i -того уровня на периоде регенерации, $i = \overline{0, n}$, т. е. между двумя соседними моментами начала работы звена после завершения аварийного восстановления или технического обслуживания.

Соответствующие стационарные характеристики сети найдем по рекуррентным формулам, которые получаются в результате применения к данной структуре расчетных формул, полученных в работе [6]. В итоге приходим к следующему. Характеристики семейства n -ного уровня, которое содержит a_n выходных звеньев, управляемых одним звеном $(n - 1)$ -ного уровня, определяются формулами

$$\begin{aligned} K^{(n)}(\tau_n) &= 1 - [1 - K_n(\tau_n)]^{a_n}; \\ S^{(n)}(\tau_n) &= a_n S_n(\tau_n); \\ C^{(n)}(\tau_n) &= \frac{a_n C_n(\tau_n) K_n(\tau_n)}{K^{(n)}(\tau_n)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для одного семейства звеньев m -ного уровня, которое содержит a_m звеньев, управляемых одним звеном $(m - 1)$ -ного уровня, расчетные формулы принимают вид ($m = \overline{1, n-1}$)

$$\begin{aligned} K^{(m)}(\tau_m, \dots, \tau_n) &= 1 - \left[1 - \frac{K_m(\tau_m) K^{(m+1)}(\tau_{m+1}, \dots, \tau_n)}{K_m(\tau_m) + K^{(m+1)}(\tau_{m+1}, \dots, \tau_n) - K_m(\tau_m) K^{(m+1)}(\tau_{m+1}, \dots, \tau_n)} \right]^{a_m}; \\ S^{(m)}(\tau_m, \dots, \tau_n) &= \frac{a_m [S_m(\tau_m) K^{(m+1)}(\tau_{m+1}, \dots, \tau_n) + K_m(\tau_m) S^{(m+1)}(\tau_{m+1}, \dots, \tau_n)]}{K_m(\tau_m) + K^{(m+1)}(\tau_{m+1}, \dots, \tau_n) - K_m(\tau_m) K^{(m+1)}(\tau_{m+1}, \dots, \tau_n)}; \quad (3) \\ C^{(m)}(\tau_m, \dots, \tau_n) &= \frac{a_m [C_m + C^{(m+1)}] [K_m + K^{(m+1)} - K_m K^{(m+1)}]^{a_m - 1}}{\sum_{i=0}^{a_m - 1} [K_m + K^{(m+1)} - 2K_m K^{(m+1)}]^i [K_m + K^{(m+1)} - K_m K^{(m+1)}]^{a_m - i - 1}}. \end{aligned}$$

Характеристики всей сети с ветвящейся структурой в целом определяются формулами

$$\begin{aligned} K(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n) &= \frac{K_0(\tau_0) K^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_n)}{K_0(\tau_0) + K^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_n) - K_0(\tau_0) K^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_n)}; \\ S(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n) &= \frac{S_0(\tau_0) K^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_n) + K_0(\tau_0) S^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_n)}{K_0(\tau_0) + K^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_n) - K_0(\tau_0) K^{(1)}(\tau_1, \dots, \tau_n)}; \quad (4) \\ C(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n) &= C_0(\tau_0) + \frac{a_1 [C_1 + C^{(2)}] [K_1 + K^{(2)} - K_1 K^{(2)}]^{a_1 - 1}}{\sum_{i=0}^{a_1 - 1} [K_1 + K^{(2)} - 2K_1 K^{(2)}]^i [K_1 + K^{(2)} - K_1 K^{(2)}]^{a_1 - i - 1}}. \end{aligned}$$

Оптимизация периодичности проведения ТО звеньев сети

Стационарные характеристики сети являются функциями возрастов τ_i звеньев для проведения их ТО. Поэтому задача определения оптимальных сроков проведения ТО элементов системы сводится к задаче нахождения точек абсолютного экстремума выбранной критериальной функции:

$$K(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n) \rightarrow \max_{\tau_i \in (0, \infty); i=0, n} \underline{\quad};$$

$$S(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n) \rightarrow \max_{\tau_i \in (0, \infty); i=0, n} \underline{\quad};$$

$$C(\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n) \rightarrow \min_{\tau_i \in (0, \infty); i=0, n} \underline{\quad}.$$

Заметим, что ТО звеньев не всегда приводит к улучшению стационарных характеристик сети. Улучшения этих показателей следует ожидать в случае, когда среднее время ТО и затраты на него меньше, чем аналогичные показатели при аварийном восстановлении звеньев.

Приведем примеры применения изложенных выше результатов для оптимизации работы конкретных ресурсоснабжающих сетей.

Пример 1: электроснабжающие сети

Электричество в дома потребителей попадает от электростанций (гидро-, тепло-, атомных, солнечных, ветровых или геотермальных), являющихся ресурсоснабжающими организациями. При этом, как правило, потребители находятся на больших расстояниях как от источника электричества, так и друг от друга. В связи с этим, чтобы осуществить передачу электроэнергии, необходима разветвленная сеть электроснабжения, включающая элементы, управляющие техническими характеристиками ресурса. Это трансформаторы, повышающие напряжение до 1150 кВ (в зависимости от расстояния). После этого с помощью ЛЭП осуществляется передача электроэнергии на ЦРП (центральные распределительные подстанции), которые находятся недалеко от города или на его окраине. На ЦРП происходит понижение напряжения до 220 или 110 кВ, далее электроэнергия передается к подстанциям [7]. Там напряжение еще раз понижают (уже до 6–10 кВ) и происходит распределение электрической энергии по трансформаторным пунктам, именуемым также ТП. К трансформаторным пунктам электричество может передаваться не ЛЭП, а подземной кабельной линией, т. к. в городских условиях это более целесообразно. На ТП напряжение в последний раз понижается до потребительских 0,4 кВ (сеть 380 вольт). На рис. 2 представлен маршрут передачи электроэнергии от источника к потребителям [8].

Рассмотрим основные звенья электроснабжающей сети: 2 трансформатора, повышающих напряжение для передачи электроэнергии (элементы первого уровня), и 36 трансформаторов, постепенно понижающих напряжение (6 трансформаторов до 220 кВ и 30 трансформаторов до 6–10 кВ). Согласно инструкции техническое обслуживание элементов сети необходимо проводить не реже

$\tau_0 = 100 \text{ сут}$, $\tau_1 = 80 \text{ сут}$, $\tau_2 = 60 \text{ сут}$, $\tau_3 = 30 \text{ сут}$ для обеспечения требуемой надежности сети. Предположим, случайные величины α_i , β_i , β_i^p для звеньев сети имеют распределения Эрланга соответственно с функциями распределения:

$$F_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t} \sum_{j=0}^2 \frac{(\lambda_i t)^j}{j!}, \quad G_i(t) = 1 - e^{-\mu_i t} \sum_{j=0}^2 \frac{(\mu_i t)^j}{j!}, \quad G_i^p(t) = 1 - e^{-\mu_i^p t} \sum_{j=0}^3 \frac{(\mu_i^p t)^j}{j!}.$$

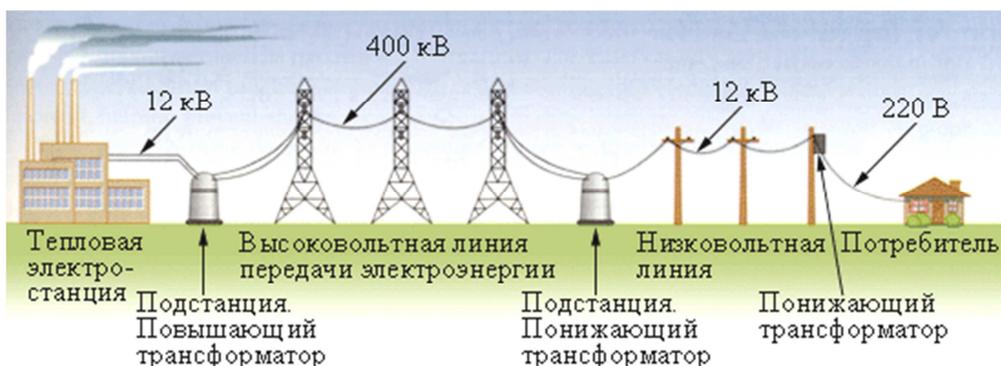


Рис. 2. Маршрут передачи электроэнергии от тепловой электростанции к потребителям

Исходные характеристики звеньев приведены в табл. 1.

В табл. 2 через S^* , C^* обозначены экономические показатели качества функционирования сети в случае, когда используется рекомендованная стратегия обслуживания $\tau_0 = 100 \text{ сут}$, $\tau_1 = 80 \text{ сут}$, $\tau_2 = 60 \text{ сут}$, $\tau_3 = 30 \text{ сут}$.

Таблица 1

Исходные данные сети для примера 1

№ уровня	Кол-во звеньев в семействе уровня	Среднее время безотказной работы $M\alpha_i$, сут	Среднее время восстановления $M\beta_i$, сут	Среднее время ТО $M\beta_i^p$, час	Доход звена c_i , ден.ед/мес	Затраты на восстановление звена c_i^0 , ден.ед/мес	Затраты на ТО звена c_i^p , ден.ед/мес
0	$a_0 = 1$	200	8,6	16,0	1500	2000	500
1	$a_1 = 2$	75	6,0	14,5	1200	1600	300
2	$a_2 = 3$	54	4,6	14,1	1000	1200	200
3	$a_3 = 5$	46	3,8	12,9	1000	900	200

Таблица 2

Результаты оптимизации характеристик сети по различным критериям для примера 1

№ уровня	τ_i , сут	τ_i^S , сут	S^{\max} , ден.ед/мес	S^* , ден.ед/мес	τ_i^C , сут	C^{\min} , ден.ед/мес	C^* , ден.ед/мес
0	100,0	79,6	34061,5	32882,1	44,2	623,5	1261,6
1	80,0	33,4			8,6		
2	60,0	26,2			9,8		
3	30,0	20,0			12,2		

Проведение ТО звеньев при достижении ими времен безотказной работы τ_i^S , τ_i^C , $i = \overline{0,3}$ в зависимости от выбранного критерия улучшает эти показатели соответственно на 3,5 и 50,6 %.

Пример 2: сетевое оборудование

Приведем пример расчета характеристик и оптимизации периодичности проведения ТО звеньев сети коммутации сетевого оборудования на предприятии.

Рассмотрим сеть, состоящую из центрального коммутатора и 6 коммутаторов (звенья первого уровня), каждый из которых обслуживает 15 персональных компьютеров. Согласно инструкции техническое обслуживание звеньев сети необходимо проводить не реже $\tau_0 = 215 \text{ сут}$, $\tau_1 = 115 \text{ сут}$, $\tau_2 = 70 \text{ сут}$ для обеспечения требуемой надежности сети. Предположим, что законы распределения случайных величин α_i , β_i , β_i^p , описывающих звенья сети, имеют соответственно функции распределения:

$$F_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i t} \sum_{j=0}^3 \frac{(\lambda_i t)^j}{j!}, \quad G_i(t) = 1 - e^{-\mu_i t} \sum_{j=0}^2 \frac{(\mu_i t)^j}{j!}, \quad G_i^p(t) = 1 - e^{-\mu_i^p t} \sum_{j=0}^4 \frac{(\mu_i^p t)^j}{j!}.$$

Исходные характеристики элементов приведены в табл. 3.

В табл. 4 через S^* , C^* обозначены экономические показатели качества функционирования системы в случае, когда используется рекомендованная стратегия обслуживания $\tau_0 = 215 \text{ сут}$, $\tau_1 = 115 \text{ сут}$, $\tau_2 = 70 \text{ сут}$. Проведение ТО элементов при достижении времен безотказной работы звеньев τ_i^S , τ_i^C , $i = \overline{0,3}$ в зависимости от выбранного критерия улучшает эти показатели соответственно на 1,2 и 39,4 %.

Таблица 3

Исходные данные системы для примера 2

№ уровня	Кол-во звеньев в семействе уровня	Среднее время безотказной работы $M\alpha_i$, сут	Среднее время восстановления $M\beta_i$, сут	Среднее время ТО $M\beta_i^p$, час	Доход звена c_i , ден.ед/мес	Затраты на восстановление c_i^0 , ден.ед/мес	Затраты на ТО c_i^p , ден.ед/мес
0	$a_0 = 1$	450	4,0	12,3	1500	2800	1300
1	$a_1 = 6$	225	3,5	11,6	1200	2400	1200
2	$a_2 = 15$	129	3,2	11,4	1000	2000	800

Таблица 4

Результаты оптимизации характеристик сети по различным критериям для примера 2

№ уровня	τ_i , сут	τ_i^S , сут	S^{\max} , ден.ед/мес	S^* , ден.ед/мес	τ_i^C , сут	C^{\min} , ден.ед/мес	C^* , ден.ед/мес
0	300,0	214,3	94782,56	93574,47	159,7	1405,2	2320,26
1	200,0	107,8			80,6		
2	100,0	53,2			45,7		

Выводы

В статье построены итерационные процессы для расчета стационарных надежностных и экономических показателей сетей, имеющих ветвящуюся структуру, с учетом проведения предупредительного технического обслуживания ее звеньев. На примерах конкретных ресурсоснабжающих сетей показано, что оптимальный выбор периодичности проведения ТО звеньев может приводить

к улучшению характеристик сети. Стационарные показатели эффективности функционирования могут быть улучшены по сравнению с существующей стратегией: для электроснабжающей сети – средний удельный доход увеличен на 3,5 %, средние удельные затраты уменьшены на 50,6 %; в примере с сетевым оборудованием – средняя удельная прибыль увеличена на 1,2 %, средние удельные затраты уменьшены на 39,4 % .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Надежность систем энергетики и их оборудования: Справ. В 4 т. / Под общ. ред. Ю.Н. Руденко. Т. 1. Справочник по общим моделям анализа и синтеза надежности систем энергетики / Под ред. Ю.Н. Руденко. – М.: Энергоатомиздат, 1994. Т. 2. Надежность электроэнергетических систем / Под ред. М.Н. Розанова. – М.: Энергоатомиздат, 2000. Т. 3. Надежность систем газо- и нефтеснабжения / Под ред. М.Г. Сухарева. – М.: Недра, 1994. Кн. 1, 2. Т. 4. Сеннова Е.В., Смирнов А.В., Ионин А.А. и др. Надежность систем теплоснабжения. – Новосибирск: Наука, 2000.
2. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов. Учеб. пособ. – СПб.: Питер, 2005. – 479 с.
3. Байхельт Ф., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход. – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.
4. Корлат А.Н., Кузнецов В.Н., Турбин А.Ф. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания. – Кишинёв: Штиинца, 1991. – 209 с.
5. Барлоу Р., Хантер Л. Оптимальный порядок проведения профилактических работ // Оптимальные задачи надежности; под ред. И.А.Ушакова. – М.: Стандарты, 1968. – С. 244–255.
6. Песчанский А.И. Полумарковская модель технического обслуживания монотонной системы с учетом возраста и отключением ее элементов // Системные технологии: рег. межвуз. сб. науч. тр. – Днепропетровск, 2009. – № 2(61). – С. 29–41.
7. Электронный ресурс: <https://samelectrik.ru/kak-proisxodit-peredacha-i-raspredelenie-elektroenergii.html>
8. Электронный ресурс: <http://electrik.info/main/school/892-kak-peredaetsya-elektroenergiya-ot-elektrostantsiy-k-potrebitelyam.html>

Статья поступила в редакцию 12 сентября 2017 г.

OPTIMIZATION OF MAINTENANCE PERIOD FOR THE ELEMENTS OF RESOURCE-SUPPLYING NETWORKS WITH BRANCHING STRUCTURE

A.I. Peschansky¹, G.N. Rogachev², A.I. Kovalenko²

¹ Sevastopol State University
33, Universitetskaya st., Sevastopol, 299053, Russian Federation

² Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

A restorable system with linear branching structure and finite reliability is considered. Preventive maintenance of its elements is carried out. Operation and restoration periods are assumed to be random values of general kind. Iteration processes of calculation of stationary reliability and economical characteristics of the network are constructed. Optimal intervals between elements' maintenance are obtained as the functions of their times-to-failure. The examples of electricity supply network and industrial circuit-switched net are given. It is shown that the optimal choice of elements' preventive maintenance results in economical network indexes improvement.

Keywords: *resource-supplying networks, branching structure, maintenance, stationary operating efficiency, average specific income, average specific expenses, optimization of preventive maintenance intervals.*

¹ *Aleksey I. Peschansky (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

² *Gennady N. Rogachev (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

² *Anna I. Kovalenko, Postgraduate Student.*