

# Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы

УДК 681.518

## ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ КОДОВ В СИСТЕМАХ ИЗМЕРЕНИЯ РАДИАЛЬНЫХ ЗАЗОРОВ В КОМПРЕССОРАХ ТУРБОМАШИН

*В.Н. Белопухов, С.Ю. Боровик, П.Е. Подлипов*

ФГБУН «Институт проблем управления сложными системами Российской академии наук»  
Россия, 443020, г. Самара, ул. Садовая, 61

***Аннотация.** Приводится анализ случайных погрешностей, обусловленных дискретным характером информации, поступающей от одновитковых вихретоковых датчиков в системах измерения радиальных зазоров в компрессорах турбомашин. Для указанных погрешностей получен закон распределения вероятностей и определены основные статистические характеристики. На основе полученных результатов предложена методика оценки вычислительных ресурсов системы измерения и ее быстродействия. Для заданной точности восстановления экстремума огибающей кодов на выходе АЦП при условии сохранения постоянной частоты дискретизации во всем диапазоне изменений скоростей вращения ротора турбомашин и неизменном объеме буферной памяти предложен алгоритм прореживания кодов и определены его параметры.*

***Ключевые слова:** газотурбинный двигатель, система измерения радиальных зазоров, одновитковый вихретоковый датчик, погрешность дискретизации, статистические характеристики, оценка вычислительных ресурсов.*

### **Введение**

Известны системы измерения радиальных зазоров (РЗ) между торцами рабочих лопаток ротора и статором авиационных газотурбинных двигателей (ГТД), предназначенные для экспериментальных исследований ГТД в стендовых условиях [1–8]. В таких системах применяются одновитковые вихретоковые датчики (ОВТД) с чувствительными элементами (ЧЭ) в виде отрезка проводника, способные работать в экстремальных условиях высоких температур газовоздушного тракта ГТД [1, 8, 9].

Информативным параметром ОВТД является изменение его эквивалентной индуктивности, зависящее от величины РЗ от ЧЭ до контролируемой лопатки. Датчики включаются в измерительные цепи (ИЦ) с импульсным питанием, которые реализуют известный метод первой производной [1]. Далее напряжение на

---

*Валентин Николаевич Белопухов (к.т.н.), старший научный сотрудник.  
Сергей Юрьевич Боровик (д.т.н.), ведущий научный сотрудник.  
Петр Евгеньевич Подлипов, младший научный сотрудник.*

выходе ИЦ преобразуется в цифровые коды, которые в виде входного потока с дискретизацией по времени поступают в систему обработки.

В процессе вращения ротора турбомашины торцы контролируемых лопаток поочередно проходят зону чувствительности ОВТД, что приводит к формированию на выходе ИЦ напряжения, представляющего собой последовательность «импульсов» колоколообразной формы, амплитуда которых характеризует искомый РЗ. Очевидно, что при отсутствии синхронизации моментов опроса ОВТД с частотой вращения ротора турбомашины дискретный характер получения информации о РЗ является причиной возникновения соответствующей погрешности [10], которая носит случайный характер и может быть классифицирована как инструментальная.

Настоящая статья посвящена статистическому анализу погрешностей дискретизации в системах измерения РЗ на основе ОВТД. Это, по мнению авторов, позволит оценить требуемые вычислительные ресурсы при практической реализации систем измерения РЗ в компрессорах ГТД и, как следствие, оптимизировать аппаратную часть систем (по крайней мере, в части блока предварительной обработки информации и данных с ОВТД).

### Анализ погрешностей дискретизации в системах измерения с ОВТД

На рис. 1, а представлено семейство кривых в виде зависимостей кодов АЦП ( $C$ ) при прохождении торцом компрессорной лопатки зоны чувствительности ОВТД для различных значений РЗ (0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5 мм). Для получения указанных характеристик использовалось специализированное лабораторное автоматическое градуировочное устройство, обеспечивающее контролируемое перемещение торца лопатки относительно ЧЭ ОВТД по трем осям координат с заданной точностью [11]. При этом вращательное движение лопатки относительно ЧЭ ОВТД на реальной силовой установке имитировалось на стенде ее линейным перемещением по оси  $Z$ , что при больших радиусах лопаточных колес компрессора ГТД (порядка 0,5 м и более) и малой зоне чувствительности датчика (не более  $\pm 7,5$  мм для рассматриваемого варианта конструкции ОВТД) вполне оправдано. Имитация изменений РЗ осуществлялась путем перемещения лопатки относительно ЧЭ ОВТД по оси  $Y$ . Начало системы отсчета  $OXYZ$  привязано к геометрическому центру ЧЭ ОВТД.

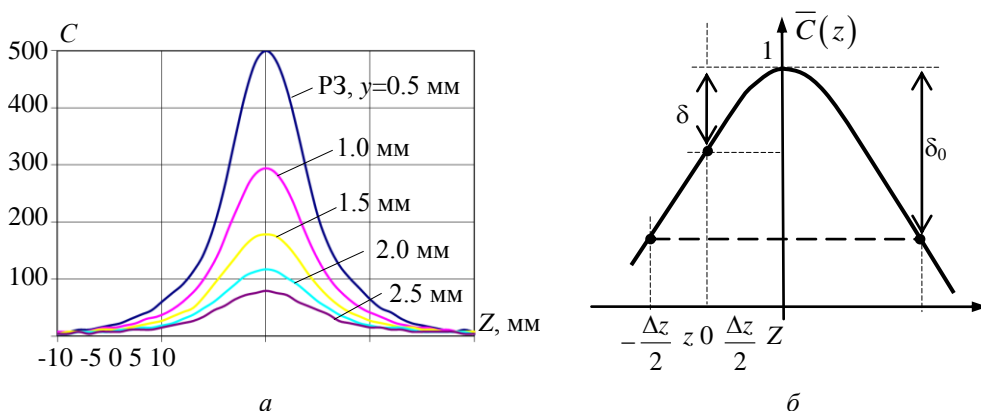


Рис. 1. Зависимость кодов АЦП при прохождении торцом компрессорной лопатки зоны чувствительности ОВТД при различных РЗ (а) и ошибка определения экстремума, связанная с дискретизацией отсчетов по времени (б)

Приведенные на рис. 1, а зависимости  $C(y, z)$  хорошо аппроксимируются кривыми, представленными в виде разделенной формы двух независимых компонент:

$$C(y, z) = A(y) \cdot \exp\left[-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right] \quad (1)$$

где  $y$  – значение РЗ;  $A(y)$  – амплитуда кривой, зависящая от величины РЗ;  
 $\sigma_z$  – параметр, характеризующий ширину гауссовой кривой (для рассматриваемого варианта компрессорной лопатки  $\sigma_z = 1,8$  мм).

Следует отметить, что аппроксимация зависимостей вида рис. 1, а с помощью выражения (1) применима для компрессорных лопаток с наиболее типичными формами пера и торцевой части. В общем случае для произвольной формы лопатки вид аппроксимационной зависимости должен выбираться индивидуально.

Для определения погрешности дискретизации удобно использовать нормированную относительно максимального значения  $A(y)$  компоненту выражения (1), задающую только форму огибающей при движении лопатки под ЧЭ ОВТД:

$$\bar{C}(z) = \exp\left[-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right] \quad (2)$$

На рис. 1, б в более детальном виде представлена окрестность экстремума  $\bar{C}(z)$ , попадающая в зону между двумя соседними отсчетами, а также даны пояснения для расчета относительной погрешности дискретизации. Как видно из графика рис. 1, б, погрешность дискретизации распределена в диапазоне  $\delta \in [0, \delta_0]$  и принимает свое максимальное значение ( $\delta_0$ ) в случае, когда координата экстремума попадает на середину интервала дискретизации  $\Delta z$ :

$$\delta_0 = 1 - \bar{C}\left(\frac{\Delta z}{2}\right) \quad (3)$$

Для малых  $\Delta z$  (это соответствует практически важному критерию обеспечения  $\delta_0 \leq 5\%$ ) с учетом (2) выражение (3) можно представить в упрощенном виде:

$$\delta_0 \approx \frac{\Delta z^2}{8\sigma_z^2} \quad (4)$$

Очевидно, что величина  $\Delta z$  определяется частотой дискретизации АЦП ( $f$ ) и зависит от скорости вращения лопаточного колеса ( $n$ ). Для заданных  $f$  [Гц] и  $n$  [об/мин]  $\Delta z$  можно найти из

$$\Delta z = \frac{2\pi n R}{60 f} \quad (5)$$

где  $R$  – радиус лопаточного колеса по торцам рабочих лопаток.

Предполагая равновероятный характер попадания экстремума в интервал дискретизации  $\Delta z$ , по известной методике [12] можно получить выражения для плотности распределения вероятности погрешности дискретизации:

$$W(\delta) = \frac{1}{2\sqrt{\delta_0}\sqrt{\delta}} \quad (6)$$

а также интегральной функции ее распределения:

$$F(\delta) = \sqrt{\delta/\delta_0} \quad (7)$$

Следует отметить, что распределение  $W(\delta)$  является усеченным по границе максимальной погрешности и справедливо только для конкретной скорости вращения лопаточного колеса и частоты дискретизации.

Примеры графиков функций  $W(d)$  и  $F(d)$ , нормированной относительно максимального значения погрешности  $d_0$ , приведены на рис. 2. Результаты получены для случая измерений РЗ на лопаточном колесе компрессора радиусом  $R=420$  мм, вращающегося со скоростями 10000 и 20000 об/мин соответственно. Частота дискретизации АЦП составляла 1 МГц.

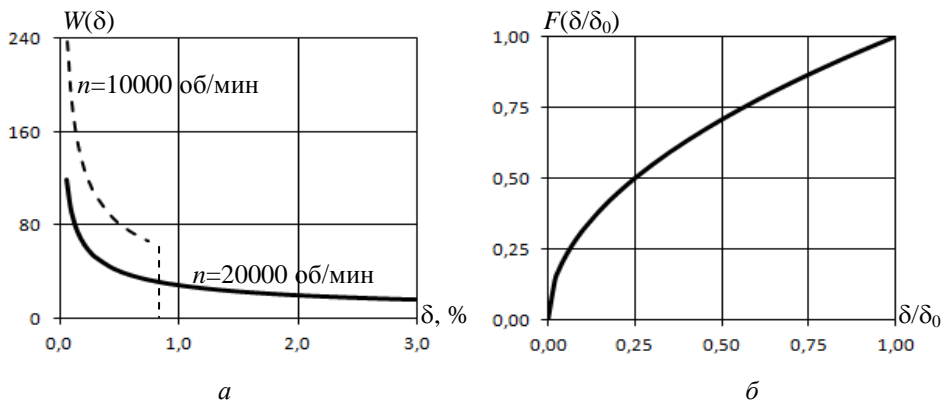


Рис. 2. Плотность распределения вероятности погрешности дискретизации (а) и интегральная функция ее распределения (б)

На основе плотности вероятности могут быть определены другие статистические характеристики для погрешности дискретизации, и в частности математическое ожидание (МО,  $M$ ) и среднее квадратическое отклонение (СКО,  $S$ ):

$$M = \frac{\delta_0}{3} \quad S = \frac{2\delta_0}{\sqrt{45}} \quad (8)$$

В табл. 1 приведены оценки вероятности попадания погрешности дискретизации в характерные интервалы, а на рис. 3 – зависимости максимальной погрешности ( $\delta_0$ ), МО ( $M$ ) и СКО ( $S$ ) от скорости вращения лопаточного колеса компрессора для тех же исходных данных ( $R = 420$  мм,  $f = 1$  МГц), что использовались в примере на рис. 2.

Таблица 1

**Вероятность попадания погрешности дискретизации в характерный интервал**

Интервал	$0 < \delta < M$	$M - S < \delta < M + S$	$M - S < \delta < M + 2S$
Вероятность	0,58	0,79	0,96

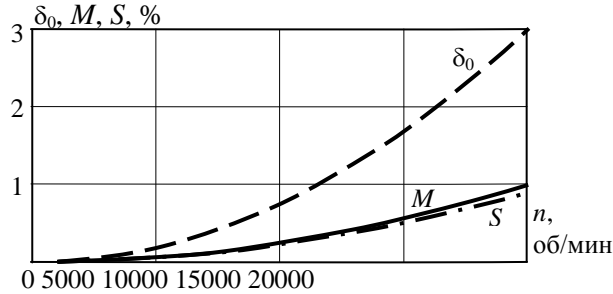


Рис. 3. Зависимости максимальной погрешности ( $\delta_0$ ), МО ( $M$ ) и СКО ( $S$ ) от скорости вращения лопаточного колеса

Как видно из представленных на рис. 3 графиков, указанные характеристики существенно зависят от скорости вращения лопаточного колеса, квадратично возрастают с ее увеличением.

### Оценка вычислительных ресурсов системы измерения

Результаты вычисления статистических характеристик распределения случайной погрешности дискретизации позволяют оценить вычислительные ресурсы системы измерения РЗ, необходимые для предварительной обработки данных. В основу расчета может быть положено условие

$$S \leq \varepsilon_0, \quad (9)$$

где  $\varepsilon_0$  – допустимое СКО, при котором остаточной погрешностью можно пренебречь.

С учетом (4), (5) выражение для СКО (8) можно представить в виде

$$S = B_0 \cdot \left( \frac{n}{60f} \right)^2 = B_0 \cdot \left( \frac{1}{N} \right)^2 \quad (10)$$

где  $N = (60f) / n$  – число отсчетов за полный оборот ротора;  $B_0$  – константа, содержащая геометрические параметры ротора и лопатки, определяемая в соответствии с выражением

$$B_0 = \frac{1}{\sqrt{720}} \cdot \left( \frac{2\pi R}{\sigma_z} \right)^2. \quad (11)$$

Тогда в соответствии с условием (9) и выражением (10) минимальное число отсчетов АЦП за один оборот ротора турбокомпрессора, необходимое для обеспечения требуемой точности определения экстремального значения кода, соответствующего искомым РЗ, можно определить исходя из условия

$$N \geq \sqrt{B_0 / \varepsilon_0}. \quad (12)$$

Условие (12) определяет минимально допустимый объем буферной памяти, необходимой для хранения требуемой выборки кодов в системе. Так, например, для рассматриваемого случая измерений РЗ на лопаточном колесе компрессора радиусом  $R = 420$  мм, вращающегося со скоростью до 20000 об/мин, для восстановления экстремума огибающей кодов АЦП не хуже  $\varepsilon_0 = 0,25\%$  в памяти си-

стемы необходимо хранить  $N_0 \geq 5660$  отсчетов. Зависимость  $N(\varepsilon_0)$  для выбранной задачи измерения представлена на рис. 4.

Полученные оценки позволяют также определить требования к быстродействию системы, и в частности рассчитать требуемую частоту дискретизации АЦП. Легко показать, что для рассматриваемого примера на максимальной скорости вращения лопаточного колеса  $n_{max} = 20000$  об/мин частота дискретизации АЦП должна быть не менее 1,9 МГц.

Очевидно, что при условии сохранения постоянной частоты дискретизации во всем диапазоне изменений скоростей вращения ротора турбомашин на низких оборотах будет передискретизация и потребуются необоснованно завышенный объем буферной памяти. Избежать этого при несинхронизированном с периодом вращения ротора опросом ОВТД и при невозможности динамически менять частоту дискретизации АЦП можно путем прореживания входного потока данных, полученных на максимальной частоте преобразования.

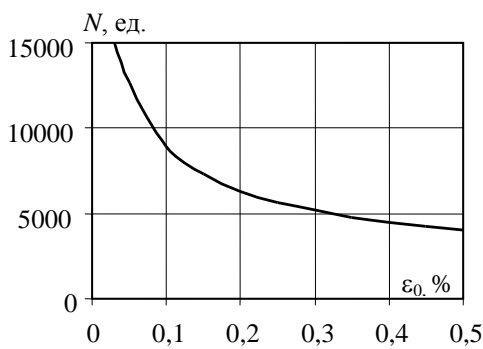


Рис. 4. Зависимость числа отсчетов от заданной погрешности дискретизации

В основу операции сокращения избыточности положено равенство числа отсчетов ( $N$ ) во всем диапазоне скоростей вращения колеса турбокомпрессора, что позволяет определить требуемый коэффициент прореживания кодов ( $K$ ). Очевидно, что  $K$  должен быть целым числом; кроме того, для удобства дальнейшей практической реализации алгоритма прореживания в системе измерения удобно, чтобы он был кратным степени 2. Тогда для текущей  $i$ -той скорости вращения колеса турбокомпрессора коэффициент прореживания может быть определен исходя из выражения

$$K_i = 2^{\lceil \log_2 \left( \frac{n_{max}}{n_i} \right) \rceil}, \quad (13)$$

где  $n_{max}$  – максимальная скорость вращения колеса.

Очевидно, что целочисленность  $K$  приводит к некоторым издержкам и для нормальной работы алгоритма сжатия требует удвоенного объема буферной памяти. Так, например, для рассмотренного выше примера с учетом использования 14-разрядного АЦП требуемая емкость буфера памяти составит  $Q \geq 2 \cdot 2 \cdot 5660 = 22640$  байт.

Ниже приводится оценка распределения СКО погрешности дискретизации в полном диапазоне скоростей вращения ротора с учетом неучтенных дробных частей в аргументе логарифма выражения (15). Для этого введем обобщенную функцию  $\xi(x)$ , равную

$$\xi(x) = \frac{2^{\lceil \log_2 x \rceil}}{x}, \quad (14)$$

где  $x = \frac{n_{max}}{n_i}$ .

Тогда СКО может быть рассчитано по формуле

$$S = B_0 \cdot \left( \frac{\xi(x)}{N} \right)^2. \quad (15)$$

Распределение СКО в зависимости от скорости вращения лопаточного колеса применительно к рассматриваемому примеру для  $\epsilon_0 = 0,25\%$  представлено на рис. 5.

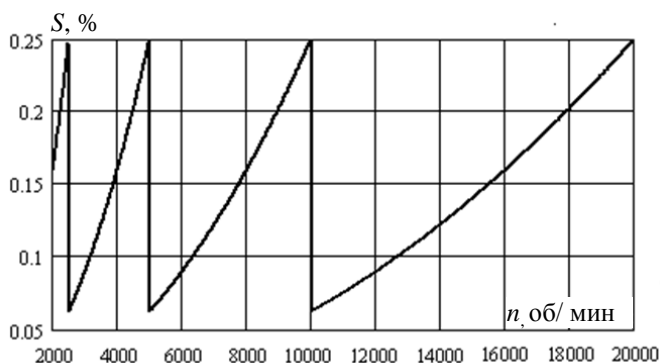


Рис. 5. Распределение СКО погрешности дискретизации в зависимости от скорости вращения лопаточного колеса турбокомпрессора

### Заключение

Рассмотрены случайные погрешности, обусловленные дискретным характером поступления информации от ОВТД, для которых получены закон распределения вероятностей и основные статистические характеристики. На основе полученных статистических результатов предложена методика оценки вычислительных ресурсов системы измерения.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Методы и средства измерения многомерных перемещений элементов конструкций силовых установок / Под ред. Ю.Н. Секисова, О.П. Скобелева. – Самара: Самарский научный центр РАН, 2001. – 188 с.
2. Кластерные методы и средства измерения деформаций статора и координат смещений торцов лопаток и лопастей в газотурбинных двигателях / Под общ. ред. О.П. Скобелева. – М.: Машиностроение, 2011. – 298 с.
3. Боровик С.Ю., Райков Б.К., Тулупова В.В. Система измерения радиальных смещений торцов лопастей винтовентилятора // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2004. – № 7. – С. 35–40.
4. Боровик С.Ю., Ильинский С.А., Игначков С.М. [и др.]. Система измерения радиальных зазоров на закапотированной винтовентиляторной установке // Известия вузов. Авиационная техника. – 2004. – № 3. – С. 77–79.
5. Боровик С.Ю., Секисов Ю.Н. Средства измерения и мониторинга радиальных зазоров в про-

- точной части газотурбинного привода в процессе эксплуатации ГТУ // Газотурбинные технологии. – № 10. – 2008. – С. 24–28.
6. Боровик С.Ю. Система измерения смещений торцов лопаток с распределенным кластером одновитковых вихретоковых датчиков // Мехатроника, автоматизация, управление. – № 4. – 2011. – С. 36–41.
  7. Боровик С.Ю., Кутейникова М.М., Райков Б.К. [и др.] Измерение радиальных зазоров между статором турбины и торцами лопаток сложной формы с помощью одновитковых вихретоковых датчиков // Мехатроника, автоматизация, управление. – № 10. – 2013. – С. 38–46.
  8. Бельский Л.Б., Райков Б.К., Секисов Ю.Н. [и др.]. Одновитковые вихретоковые датчики: от кластерных композиций к кластерным конструкциям // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Труды VI межд. конф. – Самара: СамНЦ РАН, 2004. – С. 636–641.
  9. Боровик С.Ю., Секисов Ю.Н. Одновитковые вихретоковые преобразователи для измерения механических параметров // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. ак. С. П. Королёва (Национального исследовательского университета). – № 4 (42). – 2013. – С. 94–102.
  10. Боровик С.Ю., Кутейникова М.М., Секисов Ю.Н. [и др.]. Погрешности дискретизации в системах измерения радиальных и осевых смещений торцов лопаток рабочего колеса турбины // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2016. – № 2(50). – С. 83–90.
  11. Белопухов В.Н., Боровик С.Ю., Подлипов П.Е. Аппаратно-программные средства автоматизации экспериментальных исследований семейств градуировочных характеристик систем измерения координат смещений торцов лопаток // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Труды XVI межд. конф. – Самара: СамНЦ РАН, 2014. – С. 682–686.
  12. Гурский Е.И. Теория вероятностей с элементами математической статистики: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 1971. – 328 с.

Статья поступила в редакцию 15 января 2018 г.

## SAMPLING ERRORS ESTIMATION IN THE DETERMINATION OF CODES EXTREME VALUES IN SYSTEMS FOR MEASUREMENTS OF RADIAL CLEARANCES IN COMPRESSORS OF TURBOMACHINES

V.N. Belopukhov, S.Yu. Borovik, P.E. Podlipnov<sup>1</sup>

Institute for the Control of Complex Systems of Russian Academy of Sciences  
61, Sadovaya str., Samara, 443020, Russian Federation

**Abstract.** *The analysis of random errors caused by discrete character of information from the single-coil eddy-current sensor in systems for measurements of radial clearances in compressors of turbo machines is provided. For the specified errors the distribution law of probabilities is received and the main statistical characteristics are defined. On the basis of this results the technique of assessment of computing resources of the measuring system is offered. For the given accuracy of restoration of an extremum of ADC codes on an output on condition of maintaining constant frequency of sampling in all range of changes of rotational speeds of a rotor of the turbomachine and invariable volume of a buffer memory, the algorithm of decimation of codes is offered and its parameters are determined.*

**Keywords:** *gas-turbine engine, system for measurements of radial clearances, single-coil eddy-current sensor, sampling error, statistical characteristics, computing resources evaluation.*

---

<sup>1</sup>Valentin N. Belopukhov (Ph.D. (Techn.)), Senior Scientist.  
Sergey Yu. Borovik (D.Sc. (Techn.)), Leading Scientist.  
Petr E. Podlipnov, Scientist.