

УДК 621.311.001.57

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА УЗЛОВОЙ ПОДСТАНЦИИ

*В.Г. Гольдштейн<sup>1</sup>, Д.Н. Нурбосынов<sup>2</sup>, Т.В. Табачникова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Самарский государственный технический университет  
443100, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

<sup>2</sup>ГБОУ ВО «Альметьевский государственный нефтяной институт»  
423450, Республика Татарстан, г. Альметьевск, ул. Ленина, 2

**Аннотация.** Разработана математическая модель узла электрической нагрузки, включающая в иерархическом порядке электротехнические комплексы промышленной, узловой подстанций и распределительные электрические сети районной подстанции. Получены аналитические зависимости потерь напряжения в функции зависимых и независимых переменных параметров в питающей и распределительной электрической сети в установившихся режимах. Разработан метод расчета потерь напряжения, позволяющий определить оптимальные и рациональные уровни напряжения. Используя предлагаемый метод расчета потерь напряжения, можно производить расчеты как по среднестатистическим параметрам объекта исследования, так и по текущим параметрам в темпе реального времени, что существенно снижает трудоемкость расчетов и повышает достоверность полученных результатов. При использовании текущих параметров в темпе реального времени расчеты производятся одновременно на всех рассматриваемых иерархических уровнях системы электроснабжения нефтегазодобывающего комплекса.

**Ключевые слова:** математическая модель, электротехнический комплекс узловой подстанции, аналитические зависимости потерь напряжения, метод расчета потерь напряжения.

Разработка расчетной математической модели электротехнического комплекса крупного узла электрической нагрузки и ее математическое описание зависят от целей расчетов, объема рассматриваемой схемы и вида возмущения, а определение параметров расчетных моделей электротехнического комплекса представляет собой достаточно сложную проблему, так как эти параметры не могут быть непосредственно взяты из каталогов.

При составлении математического описания электротехнического комплекса крупного узла электрической нагрузки нельзя обойтись без упрощений. При изучении достаточно сложных процессов, которые могут происходить в нагрузке при различных возмущениях и при нарушениях статической устойчивости, необходимо выделить основные факторы, влияющие на решение конкретных задач, учитывая их как при постановке задачи, так и в процессе решения и при анализе

---

Валерий Геннадьевич Гольдштейн (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Автоматизированные электроэнергетические системы».

Дуйсен Нурмухамедович Нурбосынов (д.т.н.), профессор кафедры «Электроэнергетика».

Татьяна Владимировна Табачникова (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электроэнергетика».

получаемых результатов [1, 2].

Целью данной работы является определение параметров установившегося режима системы электроснабжения без учета влияния установок продольной (УПК), поперечной (УПЕК) компенсаций, фильтрокомпенсирующей установки (ФКУ) и определения основного возмущающего фактора на статическую устойчивость в узле нагрузки, а также параметров регулирования системы управления режимами системы электроснабжения.

Для достижения поставленной цели рассмотрим свернутую структурную схему электротехнического комплекса узловой подстанции (рис. 1, 2), необходимую для расчетов.

Согласно структурной схеме электротехнического комплекса узловой подстанции нагрузка может быть представлена в виде

$$P'_H = \Sigma P_0 \cdot (a_0 + a_1 U_2 + a_2 U_2^2 + \dots + a_n U_2^n)^B; \quad (1)$$

$$Q'_H = \Sigma Q_0 \cdot (b_0 + b_1 U_2 + b_2 U_2^2 + \dots + b_n U_2^n)^B, \quad (2)$$

где  $\Sigma P_0 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k P_{Hij}$ ,  $\Sigma Q_0 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k Q_{Hij}$  – суммарные номинальные активная и реак-

тивная мощности, подключенные к секциям шин центра питания – точка А (см. рис. 1, 2);  $B=1$  – при использовании среднестатистических или номинальных данных электрической нагрузки;  $B=0$  – при использовании текущих данных среднего или среднеквадратичного значения суточных графиков нагрузки в темпе реального времени (рис. 3, 4).

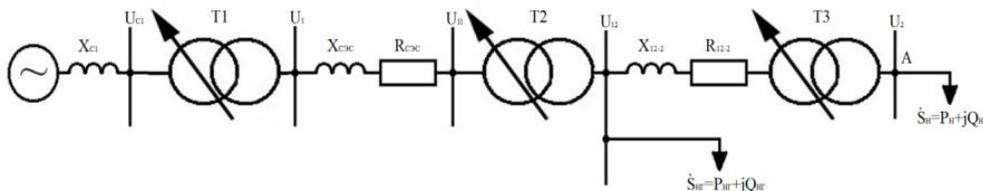


Рис. 1. Структурная схема электротехнического комплекса узловой подстанции, включающая районную, узловую и промышленную подстанции

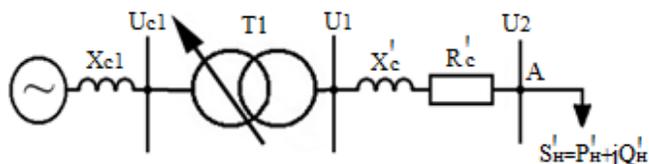
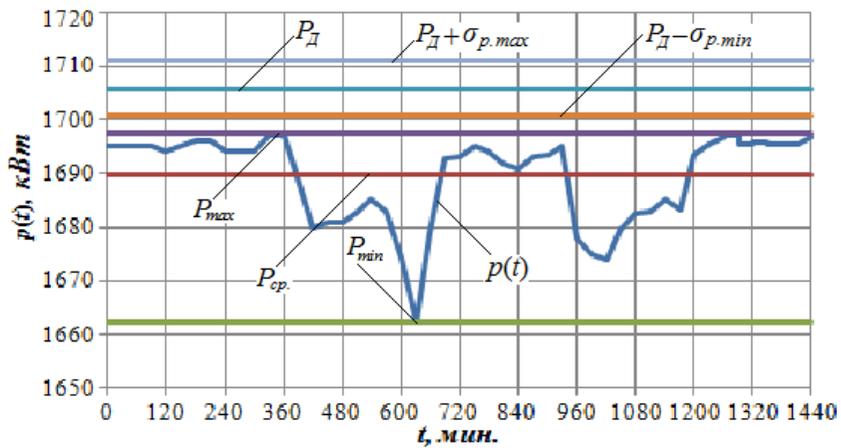
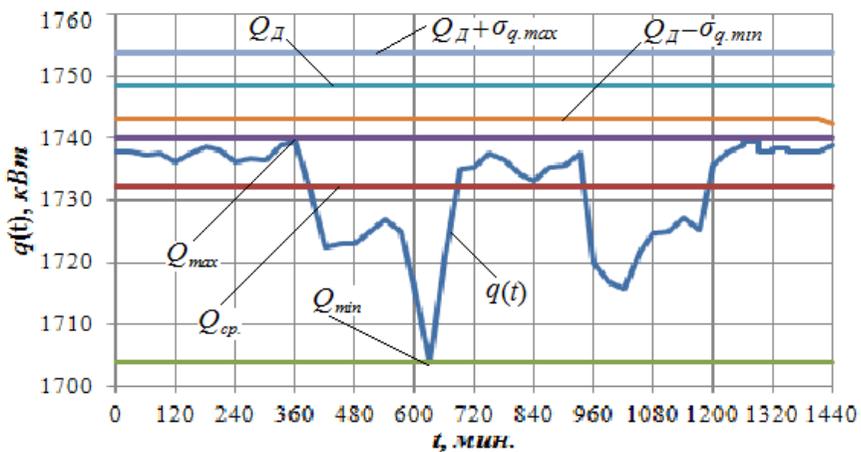


Рис. 2. Схема замещения узловой подстанции с эквивалентной нагрузкой

Статические характеристики источников и приемников электроэнергии представляются на выделенном участке линии схемы замещения (рис. 1, 2) в виде баланса напряжения, где  $U_1$  – напряжение в начале линии;  $U_2$  – напряжение в конце линии;  $\Delta U$  – падение напряжения.



а



б

Рис. 3. Суточные графики мощности в центре питания:  
а – активной мощности; б – реактивной мощности

Используя полученные соотношения (1 и 2), выразим значение напряжения  $U_1$ , представленного на векторной диаграмме (см. рис. 3):

$$U_1 = \sqrt{\left( U_2 + \frac{R'_c P'_H + X'_c Q'_H}{U_2} \right)^2 + \left( \frac{X'_c P'_H + R'_c Q'_H}{U_2} \right)^2}. \quad (3)$$

Математическая модель электротехнического комплекса узловой подстанции формируется на основе схемы замещения узловой подстанции с эквивалентной нагрузкой (рис. 1, 2) и векторной диаграммы (рис. 4) с активной и реактивной составляющими векторов токов и напряжений нагрузки.

При начальных условиях (коэффициенты запаса по заявленной активной мощности велики, единичные мощности конденсаторных установок в центрах питания достаточно большие) практиковалось только эпизодическое регулирова-

ние перетоков реактивной мощности и режима напряжения. В этих условиях для оценки условий регулирования режима напряжения и исследования регулировочных свойств объекта управления использовались квазистационарные представления, а в уравнения статики добавлялись постоянные члены, характеризующие дополнительные источники энергии и элементы системы электроснабжения.

В дальнейшем это привело к созданию законченной теории, в которой объект исследования представляется в виде системы с сосредоточенными параметрами. Так, например, режим напряжения согласно этой теории определялся значениями напряжения в характерных точках системы электроснабжения, удовлетворяющими требованиям ГОСТ 32144-2013 [1].

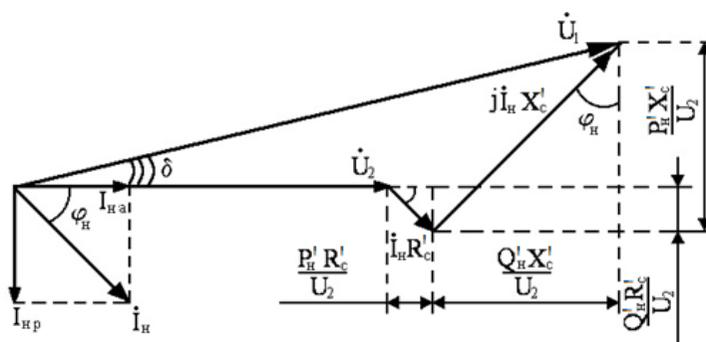


Рис. 4. Векторная диаграмма токов и напряжений с активной и реактивной составляющими векторов

Известно, что математические модели могут быть с распределенными, сосредоточенными и комбинированными параметрами. Выбор той или иной модели зависит от цели и методики исследования. Наиболее простыми, наглядными и легко реализуемыми являются модели с сосредоточенными параметрами. В таких моделях параметры системы являются лишь функциями времени и не зависят от пространственных координат.

Для получения математической модели рассматриваемой системы электроснабжения, пригодной для расчета и исследования автоматического регулирования режима напряжения с достаточной точностью, необходимо представить систему электроснабжения как объект с сосредоточенными параметрами.

Опора в расчетах на описания процессов регулирования режима напряжения в системах с сосредоточенными параметрами оказывается предпочтительнее использования описаний данного процесса в системах с распределенными параметрами, так как несмотря на некоторые практически несущественные потери в точности резко уменьшается громоздкость этих расчетов, упрощается поиск решения и повышается наглядность результатов.

Математическая модель объекта исследования и процесса регулирования режима напряжения, представленная в виде структурной схемы (см. рис. 2), определяет связь напряжения на входе системы электроснабжения и напряжения на секциях шин центра питания с нагрузкой и потерями напряжения в системе электроснабжения.

Для построения математической модели введем следующие допущения:

– зависимость активной и реактивной нагрузки от напряжения представляет-

ся в виде аппроксимирующего полинома второй степени, т. е.

$$P'_n = P_0 \cdot (a_0 + a_1 U_2 + a_2 U_2^2)^B \quad \text{и} \quad Q'_n = Q_0 \cdot (b_0 + b_1 U_2 + b_2 U_2^2)^B, \quad (4)$$

где  $a_0 \dots a_2$  и  $b_0 \dots b_2$  – коэффициенты аппроксимации полинома второй степени;  $P_0$  и  $Q_0$  – суммарные номинальные активная и реактивная мощности центра нагрузки рассматриваемого уровня;

– элементы системы электроснабжения и силовой трансформатор представляются как линейные последовательно соединенные эквивалентные активно-индуктивные сопротивления при постоянной частоте сети и номинальном напряжении;

– в системе отсутствуют компенсирующие установки.

Итак, уравнение (3) с учетом (4) представляется в виде нелинейного уравнения:

$$U_1 = \sqrt{\left( U_2 + \frac{R_c P_0 (a_0 + a_1 U_2 + a_2 U_2^2) + X_c Q_0 (b_0 + b_1 U_2 + b_2 U_2^2)}{U_2} \right)^2 + \left( \frac{X_c P_0 (a_0 + a_1 U_2 + a_2 U_2^2) - R_c Q_0 (b_0 + b_1 U_2 + b_2 U_2^2)}{U_2} \right)^2}$$

где  $V_1 = (a_0 + a_1 U_2 + a_2 U_2^2)$ ,  $V_2 = (b_0 + b_1 U_2 + b_2 U_2^2)$ ,

тогда

$$U_1 = \sqrt{\left( U_2 + \frac{R_c P_0 V_1 + X_c Q_0 V_2}{U_2} \right)^2 + \left( \frac{X_c P_0 V_1 - R_c Q_0 V_2}{U_2} \right)^2},$$

где  $F_1 = R_c P_0 V_1 + X_c Q_0 V_2$ ,  $F_2 = X_c P_0 V_1 - R_c Q_0 V_2$ ,

тогда

$$U_1 = \sqrt{\left( \frac{U_2^2 + F_1}{U_2} \right)^2 + \left( \frac{F_2}{U_2} \right)^2},$$

$$U_1 = \sqrt{\frac{(U_2^2 + F_1)^2 + F_2^2}{U_2^2}} = \frac{1}{U_2} \cdot \sqrt{(U_2^2 + F_1)^2 + F_2^2},$$

$$\left( U_1 = \frac{1}{U_2} \cdot \sqrt{(U_2^2 + F_1)^2 + F_2^2} \right)^2,$$

$$U_1^2 = \frac{(U_2^2 + F_1)^2 + F_2^2}{U_2^2},$$

где  $U_1^2 = U_2^2 \cdot K_T^2$  – данное напряжение представим через напряжения вторичной обмотки трансформатора и коэффициент трансформации по напряжению узловой подстанции, тогда уравнение принимает вид

$$U_2^2 \cdot K_T^2 = \frac{(U_2^2 + F_1)^2 + F_2^2}{U_2^2} = 0;$$

$$U_2^4 \cdot K_T^2 - (U_2^2 + F_1)^2 - F_2^2 = 0;$$

$$U_2^4 \cdot K_T^2 - U_2^4 - 2 \cdot U_2^2 \cdot F_1 - F_1^2 - F_2^2 = 0;$$

$$U_2^4 \cdot (K_T^2 - 1) - 2 \cdot U_2^2 \cdot F_1 - (F_1^2 + F_2^2) = 0.$$

Выразим коэффициенты при неизвестном и свободный член, т. е.  $C = K_T^2 - 1$ ,  $N = 2 \cdot F_1$  и  $D = (F_1^2 + F_2^2)$ , тогда получим биквадратное уравнение с представлением значения  $U_2$  в виде степенного ряда:

$$C \cdot U_2^4 - N \cdot U_2^2 - D = 0.$$

Биквадратное уравнение решается методом введения новой переменной. Положив  $U_2^2 = U_2^*$ , где  $C \neq 0$ , получим

$$C \cdot (U_2^*)^2 - N \cdot U_2^* - D = 0. \quad (5)$$

Корни биквадратного уравнения:

$$U_1^* = \frac{N + \sqrt{N^2 + 4CD}}{2C}, \quad U_2^* = \frac{N - \sqrt{N^2 + 4CD}}{2C}.$$

От новой переменной вернемся к переменной биквадратного уравнения:

$$U_{2_{k1.2}} = \left( \frac{1}{2C} \cdot \left( N + (N^2 + 4CD)^{\frac{1}{2}} \right) \right)^{\frac{1}{2}}, \quad U_{2_{k2.1}} = \left( \frac{1}{2C} \cdot \left( N - (N^2 + 4CD)^{\frac{1}{2}} \right) \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$U_{2_{k1.2}} = - \left( \frac{1}{2C} \cdot \left( N + (N^2 + 4CD)^{\frac{1}{2}} \right) \right)^{\frac{1}{2}}, \quad U_{2_{k2.2}} = - \left( \frac{1}{2C} \cdot \left( N - (N^2 + 4CD)^{\frac{1}{2}} \right) \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Значения переходных коэффициентов биквадратного уравнения:

$$C = K_T^2 - 1.$$

$$N = 2R_c P_0 a_0 + 2R_c P_0 a_1 U_2 + 2R_c P_0 a_2 U_2^2 + 2X_c Q_0 b_0 + 2X_c Q_0 b_1 U_2 + 2X_c Q_0 b_2 U_2^2,$$

$$D = (F_1^2 + F_2^2) = (R_c P_0 a_0 + R_c P_0 a_1 U_2 + R_c P_0 a_2 U_2^2 + X_c Q_0 b_0 + X_c Q_0 b_1 U_2 + X_c Q_0 b_2 U_2^2)^2 +$$

$$+ (X_c P_0 a_0 + X_c P_0 a_1 U_2 + X_c P_0 a_2 U_2^2 - R_c Q_0 b_0 - R_c Q_0 b_1 U_2 - R_c Q_0 b_2 U_2^2)^2.$$

$$U_2 = \frac{U'_B}{K_T}.$$

$$N = 2 \cdot \left( R_c P_0 a_0 + R_c P_0 a_1 \frac{U'_B}{K_T} + R_c P_0 a_2 \frac{U'^2_B}{K_T^2} + X_c Q_0 b_0 + X_c Q_0 b_1 \frac{U'_B}{K_T} + X_c Q_0 b_2 \frac{U'^2_B}{K_T^2} \right).$$

$$N^2 = 4 \cdot \left( R_c P_0 a_0 + R_c P_0 a_1 \frac{U'_B}{K_T} + R_c P_0 a_2 \frac{U'^2_B}{K_T^2} + X_c Q_0 b_0 + X_c Q_0 b_1 \frac{U'_B}{K_T} + X_c Q_0 b_2 \frac{U'^2_B}{K_T^2} \right)^2.$$

$$D = F_1^2 + F_2^2 = \left( R_c P_0 a_0 + R_c P_0 a_1 \frac{U'_B}{K_T} + R_c P_0 a_2 \frac{U'^2_B}{K_T^2} + X_c Q_0 b_0 + X_c Q_0 b_1 \frac{U'_B}{K_T} + X_c Q_0 b_2 \frac{U'^2_B}{K_T^2} \right)^2 +$$

$$+ \left( X_c P_0 a_0 + X_c P_0 a_1 \frac{U'_B}{K_T} + X_c P_0 a_2 \frac{U'^2_B}{K_T^2} - R_c Q_0 b_0 - R_c Q_0 b_1 \frac{U'_B}{K_T} - R_c Q_0 b_2 \frac{U'^2_B}{K_T^2} \right)^2.$$

$$4C \cdot D = 4(K_T^2 - 1)(R_c P_0 a_0 + R_c P_0 a_1 \frac{U'_B}{K_T} + R_c P_0 a_2 \frac{U_B'^2}{K_T^2} + X_c Q_0 b_0 + X_c Q_0 b_1 \frac{U'_B}{K_T} + X_c Q_0 b_2 \frac{U_B'^2}{K_T^2})^2 + 4 \cdot (K_T^2 - 1)(X_c P_0 a_0 + X_c P_0 a_1 \frac{U'_B}{K_T} + X_c P_0 a_2 \frac{U_B'^2}{K_T^2} - R_c Q_0 b_0 - R_c Q_0 b_1 \frac{U'_B}{K_T} - R_c Q_0 b_2 \frac{U_B'^2}{K_T^2})^2.$$

Адекватность математической модели определялась путем сравнения с результатами, полученными при решении численными методами с использованием специальной программы, в которой реализован метод Хичкока [2]. Сравнение результатов математического моделирования режима напряжения и электропотребления показало, что при варьировании в реальном диапазоне зависимых и независимых переменных параметров погрешность математической модели, представленной уравнением (5), не превышает 1 %.

В тех случаях, когда не требуется высокая точность, можно использовать известную математическую модель [2, 3].

Для оценки возможностей математической модели с использованием формулы (6) было произведено моделирование показателей режима напряжения электротехнического комплекса узловой подстанции в реальном диапазоне варьирования зависимых и независимых переменных параметров.

По результатам математического моделирования были получены графики зависимостей напряжения  $U_2$  в функции зависимых и независимых переменных параметров  $U_1, K_T, X_c, Q_0, P_0, R_c$ .

В результате анализа результатов математического моделирования (см. таблицу) установлено, что факторами, определяющими режим напряжения  $U_2$  в распределительной электрической сети в порядке убывания, являются следующие:  $U_1, K_T, X_c, Q_0$ .

№ п/п	Варьируемый параметр	Обозначение	Диапазон варьирования, о.е.	Диапазон изменения напряжения $U_2$ от $min$ до $max$ , о.е.	Диапазон отклонения напряжения $\Delta U_2$ , о.е.
1	Напряжение питающей электрической сети	$U_1$	0,9...1,1	0,74...1,4	0,67
2	Коэффициент трансформации	$K_T$	85...1,2	0,8...1,4	0,6
3	Индуктивное сопротивление	$X_c$	0,04...0,15	0,91...1,05	0,14
4	Реактивная мощность	$Q_0$	0...0,7	0,91...1,06	0,14

С учетом полученных результатов и погрешности, которая составляет не более 1 %, аналитическая зависимость отклонения напряжения [2]  $\Delta U_2$  с шестью слагаемыми может быть преобразована к виду

$$\Delta U_2 = \frac{\partial U_2}{\partial U_B} U_B + \frac{\partial U_2}{\partial K_T} K_T + \frac{\partial U_2}{\partial X_c} X_c + \frac{\partial U_2}{\partial Q_0} Q_0. \quad (6)$$

При изменении напряжения питающей электрической сети в широких пределах автоматическое изменение уровня напряжения  $U_2$  в центре питания НГДК достигается только регулированием коэффициента трансформации силового трансформатора [2...4]. Компенсирующие установки играют корректирующую роль и обеспечивают изменение напряжения в центре питания до 0,14 о.е.

В данной работе предлагается метод расчета потерь напряжения функции четырех переменных.

Из вышеизложенного следует необходимость создания и внедрения интегрированной подсистемы АСУЭ по автоматическому управлению и регулированию режима напряжения и электропотребления не только на промышленных подстанциях, но и на узловых и районных, в которой могут быть реализованы необходимые сложные алгоритмы работы, легко перестраиваемые при изменении параметров режима напряжения и электропотребления или условий работы электротехнических комплексов.

По результатам работы можно сделать следующий вывод: разработанный метод расчета потерь напряжения от основных переменных параметров, расположенных в иерархическом порядке, позволяет корректировать диапазон изменения оптимального уровня напряжения в центре питания и параметры блока автоматического регулирования привода РПН силового трансформатора. Используя предлагаемый метод расчета потерь напряжения, можно производить расчеты как по среднестатистическим параметрам объекта исследования, так и по текущим параметрам в темпе реального времени, что существенно снижает трудоемкость расчетов и повышает достоверность полученных результатов. При использовании текущих параметров в темпе реального времени расчеты производятся одновременно на всех рассматриваемых иерархических уровнях системы электроснабжения НГДК.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ГОСТ 32144-2013 Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения.
2. *Нурбосынов Д.Н.* Методы расчетов и математическое моделирование режима напряжения и электропотребления в установившихся и переходных процессах. – СПб.: Энергоатомиздат, Санкт-Петербургское отделение, 1999.
3. *Нурбосынов Д.Н., Табачникова Т.В.* Методика определения рациональных уровней напряжения электротехнического комплекса предприятия нефтегазодобывающей промышленности // Нефть и газ Западной Сибири: Материалы международной научно-технической конференции. – Тюмень: Феликс, 2005. – Т. 2. – С. 157–158.
4. *Нурбосынов Д.Н., Табачникова Т.В., Рюмин Е.В., Махт А.Д.* Совершенствование математической модели и метода расчета по определению оптимальных энергетических параметров узла электрической нагрузки // Известия вузов. Электромеханика. – 2012. – № 3. – С. 64–70.

*Статья поступила в редакцию 15 ноября 2017 г.*

# DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF AN ELECTROTECHNICAL COMPLEX OF NODAL SUBSTATION AND OBTAINING THE MAIN ANALYTICAL DEPENDENCES

*V.G. Goldstein<sup>1</sup>, D.N. Nurbosynov<sup>2</sup>, T.V. Tabachnikova<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

<sup>2</sup>SEI HE Almetyevsk State Oil Institute  
2, Lenin st., Almetyevsk, Republic Tatarstan, 423450, Russian Federation

**Abstract.** *Mathematical model to power load node including electro technical complexes field substation, tie-station and power distribution network of district substation is developed. Analytical dependences for voltage loss in function dependent and independent to variable parameters supply network and power distribution network in steady-state mode are received, computational method of voltage loss, which allows to determine optimal (rational) voltage level in main substation is developed. The offered computational method of voltage loss can make calculations for average parameters to object of a research or current parameters in real time, that reduces labor input when performing calculating and increases reliability in obtaining results. When using the current parameters in real time calculations are carried out simultaneously at all hierarchical levels of electrical power supply system on oil and gas extraction complex.*

**Keywords:** *mathematical model, electro technical complex of tie-station, analytical dependences of voltage loss, computational method of voltage loss.*

---

*Valery G. Goldstein (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Duysen N. Nurbosynov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Tatyana V. Tabachnikova (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*