УДК 621.78:539.4.014.13

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ДЕФОРМАЦИИ ПОЛЗУЧЕСТИ НА РЕЛАКСАЦИЮ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЕННОМ ПОЛОМ ЦИЛИНДРЕ ИЗ СПЛАВА Д16Т*

В.П. Радченко, А.Е. Либерман, А.В. Рузов

Самарский государственный технический университет Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244 E-mail: radchenko.vp@samgtu.ru

Исследовано слияние стохастической неоднородности деформации ползучести на процесс релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном полом цилиндрическом образце из сплава Д16T при T = 125°C после пневмодробеструйной обработки в условиях одноосного растяжения. Приведены экспериментальные данные распределения локальной деформации ползучести по пространственной координате с базой около 6 мм при длине рабочей части образца 65 мм. Установлено, что деформации локальных участков в пределах одного образца могут отличаться в 3–4 раза. Предложены стохастические определяющие соотношения реологического деформирования с двумя случайными параметрами, определяющими индивидуальные деформационные свойства локальных участков. Разработана методика идентификации этих параметров.

Выполнено исследование релаксации остаточных напряжений в каждом локальном участке с учетом индивидуальных свойств деформации ползучести при четырех уровнях осевых растягивающих напряжений. Отмечается, что в пределах одного образца скорости релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести могут отличаться на различных локальных участках более чем в 2 раза. Даны рекомендации по оценке ресурса упрочненных деталей в условиях ползучести с учетом локальных деформационных свойств по пространственной координате.

Ключевые слова: полый цилиндр, поверхностное пластическое упрочнение, ползучесть, стохастическая модель, остаточные напряжения, релаксация, экспериментальные данные.

Одна из основных проблем механики поверхностно упрочненных деталей связана с разработкой теоретических и экспериментальных методов оценки скорости релаксации остаточных напряжений в условиях высокотемпературной ползучести. Обширная информация по вопросу релаксации остаточных напряжений в зависимости от времени, рабочих нагрузок и температуры представлена в ранних монографиях [1–4], где в основном приведены лишь экспериментальные данные. В более поздних работах, например [5–10], приведены не только новые экспериментальные данные по релаксации остаточных напряжений в элементах

^{*}Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, проект № 16-01-00249-а.

Владимир Павлович Радченко (д.ф.-м.н., профессор), заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика».

Александр Евгеньевич Либерман, магистрант.

Антон Владимирович Рузов, магистрант.

конструкций вследствие ползучести, но и сделаны первые попытки теоретического описания этого процесса. Систематические же исследования в области разработки теоретических методов расчета кинетики остаточных напряжений в условиях ползучести, базирующиеся на идеях работ [11, 12], выполнены в публикациях [13–16]. Отметим, что во всех отмеченных публикациях использовался детерминированный подход, не учитывающий существенный разброс деформации ползучести по пространственно-временным координатам, достигающий 50-70% не только для разных образцов из одной партии [17–19], но и в пределах одного образца [20]. Очевидно, что неоднородность пространственного распределения деформации ползучести приведет к неоднородной картине релаксации остаточных напряжений в локальных областях упрочненной детали даже при одном и том же виде напряженного состояния, поэтому вопросы надежности упрочненных деталей при длительном температурно силовом нагружении необходимо рассматривать в статистической постановке. Одним из исследований в этом направлении является работа [21], в которой разработан подход для оценки релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном полом цилиндре из сплава Д16Т при $T = 125 \,^{\circ}C$ при одноосном растяжении в вероятностной постановке. Однако построенные в ней доверительные интервалы в различные временные сечения для компонент тензора остаточных напряжений в условиях ползучести основаны на среднеинтегральной статистической информации по всей рабочей части образца без детализации процесса релаксации остаточных напряжений в локальных областях по длине образца, что и является целью настоящей работы.

1. Анализ экспериментальных данных по распределению деформации ползучести по пространственной координате цилиндрического образца из сплава Д16Т при *T*=125°С при осевой нагрузке

Исходной информацией для анализа локальных полей деформации ползучести являлись экспериментальные данные, опубликованные в [10] и представленные в виде соответствующих графиков. В настоящей работе приведем первичную информацию в виде соответствующих таблиц (протоколов испытаний), что позволит более глубоко понять суть проблемы и выполненных далее исследований.

Опишем кратко методику экспериментальных исследований. Исследованию подвергались поверхностно упрочненные полые цилиндрические образцы диаметром 15 мм с отверстием диаметром 5 мм из алюминиевого сплава Д16Т. Длина рабочей части образца составляла 65 мм. Упрочнение осуществлялось пневмодробеструйной обработкой поверхности при нормальной (комнатной) температуре стальными шариками диаметром 1,5–2,5 мм в течение 10 мин при давлении воздуха 0,2 МПа. Затем часть образцов использовалась для определения осредненных остаточных осевых напряжений после процедуры упрочнения методом колец и полосок [8, 22], при этом предполагалось однородное распределение пластической деформации по длине образца. Оставшиеся 4 образца использовались для испытаний на ползучесть при четырех уровнях осевой нагрузки,

соответствующих осевым растягивающим напряжениям $\sigma_z^0 = \frac{F}{\pi (R_2^2 - R_1^2)}$ (*F* —

растягивающая нагрузка, R_1 и R_2 — внешний и внутренний радиусы цилиндрического образца) величиной 353 МПа (образец № 1), 385 МПа (образец № 2),

406,2 МПа (образец № 3), 420 МПа (образец № 4). Длительность испытаний для образцов № 1–4 составила 100, 162, 166 и 83 час соответственно. Учитывая техническую сложность и длительность испытаний на ползучесть с последующим трудоемким процессом определения остаточных напряжений после температурно-силовой выдержки, исследования распределения локальных деформаций ползучести цилиндрических образцов проводились уже в состоянии упрочнения. Такая схема испытаний обосновывается, во-первых, тем, что упрочненный микрошариками слой достаточно тонкий (100–200 мкм) и он не оказывает влияния на жесткость образца в осевом направлении в целом. Во-вторых, использовалась выдвинутая в [20] гипотеза о том, что пластические деформации и деформации ползучести развиваются независимо друг от друга, поэтому пластические деформации, образованные в тонком упрочненном слое после упрочнения, практически не оказывают влияния на развитие деформаций ползучести в упрочненном растягиваемом цилиндрическом образце.

Для определения закона распределения деформации ползучести по осевой координате на рабочей части упрочненного цилиндра вдоль образующей наносились метки индентором, используя которые замерялись длины участков перед испытаниями и в процессе ползучести через определенные интервалы времени. Для нумерации меток использовались цифры от 1 до 10, а первоначальная длина локальных участков была примерно одинаковой по всей рабочей части образца. Измерение длины локального участка между соседними метками осуществлялось на инструментальном микроскопе УИМ-23 с точностью ±1 мкм. Схема испытаний была следующей: упрочненный образец сначала прогревался до температуры $125^{\circ}C$, затем прикладывалась осевая нагрузка, которая выдерживалась в течение некоторого времени, потом проводилась силовая и температурная разгрузка, после чего измерялись длины локальных участков после ползучести за этот интервал времени. Далее схема повторялась на каждой ступени температурно-силового нагружения. Подобная схема испытаний не приводит к появлению существенных погрешностей, поскольку сплав Д16Т не имеет обратимой деформации ползучести при полной разгрузке образца. Рабочая часть образцов № 1-3 содержала 9 локальных участков, а образца № 4 — 7 участков. Для каждого локального участка с метками i, i+1 деформация ползучести рассчитывалась по

формуле $p_{i-i+1} = \frac{\Delta e_{i-i+1}}{e_{i-i+1}^0}$, где Δe_{i-i+1} и e_{i-i+1}^0 — удлинение и начальная длина (соот-

ветственно) отрезка между метками *i* и *i*+1. В таблице 1 (в числителе дроби) приведены рассчитанные экспериментальные значения локальной деформации ползучести для всех четырех образцов в определенные значения времени. Анализ данных этой таблицы свидетельствует о существенном различии деформации ползучести на различных участках даже в пределах одного образца. Так для образца № 1 деформация участка p_{8-9} почти в 3 раза меньше деформации на участке p_{2-3} , а для образца № 3 деформация p_{2-3} почти в 4 раза меньше значений p_{9-10} .

2. Стохастическая модель для описания локальной деформации ползучести

Построение стохастической модели ползучести, но применительно к описанию среднеинтегральной деформации для сплава Д16Т при T = 125 °C, было выполнено в работе [21], согласно которой уравнения состояния в одноосном случае принимаются в виде:

$$p(t) = v(t) + w(t),$$

$$\dot{v}(t) = \begin{cases} \lambda \left[A_1 \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right) - v(t) \right], & A_1 \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n > v(t), \\ 0, & A_1 \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^n \le v(t), \end{cases}$$

$$\dot{w}(t) = A_2 \left(\frac{\sigma(t)}{\sigma^*} \right)^m, \qquad (1)$$

где A_1 и A_2 — случайные величины;

 n, m, σ^*, λ — детерминированные величины, значения для которых берутся из соответствующей детерминированной модели. Здесь p(t) — деформация ползучести, v(t) описывает необратимую деформацию первой стадии, а w(t) — стадию установившейся ползучести. Значения детерминированных параметров приведены в [21] и их величины следующие: $m=11; \lambda=0,17$ (1/час); $n=10,787; \sigma^*=10$ (МПа). Предполагается, что конкретные значения случайных величин A_1 и A_2 в пределах одного локального участка являются постоянными и определяют индивидуальные деформационные свойства конкретной локальной области. Соотношение (1) можно проинтегрировать при постоянном напряжении:

$$p(t) = A_1 \left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^n \left(1 - e^{-\lambda t}\right) + A_2 \left(\frac{\sigma}{\sigma^*}\right)^m t.$$
⁽²⁾

Таблица 1

Экспериментальные (числитель дроби) и расчетные по соотношению (2) (знаменатель дроби) значения деформации ползучести участков образцов

| <u>№</u> | Время испыт., час | Деформации участков, ×10 ² | | | | | | | | |
|------------|-------------------------|---------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| раз- ца | | p_{1-2} | p_{2-3} | p_{3-4} | p_{4-5} | p_{5-6} | <i>p</i> ₆₋₇ | p_{7-8} | p_{8-9} | p_{9-10} |
| 1 | 0 | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ |
| | 24 | $\frac{0,51}{0,42}$ | $\frac{0,69}{0,61}$ | $\frac{0,41}{0,37}$ | $\frac{0,71}{0,70}$ | $\frac{0,50}{0,47}$ | $\frac{0,45}{0,47}$ | $\frac{0,55}{0,57}$ | $\frac{0,18}{0,18}$ | $\frac{0,22}{0,22}$ |
| | 48 | $\frac{0,54}{0,51}$ | $\frac{0,70}{0,67}$ | $\frac{0,45}{0,43}$ | $\frac{0,80}{0,76}$ | $\frac{0,53}{0,53}$ | $\frac{0,52}{0,50}$ | $\frac{0,64}{0,62}$ | $\frac{0,22}{0,22}$ | $\frac{0,23}{0,27}$ |
| | 72 | $\frac{0,58}{0,59}$ | $\frac{0,71}{0,71}$ | $\frac{0,49}{0,49}$ | $\frac{0,82}{0,81}$ | $\frac{0,54}{0,58}$ | $\frac{0,53}{0,52}$ | $\frac{0,67}{0,65}$ | $\frac{0,22}{0,25}$ | $\frac{0,29}{0,31}$ |
| | 100 | $\frac{0,68}{0,69}$ | $\frac{0,76}{0,77}$ | $\frac{0,55}{0,56}$ | $\frac{0,84}{0,86}$ | $\frac{0,63}{0,65}$ | $\frac{0,54}{0,55}$ | $\frac{0,68}{0,70}$ | $\frac{0,28}{0,28}$ | $\frac{0,36}{0,37}$ |
| 2 | 0 | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ | $\frac{0}{0}$ |

| <u>№</u> ინ- | Время | Деформации участков, ×10 ² | | | | | | | | |
|-----------------|-------|---------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|-----------------------------|----------------------|
| раз- ца | час | p_{1-2} | <i>p</i> ₂₋₃ | <i>p</i> ₃₋₄ | <i>p</i> ₄₋₅ | <i>p</i> ₅₋₆ | <i>p</i> ₆₋₇ | p_{7-8} | p_{8-9} | p_{9-10} |
| | 9 | $\frac{1,18}{1,02}$ | $\frac{0,95}{0,84}$ | $\frac{1,22}{1,25}$ | $\frac{0,23}{0,54}$ | $\frac{0,96}{0,80}$ | $\frac{1,03}{0,81}$ | $\frac{1,10}{0,86}$ | $\frac{1,03}{0,91}$ | $\frac{2,36}{2,65}$ |
| | 25 | $\frac{1,34}{1,33}$ | $\frac{1,07}{1.06}$ | $\frac{1,30}{1,70}$ | $\frac{0,88}{0,72}$ | $\frac{1,01}{1,04}$ | $\frac{1,06}{1,06}$ | $\frac{1,10}{1.10}$ | $\frac{1,34}{1,20}$ | $\frac{3,38}{3,38}$ |
| | 50 | $\frac{1,49}{1,45}$ | $\frac{1,12}{1,10}$ | $\frac{1,34}{1,95}$ | $\frac{0,91}{0,79}$ | $\frac{1,08}{1.12}$ | $\frac{1,07}{1.14}$ | $\frac{1,19}{1,15}$ | $\frac{1,35}{1,30}$ | $\frac{3,69}{3,51}$ |
| | 75 | $\frac{1,45}{1,61}$ | $\frac{1,10}{\frac{1,14}{1,12}}$ | $\frac{1,99}{2,00}$ | $\frac{0,94}{0.95}$ | $\frac{1,12}{\frac{1,34}{1,20}}$ | $\frac{1,14}{1,16}$ | $\frac{1,19}{1,20}$ | $\frac{1,30}{1,43}$ | $\frac{3,72}{2,50}$ |
| | 100 | 1,55 $\frac{1,72}{1,65}$ | 1,13 1,17 1,17 | $\frac{2,19}{\frac{2,48}{2,42}}$ | 0,85 0,96 0,02 | 1,20 1,35 1,27 | 1,21 1,29 1,29 | $\frac{1,19}{\frac{1,24}{1,22}}$ | $\frac{1,38}{1,52}$ | 3,39 3,72 3,72 |
| | 162 | 1,65 $\frac{1,83}{1,00}$ | 1,15 1,19 1,21 | $\frac{2,43}{2,96}$ | 0,92 0,98 1.00 | 1,27 $\frac{1,36}{1,44}$ | 1,27 $\frac{1,41}{1,44}$ | 1,22 1,29 1,29 | 1,47 $\frac{1,62}{1,62}$ | 3,67 3,73 3,73 |
| | 0 | <u>1,90</u> | 1,21 $\frac{0}{1}$ | $\frac{3,01}{-}$ | <u>1,08</u> | 1,44 | $\frac{1,44}{0}$ | $\frac{1,32}{0}$ | $\frac{1,68}{0}$ | $\frac{3,86}{-1}$ |
| | 5 | $0 \\ 0,66 \\ 0,40$ | $0 \\ 0,65 \\ 0,12$ | $0 \\ 0,29 \\ 0,74$ | $\frac{0}{\frac{2,12}{1,12}}$ | $\frac{0}{2,40}$ | | | $ \frac{2,64}{1,04} $ | |
| | 8 | 0,49 0,79 0,79 | 0,43 $\frac{0,87}{0.55}$ | 0,74 0,34 0,34 | 1,40 2,21 1,02 | $\frac{1,61}{2,45}$ | $\frac{1,96}{2,89}$ | 1,74 2,93 2,26 | $\frac{1,84}{2,96}$ | $\frac{2,12}{3,20}$ |
| 3 | 25 | $\frac{0,63}{0,81}$ | 0,56 0,90 0,77 | $\frac{1,42}{1,42}$ | $\frac{1,82}{2,34}$ | $\frac{2,09}{2,63}$ | $\frac{2,55}{3,27}$ | 2,26 $\frac{2,96}{2,01}$ | $\frac{2,39}{2,98}$ | $\frac{2,75}{3,48}$ |
| | 50 | 0,86 0,91 0,91 | 0,77 0,90 0,90 | 1,40 <u>1,61</u> | 2,41 2,40 2,40 | $\frac{2,78}{2,71}$ | 3,40 <u>3,37</u> | $\frac{3,01}{2,96}$ | $\frac{3,18}{3,06}$ | $\frac{3,67}{3,64}$ |
| | 75 | 0,91 0,99 | 0,83 0,93 | 1,59 <u>1,70</u> | 2,45 2,45 | 2,84 2,78 | 3,48 <u>3,41</u> | 3,09 2,97 | 3,25 <u>3,32</u> | 3,75 <u>3,68</u> |
| | 166 | 0,95 <u>1,05</u> | 0,88 <u>1,02</u> | 1,78 2,35 | 2,45 2,49 | 2,85 2,87 | 3,52 <u>3,46</u> | 3,12 3,27 | 3,27 <u>3,34</u> | 3,79 <u>3,75</u> |
| | 100 | 1,08 0 | 1,06 0 | 2,44 0 | 2,45 0 | 2,92 0 | 3,66 0 | 3,22 0 | 3,34 | 3,90 |
| 4 | 0 | $\frac{-}{0}$ | $\frac{-}{0}$ | $\frac{-}{0}$ | $\frac{-}{0}$ | $\overline{0}$ | $\frac{-}{0}$ | <u>0</u> 3.06 | | |
| | 2 | $\frac{1,01}{0,99}$ | $\frac{2,30}{0,94}$ | $\frac{2,39}{0,97}$ | 2,55 | $\frac{2,17}{0,89}$ | <u>2,75</u> <u>1,16</u> | $\frac{3,00}{1,10}$ | | |
| | 5 | $\frac{2,53}{1,96}$ | $\frac{2,60}{1,87}$ | $\frac{2,57}{1,93}$ | $\frac{2,55}{2,20}$ | $\frac{2,69}{1,78}$ | $\frac{2,87}{2,32}$ | $\frac{3,10}{2,20}$ | | |
| | 9 | $\frac{2,60}{2,70}$ | $\frac{3,01}{2,59}$ | $\frac{3,28}{2,67}$ | $\frac{3,04}{3,01}$ | $\frac{2,90}{2,47}$ | $\frac{3,88}{3,21}$ | $\frac{3,51}{3,03}$ | | |
| | 12 | $\frac{3,28}{3,02}$ | $\frac{3,15}{2,90}$ | $\frac{3,29}{2,99}$ | $\frac{3,14}{3,34}$ | $\frac{3,01}{2,76}$ | $\frac{3,95}{3,59}$ | $\frac{3,71}{3,39}$ | | |
| | 30 | $\frac{3,33}{3,56}$ | $\frac{3,25}{3,50}$ | $\frac{3,39}{3,60}$ | $\frac{3,40}{3,82}$ | $\frac{3,15}{3,36}$ | $\frac{4,00}{4,36}$ | $\frac{3,72}{4,03}$ | | |

| <u>№</u> | Время испыт., час | Деформации участков, ×10 ² | | | | | | | | |
|------------|-------------------------|---------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------|-----------|------------|
| раз- ца | | $p_{_{1-2}}$ | <i>p</i> ₂₋₃ | <i>p</i> ₃₋₄ | <i>p</i> ₄₋₅ | <i>p</i> ₅₋₆ | <i>p</i> ₆₋₇ | p_{7-8} | p_{8-9} | p_{9-10} |
| | 58 | $\frac{3,47}{3,78}$ | $\frac{3,30}{3,84}$ | $\frac{3,43}{3,93}$ | $\frac{3,41}{3,84}$ | $\frac{3,18}{3,73}$ | $\frac{4,02}{4,82}$ | $\frac{3,83}{4,33}$ | | |
| | 83 | $\frac{3,51}{3,95}$ | $\frac{3,39}{4,12}$ | $\frac{3,45}{4,22}$ | $\frac{4,01}{3,85}$ | $\frac{3,20}{4,05}$ | $\frac{4,19}{5,21}$ | $\frac{4,01}{4,57}$ | | |



Р и с. 1. Экспериментальные (значки) и расчетные (сплошные линии) значения локальной деформации ползучести для образца № 1 (*σ* = 353 МПа) и № 3 (*σ* = 406, 2 МПа)

Теперь, используя 34 реализации для локальной деформации p_{i-i+1} из таблицы 1, на основании регрессионной модели (2) можно определить значения случайных величин A_1 и A_2 для каждого локального элемента. Решение задачи идентификации параметров A_1 и A_2 на основе метода наименьших квадратов не представляет каких-либо трудностей. В таблице 2 приведены численные значения этих величин для каждого локального участка. Отметим, что в таблице 2 сделана сквозная нумерация по всем 34 реализациям для всех четырех образцов. В таблице 1 в знаменателе дроби приведены теоретические значения деформации ползучести локальных участков, рассчитанные по формуле (2) с данными для значений A_1 и A_2 из таблицы 2. В целом, наблюдается хорошее соответствие экспериментальных и расчетных значений локальной деформации ползучести. В

качестве визуальной демонстрации на рис. 1 приведены по три реализации экспериментальных и теоретических значений (по формуле (2)) локальной деформации ползучести для образцов № 1 (а) и № 3 (б).

Для обобщения одноосной модели (1) на случай сложного напряженного состояния использовалась методология соответствующего перехода в детерминированном варианте теории ползучести, разработанная в [23], в соответствии с которой уравнения состояния принимают следующий вид:

$$p_{ij}(t) = v_{ij}(t) + w_{ij}(t),$$

$$\dot{w}_{ij}(t) = \frac{3}{2} A_2 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{m-1} \left[\frac{1}{\sigma^*} \left(\sigma_{ij}(t) - \frac{1}{3} \sigma_0(t) \delta_{ij} \right) \right], \sigma_0(t) = \sigma_{11}(t) + \sigma_{22}(t) + \sigma_{33}(t),$$

$$\dot{v}_{\nu\nu}(t) = (1 + \mu_*) \beta_{\nu\nu}(t) - \mu_* \left(\beta_{11}(t) + \beta_{22}(t) + \beta_{33}(t) \right),$$

$$\dot{\beta}_{\nu\nu}(t) = \begin{cases} \lambda \left[A_1 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\nu\nu}(t)}{\sigma^*} - \beta_{\nu\nu}(t) \right], & \left[A_1 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\nu\nu}(t)}{\sigma^*} - \beta_{\nu\nu}(t) \right] \sigma_{\nu\nu}(t) > 0, \\ 0, & \left[A_1 \left(\frac{S(t)}{\sigma^*} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\nu\nu}(t)}{\sigma^*} - \beta_{\nu\nu}(t) \right] \sigma_{\nu\nu}(t) \le 0, \end{cases}$$

$$(3)$$

p_{ii} — тензор деформации ползучести; где

w_{ij}, v_{ij} — тензоры деформаций вязкого течения и вязкопластической (необратимой) компоненты p_{ii} ;

S — интенсивность напряжений;

 μ_* — коэффициент Пуассона для компоненты v_{vv} (согласно рекомендации, приведенной в [23], можно использовать $\mu_* = 0,42$);

 $A_1, A_2, n, \lambda, m, \sigma^*$ — параметры, имеющие тот же смысл, что и в модели (1).

Расчет для компоненты v_{ii} ведется в главных осях, так что суммирование по повторяющемуся индексу *v* в (3) отсутствует.

| вторяющемуся индексу V в (5) отсутствует. | Тоблицо? |
|---|---------------------------------------|
| Численные значения коэффициентов А. и А. | гаолица 2 регрессионной молели (2) |
| | perpresentation and com (2) |

| № участка | σ , МПа | $A_1 \cdot 10^{19}$ | $A_2 \cdot 10^{22}$ |
|-----------|----------------|---------------------|---------------------|
| 1 | - | 0,695 | 3,252 |
| 2 | | 1,163 | 1,768 |
| 3 | | 0,632 | 2,316 |
| 4 | | 1,347 | 1,817 |
| 5 | 353 | 0,860 | 2,056 |
| 6 | | 0,906 | 0,945 |
| 7 | | 1,086 | 1,496 |
| 8 | | 0,309 | 1,203 |
| 9 | | 0,370 | 1,715 |

| № участка | σ , МПа | $A_{1} \cdot 10^{19}$ | $A_2 \cdot 10^{22}$ |
|-----------|----------------|-----------------------|---------------------|
| 10 | | 0,988 | 1,455 |
| 11 | | 0,833 | 0,347 |
| 12 | | 1,169 | 3,433 |
| 13 | | 0,522 | 0,935 |
| 14 | 385 | 0,776 | 1,029 |
| 15 | | 0,791 | 0,990 |
| 16 | | 0,851 | 0,533 |
| 17 | | 0,889 | 1,246 |
| 18 | | 0,264 | 1,145 |
| 19 | | 0,370 | 0,290 |
| 20 | | 0,325 | 0,390 |
| 21 | | 0,545 | 1,467 |
| 22 | 406,2 | 1,080 | 0,795 |
| 23 | | 1,242 | 0,136 |
| 24 | | 1,510 | 0,311 |
| 25 | | 1,341 | 0,240 |
| 26 | | 1,420 | 0,160 |
| 27 | | 1,635 | 0,256 |
| 28 | | 1,041 | 0,443 |
| 29 | | 0,985 | 0,669 |
| 30 | | 1,007 | 0,799 |
| 31 | 420 | 1,087 | 0,699 |
| 32 | | 0,935 | 0,722 |
| 33 | | 1,216 | 0,924 |
| 34 | | 1,186 | 0,320 |

3. Теоретическое исследование релаксации остаточных напряжений в полом цилиндре в условиях стохастической неоднородности деформации ползучести

Целью дальнейших исследований является исследование влияния неоднородности деформации ползучести на релаксацию остаточных напряжений в локальных зонах поверхностно упрочненного полого образца из сплава Д16Т $(T = 125^{\circ}C)$. Задача оценки кинетики напряженно-деформированного состояния (НДС) в цилиндрических изделиях в детерминированной постановке рассмотрена в работах [11-14, 16], а в стохастической постановке (но для среднеинтегральной деформации в пределах рабочей части образца) — в работе [21]. Поэтому за основу примем методику, изложенной в этих работах. Задача состоит из этапов. выполняется реконструкция двух Ha первом напряженнодеформированного состояния после процедуры упрочнения (в дальнейшем предполагается, что поверхность упрочнена процедурой пневмодробеструйной обработки дробью). Следуя указанным работам, учитывая только нормальные компоненты тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций, имеем следующую схему расчета:

$$\sigma_{r}^{\text{res}}(r) = -\frac{1}{r} \int_{R_{l}}^{r} \sigma_{\theta}^{\text{res}}(z) dz,$$

$$q_{\theta}(r) = \frac{1-2\mu}{E} r^{-\frac{3}{1+\mu}} \int_{R_{l}}^{r} z^{\frac{2-\mu}{1+\mu}} \left[\sigma_{r}^{\text{res}}(z) + 2\sigma_{\theta}^{\text{res}}(z) \right] dz +$$

$$+\frac{1}{E} \left[\mu \sigma_{r}^{\text{res}}(r) - (1-\mu) \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) \right],$$

$$q_{z} = q_{\theta}, \quad q_{r} = -2q_{\theta},$$

$$\varepsilon_{z}^{0} = \frac{2}{R_{2}^{2} - R_{l}^{2}} \int_{R_{l}}^{r} r \left\{ q_{z}(r) - \frac{\mu}{E} \left[\sigma_{r}^{\text{res}}(r) + \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) \right] \right\} dr,$$

$$\sigma_{z}^{\text{res}}(r) = E \left[\varepsilon_{z}^{0} - q_{z}(r) \right] + \mu \left(\sigma_{r}^{\text{res}}(r) + \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) \right),$$

$$(4)$$

где

 $\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r), \sigma_{r}^{\text{res}}(r), \sigma_{z}^{\text{res}}(r)$ — компоненты тензора остаточных напряжений; $q_{\theta}(r), q_r(r), q_z(r)$ — соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций;

 $\varepsilon_z^0 = \text{const}$ — осевая компонента тензора полных деформаций после поверхностного пластического упрочнения (в соответствии с гипотезой плоских сечений);

Е — модуль Юнга;

 μ — коэффициент Пуассона, $R_1 \leq r \leq R_2$.

Из (4) следует, что если экспериментально известна величина $\sigma_{\theta}^{\text{res}} = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$ (а это основная предпосылка метода), то все остальные величины НДС находятся последовательно из (4). Таким образом, схема (4) основана на известной экспериментальной зависимости $\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$, которая может быть определена лишь в области сжатия в тонком упрочненном слое. Поэтому для реализации (4) необходимо экстраполировать зависимость $\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$ на всю область интегрирования. В работе [24] предложена следующая экстраполяционная формула:

$$\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r) = \left[\sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{\left(R_2 - h^* - r\right)^2}{b^2}\right)\right] \left(\frac{r - R_1}{l}\right), \quad (5)$$

где параметры σ_0 , σ_1 , h^* и b определяются исходя из условия самоуравновешенности эпюры $\sigma_{\theta}^{\text{res}}(r)$ и значений функции (5) в характерных точках; l=1 в единицах измерения r.

Второй этап состоит в реализации схемы расчета НДС в условиях позучести, которая также хорошо известна (например, [21]). Изложим схему решения данного этапа. Исходя из гипотезы аддитивности упругой (e_i) пластической (q_i) деформации и деформации ползучести p_j ($j = r, \theta, z$), уравнений равновесия и совместности деформаций задача сводится к интегрированию дифференциального уравнения относительно радиальной компоненты $\sigma_r = \sigma_r(r,t)$ [21]:

$$r^{2}\frac{d^{2}\sigma_{r}\left(r,t\right)}{dr^{2}} + 3r\frac{d\sigma_{r}\left(r,t\right)}{dr} = g\left(r,t\right)$$
(6)

с граничными условиями

$$\sigma_r(r,t)\Big|_{r=R_1} = 0; \quad \sigma_r(r,t)\Big|_{r=R_2} = 0,$$
 (7)

где

$$g(r,t) = \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{3}{2} q_r(r) + p_r(r,t) - p_{\theta}(r,t) - r\left(\frac{dp_{\theta}(r,t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r,t)}{dr} \right) + \frac{r}{2} (1+\mu) \frac{dq_r(r)}{dr} \right],$$
(8)

а время t входит в (6) и (8) параметрически.

С учетом граничных условий (7) решение уравнения (6) записывается следующим образом:

$$\sigma_{r}(r,t) = \int_{R_{1}}^{r} \frac{1}{\xi^{3}} \left(\int_{R_{1}}^{\xi} g(\eta,t) \eta d\eta \right) d\xi + \frac{C}{2} \left(\frac{1}{R_{1}^{2}} - \frac{1}{r^{2}} \right), \tag{9}$$

где произвольная константа C определяется из второго граничного условия (7):

$$C = -\frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{\xi^3} \left(\int_{R_1}^{\xi} g(\eta, t) \eta d\eta \right) d\xi.$$

Далее последовательно из уравнения равновесия

$$\sigma_{\theta}(r,t) = \sigma_{r}(r,t) + \frac{d\sigma_{r}(r,t)}{dr}$$

определяется величина $\sigma_{\theta}(r,t)$, затем

$$\varepsilon_{z}^{*}(t) = \frac{1}{E}\sigma_{z0} + \frac{2}{R_{2}^{2} - R_{1}^{2}}\int_{R_{1}}^{R_{2}} \left(q_{z}(r) + p_{z}(r,t) - \frac{\mu}{E}(\sigma_{r}(r,t) + \sigma_{\theta}(r,t))\right) r dr,$$

$$\sigma_{z}(r,t) = \left[\varepsilon_{z}^{*} - q_{z}(r) - p_{z}(r,t)\right] E + \mu \left[\sigma_{r}(r,t) + \sigma_{\theta}(r,t)\right].$$

При реализации изложенной выше методики оценки релаксации остаточных напряжений при ползучести необходимо учитывать, что в начальный момент времени t = 0 + 0 значения напряжений определяются равенствами

$$\sigma_r(r,0) = \sigma_r^{\text{res}}(r), \quad \sigma_{\theta}(r,0) = \sigma_{\theta}^{\text{res}}(r), \quad \sigma_z(r,0) = \sigma_z^{\text{res}}(r,0) + \sigma_{z_0},$$

где $\sigma_{z0} = \frac{F(t)}{\pi \left(R_2^2 - R_1^2\right)}$ — осевое напряжение, приложенное к образцу, а для де-

формации ползучести имеем $p_i(r,0) = 0$ ($i \equiv r, \theta, z$).

Отметим, что расчет деформации ползучести осуществляется по формулам (3) при $p_{11} = p_{\theta}$, $p_{22} = p_r$, $p_{33} = p_z$, $p_{ij} = 0$ ($i \neq j$). Аналогичные обозначения приняты и для компонент тензора напряжений.

На основании изложенной методики и разработанного программного обеспечения выполнено исследование процесса релаксации остаточных напряжений в полом упрочненном цилиндре в процессе ползучести в локальных зонах образцов. Для этого расчетная схема реализовывалась для каждого из участков для всех четырех образцов с учетом найденных значений случайных величин A_1 и A_2 (см. таблицу 2) в определяющих соотношениях (3), которые и характеризуют индивидуальные локальные свойства реологической деформации. Каждой паре значений A_1 и A_2 будет соответствовать индивидуальное поле напряжений $\sigma_{\theta}(r,t)$, $\sigma_z(r,t)$ и $\sigma_r(r,t)$. Схемы реконструкции НДС после упрочнения и его релаксации могут быть реализованы только численно. Для этого осуществляется дискретизация как пространственной координаты $R_1 \le r \le R_2$, так и времени t с шагом $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ (i = 0, 1, 2, ...). В пределах каждого интервала $t \in [t_i, t_{i+1}]$ напряжения полагались постоянными и равными значению при $t = t_i$, а все приращения деформации ползучести за шаг времени $[t_i, t_{i+1}]$ вычислялись решением системы дифференциальных уравнений (3) по методу Эйлера. Все производные от компонент тензоров остаточных пластических деформаций и деформаций ползучести вычислялись стандартным образом через конечные разности, а интегралы — по квадратурным формулам численного интегрирования.



Р и с. 2. Эпюры остаточных напряжений $\sigma_{\theta}(r,t)$ для первого (а) и восьмого (б) участков образца № 1 ($\sigma_z^0 = 353$ МПа) после процедуры упрочнения (сплошная линия) при t = 20 час (1), t = 100 час (2) и t = 200 час (3)

Выполнен анализ релаксации остаточных напряжений в локальных зонах в процессе ползучести. Поскольку схема реконструкции НДС после процедуры упрочнения основана на детерминированном подходе, то распределение полей остаточных напряжений по глубине упрочненного слоя $h = R_2 - r$ будет одинаковым в любой «точке» образца. В частности, на рис. 2 и рис. 3 сплошной линией приведено начальное распределение остаточных напряжений $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(r)$ после упрочнения, которое определялось экспериментально методом колец и полосок [22]. В качестве примера на этом же рисунке штриховыми линиями показана кинетика остаточного напряжения $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(r, t)$ в фиксированные моменты времени для первого (деформация ползучести p_{1-2}) и восьмого (деформация ползучести p_{8-9}) участков образца № 1 ($\sigma_z^0 = 353$ МПа), а на рис. 3 аналогичная информация для второго (p_{2-3}) и девятого (p_{9-10}) участков образца № 3 ($\sigma_z^0 = 406, 2$ МПа).





Как следует из анализа представленных на рис. 2 и рис. 3 графиков наблюдается крайне неравномерная релаксация остаточных напряжений даже в пределах

одного образца, при этом скорость релаксации существенно повышается при увеличении растягивающего осевого напряжения σ_z^0 . Например, сравнение графиков релаксации на рис. 3 свидетельствует, что за время t = 200 час остаточное напряжение на втором участке (рис. 3, а) имеет еще значительную величину, а на девятом участке (рис. 3, б) произошла практически их полная релаксация.

Аналогичная картина наблюдалась и для образцов $\mathbb{N} 2$ и $\mathbb{N} 4$ и для других компонент тензора остаточных напряжений. Отметим, что на рис. 2 и 3 приведены остаточные напряжения в фиксированные моменты времени без учета осевой нагрузки σ_z^0 , т. е. в эти моменты времени производилась силовая разгрузка образца.

Заключение. Полученная информация играет важную роль в задачах оценки ресурса поверхностно упрочненных цилиндрических изделий в условиях существенного локального разброса деформации ползучести по параметрическим критериям отказа, когда в качестве «критического» параметра выступает величина какой либо компоненты тензора остаточных напряжений в процессе реологического деформирования. В работе [21] для этой цели построены доверительные интервалы для остаточных напряжений в образцах из сплава Д16T ($T = 125 \,^{\circ}C$) с использованием всех 34 реализаций величин A_1 и A_2 (см. таблицу 2) в любые временные сечения. Но поскольку использовалась фактически процедура усреднения, то часть реализаций, наиболее (или наименее) склонных к деформированию, не попадают в доверительные интервалы. Отсюда следует вывод, что нужно учитывать именно локальные характеристики процесса релаксации остаточных напряжений для более адекватной оценки ресурса упрочненных цилиндрических изделий.

Вторая проблема, связанная с разбросом деформации ползучести, касается экспериментального метода колец и полосок [22] для определения распределения остаточных напряжений по глубине упрочненного слоя. Он дает устойчивые результаты в упругопластической области при реконструкции НДС после упрочнения. Суть метода состоит в том, что из упрочненного полого образца изготавливаются полоски вдоль образующей и втулки (кольца), у которых делается радиальный разрез. Далее электрохимическим травлением снимается по 5-10 мкм упрочненного материала и по эволюции геометрических параметров линейных (для полоски-балки) и угловых (для разрезанной втулки) перемещений по соответствующей методике [22] производится расчет остаточных напряжений σ_{μ} и $\sigma_{,}$. И если в упругопластической области вследствие малого разброса неупругой деформации (по сравнению с разбросом в условиях ползучести) вдоль пространственной координаты метод [22] дает устойчивые результаты, то условиях ползучести, когда отдельные кривые реологического деформирования локальных участков отличаются в 3-4 раза, результаты экспериментального определения остаточных напряжений будут существенно зависеть от места вырезки кольца и склонности материала этого кольца к реологическому деформированию.

В связи с вышеизложенным применение метода колец и полосок в условиях ползучести требует его модификации с учетом локальной стохастической неоднородности деформации ползучести по пространственной координате. Здесь можно говорить о чувствительности этого метода к двум факторам: разброс данных при ползучести и существенная релаксация остаточных напряжений в процессе реологического деформирования, когда их величина (по модулю) является малой по сравнению с начальным состоянием после поверхностного пластического упрочнения. По всей видимости, метод колец и полосок устойчиво «работает», если величины остаточных напряжений составляют несколько сотен МПа и пространственная неоднородность неупругой деформации незначительна, что и наблюдается после технологических операций упрочнения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. *Гецов Л.Б.* Детали газовых турбин (материалы и прочность). Л.: Машиностроение, 1982. 296 с.
- 2. *Гринченко И.Г.* Упрочнение деталей из жаропрочных и титановых сплавов. М.: Машиностроение, 1971. – 120 с.
- Кудрявцев И.В. Внутренние напряжения как резерв прочности в машиностроении. М.: Маштиз, 1951. – 278 с.
- Маталин А.А. Технологические методы повышения долговечности деталей машин. Киев: Техника, 1971. – 143 с.
- 5. *Цейтлин В.И., Колотникова О.В.* Релаксация остаточных напряжений в деталях турбины ГТД в процессе эксплуатации // Пробл. прочности. – 1980. – № 8. – С. 982–984.
- 6. *Колотникова О.В.* Эффективность упрочнения методами поверхностного пластического деформирования деталей, работающих при повышенных температурах // Пробл. прочности. – 1983. – № 2. – С. 112–114.
- Кравченко Б.А., Круцило В.Г., Гутман Г.Н. Термопластическое упрочнение резерв повышения прочности и надежности деталей машин. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2000. – 216 с.
- Павлов В.Ф., Кирпичев В.А., Иванов В.Б. Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений / Самар. науч. центр РАН. – Самара: 2008. – 64 с.
- 9. *Радченко В.П., Кирпичев В.А., Лунин В.А.* Влияние термоэкспозиции на остаточные напряжения образцов из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки. 2012. № 3. С. 147–154.
- 10. Радченко В.П., Кирпичев В.А., Лунин В.А., Филатов А.П., Морозов А.П. Экспериментальное исследование кинетики остаточных напряжений в упрочненных полых цилиндрических образцах из сплава Д16Т при осевом растяжении в условиях ползучести // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2016. Т. 20, № 2. С. 290–305. DOI: 10.14498/vsgtu1468
- 11. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. М.: Машиностроение-1, 2005. 226 с.
- 12. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести // Изв. вузов. Машиностроение. – 2004. – № 11. – С. 3–17.
- Радченко В.П., Саушкин М.Н. Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненном изделии цилиндрической формы при ползучести // ПМТФ. – 2009. – Т. 50, № 6. – С. 90–99.
- 14. Радченко В.П., Цветков В.В. Кинетика напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном цилиндрическом образце при сложном напряженном состоянии в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2014. – № 1. – С. 93– 108. DOI: 10.14498/vsgtu1313
- 15. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Бочкова Т.И. Математическое моделирование формирования и релаксации остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения в условиях высокотемпературной ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2016. № 1. С. 93–112. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.1.07
- 16. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Цветков В.В. Влияние термоэкспозиции на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести // ПМТФ. – 2016. – Т. 57, № 3. – С. 196–207. DOI: 10.15372/PMTF20160320
- 17. *Бадаев А.Н.* Стохастическое прогнозирование ползучести жаропрочных сплавов с использованием метода Монте-Карло // Пробл. прочности. 1985. № 2. С. 7–10.
- 18. Локощенко А.М., Шестериков С.А. Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении // ПМТФ 1980. № 3. С. 155–159.
- 19. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.

- 20. Радченко В.П., Дудкин С.А., Тимофеев М.И. Экспериментальное исследование и анализ полей неупругих микро- и макродеформаций сплава АД-1 // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2002. № 16. С. 111–117. DOI: 10.14498/vsgtu107
- Радченко В.П., Морозов А.П., Саушкин М.Н. Стохастическая модель для расчета остаточных напряжений в поверхностно упрочненном цилиндре в условиях ползучести // Вестник Пермск. нац. исслед. политехн. ун-та. Механика. – 2017. – № 1. – С. 181–207. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.1.11
- 22. *Иванов С.И.* К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения. Куйбышев, 1974. Вып. 53. С. 32–42.
- Самарин Ю.П. Уравнение состояния материалов со сложными реологическими свойствами. Куйбышев: Куйбышев. гос. ун-т, 1979. – 84 с.
- 24. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Феноменологический метод расчета остаточных напряжений и пластических деформаций в полом поверхностно упрочненном цилиндрическом образце // Прикладная математика и механика. 2013. Т. 77, № 1. С. 143–152.

Статья поступила в редакцию 16 января 2018 г.

THE RESEARCH OF THE SPATIAL-TEMPORAL INFLUENCE OF HETEROGENEITY CREEP DEFORMATION ON THE RELAXATION RESIDUAL STRESSES IN THE SURFACE-HARDENED HOLLOW CYLINDER OF D16T ALLOY

V.P. Radchenko, A.E.Liberman, A.V. Ruzov

Samara State Technical University 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. We studied the influence of a stochastic heterogeneous creep deformation on the relaxation residual stresses in the surface-hardened hollow cylinder of D16T alloy at a temperature of 125 C degrees. The surface is hardened by the air shot-peening under monoaxial tension. We have shown experimental data of local creep deformation distribution on spatial coordinate with the base of 6 mm at a length of working part of the specimen of 65 mm. We found a variation of the strains in the local sections of a specimen which strain may differ from each other by three or four times. The stochastic rheological straining determining equations with two random parameters are suggested. The parameters define individual straining properties of the local sections. The method for identification the parameters is developed.

The relaxation of residual stresses in every local section taking into account define individual creep straining properties under four modes of tension stresses is studied. We observe, velocities of the relaxation residual stresses in the local sections may differ from each other by 2 or more time as a consequence of creep. Several recommendations for estimating the resource of hardened specimens under the creep conditions taking into account define individual straining properties on spatial coordinate.

Keywords: a hollow cylinder, surface plastic hardening, creep, stochastic model, residual stresses, relaxation, experimental data.

Vladimir P. Radchenko (Dr. Sci (Phys. & Math.)), Professor. Aleksandr E. Liberman, Graduate Student. Anton V. Ruzov, Graduate Student.