

УДК 621.4

АЛГОРИТМЫ ТЕМПЕРАТУРНОЙ КОРРЕКЦИИ ДАТЧИКОВ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Ю.И. Стеблев, Р.К. Дусмухамбетов, Т.Ю. Попова, А.Ю. Лапина

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Аннотация. Рассматривается алгоритм температурной коррекции датчиков физических величин, использующий автоматическую коррекцию (подстройку) реальной статической функции преобразования датчика. Для получения корректирующей функции использовалась аппроксимация полиномами и сплайн-аппроксимация экспериментальных данных. Доказано, что применение линейных сплайнов для температурной коррекции ПИП обеспечивает достаточно высокую точность аппроксимации характеристик датчиков, а следовательно, и эффективность алгоритмов коррекции. Также показаны преимущества данного метода при работе в режиме реального времени по сравнению с аппроксимацией полиномами и кубическим сплайном.

Ключевые слова: температурная коррекция, аппроксимация, полином, вихретоковый преобразователь, линейный сплайн.

Как известно, статическая функция преобразования датчика определяется функциональной зависимостью между измеряемой величиной X и выходным сигналом датчика Y в установившемся режиме при наличии влияющих параметров $\bar{Z}$ [1, 2]:

$$Y = F(x, \bar{z}), \quad (1)$$

где $\bar{z} = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_m\}$ – вектор влияющих параметров.

Основными физическими величинами, влияющими на погрешность измерения датчиков, являются температура, давление, влажность, электромагнитные поля, механические воздействия, например ускорения и вибрации, и т. п.

Обратная функция F^{-1} позволяет определить x по измеренному значению y при наличии возмущающих (влияющих) воздействий $\bar{z}$:

$$x = F^{-1}(y, \bar{z}) \quad (2)$$

Функцию (2) называют градуировочной характеристикой, или градуировочной шкалой датчика [1]. Паспортная характеристика датчика – первичного измерительного преобразователя (ПИП) определяется при фиксированных значениях влияющих параметров $\bar{z}_0$.

Стеблев Юрий Иванович (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Автоматизация и управление технологическими процессами».

Дусмухамбетов Ринат Кайрулович, аспирант.

Попова Татьяна Юрьевна, магистрант.

Лапина Анна Юрьевна, магистрант.

Если известна градуировочная характеристика (2) и измерены y и $\bar{z}$, то возможна идеальная коррекция ПИП.

Однако, как правило, функции (1) и (2) априори неизвестны – эти функции, как и алгоритмы коррекции, строятся на основе экспериментальных данных.

Из всех влияющих факторов наиболее универсальным является температура окружающей среды. Температурная коррекция датчиков может быть реализована алгоритмическими методами, причем алгоритмы коррекции существенно зависят от формы представления функций преобразования ПИП.

В данной статье приводятся алгоритмы температурной коррекции датчиков и их сравнительный анализ при аппроксимации функций преобразования полиномами и сплайн-аппроксимации этих функций.

Алгоритмические методы температурной коррекции основаны на методе вспомогательных измерений влияющих факторов, обеспечивающих автоматическую коррекцию реальной статической функции преобразования ПИП в процессе эксплуатации [3].

1. Температурная коррекция датчиков при аппроксимации функций преобразования полиномами

В этом случае функция преобразования ПИП ищется в виде степенного полинома

$$y = \sum_{K=0}^n a_K \cdot x^K, \quad (3)$$

где $x \in [x_n, x_e]$ – диапазон изменения входного сигнала;

$y \in [y_n, y_e]$ – диапазон изменения выходного сигнала;

a_K – постоянные коэффициенты.

Необходимо провести коррекцию влияния температуры окружающей среды в диапазоне $t \in [t_n, t_e]$, то есть обеспечить независимость показаний датчика от температуры в заданных диапазонах. Отметим, что формальное обращение степенного ряда (3), то есть получение градуировочной характеристики $x(y)$, является нетривиальной задачей и требует достаточно громоздких вычислений [4]. Поэтому градуировочную характеристику целесообразно также получать по экспериментальным данным, т. е. в форме полинома вида (3):

$$x = \sum_{K=0}^n b_K \cdot y^K \quad (4)$$

где b_K – постоянные коэффициенты.

При построении алгоритма температурной коррекции вид степенного полинома, например градуировочной характеристики (4), сохраняется, но аппроксимирующие коэффициенты должны быть функциями температуры t :

$$x = \sum_{K=0}^n c_K(t) \cdot y^K; \quad x \in [x_n, x_e]; \quad y \in [y_n, y_e]; \quad t \in [t_n, t_e] \quad (5)$$

Алгоритм построения корректирующего полинома (5) в заданных диапазонах изменения переменных x, y, t представляется в виде следующих операций.

1. Формирование необходимого объема экспериментальных данных. Задается сетка температур экспериментальных данных $t_i, i = \overline{1, N}$ в диапазоне $t \in [t_n, t_e]$, а также сетка значений измеряемой величины $x_j, j = \overline{1, m}$ в диапазоне $x \in [x_n, x_e]$.

Экспериментально формируются узлы интерполяции корректирующего полинома (5): $(x_j, y_{ji}), j = \overline{1, m}, i = \overline{1, N}$, то есть

$$(x_1, y_{1i}), (x_2, y_{2i}), \dots, (x_m, y_{mi}); i = \overline{1, N}. \quad (6)$$

В результате получается массив экспериментальных данных объемом $2m \times N$ значений.

2. Формирование корректирующей матрицы для полинома (5). Для каждого значения температуры $t_i, i = \overline{1, N}$ аппроксимируется градуировочная характеристика датчика $x(y)$ интерполяционным полиномом вида (5):

$$x = \sum_{K=0}^n C_{Ki} \cdot y^K; i = \overline{1, N}, \quad (7)$$

где C_{Ki} – постоянные коэффициенты.

В результате получается N степенных полиномов (7), каждый из которых определяет градуировочную характеристику ПИП при фиксированной температуре $t_i, i = \overline{1, N}$. Формируется матрица аппроксимирующих (корректирующих) коэффициентов $C_{Ki}, K = \overline{0, n}, i = \overline{1, N}$:

$$t_i \rightarrow \begin{matrix} K \downarrow \\ \left\| \begin{array}{c} C_{01}, C_{02}, \dots, C_{0N} \\ C_{11}, C_{12}, \dots, C_{1N} \\ \dots \dots \dots \\ C_{n1}, C_{n2}, \dots, C_{nN} \end{array} \right\| \end{matrix} \quad (8)$$

Корректирующая матрица (8) размерностью $(n+1) \times N$ позволяет построить полином (5), реализующий температурную коррекцию ПИП.

3. Формирование узлов интерполяции для корректирующего полинома (5). В общем виде массив этих данных можно представить так:

$$(C_{Ki}, t_i), K = \overline{0, n}, i = \overline{1, N}.$$

4. Определение коэффициентов $C_K(t)$ корректирующего полинома (5) как функций температуры t . Каждый коэффициент $C_K(t)$ полинома (5) представляется степенным рядом по температуре t :

$$C_K(t) = \sum_{j=0}^S g_{Kj} \cdot (t - t_0)^j, \quad K = \overline{0, n}, \quad (9)$$

где t_0 – номинальная температура окружающей среды.

Степень S полинома (9) обычно не превышает $3 \div 4$. Аппроксимирующие коэффициенты g_{Kj} для каждого значения $K = \overline{0, n}$ рассчитываются с использованием соответствующих узлов интерполяции. В результате получаем скорректированную по температуре градуировочную характеристику датчика вида (5).

Такой метод коррекции может быть реализован только с применением цифровой обработки измерительной информации. При этом необходимо выполнить следующие операции:

- измерить выходной сигнал Y датчика и температуру t окружающей среды;
- вычислить коэффициенты $C_K(t)$ по формулам (9);
- вычислить измеряемую величину x по формуле (5).

2. Сплайн-аппроксимация статических характеристик ПИП

При сплайн-аппроксимации статической функции преобразования датчика $y = F(x)$ задается сетка значений x на отрезке $x \in [x_n, x_e]$, $x_n = x_1 < x_2 < \dots < x_m = x_e$ и соответствующие значения $y: y_1, y_2, \dots, y_m$. На каждом отрезке $y(x)$ аппроксимируется линейной, квадратичной или кубической функцией – соответственно линейным, квадратичным или кубическим сплайном [5, 6].

Чаще всего используются кубические сплайны, которые обеспечивают построение дважды непрерывно дифференцируемой аппроксимирующей функции $\phi(x)$. Причем $\phi(x)$ совпадает с экспериментальными данными в узлах интерполяции: $\phi(x_j) = y_j, \quad j = \overline{1, m}$ [5].

Исходное аналитическое выражение кубического сплайна при неравномерной сетке узлов интерполяции имеет вид [6]

$$\begin{aligned} \phi(x) = & K_{j-1} \frac{(x_j - x)^3}{6h_j} + K_j \frac{(x - x_{j-1})^3}{6h_j} + \frac{x_j - x}{h_j} + \left(y_{j-1} - \frac{K_{j-1} \cdot h_j^2}{6} \right) \\ & + \frac{x - x_{j-1}}{h_j} + \left(y_j - \frac{K_j \cdot h_j^2}{6} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

где $x \in [x_{j-1}, x_j], h_j = x_j - x_{j-1}, j = 2, 3, \dots, m; K_1, K_2, \dots, K_m$ – коэффициенты сплайна.

Отметим, что число коэффициентов сплайна K_j равно числу узлов интерполяции $j = \overline{1, m}$.

Коэффициенты сплайна $K_1, K_2, \dots, K_m$ находят из условия, что функция $\phi'(x)$ является непрерывной в точках $x_2, x_3, \dots, x_{m-1}$.

Исходя из этого условия получают $(m-2)$ уравнений, содержащих m неизвестных коэффициентов сплайна:

$$\mu_j K_{j-1} + 2K_j + \lambda_j K_{j+1} = \frac{6}{h_j + h_{j+1}} \left(\frac{y_{j-1} - y_j}{h_{j+1}} - \frac{y_j - y_{j-1}}{h_j} \right)$$

$$j = 2, 3, \dots, m-1; \quad \lambda_j = \frac{h_{j+1}}{h_j + h_{j+1}}; \quad \mu_j = 1 - \lambda_j \quad (11)$$

Оставшиеся два уравнения получают, задавая краевые условия: ограничения на функцию $y = F(x)$ в точках $x_1 = x_n$ и $x_m = x_e$.

Для одного из наиболее распространенных алгоритмов краевые условия имеют вид [6]

$$2K_1 + \lambda_1 K_2 = \frac{6}{h_2} \left(\frac{y_2 - y_1}{h_2} - y'_1 \right)$$

$$\mu_m K_{m-1} + 2K_m = \frac{6}{h_m} \left(y'_m - \frac{y_m - y_{m-1}}{h_m} \right) \quad (12)$$

где y'_1 и y'_m – значения производных функции $F(x)$ в точках x_n и x_e .

Чаще всего в качестве y'_1 и y'_m берут значения конечно-разностной аппроксимации производных в точках x_n и x_e .

Отметим, что задача дифференцирования функции, полученной экспериментально, то есть с определенной погрешностью, является некорректно поставленной задачей [7] и может привести к значительной погрешности определения производных y'_1 и y'_m , а следовательно, к большим погрешностям решения системы уравнений (11, 12) относительно коэффициентов сплайна $K_1, K_2, \dots, K_m$. Это существенный недостаток аппроксимации экспериментальных данных кубическими сплайнами.

Сформулируем алгоритм построения температурной коррекции датчика при аппроксимации его функции преобразования кубическим сплайном. Формирование необходимого объема экспериментальных данных выполняется аналогично описанному в п. 1 раздела 1 настоящей статьи, плюс дополнительный объем данных для обеспечения краевых условий (12).

Узлы интерполяции корректируемой характеристики $y = f(x)$ будут иметь вид (13).

Далее для каждого значения температуры $t_i, i = \overline{1, N}$ в диапазоне $t \in [t_n, t_e]$ строится система уравнений (11, 12) с предварительным определением краевых условий (12), то есть значений y'_1, y'_m . В результате решения N систем линейных алгебраических уравнений (11, 12) будет сформирована корректирующая матрица коэффициентов сплайна $K_{ji}, j = \overline{1, m}, i = \overline{1, N}$:

Аналитическая градуировка при этом сводится к вычислению величины x по измеренному сигналу y :

$$x = x_i + \frac{x_{i+1} - x_i}{y_{i+1} - y_i}(y - y_i), i = \overline{1, N-1}. \quad (15)$$

Алгоритм вычисления x по измеренному значению y сводится к следующему:

а) поиск интервала $[y_i, y_{i+1}]$, в который попадает измеренное значение $y \in [y_i, y_{i+1}]$, $i = \overline{1, N-1}$, – в результате определяется номер интервала i ;

б) вычисление x по градуировочной характеристике $x(y)$ посредством подстановки в уравнение (15) найденного значения i и измеренного y .

Для разработки алгоритма температурной коррекции заданный температурный диапазон $[t_{\min}, t_{\max}]$ разбивается на $(n-1)$ отрезков точками $t_1, t_2, \dots, t_n$, где $t_1 = t_{\min}, t_n = t_{\max}$.

Далее на основе экспериментальных данных строится корректирующая матрица $y_i(t_k), i = \overline{1, N}, k = \overline{1, n}$:

$$\left\| \begin{matrix} y_1(t_1), y_1(t_2), ..., y_1(t_n) \\ y_2(t_1), y_2(t_2), ..., y_2(t_n) \\ \\ y_N(t_1), y_N(t_2), ..., y_N(t_n) \end{matrix} \right\| \quad (16)$$

Корректирующая матрица (16) формируется следующим образом:

– устанавливается температура $t_1 = t_{\min}$;

— последовательно устанавливаются значения $X_1, X_2, \dots, X_N$ и измеряются сигналы $y_1(t_1), \dots, y_N(t_1)$.

Так формируется первый столбец матрицы (16).

Затем устанавливается температура t_2 и повторяется следующий пункт алгоритма, и т. д. до температуры $t_n = t_{\max}$.

Далее производится аппроксимация $y_i(t), i = \overline{1, N}$ в заданном диапазоне температур $t \in [t_{\min}, t_{\max}]$. Здесь также может использоваться сплайн-аппроксимация:

$$y_i(t) = y_i(t_k) + \frac{y_i(t_{k+1}) - y_i(t_k)}{t_{k+1} - t_k}(t - t_k), i = \overline{1, N}, k = \overline{1, n-1}. \quad (17)$$

Градуировочная характеристика ПИП в этом случае имеет вид

$$x(y, t) = x_i + \frac{x_{i+1} - x_i}{y_{i+1}(t) - y_i(t)} [y(t) - y_i(t)]. \quad (18)$$

Алгоритм вычисления $x(y, t)$ по измеренным значениям выходного сигнала $y(t)$ и температуре $t = t_n$:

а) производится поиск интервала $[t_k, t_{k+1}]$, в который попадает измеренное значение температуры $t_n \in [t_k, t_{k+1}]$. В результате получаем номер интервала K ;

б) по измеренной температуре t_n и заданным функциям $y_i(t), i = \overline{1, N}$ строится сетка значений $y_i(t), i = \overline{1, N}$. Для этого используется сплайн-аппроксимация (17);

в) производится поиск интервала $[y_i(t_n), y_{i+1}(t_n)], i = \overline{1, N}$, в который попадает измеренное значение $y(t_n) \in [y_i(t_n), y_{i+1}(t_n)]$. В результате определяется номер интервала i ;

г) по градуировочной характеристике (18) для $x(y, t)$ вычисляется значение $x(y, t_n)$ путем подстановки в уравнение (18) найденного значения i , измеренного значения $y(t_n)$ и значения $y_{i+1}(t_n), y_i(t_n)$.

Описанный алгоритм температурной коррекции легко реализуется существующими программными средствами. Его преимущества по сравнению с коррекцией, использующей полиномы и кубические сплайны, очевидны: он существенно проще, использует меньшее количество математических операций, непосредственно оперирует экспериментальными данными. Причем исходными данными для работы алгоритма являются только значения $y_i(t_k)$, т. е. корректирующая матрица (16). Вся остальная обработка данных производится в реальном времени.

Проведем сравнительный анализ точности аппроксимации статической функции преобразования ПИП с использованием многочленов, применяемых чаще всего, и линейных сплайнов. Датчик – вихретоковый преобразователь (ВТП) для бесконтактного контроля перемещения металлических конструкций, например элементов трубопроводных систем (рис. 1).

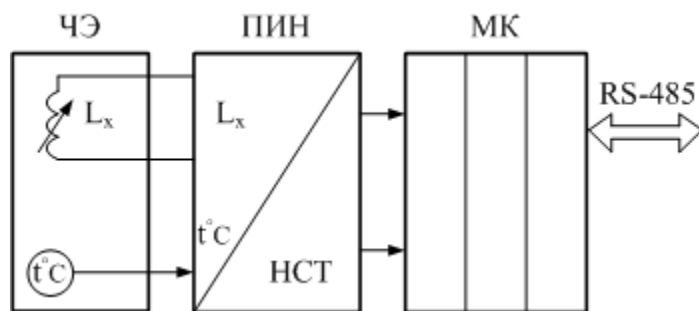


Рис. 1. Структурная схема ВТП перемещений с температурной коррекцией:
 ЧЭ – чувствительный элемент; ПИН – преобразователь «индуктивность – напряжение»;
 НСТ – нормализатор сигнала температуры; МК – микроконтроллер;
 RS-485 – последовательный коммуникационный интерфейс

На рис. 2 приведена схема чувствительного элемента – тонкостенной цилиндрической катушки над проводящим элементом конструкции.

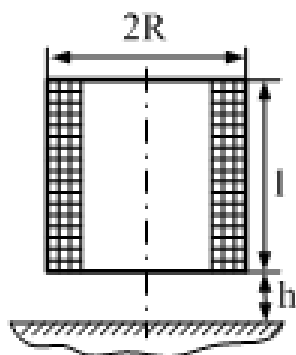


Рис. 2. Схема чувствительного элемента

Функция преобразования ВТП аппроксимировалась полиномом вида (3), где степень полинома n изменялась от 3 до 9. Результаты расчета аппроксимирующих коэффициентов a_i приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчета аппроксимирующих коэффициентов a_i

n	a_i									
	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
3	0,71525	0,4164	-0,198	0,0068	–	–	–	–	–	–
4	0,71519	0,413825	-0,208	0,002428	-0,00874	–	–	–	–	–
5	0,71532	0,403272	-0,121	-0,22064	0,271707	-0,11218	–	–	–	–
6	0,71527	0,412732	-0,238	0,278465	-0,6927162	0,74566365	-0,2859477	–	–	–
7	0,71516	0,490384	-1,532	8,007099	-22,6337	32,80637	-23,5703	6,652661	–	–
8	0,71505	0,84304	-8,863	64,37163	-237,768	483,7575	-551,568	330,3793	-80,9317	–
9	0,715	1,91398	-34,8	305,7285	-96,756	3686,74876	-5842,7375	5487,535	-2814,9757	607,5638

Из таблицы видно, что с повышением степени аппроксимирующего полинома n решение все более приобретает пилообразный вид, достигая значительных размахов начиная с $n = 7$ и особенно при $n = 9$. Это является признаком некорректности решения задачи аппроксимации методом наименьших квадратов [7] при больших степенях полинома.

Это явление отмечалось при численном решении такой некорректной задачи, как решение интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. Если решать это уравнение методом квадратных формул, заменяя интеграл конечной суммой и решая полученную систему линейных алгебраических уравнений, то вместо истинного решения будет получаться так называемая знакопеременная «пила» большой амплитуды, которая при ее подстановке в интеграл тем не менее дает

заданную функцию. При этом чем меньше шаг аппроксимации, тем грубее решение (тем больше амплитуда «пилы» [8, 9]).

Следствием этого является потеря устойчивости, то есть даже очень малые ошибки входных данных могут приводить к настолько большим ошибкам в решении, что оно не будет иметь ничего общего с искомой функцией [9]. Именно поэтому при решении практических задач аппроксимации степени аппроксимирующих полиномов, как правило, не превышают $n = 5$ [6].

Таблица 2

Относительные погрешности аппроксимации статической функции преобразования ВТП с использованием полиномов и линейных сплайнов

Полином 3-й степени	Полином 4-й степени	Полином 5-й степени	Линейный сплайн
0,21	0,07	0,02	0,05

Относительная погрешность аппроксимации γ определялась по известной методике [10]:

$$\gamma = \frac{\sigma}{y_N} \cdot 100\%, \quad (19)$$

где σ – среднеквадратичное отклонение аппроксимирующей функции от заданной, $y = F(x)$, $y_N = |y_{\max} - y_{\min}|$ – диапазон изменения заданной функции.

Таким образом, применение линейных сплайнов для температурной коррекции ПИП обеспечивает достаточно высокую точность аппроксимации характеристик датчиков, а следовательно, и эффективность алгоритмов коррекции.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аш Ж. Датчики измерительных систем. Кн. 1. – М.: Мир, 1992. – 480 с.
2. Джексон Р.Г. Новейшие датчики. – М.: Техносфера, 2008. – 400 с.
3. Земельман М.А. Автоматическая коррекция погрешностей измерительных устройств. – М: Изд-во стандартов, 1972. – 199 с.
4. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. – М.: Наука, 1979. – 830 с.
5. Стечкин С.Б., Субботин Ю.И. Сплайны в вычислительной математике. – М.: Наука, 1976. – 248 с.
6. Носач В.В. Решение задач аппроксимации с помощью персональных компьютеров. – М.: МИ-КАП, 1994. – 382 с.
7. Тихонов А.Н., Аринин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 285 с.
8. Тихонов А.Н. О некорректно поставленных задачах // Вычислительные методы и программирование. – 1967. – Вып. 8. – С. 3–33.
9. Верлань А.Ф., Сиренов В.С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. – Киев: Наукова думка, 1978. – 292 с.
10. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. – М.: Наука, 1965. – 778 с.

Статья поступила в редакцию 15 февраля 2018 г.

ALGORITHMS FOR TEMPERATURE CORRECTION OF PHYSICAL QUANTITIES SENSORS

Y.I. Steblev, R.K. Dusmukhambetov, T.Y. Popova, A.Y. Lapshina

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. *In this paper algorithm for temperature correction of physical quantities sensors, uses automatic correction of real static sensor transform function, is studied. For obtaining correction function polynomial approximation and spline approximation of empirical data were used. The efficiency of using linear spline was proved as well as advantages of this method against polynomial approximation and cubic spline in real-time mode were illustrated.*

Keywords: *temperature correction, approximation, polynomial, eddy current probe, linear spline.*

Yury I. Steblev (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Rinat K. Dusmukhambetov, Postgraduate Student.
Tatiana Y. Popova, Graduate Student.
Anna Y. Lapshina, Graduate Student.