

УДК 621.3.078

## АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ВЫХОДНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ЧАСТОТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ПРОСТЕЙШИМИ ЗАКОНАМИ КОММУТАЦИИ СИЛОВЫХ ТРАНЗИСТОРОВ

*А.В. Стариков, С.Л. Лисин, Д.Ю. Рокало*

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

**Аннотация.** Рассмотрены выходные фазные напряжения частотных преобразователей с  $\pi$ -коммутацией транзисторов и трапецеидальной модуляцией. Найдены аналитические выражения для определения действующих значений напряжений для обоих случаев. Получены формулы для вычисления амплитуд основной и высших гармоник фазного напряжения рассматриваемых частотных преобразователей. Показано, что выходное напряжение инвертора с  $\pi$ -коммутацией транзисторов не соответствует требованиям к нормам качества электроэнергии. Проанализирован гармонический состав выходного сигнала частотного преобразователя, формирующего трапецеидальное фазное напряжение. Сделан вывод, что без учета процесса широтно-импульсной модуляции такой инвертор имеет малые амплитуды высших гармоник и соответствует требованиям государственного стандарта. Отмечено, что частотный преобразователь, формирующий трапецеидальное фазное напряжение, отличается простотой технической реализации и малыми коммутационными потерями в силовых транзисторах.

**Ключевые слова:** частотный преобразователь, фазное напряжение, гармонический состав, силовой транзистор, коммутационные потери.

Совершенствование микропроцессорной техники и в частности микроконтроллеров привело к тому, что в современных частотных преобразователях с широтно-импульсной модуляцией стали применять векторные модуляторы. В них заложены сложные законы формирования сигналов управления силовыми транзисторами, реализация которых требует больших вычислительных затрат. Действительно, при создании векторных модуляторов на каждом периоде широтно-импульсной модуляции необходимо производить несколько операций умножения и вычисления синусов. Именно поэтому для реализации современных частотных преобразователей необходимы микроконтроллеры с высокими тактовыми частотами. При этом перестали использовать простые законы коммутации транзисторов, например  $\pi$ -коммутацию [1, 2], которые не требуют каких-либо затрат вычислительной мощности микроконтроллера и реализуются простой логической схемой. Также не требуют никаких вычислений на периоде широтно-импульсной модуляции частотные преобразователи, формирующие трапецеидальную форму фазного напряжения [3].

---

*Стариков Александр Владимирович (д.т.н.), заведующий кафедрой «Электропривод и промышленная автоматика».*

*Лисин Сергей Леонидович (к.т.н.), доцент кафедры «Электропривод и промышленная автоматика».*

*Даниил Юрьевич Рокало, аспирант.*

Целью настоящего исследования является анализ максимальной величины действующего значения и гармонического состава выходного напряжения частотных преобразователей, использующих простые законы коммутации силовых транзисторов, выявление их недостатков и преимуществ

Проанализируем основные недостатки частотных преобразователей с  $\pi$ -коммутацией транзисторов. Фазное напряжение на выходе таких инверторов с учетом усреднения широтно-модулированного сигнала состоит из прямоугольников (рис. 1).

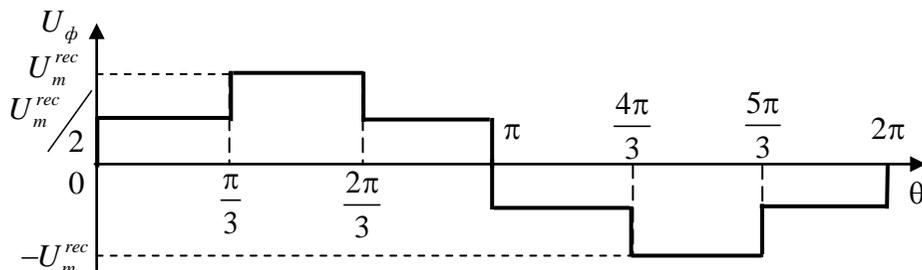


Рис. 1. Фазное напряжение на выходе частотного преобразователя с  $\pi$ -коммутацией транзисторов

Найдем действующее значение  $U_{rms}^{rec}$  рассматриваемого фазного напряжения, которое представляет собой среднеквадратичное значение функции, представленной на рис. 1. Очевидно, что среднеквадратичное значение, найденное на первом полупериоде, будет таким же, как и на втором полупериоде, поэтому

$$U_{rms}^{rec} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\pi/3} \left( \frac{U_m^{rec}}{2} \right)^2 d\theta + \int_{\pi/3}^{2\pi/3} (U_m^{rec})^2 d\theta + \int_{2\pi/3}^{\pi} \left( \frac{U_m^{rec}}{2} \right)^2 d\theta \right]} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\pi} \left( \left. \frac{(U_m^{rec})^2}{4} \theta \right|_0^{\pi/3} + (U_m^{rec})^2 \theta \left. \right|_{\pi/3}^{2\pi/3} + \left. \frac{(U_m^{rec})^2}{4} \theta \right|_{2\pi/3}^{\pi} \right)}$$
(1)

где  $\theta = \omega t$ ,  $t$  – время,  $\omega = 2\pi f_1$ ,  $f_1$  – частота напряжения.

Подставляя в (1) пределы интегрирования, после несложных преобразований получим, что действующее значение фазного напряжения при прямоугольной форме равно

$$U_{rms}^{rec} = \frac{U_m^{rec}}{\sqrt{2}},$$

где  $U_m^{rec}$  – амплитуда прямоугольного напряжения.

При  $\pi$ -коммутации транзисторов максимальная величина  $U_m^{rec} = \frac{2U_d}{3}$ , где  $U_d$  – напряжение в линии постоянного тока частотного преобразователя. При  $U_d = 515$  В, которое получается из трехфазной сети с линейным напряжением 380 В [3], максимальное действующее значение фазного напряжения  $U_{rms}^{rec} = 242,77$  В. То есть по действующему напряжению частотные преобразова-

тели с  $\pi$ -коммутиацией транзисторов имеют даже определенный запас относительно номинального напряжения асинхронного двигателя. Но очевидно, что несинусоидальность напряжения приведет к появлению в выходном сигнале инвертора высших гармонических составляющих.

Для определения амплитуд высших гармоник разложим в ряд Фурье периодическую функцию, представленную на рис. 1. Поскольку она является нечетной, то коэффициенты ряда Фурье будут определяться формулами [4]

$$a_n = 0; b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nxdx, \quad (2)$$

причем в нашем случае  $x = \theta$ .

Иначе говоря, искомые коэффициенты тригонометрического ряда Фурье можно найти от функции, приведенной на рис. 2.

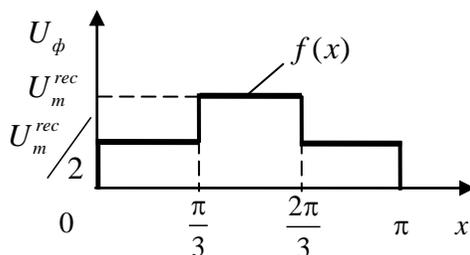


Рис. 2. Функция, которую необходимо разложить в ряд Фурье, определенная на половине периода

Ее можно представить в виде суммы трех составляющих

$$f(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x),$$

где  $f_1(x) = \frac{U_m^{rec}}{2}$  при  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ ;  $f_2(x) = U_m^{rec}$  при  $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ ;  $f_3(x) = \frac{U_m^{rec}}{2}$  при  $\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \pi$ .

Следовательно, коэффициенты (2) разложения в тригонометрический ряд Фурье рассматриваемой функции равны

$$\begin{aligned} b_n^{rec} &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nxdx = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} [f_1(x) + f_2(x) + f_3(x)] \sin nxdx = \\ &= U_m^{rec} \left( \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{2} \sin nxdx + \frac{2}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin nxdx + \frac{2}{\pi} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \frac{1}{2} \sin nxdx \right) = \\ &= U_m^{rec} \left( -\frac{1}{n\pi} \cos nx \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} - \frac{2}{n\pi} \cos nx \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} - \frac{1}{n\pi} \cos nx \Big|_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \right) = \\ &= \frac{U_m^{rec}}{n\pi} \left( 1 + \cos \frac{n\pi}{3} - \cos \frac{2n\pi}{3} - \cos n\pi \right); a_n = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Анализ формул (3) позволяет сделать вывод, что четные коэффициенты ряда равны нулю. Кроме того, можно вывести общее правило для определения коэффициентов (амплитуд) нечетных гармоник:

$$\left. \begin{aligned} b_{2l+1} &= 0, \text{ при } r = 0; \\ b_{2l+1} &= \frac{3}{(2l+1)\pi} U_m^{rec}, \text{ при } r = 1 \text{ и } r = 2, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $l = 0, 1, 2, 3, \dots$  – целое число;  $r$  – целочисленный остаток от деления  $2l + 1$  на 3.

Из системы уравнений (4) следует, что гармоники с номером, кратным трем, отсутствуют в выходном сигнале частотного преобразователя с  $\pi$ -коммутиацией транзисторов. Максимальная амплитуда первой гармоники равна

$$U_{1m}^{rec} = b_1 = \frac{3}{\pi} U_m^{rec} = \frac{2U_d}{\pi} = 327,86 \text{ В, а ее действующее значение –}$$

$$U_{1rms}^{rec} = \frac{U_{1m}^{rec}}{\sqrt{2}} = 231,83 \text{ В. Эта величина отличается от полученной по формуле (1)}$$

на 4,5 %, что связано с влиянием высших гармоник в выходном напряжении.

Амплитуда пятой гармоники, определяемая формулой  $U_{5m}^{rec} = b_5 = \frac{3}{5\pi} U_m^{rec}$ , составляет 20 % от амплитуды первой гармоники. Седьмая гармоника

$$U_{7m}^{rec} = b_7 = \frac{3}{7\pi} U_m^{rec} \text{ имеет амплитуду } 14,29 \% \text{ от первой. Амплитуда одиннадцатой}$$

$$\text{гармоники равна } U_{11m}^{rec} = b_{11}^{rec} = \frac{3}{11\pi} U_m^{rec}, \text{ при этом } \frac{U_{11m}^{rec}}{U_{1m}^{rec}} \times 100\% = 9,09 \%. \text{ Эти пока-}$$

затели не отвечают требованиям ГОСТ 32144-2013, определяющего нормы качества электроэнергии в системах электроснабжения общего назначения [5]. Действительно, в соответствии с этим стандартом амплитуда пятой гармоники должна быть меньше 6 %, а седьмой гармоники – меньше 5 % амплитуды основной гармоники. И, наверное, это является основной причиной перехода в частотных преобразователях к синусоидальной и векторной широтно-импульсной модуляции, которые требуют вычисления синусов и произведения операций умножения на каждом такте ШИМ.

Однако достичь качества выходного напряжения, соответствующего ГОСТ 32144-2013, можно в частотных преобразователях [6], формирующих трапецеидальное фазное напряжение (рис. 3).

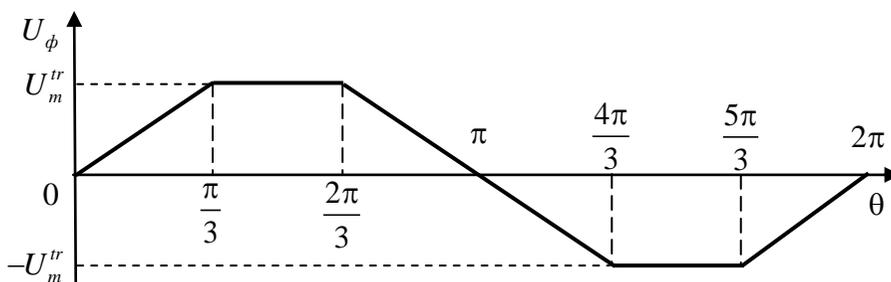


Рис. 3. Трапецеидальное фазное напряжение на выходе частотного преобразователя

Определим действующее, то есть среднеквадратичное, значение напряжения, представленного на рис. 3:

$$U_{rms}^{tr} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{3U_m^{tr}}{\pi} \theta \right)^2 d\theta + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} (U_m^{tr})^2 d\theta + \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \left\{ U_m \left[ 1 - \frac{3\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)}{\pi} \right] \right\}^2 d\theta \right]} , (5)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\pi} \left( \frac{3(U_m^{tr})^2 \theta^3}{\pi^2} \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} + (U_m^{tr})^2 \theta \Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} + 9(U_m^{tr})^2 \theta \Big|_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} - \frac{9(U_m^{tr})^2 \theta^2}{\pi} \theta \Big|_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} + \frac{3(U_m^{tr})^2 \theta^3}{\pi^2} \theta \Big|_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \right)}$$

где  $U_m^{tr}$  – амплитуда трапецидального напряжения.

После несложных преобразований в (5) получим

$$U_{rms}^{tr} = \frac{\sqrt{5}}{3} U_m^{tr} .$$

Поскольку максимальная величина  $U_m^{tr} = \frac{U_d}{2}$ , то при подключении частотно-го преобразователя к трехфазной сети с линейным напряжением 380 В максимальное действующее значение фазного напряжения составит  $U_{rms}^{tr} = 191,93$  В. Этот показатель меньше, чем в инверторах с  $\pi$ -коммутацией транзисторов, но больше, чем в частотных преобразователях с синусоидальной модуляцией [2, 3].

С другой стороны, исследования [7] показывают, что гармонический состав выходного напряжения инвертора с трапецидальной формой фазного напряжения будет определяться коэффициентами ряда Фурье:

$$\left. \begin{aligned} b_{2l+1} &= 0, \text{ при } r = 0; \\ b_{2l+1} &= (-1)^{r-1} \frac{6\sqrt{3}}{(2l+1)^2 \pi^2} U_m^{tr}, \text{ при } r = 1 \text{ и } r = 2. \end{aligned} \right\} (6)$$

Формулы (6) позволяют сделать вывод, что в таких частотных преобразователях качество выходного напряжения соответствует требованиям ГОСТ 32144-2013. Действительно, амплитуда первой гармоники определяется формулой

$b_1 = \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} U_m^{tr}$ . В то же время амплитуда пятой гармоники равна  $b_5 = -\frac{6\sqrt{3}}{25\pi^2} U_m^{tr}$ ,

что составит 4 % от амплитуды первой гармоники. Амплитуда седьмой гармони-

ки определяется выражением  $b_7 = \frac{6\sqrt{3}}{49\pi^2} U_m^{tr}$ , следовательно, она равна 2,23 % от

амплитуды основной гармоники. Гармоники с более высокими номерами имеют еще менее значимые относительные амплитуды, причем гармоники с номерами, кратными трем, и четные гармоники отсутствуют в выходном сигнале частотно-го преобразователя, формирующего трапецидальное фазное напряжение. Кроме того, необходимо обратить внимание на то, что в зависимости от величины  $r$  меняется знак коэффициента высших гармоник. Однако следует отметить, что анализ гармонического состава выходного напряжения частотных преобразователей с  $\pi$ -коммутацией транзисторов и трапецидальной модуляцией выполнен без учета процессов широтно-импульсной модуляции. Очевидно, что коммута-

ция силовых транзисторов внесет свой вклад в амплитуды высших гармоник, но оценка такого влияния является предметом отдельного научного исследования, не входящего в рамки настоящей статьи.

Следует обратить внимание на достоинства частотных преобразователей, формирующих выходное трапецеидальное фазное напряжение. Отличительной особенностью таких инверторов является отсутствие необходимости введения «мертвого» времени при переключении транзисторов одного полумоста. Кроме того, модулятор, формирующий трапецеидальное напряжение, представляет собой простую логическую схему, не требующую каких-либо вычислительных процедур. Следовательно, его применение снижает требования к тактовой частоте и сложности микроконтроллера, предназначенного для технической реализации частотного преобразователя. Следует также отметить, что в инверторах, формирующих трапецеидальное фазное напряжение, на каждом периоде широтно-импульсной модуляции переключаются всего три транзистора, что позволяет снизить коммутационные потери по сравнению с инверторами с синусоидальной и векторной модуляцией.

### **Выводы**

1. Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что частотные преобразователи с трапецеидальным законом коммутации силовых транзисторов обладают качеством выходного напряжения, соответствующим ГОСТ 32144-2013.

2. Такие инверторы отличаются простотой технической реализации и низкими требованиями к вычислительной мощности контроллера, предназначенного для их технической реализации.

3. Частотные преобразователи, формирующие трапецеидальное фазное напряжение, отличаются малыми коммутационными потерями в силовых транзисторах.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Михайлов О.П. Автоматизированный электропривод станков и промышленных роботов. – М.: Машиностроение, 1990. – 304 с.
2. Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием. – М.: Академия, 2006. – 265 с.
3. Патент России № 2216850, МПК H03K7/08. Цифровой модулятор для преобразователя частоты асинхронного электродвигателя / А.В. Стариков, В.А. Стариков (Россия) // Оpubл. 20.11.2003, Бюл. № 32.
4. Патент России № 2844070, МПК H03K7/08. Цифровой модулятор для преобразования частоты / С.Л. Лисин, Д.Ю. Рокало, А.В. Стариков (Россия) // Оpubл. 07.02.2018, Бюл. № 4.
5. Анучин А.С. Системы управления электроприводов. – М.: Издательский дом МЭИ, 2015. – 373 с.
6. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Физматгиз, 1961. – 783 с.
7. ГОСТ 32144-2013. Нормы качества электроэнергии в системах электроснабжения общего назначения. – М.: Стандартинформ, 2014. – 16 с.
8. Стариков А.В., Кузнецов В.В., Рокало Д.Ю. Анализ гармонического состава трапецеидального фазного напряжения, формируемого частотным преобразователем // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2017. – № 3 (55). – С. 75–79.

*Статья поступила в редакцию 15 февраля 2018 г.*

## THE ANALYSIS OF OUTPUT VOLTAGE QUALITY OF FREQUENCY CONVERTERS WITH THE SIMPLE LAWS OF POWER TRANSISTORS SWITCHING

*A.V. Starikov, S.L. Lisin, D.Yu. Rokalo*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

**Abstract.** *Output phase voltage of frequency converters with  $\pi$ -switching of transistors and trapezoidal modulation are considered. Analytic expressions for determining of effective values of voltage for both cases are found. Formulas for calculation of the amplitudes of the fundamental and higher harmonics of the phase voltage of the considered frequency converters are obtained. It is shown that the output voltage of the inverter with  $\pi$ -switching of the transistors does not conform to requirements to the power quality standards. The harmonic composition of the output signal of the frequency converter, which forms a trapezoidal phase voltage, is analyzed. It is concluded that without taking into account the pulse-width modulation process, such an inverter has small amplitudes of higher harmonics and corresponds to the requirements of the State Standard. It is noted that the frequency converter that forms the trapezoidal phase voltage is characterized by the simplicity of technical implementation and small switching losses in power transistors.*

**Keywords:** *frequency converter; phase voltage; harmonic composition; power transistor; switching losses.*

---

*Alexander V. Starikov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Sergey L. Lisin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.  
Daniil Yu. Rokalo, Postgraduate Student.*