

Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы

УДК 004.63

СИНТЕЗ ОБРАТНОГО ФИЛЬТРА ПО МИНИМУМУ КВАДРАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ РАССОГЛАСОВАНИЯ ВЕСОВОЙ ФУНКЦИИ ТРАКТА «ПРЯМОЙ – ОБРАТНЫЙ ФИЛЬТР»*

В.И. Батищев, И.И. Волков, А.Г. Золин

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Е-майл: zolin.a.g@gmail.com

Аннотация. На основе анализа известных подходов к синтезу оптимальных алгоритмов реконструкции сигналов, предполагающих использование регуляризующих процедур при решении некорректных обратных задач, и связанных с этим вычислительных проблем предложен метод построения цифровых фильтров для решения обратных задач восстановления сигналов, временных рядов и изображений с использованием аппроксимационного подхода. Предложен метод построения модели весовой функции обратного фильтра на основе критерия минимума квадратической погрешности рассогласования весовой функции тракта «прямой – обратный фильтр». Сформулирована постановка задачи восстановления смазанных и расфокусированных изображений в космических системах дистанционного зондирования Земли, показана возможность снижения объема вычислений при обработке двумерных массивов данных путем перехода к решению одномерной задачи. Наряду с общим подходом к синтезу обратного фильтра представлен вариант алгоритма с учетом ряда ограничений, налагаемых на весовую функцию обратного фильтра. На основе рассмотренного метода предложен подход к решению задачи восстановления смазанных изображений с известной функцией рассеяния точки. Проведена апробация алгоритмов на модельных примерах и при обработке реальных изображений, полученных при дистанционном зондировании Земли. Для количественной оценки качества восстановления использовалась относительная среднеквадратическая мера различия эталонного и восстановленного сигналов (изображений). Приведенные результаты апробации показывают, что использование данного подхода позволяет уменьшить погрешность восстановления, что дает преимущество при решении задач аппроксимации и восстановления данных.

*Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (проекты 18-08-253а, 16-08-00252а).

Виталий Иванович Батищев (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Информационные технологии».

Игорь Иванович Волков (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Информационные технологии».

Алексей Георгиевич Золин (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Информационные технологии».

Ключевые слова: КИХ-фильтр, весовая функция, обратный фильтр, реконструкция смазанных изображений.

Введение

В настоящее время при решении задач обработки и интерпретации экспериментальных данных часто возникает необходимость рассмотрения обратной задачи, заключающейся в восстановлении неизвестного входного воздействия по результатам регистрации откликов на выходе средств измерения. В большинстве случаев это задача компенсации искажающего действия аппаратной функции, обеспечивающая улучшение разрешающей способности различного рода измерительных приборов и систем [1, 2]. В случае, когда для обработки доступна только часть искаженного сигнала, без начальных условий, задача становится недоопределенной и, соответственно, некорректной [3, 4].

Примером таких задач являются задачи восстановления смазанных и расфокусированных изображений [5, 6, 7]. Так, в современных космических системах дистанционного зондирования Земли (КСДЗЗ) изображение формируется с помощью устройств с зарядовой связью, работающих в режиме временной задержки и накопления оптического сигнала. Для правильной работы таких приборов необходимо, чтобы скорость космического аппарата была точно согласована с периодом опроса светочувствительной матрицы. На практике такое равенство может нарушаться из-за ошибки вычисления скорости спутника [8]. В результате изображение подстилающей поверхности оказывается смазанным вдоль траектории движения летательного аппарата. Конструктивные особенности светочувствительных элементов позволяют получить параметры функции рассеяния точки. Способы определения параметров смаза представлены в [9, 10]. Полученные в результате несоответствия скоростей искажения имеют одну пространственную составляющую, что позволяет перейти от двумерной задачи к одномерной и существенно снизить объем вычисляемых данных. Решение двумерной задачи восстановления смазанного изображения представлено, например, в [11].

Постановка задачи

Каждая строка полученного с помощью КСДЗЗ смазанного изображения может быть представлена как свертка значений строки исходного изображения $x(m)$ с известной функцией рассеяния точки h_0

$$x_{CM}(m) = \sum_{i=0}^{N_0-1} h_0(i)x(m-i), \quad (1)$$

здесь N_0 – величина весовой функции фильтра – представляет собой величину смаза. Значение h_0 для всех строк одинаково.

Задача реконструкции полученного с помощью (1) изображения сводится к нахождению функции $x'(m)$, в некотором роде близкой к $x(m)$, по имеющимся значениям $x_{CM}(m)$. Отсутствие начальных значений $x_{CM}(m)$ переводит данную задачу в класс обратных некорректно поставленных.

Существующие в настоящее время известные подходы к синтезу оптимальных алгоритмов реконструкции изображений либо требуют для своей реализации априорной информации, которая не всегда доступна, либо сталкиваются с вычислительными проблемами, связанными с некорректностью обратных задач и необходимостью использования регуляризующих процедур [12, 13].

В данной статье рассматривается подход, основанный на построении модели

весовой функции обратного (восстанавливающего) фильтра (рис. 1).

Построение аппроксимационных моделей на базе стохастических функций при решении задач восстановления сигналов и изображений описано в [14].

В представляемом подходе в качестве критерия адекватности модели используется минимум квадратической погрешности рассогласования весовой функции тракта «прямой – обратный фильтр». Синтез обратных КИХ-фильтров на основе критерия моментов представлен в [15].

Решением задачи восстановления изображения будем считать нахождение функции $h()$, представляющей собой весовую функцию обратного фильтра, позволяющего получить с помощью операции свертки оценку восстановленного изображения $x'(m)$:

$$x'(m) = \sum_{i=0}^{N-1} h(i)x_{CM}(m-i). \quad (2)$$

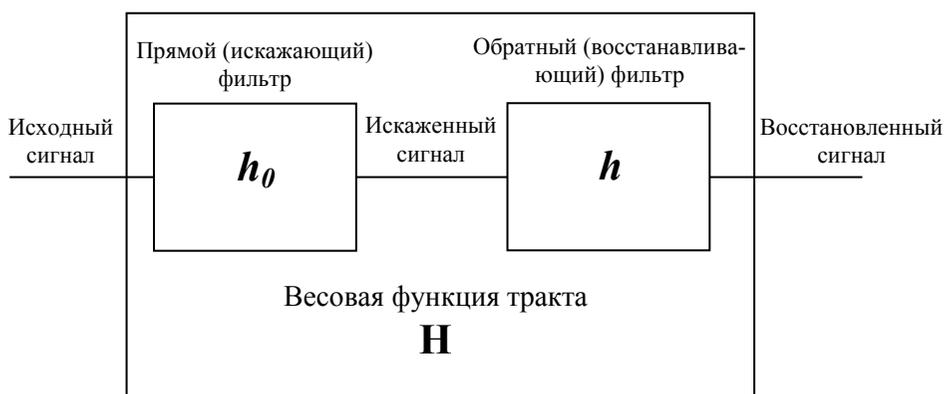


Рис. 1. Тракт «прямой – обратный фильтр»

Рассмотрим случай, когда прямой и обратный фильтры являются КИХ-фильтрами. Весовыми функциями этих фильтров, соответственно, будут $h_0(i)$, $i=0, \dots, N_0-1$ и $h(i)$, $i=0, \dots, N-1$.

Тогда весовая функция тракта «прямой – обратный фильтр» будет равна

$$H(i) = \sum_{v=0}^i h_0(v)h(i-v), \quad (3)$$

$$i = 0, \dots, N + N_0 - 2$$

В идеальном случае должно быть выполнено условие

$$H(i) = \delta(i) \quad (4)$$

$$i = 0, \dots, N + N_0 - 2$$

где $\delta(i)$ – символ Кронекера.

Это условие принципиально выполнено быть не может, потому что обратный фильтр должен быть БИХ-фильтром. Поэтому всегда будет иметь место погрешность, квадратичное значение которой будет равно

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^{N+N_0-1} (H(i) - \delta(i))^2 = (H(0) - 1)^2 + \sum_{i=1}^{N+N_0-1} H(i)^2. \quad (5)$$

При заданном прямом фильтре оно будет зависеть от весовой функции $h(i)$ обратного фильтра и от N .

Связь погрешности восстановления сигнала с квадратичной погрешностью

Неискаженный сигнал $x(m)$ и его восстановленное значение $x'(m)$ связаны между собой соотношением

$$x'(m) = \sum_{i=0}^{N+N_0-2} H(i)x(m-i). \quad (6)$$

Погрешность восстановления равна

$$\mu(m) = x'(m) - x(m),$$

или с учетом (6)

$$\begin{aligned} \mu(m) &= \sum_{i=0}^{N+N_0-2} H(i)x(m-i) - x(m) = \\ &= \sum_{i=1}^{N+N_0-2} H(i)x(m-i) + (H(0) - 1)x(m) = \\ &= \sum_{i=0}^{N+N_0-2} \Psi_i x(m-i) \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\Psi_i = \begin{cases} H(0) - 1 & \text{при } i = 0 \\ H(i) & \text{при } i \geq 1 \end{cases}.$$

В соответствии с неравенством Коши – Буняковского из (7) находим, что

$$\mu^2(m) \leq \sum_{i=0}^{N+N_0-2} \Psi^2(i) \cdot \sum_{i=0}^{N+N_0-2} x^2(m-i),$$

или

$$\mu^2(m) \leq \left((H(0) - 1)^2 + \sum_{i=1}^{N+N_0-2} H^2(i) \right) \sum_{i=0}^{N+N_0-2} x^2(m-i).$$

Принимая во внимание (5), получим

$$\mu^2(m) \leq \varepsilon \sum_{i=0}^{N+N_0-2} x^2(m-i). \quad (8)$$

Отсюда следует, что значение ε должно быть как можно меньшим.

Синтез обратного фильтра по минимуму квадратичной погрешности

Найдем решение данной задачи в частотной области.

Введем в рассмотрение частотные характеристики фильтров

$$\left\{ \begin{array}{l} W_0(j\omega) = \sum_{i=0}^{N_0-1} h_0(i) \exp(-ji\omega\Delta) \\ W(j\omega) = \sum_{i=0}^{N_0-1} h(i) \exp(-ji\omega\Delta) \\ H(j\omega) = \sum_{i=0}^{N+N_0-2} H(i) \exp(-ji\omega\Delta) = W_0(j\omega)W(j\omega) \end{array} \right. \quad (9)$$

С учетом этих соотношений квадратичная погрешность (5) примет вид

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} (W(j\omega)W_0(-j\omega) - 1)(W(-j\omega)W_0(j\omega) - 1) d\omega \quad (10)$$

Для обеспечения минимума этой погрешности значения весовой функции обратного фильтра должны исходить из условия

$$\frac{d\varepsilon}{dh(k)} = 0, k = 0, \dots, N-1. \quad (11)$$

Из (8) с учетом (9) находим

$$\frac{d\varepsilon}{dh(k)} = 2 \left(\sum_{v=0}^{N-1} h(v) \frac{\Delta}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} |W_0(j\omega)|^2 \cos((k-v)\omega\Delta) d\omega - \frac{\Delta}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} W_0(j\omega) \exp(-jk\omega\Delta) d\omega \right) \quad (12)$$

С учетом этого соотношения из (10) находим, что

$$\varepsilon_{\min} = 1 - H(0). \quad (13)$$

Справедливы соотношения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} |W_0(j\omega)|^2 \cos(k\omega\Delta) d\omega = \sum_{v=k}^{N_0-1} h_0(v)h_0(v-k) \\ \frac{\Delta}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{\Delta}}^{\frac{\pi}{\Delta}} W_0(j\omega) \exp(-jk\omega\Delta) d\omega = h_0(-k) \end{array} \right.$$

С учетом этих соотношений формула (12) примет вид

$$\frac{d\varepsilon}{dh(k)} = 2 \left(\sum_{v=0}^{N-1} h(v) E_0(|k-v|) - h_0(-k) \right),$$

где

$$E_0(k) = \sum_{v=k}^{N_0-1} h_0(v)h_0(v-k), k = 0, \dots, N_0-1. \quad (14)$$

В итоге для определения значений $h(k)$ необходимо решить систему уравнений:

$$\sum_{v=0}^{N-1} h(v)E_0(|k-v|) = h_0(-k), k = 0, \dots, N-1. \quad (15)$$

Алгоритм решения этой системы уравнений таков:

$$\left\{ \begin{array}{l} g(0,0) = 1 \\ \Psi(0) = E_0(0) \\ g(k,0) = -\frac{1}{\Psi(k-1)} \sum_{p=1}^k g(k-1, p-1)E_0(p), k = 1, \dots, N_0 - 2 \\ g(k,0) = -\frac{1}{\Psi(k-1)} \sum_{p=1}^{N_0-1} g(k-1, p-1)E_0(p), k = N_0 - 1, \dots, N-1 \\ g(k, v) = g(k-1, v-1) + g(k-1, k-1-v)g(k,0), v = 1, \dots, k-1 \\ g(k, k) = 1 \\ \Psi(k) = \Psi(k-1)(1 - g^2(k,0)), k = 1, \dots, N-1 \end{array} \right. \quad (16)$$

$$h(k) = h_0(0) \sum_{q=k}^{N-1} \frac{g(q,k)g(q,0)}{\Psi(q)}, k = 0, \dots, N-1 \quad (17)$$

Вычисляя значение минимальной погрешности из (3), имеем:

$$H(0) = h(0)h_0(0).$$

Подставив сюда $h(0)$ из (17), получаем:

$$H(0) = h_0^2(0) \sum_{q=0}^{N-1} \frac{g^2(q,0)}{\Psi(q)}.$$

Тогда в соответствии с (13) минимальное значение погрешности будет равно

$$\varepsilon_{\min} = 1 - h_0^2(0) \sum_{q=0}^{N-1} \frac{g^2(q,0)}{\Psi(q)}. \quad (18)$$

Для справки приведем еще такие формулы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=0}^{N+N_0-2} H^2(k) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h(i)h(j)E_0(|i-j|) \\ d \sum_{k=0}^{N+N_0-2} H^2(k) \\ \frac{\quad}{dh(v)} = 2 \sum_{j=0}^{N-1} h(j)E_0(|v-j|) \\ \varepsilon = 1 - 2H(0) + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} h(i)h(j)E_0(|i-j|) \end{array} \right. \quad (19)$$

Синтез обратного фильтра по минимуму квадратичной погрешности при внесении ряда ограничений, наложенных на его весовую функцию

Исходя из принципов физической реализуемости весовая функция синтезируемого фильтра должна удовлетворять условиям

$$\sum_{i=0}^{N-1} \beta(i, \nu) h(i) = \alpha(\nu), \nu = 0, \dots, p. \quad (20)$$

Так как функции $H(i)$ и $h(i)$ однозначно взаимосвязаны, то условия, наложенные на функцию $H(i)$, могут быть сведены к условиям, наложенным на $h(i)$. Например, если функция $H(i)$ должна удовлетворять условиям

$$\sum_{i=0}^{N+N_0-2} \gamma(i, \nu) H(i) = \alpha(\nu), \nu = 0, \dots, p, \quad (21)$$

то эти условия могут быть записаны в виде (20), где

$$\beta(i, \nu) = \sum_{k=0}^{N_0-1} h_0(k) \gamma(i+k, \nu), \nu = 0, \dots, p. \quad (22)$$

Задачу синтеза обратного фильтра по минимуму квадратичной погрешности с учетом ограничений физической реализуемости, наложенных на его весовую функцию, будем решать методом Лагранжа. Для этого рассмотрим функцию

$$f(h(0), \dots, h(N-1)) = \varepsilon + 2 \sum_{\nu=0}^p A_\nu \sum_{i=0}^{N-1} \beta(i, \nu) h(i),$$

где A_ν – коэффициенты Лагранжа.

Значения $h(i)$ будем определять из условий минимума функции $f(h(0), \dots, h(N-1))$:

$$\frac{df(h(0), \dots, h(N-1))}{dh(k)} = 0, k = 0, \dots, N-1.$$

В результате на основании рассмотренных ранее выводов для обеспечения этих условий получим следующую систему уравнений:

$$\sum_{i=0}^{N-1} h(i) E_0(|k-i|) = h_0(-k) - \sum_{\nu=0}^p A_\nu \beta(k, \nu), k = 0, \dots, N-1.$$

Решив ее, получим

$$h(i) = \sum_{q=i}^{N-1} \frac{g(q, i)}{\Psi(q)} \left(g(q, 0) h_0(0) - \sum_{k=0}^p A_k D(q, k) \right). \quad (23)$$

Здесь

$$D(q, k) = \sum_{\nu=0}^q g(q, \nu) \beta(\nu, k); \quad (24)$$

$g(q, k)$, $\Psi(q)$ – рассмотренные ранее величины.

Подставив $h(i)$ из (23) в (20), получим следующую систему уравнений для определения значений коэффициентов Лагранжа:

$$\sum_{k=0}^p A_k \sum_{q=0}^{N-1} \frac{D(q,v)D(q,k)}{\Psi(q)} = \sum_{q=0}^{N-1} \frac{D(q,v)}{\Psi(q)} g(q,0)h_0(0) - \alpha(v), v=0, \dots, p.$$

Для простоты дальнейших выкладок введем обозначения:

$$\begin{aligned} f(v,k) &= \sum_{q=0}^{N-1} \frac{D(q,v)D(q,k)}{\Psi(q)} \\ F(v) &= \sum_{q=0}^{N-1} \frac{D(q,v)}{\Psi(q)} g(q,0)h_0(0) - \alpha(v) \end{aligned} \quad (25)$$

В этом случае система уравнений примет вид

$$\sum_{k=0}^p A_k f(v,k) = F(v). \quad (26)$$

Алгоритм решения этой системы уравнений будет таким. Сначала по формулам (24) и (25) определим значения $f(v,k)$, $v=0, \dots, p$; $k=0, \dots, v$ и $F(v)$, $v=0, \dots, p$. Затем выполним вычисления по формулам:

$$\begin{cases} E(v,k) = f(v,k) - \sum_{q=0}^{k-1} C(k,q)E(v,q) \\ C(v,k) = \frac{E(v,k)}{E(k,k)} \\ k = 0, \dots, v; v = 0, \dots, p \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \gamma(v) = F(v) - \sum_{k=0}^{v-1} C(v,k)\gamma(k) \\ v = 0, \dots, p \end{cases}$$

$$A_k = \frac{\gamma(k)}{E(k,k)} - \sum_{v=k+1}^p A_v C(v,k), k = p, \dots, 0$$

Подставив найденные значения A_k в (23), получим искомые значения весовой функции обратного фильтра. Далее по формуле (2) получим значение восстановленного изображения $x'(m)$.

Апробация результатов

Для апробации алгоритма было взято изображение, полученное в процессе дистанционного зондирования Земли. Благодаря конструктивным особенностям регистрирующего аппаратуры изображение имеет 1024 градации серого, что в 4 раза выше значений, принятых в распространенных форматах хранения графических файлов на персональных компьютерах. Из тестового изображения был взят тестовый фрагмент 480 на 285 пикселей, над которым и проводились эксперименты (рис. 2, а).

Каждая строка тестового изображения была обработана фильтром (1) с весовой функцией:

$$h_0 = \frac{1}{N_0}.$$

Таким образом, был выполнен смаз изображения вдоль горизонтальной оси на различное количество пикселей $N_0 = 3, 4, 5, \dots, 10$. Пример полученного смазанного изображения приведен на рис. 2, б.



Рис. 2. Эталонное изображение



Рис. 3. Изображение, смазанное на 10 пикселей

Далее были предприняты попытки восстановления по алгоритмам (16) и (27). Для количественной оценки качества восстановления использовалась относительная среднеквадратическая погрешность (ОСП), вычисляемая по формуле

$$ОСП = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{M-1} (x'(j) - x(j))^2}{\sum_{j=0}^{M-1} x(j)^2}}, \quad (28)$$

где $x(j)$ – значение пикселя строки эталонного изображения;
 $x'(j)$ – значение пикселя строки восстановленного изображения;
 M – количество пикселей в строке.

Данный способ оценки возможен благодаря наличию и эталонного, и восстановленного изображения. Полученная величина показывает степень отклонения результата от исходного изображения. Другие способы оценки качества восстановления изображений приведены, например, в [16].

Значения ОСП смазанных изображений без восстановления приведены в табл. 1.

Таблица 1

ОСП невосстановленных изображений

N_0	3	4	5	6	7	8	9	10
ОСП	0,0505	0,0565	0,0672	0,0743	0,0833	0,0913	0,0974	0,1041

Восстановление изображений по алгоритму (16) и (17) без наложенных ограничений. Анализ формул (14) – (19) показывает, что результат восстановления зависит от значений весовых функций прямого и обратного фильтров: N и N_0 . Некоторые значения погрешности восстановления приведены в табл. 2.

Результаты восстановления по алгоритму (16), 17)

N_0	N	ОСП	N_0	N	ОСП	N_0	N	ОСП
3	3	0,044	5	5	0,0617	7	7	0,062
3	5	0,043	5	9	0,0494	7	13	0,056
3	7	0,043	5	13	0,0602	7	19	0,060
4	4	0,061	6	6	0,0593	8	8	0,075
4	7	0,053	6	11	0,0543	8	15	0,066
4	10	0,060	6	16	0,0539	8	22	0,077

Графики зависимости ОСП от N_0 показаны на рис. 4. При увеличении длины весовой функции обратного фильтра N процесс восстановления становится более неустойчивым (рис. 5), что не позволяет значительно увеличивать N .

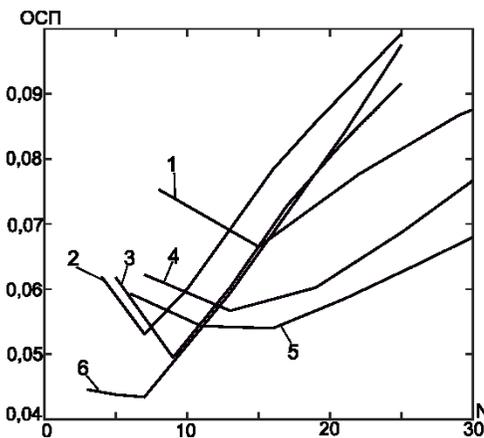


Рис. 4. Зависимость ОСП от N_0 и N :
1 – значение ОСП при $N_0 = 8$; 2 – значение ОСП при $N_0 = 4$; 3 – значение ОСП при $N_0 = 5$; 4 – значение ОСП при $N_0 = 7$; 5 – значение ОСП при $N_0 = 6$; 6 – значение ОСП при $N_0 = 3$

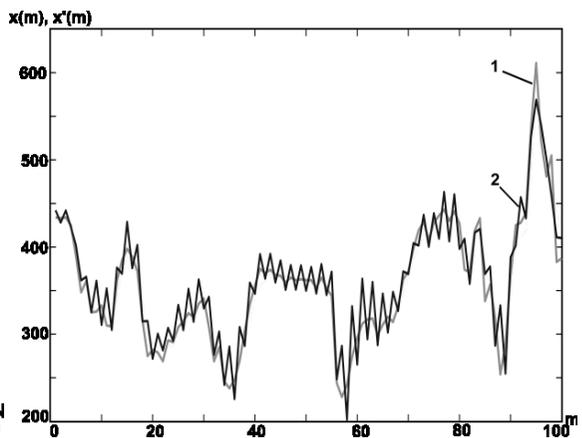


Рис. 5. Фрагмент строки эталонного и восстановленного изображений при $N_0 = 3$:
 $x(m)$, $x'(m)$ – значения пикселей; m – номер пикселя;
1 – восстановленное изображение при $N = 13$;
2 – эталонное изображение

Восстановление изображений по алгоритму (27) с наложенными ограничениями. Для выполнения условий (21) и (22) были выбраны следующие соотношения:

$$H(0) = h(0)h_0(0) = 1;$$

$$\sum_{i=0}^{N+N_0-1} H(i)i^v = \delta(v), v = 0, \dots, p-1;$$

$$\beta(i, v) = \sum_{k=0}^{N_0-1} h_0(k)(i+k)^v.$$

Анализ алгоритма построения весовой функции обратного фильтра (20)–(27) показывает, что результат восстановления зависит от значений весовых функций прямого и обратного фильтров: N и N_0 , а также p из (22). При проведении экспериментов с различными значениями N_0 , N и p наименьшие значения ОСП получались при $N = 2 * p - 1$. Зависимость ОСП от значений N и p показана на рис. 6.

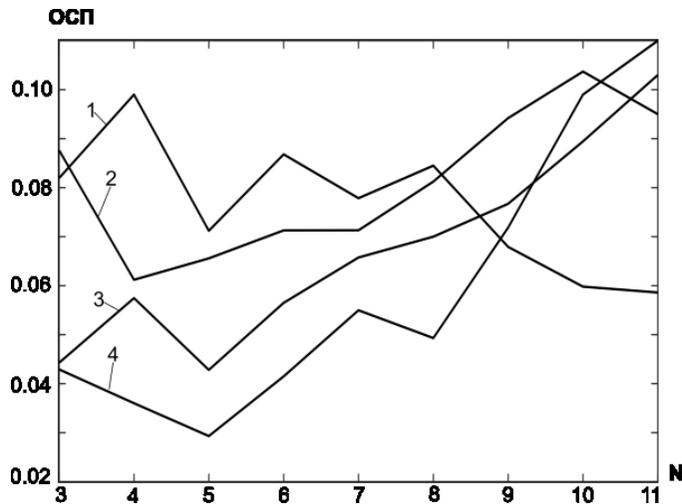


Рис. 6. Зависимость ОСП от N :
1 – $N_0 = 6$; 2 – $N_0 = 5$; 3 – $N_0 = 4$; 4 – $N_0 = 3$

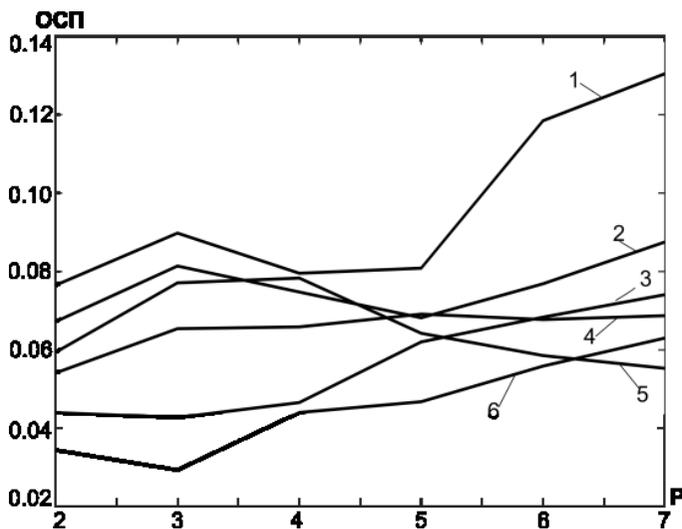


Рис. 7. Зависимость ОСП от порядка модели с различными N_0 :
1 – $N_0 = 8$; 2 – $N_0 = 5$; 3 – $N_0 = 4$; 4 – $N_0 = 7$; 5 – $N_0 = 6$; 6 – $N_0 = 3$

Некоторые полученные результаты представлены в табл. 3.

Результаты восстановления по алгоритму (27)

N_0	P	ОСП	N_0	P	ОСП	N_0	P	ОСП
3	2	0,034	5	2	0,044	7	2	0,055
3	3	0,044	5	3	0,046	7	3	0,068
3	4	0,054	5	4	0,065	7	4	0,067
4	2	0,029	6	2	0,046	8	2	0,063
4	3	0,042	6	3	0,062	8	3	0,074
4	4	0,065	6	4	0,069	8	4	0,068

Выводы

На основе анализа известных подходов к синтезу оптимальных алгоритмов реконструкции сигналов, основанных на использовании регуляризующих процедур при решении некорректных обратных задач, и связанных с этим вычислительных проблем предложен метод построения цифровых фильтров для решения обратных задач восстановления сигналов, временных рядов и изображений с использованием аппроксимационного подхода.

Сформулирована постановка задачи восстановления смазанных и расфокусированных изображений в космических системах дистанционного зондирования Земли, показана возможность снижения объема вычислений при обработке двумерных массивов данных путем перехода к решению одномерной задачи.

Разработаны и исследованы алгоритмы синтеза обратного фильтра для восстановления сигналов с известной весовой функцией прямого фильтра на основе критерия минимума квадратической погрешности рассогласования весовой функции всего тракта «прямой – обратный фильтр» для реконструкции смазанных изображений.

Проведена апробация алгоритмов на модельных примерах и при обработке реальных изображений, полученных при дистанционном зондировании Земли. Для количественной оценки качества восстановления использовалась относительная среднеквадратическая мера различия эталонного и восстановленного сигналов (изображений). Приведенные результаты апробации (табл. 1, 2, 3) показывают, что использование данного подхода позволяет уменьшить погрешность восстановления и аппроксимации, что дает преимущество при решении задач аппроксимации и восстановления данных.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Клебанов Я.М., Карсаков А.В., Хонина С.Н., Давыдов А.Н., Поляков К.А. Компенсация аберраций волнового фронта в телескопах космических аппаратов с регулировкой температурного поля телескопа // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41. – № 1. – С. 30–36.
2. Tokovinin A. DONUT: measuring optical aberrations from a single extrafocal image / A. Tokovinin, S. Heathcote // Publications of the Astronomical Society of the Pacific. – 2006. – Vol. 118(846). – Pp. 1165–1175.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979.
4. Engl H.W., Hanke M., Neubauer A. Regularization of Inverse Problems. – Dordrecht, Kluwer Acad. Publ., 1996. 322 p.
5. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. – М.: Радио и связь, 1986. – 304 с.
6. Сизиков В.С., Римских М.В., Мирджамолов Р.К. Реконструкция смазанных и зашумленных изображений без использования граничных условий // Оптический журнал. – 2009. – Т. 76. –

- № 5. – С. 38–46.
7. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений: 3-е изд., испр. и доп. – М.: Техносфера, 2012. – 1104 с.
 8. Кузнецов П.К., Семавин В.И., Солодуха А.А. Алгоритм компенсации скорости смаза изображения подстилающей поверхности, получаемого при наблюдении Земли из космоса // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2005. – Вып. 37. – С. 150–157.
 9. Егошкин Н.А., Еремеев В.В. Коррекция смаза изображений в системах космического наблюдения земли // Цифровая обработка сигналов. – 2010. – № 4. – С. 28–32.
 10. Кузнецов П.К., Мартемьянов Б.В., Мятлов Г.Н., Юдаков А.А. Методика вычисления оценок параметров смаза изображений, получаемых целевой аппаратурой КАН типа «Ресурс» // 7-я Международная научно-техническая конференция «К.Э. Циолковский – 160 лет со дня рождения. Космонавтика. Радиоэлектроника. Геоинформатика». Рязань, 2017. – С. 344–350.
 11. Волков И.И., Золин А.Г. Решение двумерной обратной задачи восстановления смазанного изображения // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2013. – Вып. 39. – С. 223–226.
 12. Батищев В.И., Волков И.И., Золин А.Г. Синтез фильтров для восстановления смазанных изображений с использованием методов регуляризации // Проблемы управления и моделирования в сложных системах (ПУМСС-2013): Труды XV Международной конференции, ИПУСС РАН. – Самара, 2013. – С. 615–618.
 13. Батищев В.И., Золин А.Г., Косарев Д.Н., Романеев А.Е. Аппроксимационный подход к решению обратных задач анализа и интерпретации экспериментальных данных // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2006. – Вып. 40. – С. 57–65.
 14. Батищев В.И., Волков И.И., Золин А.Г. Использование стохастического базиса в задачах восстановления сигналов и изображений // Автометрия. – 2017. – № 4. – С. 127–134.
 15. Батищев В.И., Волков И.И., Золин А.Г. Синтез цифровых КИХ-фильтров для решения задач восстановления сигналов с использованием критерия моментов // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2012. – Вып. 36. – С. 98–105.
 16. Avcibas I., Sankur B., Sayood K. Statistical evaluating of image quality measures // Journal of Electronic Imaging. – April 2002. – Vol. 11, № 2. – Pp. 206–223.

Статья поступила в редакцию 28 июня 2018 г.

SYNTHESIS OF THE REVERSE FILTER ON THE CRITERION OF MINIMUM QUADRATIC ERROR OF THE WEIGHT FUNCTION MISMATCH OF THE PATH «DIRECT – REVERSE FILTER»

V.I. Batishchev, I.I. Volkov, A.G. Zolin

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. *Based on the analysis of known approaches for the synthesis of optimal signal reconstruction algorithms, involving the use of regularizing procedures in solving incorrect inverse problems, and related computational problems, a method for constructing digital filters for solving inverse problems of signal recovery, time series and images using the approximation approach. A method for developing a model of the weight function of the inverse filter, based on the criterion of the minimum quadratic error of the weight function mismatch of the path "direct - inverse filter". The problem of restoration of blurred and defocused images in space systems of remote sensing of the Earth is formulat-*

*Vitaly I. Batishchev (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Igor I. Volkov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
A.G. Zolin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*

ed, the possibility of reducing the amount of calculations in the processing of two-dimensional data sets by moving to the solution of the one-dimensional problem is shown. Along with a General approach for the synthesis of the inverse filter, a variant of the algorithm with a number of restrictions imposed on the weight function of the inverse filter is presented. On the basis of the considered method, an approach to the problem of restoring blurred images with a known point scattering function is proposed. Approbation of algorithms on model examples and at processing of the real images received at remote sensing of the Earth is carried out. To quantify the quality of recovery, a relative mean square measure of the difference between the reference and recovered signals (images) was used. The results of testing show that the use of this approach allows to reduce the error of recovery, which gives an advantage in solving problems of approximation and data recovery.

Keywords: FIR filter, weight function, reverse filter, reconstruction of blurred images.

REFERENCES

1. Klebanov Ya.M., Karsakov A.V., KHonina S.N., Davydov A.N., Polyakov K.A. Kompensatsiya aberratsij volnovoogo fronta v teleskopakh kosmicheskikh apparatov s regulirovkoj temperaturnogo polya teleskopa // *Komp'yuternaya optika*, 2017, tom 41, № 1, S. 30–36.
2. Tokovinin A. DONUT: measuring optical aberrations from a single extrafocal image / A. Tokovinin, S. Heathcote // *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*. – 2006. – Vol. 118(846). – Pp. 1165–1175.
3. Tikhonov A.N., Arsenin V.YA. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach*. – M.: Nauka, 1979.
4. Engl H.W., Hanke M., Neubauer A. *Regularization of Inverse Problems*. – Dordrecht, Kluwer Acad. Publ., 1996. 322 p.
5. Vasilenko G.I., Taratorin A.M. *Vosstanovlenie izobrazhenij*. M.: Radio i svyaz'. 1986. 304 s.
6. Sizikov B.C., Rimskikh M.V., Mirdzhamolov R.K. Rekonstruktsiya smazannykh i zashumlennykh izobrazhenij bez ispol'zovaniya granichnykh uslovij // *Opticheskij zhurnal*. 2009. T. 76. № 5. S. 38–46.
7. Gonsales R., Vuds R. *TSifrovaya obrabotka izobrazhenij 3-e izdanie, ispravlennoe i dopolnennoe*. – M.: Tekhnosfera, 2012. – 1104 s.
8. Kuznetsov P.K., Semavin V.I., Solodukha A.A. Algoritm kompensatsii skorosti smaza izobrazheniya podstilyayushhej poverkhnosti, poluchaemogo pri nablyudenii Zemli iz kosmosa // *Vestnik Sam. GTU*, 2005. № 37. S. 150–157
9. Egoshkin N.A., Ereemeev V.V. Korrektsiya smaza izobrazhenij v sistemakh kosmicheskogo nablyudeniya zemli // *TSifrovaya obrabotka signalov*. 2010. № 4, s. 28–32.
10. Kuznetsov P.K., Martem'yanov B.V., Myatov G.N., YUdakov A.A. Metodika vychisleniya otkonok parametrov smaza izobrazhenij, poluchaemykh tselevoj apparaturoj KAN tipa «Resurs» // 7-ya mezhdunarodnaya nauchno-tehnicheskaya konferentsiya «K.EH. TSiolkovskij – 160 let so dnya rozhdeniya. Kosmonavtika. Radioehlektronika. Geoinformatika». God izdaniya: 2017 Ryazan' S. 344–350.
11. Volkov I.I., Zolin A.G. Reshenie dvumernoj obratnoj zadachi vosstanovleniya smazannogo izobrazheniya // *Vestnik SamGTU*, ser. Tekhnicheskie nauki. 2013, vyp. №39, S. 223–226.
12. Batishhev V.I., Volkov I.I., Zolin A.G. Sintez fil'trov dlya vosstanovleniya smazannykh izobrazhenij s ispol'zovaniem metodov regulyarizatsii // *Problemy upravleniya i modelirovaniya v slozhnykh sistemakh (PUMSS-2013): Trudy XV Mezhdunarodnoj konferentsii, IPUSS RAN, Samara, 2013, S. 615–618*.
13. Batishhev V.I., Zolin A.G., Kosarev D.N., Romaneev A.E. Approksimatsionnyj podkhod k resheniyu obratnykh zadach analiza i interpretatsii ehksperimental'nykh dannykh // *Vestnik SamGTU*, ser. Tekhnicheskie nauki. 2006, vyp. № 40, S. 57–65.
14. Batishhev V.I., Volkov I.I., Zolin A.G. Ispol'zovanie stokhasticheskogo bazisa v zadachakh vosstanovleniya signalov i izobrazhenij // *Avtometriya*, 2017, № 4, S. 127–134.
15. Batishhev V.I., Volkov I.I., Zolin A.G. Sintez tsifrovyykh KIKH-fil'trov dlya resheniya zadach vosstanovleniya signalov s ispol'zovaniem kriteriya momentov // *Vestnik SamGTU*, ser. Tekhnicheskie nauki. 2012, vyp. № 36, S. 98–105.
16. Avcibas I., Sankur B., Sayood K. Statistical evaluating of image quality measures // *Journal of Electronic Imaging*. – April 2002. – Vol. 11, № 2. – Pp. 206–223.