

УДК 620.193

ПРИМЕНЕНИЕ ENO-АЛГОРИТМОВ СПЛАЙНОВОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФРАКЦИОННОГО СОСТАВА НЕФТЕЙ

С.Б. Коныгин, Д.А. Крючков

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Аннотация. Рассмотрены вопросы интерполяции фракционных составов нефтей и нефтепродуктов при моделировании технологических процессов в нефтегазовой отрасли. Для аппроксимации разгонок с небольшим количеством экспериментальных точек предложено использовать ENO-сплайны. Их применение позволяет исключить возникновение осцилляций и появление псевдокомпонентов с отрицательным содержанием. Данный подход был реализован в программной платформе для моделирования и расчета процессов и аппаратов «МиР ПиА». Продемонстрировано использование ENO-сплайнов на конкретном примере разгонки нефти. Показано хорошее совпадение результатов интерполяции с имеющимися экспериментальными данными. Также продемонстрировано использование ENO-сплайнов для решения обратной задачи – построения кривых кипения по компонентному составу потоков.

Ключевые слова: моделирование технологических процессов, фракционный состав нефтей, ENO-сплайны.

В настоящее время расчет и проектирование технологических установок подготовки и переработки нефти тесно связаны с использованием различных программных продуктов, позволяющих моделировать технологические процессы [1–3]. Одной из существенных проблем при моделировании является формирование адекватных исходных данных. Применительно к процессам переработки нефти ключевым моментом является создание моделей фракционного состава.

Проблема заключается в том, что в паспортах качества нефти и нефтепродуктов преимущественно используется разгонка по ГОСТ 2177-99. Данный стандарт рекомендует проводить измерения температур начала кипения, конца кипения, точек 5 и 95 % отгона, а также при кратном 10%-ном отгоне от 10 до 90 % включительно. Однако для проведения точных технологических расчетов желательно использовать фракционный состав с более узким разбиением на фракции (с шагом порядка 10 °C), которые в современных программных продуктах моделируются с помощью псевдокомпонентов.

В существующих программных продуктах указанная проблема решается с помощью различных методов аппроксимации кривых фракционного состава [4]. Существуют подходы, использующие как линейную аппроксимацию, так и полиномы различных степеней. Существенным недостатком указанных методов является возможность появления осцилляций, т. е. участков разгонки, на которых с ростом температуры доля отгона уменьшается (рис. 1). При использова-

Коныгин Сергей Борисович (д.т.н., доцент), заведующий кафедрой «Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств».

Крючков Дмитрий Александрович (к.т.н.), доцент кафедры «Машины и оборудование нефтегазовых и химических производств».

нии такой аппроксимации разгонки будет содержать псевдокомпоненты с отрицательной долей.

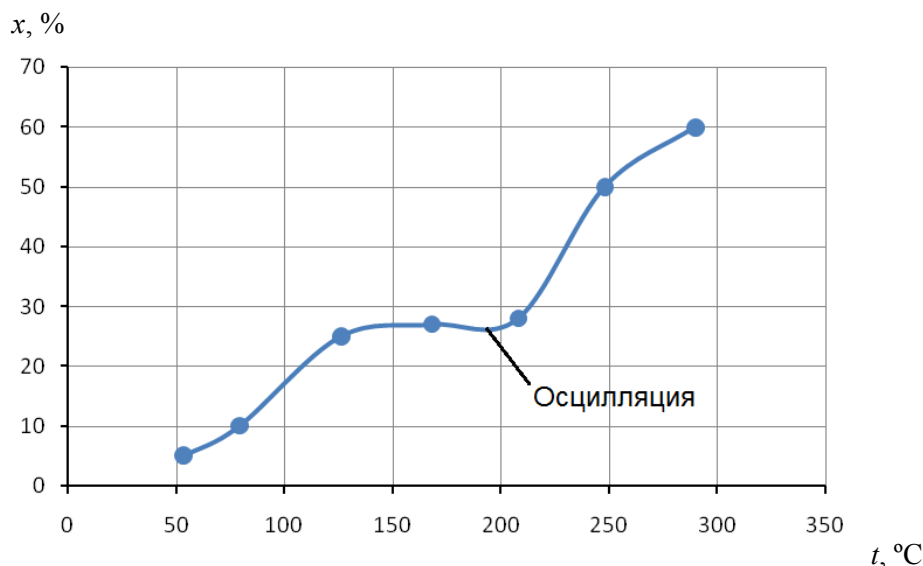


Рис. 1. Пример осцилляции, возникающей при аппроксимации фракционного состава

Все вышесказанное ставит задачу поиска альтернативных алгоритмов аппроксимации фракционного состава нефтей.

Для решения данной проблемы авторами данной статьи предлагается использовать ENO-алгоритмы сплайновой интерполяции (Essentially NonOscillating – существенно неосциллирующие) [4–11]. Данные подходы к сплайновой интерполяции позволяют избежать осцилляций внутри аппроксимируемого интервала.

Исходная разгонка представляет собой совокупность точек $[x_i, t_i]$, где x_i – доля отгона, а t_i – соответствующая температура выкипания. При этом на каждом интервале для аппроксимации кривой кипения используется выражение [5]

$$t(x) = t_{i-1} \left(1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \right) + t_i \left(3\xi^2 - 2\xi^3 \right) + \left[v_{i-1} \left(\xi - 2\xi^2 + \xi^3 \right) + v_i \left(\xi^3 - \xi^2 \right) \right] h_{i-1/2}, \quad (1)$$

где $\xi = \frac{x - x_{i-1}}{h_{i-1/2}}$.

Значения коэффициентов v_i , v_{i-1} , $h_{i-1/2}$ находятся путем решения системы линейных уравнений [5]

$$\begin{aligned} & \frac{v_{i-1} p_i}{h_{i-1/2}} + (3 - p_i) z_i v_i + \frac{v_{i+1} p_i}{h_{i+1/2}} = \\ & = 3MM \left(\gamma \delta_{i+1/2} z_i, \frac{\delta_{i-1/2}}{h_{i-1/2}} + \frac{\delta_{i+1/2}}{h_{i+1/2}}, \gamma \delta_{i-1/2} z_i \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Данная система может быть решена с помощью метода прогонки. Величины, входящие в систему (2), определяются формулами

$$MM(a, b, c) = \max[-d, \min(b, d)], \quad d = \min(|a|, |c|), \quad (3)$$

$$z_i = \frac{1}{h_{i-1/2}} + \frac{1}{h_{i+1/2}}, \gamma = \sqrt{2}, \quad (4)$$

$$p_i = \min \left[1, \frac{\gamma \min(|\delta_{i+1/2}|, |\delta_{i-1/2}|) z_i}{\frac{|\delta_{i+1/2}|}{h_{i+1/2}} + \frac{|\delta_{i-1/2}|}{h_{i-1/2}}} \right] \quad (5)$$

$$h_{i+1/2} = x_{i+1} - x_i, h_{i-1/2} = x_i - x_{i-1}, \quad (6)$$

$$\delta_{i+1/2} = \frac{t_{i+1} - t_i}{h_{i+1/2}}, \delta_{i-1/2} = \frac{t_i - t_{i-1}}{h_{i-1/2}}. \quad (7)$$

Описанный подход к аппроксимации фракционного состава был реализован в программной платформе «МиР ПиА», которая предназначена для моделирования технологических процессов подготовки и переработки нефти и газа [12–15]. Полученная реализация ENO-алгоритмов позволила существенно повысить точность математического моделирования технологических установок и прогнозирования качества получаемых продуктов.

В рамках данной статьи рассмотрено сравнение результатов разбиения фракционного состава нефти в программной платформе «МиР ПиА» с экспериментальными данными [16]. Исходная углеводородная смесь характеризовалась плотностью 809 кг/м³ и фракционным составом ИТК (истинная температура кипения), представленным в табл. 1.

Таблица 1

Фракционный состав исходной смеси [16]

%, масс.	ИТК, °С
5	52,9
10	79,0
20	125,9
30	168,2
40	208,3
50	248,4
60	290,3
70	335,8
80	386,6
90	444,6
96	483,4
98	497,1

На основании данного состава в программной платформе «МиР ПиА» была создана модельная разгонка, представляющая собой совокупность псевдокомпонентов. На рис. 2 представлено соответствующее окно для ввода исходных данных по фракционному составу.

Разгонка (Разгонка-1)

Параметры разгонки Компоненты График

Общие параметры

Параметр	Значение	Ед. изм.
Тип разгонки	ИТК (масс.)	
Состав легких компонентов	Нет	
Стандартная плотность	809	кг/м3
Вязкость при температуре 1		мПа.с
Температура 1		С
Вязкость при температуре 2		мПа.с
Температура 2		С
Количество псевдокомпонентов	50	

Состав легких компонентов

Название компонента	Темп. кипения	Учет	Доля
	С		% масс.

Кривые фракционного состава и свойств

☒ Доля отгона
☐ Плотность

Температура	Значение величины
С	%
52.9	5
79	10
125.9	20
168.2	30
208.3	40
248.4	50
290.3	60

Модели псевдокомпонентов

Параметр	Метод расчета

Создать ОК Отмена

Рис. 2. Диалоговое окно для ввода исходных данных по фракционному составу

Разгонка (Разгонка-1)

Параметры разгонки Компоненты График

	Название компонента	Доля, % мол.	Темп. кипения, С	Крит. темп., С	Крит. давл., кгс/см2	Ацентр. фактор	Молек. масса, г/моль	Станд. плотн., кг/м3	Динам. вязк., мПа.с
1	ПК-1-15	2.2224	15.468	180.138	42.356	0.205	63.381	670.940	0.204
2	ПК-1-25	2.5759	25.428	192.434	40.784	0.217	67.326	678.572	0.218
3	ПК-1-35	2.7693	35.389	204.491	39.289	0.229	71.392	686.035	0.235
4	ПК-1-45	3.3444	45.350	216.325	37.867	0.243	75.582	693.339	0.254
5	ПК-1-55	4.3006	55.310	227.952	36.513	0.257	79.901	700.493	0.275
6	ПК-1-65	3.8835	65.271	239.387	35.223	0.271	84.349	707.503	0.299
7	ПК-1-75	2.9738	75.231	250.642	33.993	0.286	88.933	714.378	0.326
8	ПК-1-85	2.8312	85.192	261.729	32.818	0.302	93.653	721.122	0.357
9	ПК-1-95	3.2060	95.152	272.658	31.696	0.318	98.516	727.743	0.391
10	ПК-1-105	3.6428	105.113	283.440	30.623	0.334	103.524	734.245	0.430
11	ПК-1-115	3.9219	115.074	294.082	29.597	0.351	108.681	740.634	0.474
12	ПК-1-125	3.7478	125.034	304.594	28.614	0.369	113.993	746.914	0.524
13	ПК-1-135	3.3569	134.995	314.983	27.672	0.386	119.463	753.091	0.581
14	ПК-1-145	3.0950	144.955	325.255	26.770	0.404	125.097	759.168	0.646
15	ПК-1-155	2.9324	154.916	335.417	25.904	0.423	130.899	765.150	0.720
16	ПК-1-165	2.8508	164.877	345.475	25.073	0.442	136.874	771.039	0.806
17	ПК-1-175	2.8217	174.837	355.435	24.275	0.461	143.029	776.840	0.905
18	ПК-1-185	2.7778	184.798	365.300	23.508	0.480	149.367	782.555	1.019
19	ПК-1-195	2.7044	194.758	375.076	22.770	0.499	155.895	788.188	1.152
20	ПК-1-205	2.6004	204.719	384.768	22.060	0.519	162.620	793.742	1.308

Создать ОК Отмена

Рис. 3. Результаты разбиения разгонки на псевдокомпоненты

Для возможности сравнения результатов моделирования с экспериментальными данными модельная разгонка была разбита на 50 псевдокомпонентов. Шаг выкипания модельных узких фракций (псевдокомпонентов) определялся через температуры начала $t(0)$ кипения и конца $t(1)$ кипения смеси и количество псевдокомпонентов N следующим образом:

$$\Delta t = \frac{t(1) - t(0)}{N}. \quad (8)$$

Для определения содержания отдельных псевдокомпонентов проводилась еще одна процедура интерполяции $x(t)$ по формулам (1) – (7), но уже совокупности точек $[t_i, x_i]$. В результате доля i -го псевдокомпонента вычисляется через зависимость $x(t)$ по формуле

$$m_i = x(t_{\kappa i}) - x(t_{\text{ни}}), \quad (9)$$

где температуры начала и конца кипения узких фракций равны

$$t_{\text{ни}} = t(0) + (i - 1)\Delta t; \quad (10)$$

$$t_{\kappa i} = t(0) + i\Delta t. \quad (11)$$

Температура кипения псевдокомпонента определялась как среднее значение между началом и концом кипения узкой фракции:

$$T_i = \frac{t_{\kappa i} + t_{\text{ни}}}{2}. \quad (12)$$

Это позволило получить модельные узкие фракции с шагом выкипания 10°C . Данные по полученным псевдокомпонентам представлены на рис. 3.

К настоящему моменту определенной проблемой остается экстраполяция начальных и конечных участков кривых разгонки для случаев, когда не заданы точки начала и конца кипения. Такая ситуация, например, зачастую возникает при моделировании установок подготовки нефти, когда данные по фракционному составу исходной нефти весьма ограничены.

В рамках реализованного подхода данную экстраполяцию предлагается проводить с помощью квадратичной зависимости $t(x)$. Значения ее коэффициентов определяются из условий непрерывности аппроксимирующей функции $t(x)$ и ее первой производной dt/dx для крайних экспериментальных точек разгонки. Так, для экстраполяции начального участка кривой кипения используются следующие условия:

$$t(x_1) = t_1; \quad (13)$$

$$\frac{dt(x_1)}{dx} = \frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1}. \quad (14)$$

Результаты сплайновой итерполяции, полученные с помощью ENO-алгоритма, представлены на рис. 4. Также на нем нанесены исходные данные и сформированные псевдокомпоненты. Из рассмотрения рис. 3 видно, что полученная модельная кривая ИТК хорошо совпадает с исходными данными по фракционному составу смеси.

Для подтверждения адекватности аппроксимации было проведено сравнение содержания узких фракций, полученных экспериментально [16] и в результате

моделирования в программной платформе «МиР ПиА». Данные сравнительного анализа представлены в табл. 2. Из рассмотрения данных табл. 2 можно сделать вывод о хорошем согласовании между расчетными и экспериментальными данными.

Помимо разбиения разгонки на псевдокомпоненты очень часто необходимо решение обратной задачи – построение кривой кипения по известному компонентному составу. Здесь процедура интерполяции проводится по формулам (1) – (7) для совокупности точек $[M_j, T_j]$. Здесь j – номера псевдокомпонентов, отсортированных в порядке возрастания температуры кипения T_j . Величина M_j , равная суммарному содержанию псевдокомпонентов до j -го включительно, определяется по формуле

$$M_j = \sum_{k=1}^j \frac{m_{k-1} + m_k}{2}, \quad m_0 = 0. \quad (15)$$

В качестве примера можно привести прогнозирование фракционных составов бензина, дизельного топлива и т. д., проводимое по результатам моделирования технологических установок.

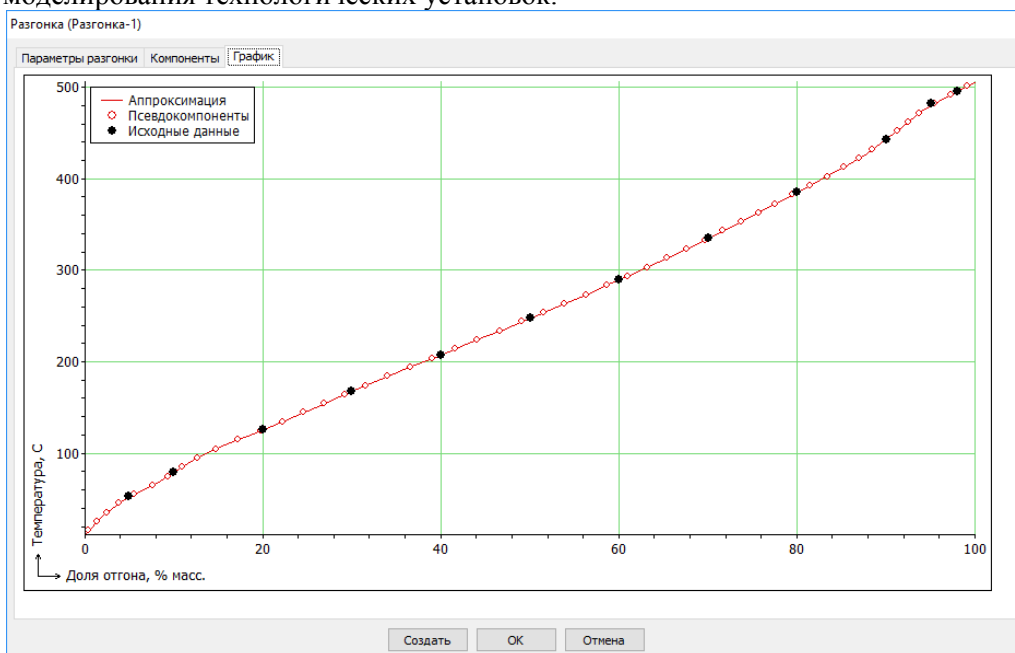


Рис. 4. Результаты сплайновой интерполяции, полученные с помощью ENO-алгоритма

Использование представленного ENO-алгоритма сплайновой интерполяции для решения данной задачи также приводит к хорошему совпадению кривой ИТК с долями псевдокомпонентов. На рис. 5 представлены результаты формирования кривых ИТК из индивидуальных псевдокомпонентов на примере процесса сепарации исходной смеси.

Кривые ИТК, полученные с помощью ENO-сплайнов, также могут быть пересчитаны в другие типы разгонок, используемых в процессах переработки нефти (рис. 5).

Таблица 2

Результаты сравнения экспериментальных [16] и расчетных данных

№	Фракция	Эксперимент		Расчет (МиР ПиА)			
		Выход, % масс.		Выход, % масс.		Абсолютная ошибка	Относительная ошибка
		Отд. фр.	Сумм.	Отд. фр.	Сумм.		
1	НК–60	5,570	5,570	6,639	6,639	1,069	0,192
2	60–70	1,510	7,080	1,962	8,601	1,521	0,215
3	70–80	1,760	8,840	1,584	10,185	1,345	0,152
4	80–90	2,130	10,970	1,588	11,773	0,803	0,073
5	90–100	2,600	13,570	1,892	13,665	0,095	0,007
6	100–110	2,840	16,410	2,259	15,924	0,486	0,030
7	110–120	2,780	19,190	2,553	18,477	0,713	0,037
8	120–130	2,610	21,800	2,559	21,036	0,764	0,035
9	130–140	3,030	24,830	2,402	23,438	1,392	0,056
10	140–150	3,080	27,910	2,319	25,757	2,153	0,077
11	150–160	2,860	30,770	2,299	28,057	2,713	0,088
12	160–170	2,540	33,310	2,337	30,394	2,916	0,088
13	170–180	2,280	35,590	2,417	32,811	2,779	0,078
14	180–190	2,450	38,040	2,485	35,297	2,744	0,072
15	190–200	2,270	40,310	2,525	37,822	2,488	0,062
16	200–210	2,110	42,420	2,533	40,355	2,065	0,049
17	210–220	2,060	44,480	2,515	42,870	1,610	0,036
18	220–230	2,070	46,550	2,493	45,362	1,188	0,026
19	230–240	2,390	48,940	2,470	47,832	1,108	0,023
20	240–250	2,290	51,230	2,447	50,279	0,951	0,019
21	250–260	2,190	53,420	2,422	52,701	0,719	0,013
22	260–270	2,140	55,560	2,394	55,095	0,465	0,008
23	270–280	2,190	57,750	2,363	57,458	0,292	0,005
24	280–290	2,220	59,970	2,329	59,787	0,183	0,003
25	290–300	2,450	62,420	2,291	62,079	0,341	0,005
26	300–310	2,400	64,820	2,244	64,323	0,497	0,008
27	310–320	2,890	67,710	2,188	66,510	1,200	0,018
28	320–330	2,910	70,620	2,124	68,635	1,985	0,028
29	330–340	2,860	73,480	2,057	70,691	2,789	0,038
30	340–350	2,210	75,690	1,997	72,688	3,002	0,040
31	350–360	2,080	77,770	1,958	74,646	3,124	0,040
32	360–370	1,990	79,760	1,938	76,585	3,175	0,040
33	370–380	2,120	81,880	1,936	78,520	3,360	0,041
34	380–390	2,090	83,970	1,949	80,469	3,501	0,042
35	390–400	2,100	86,070	1,951	82,420	3,650	0,042
36	400–450	–	–	6,768	89,188	–	–
37	Остаток	13,930	100,000	10,812	100,00 0	–	–
Сумма	100,000		100,000	–	–	–	

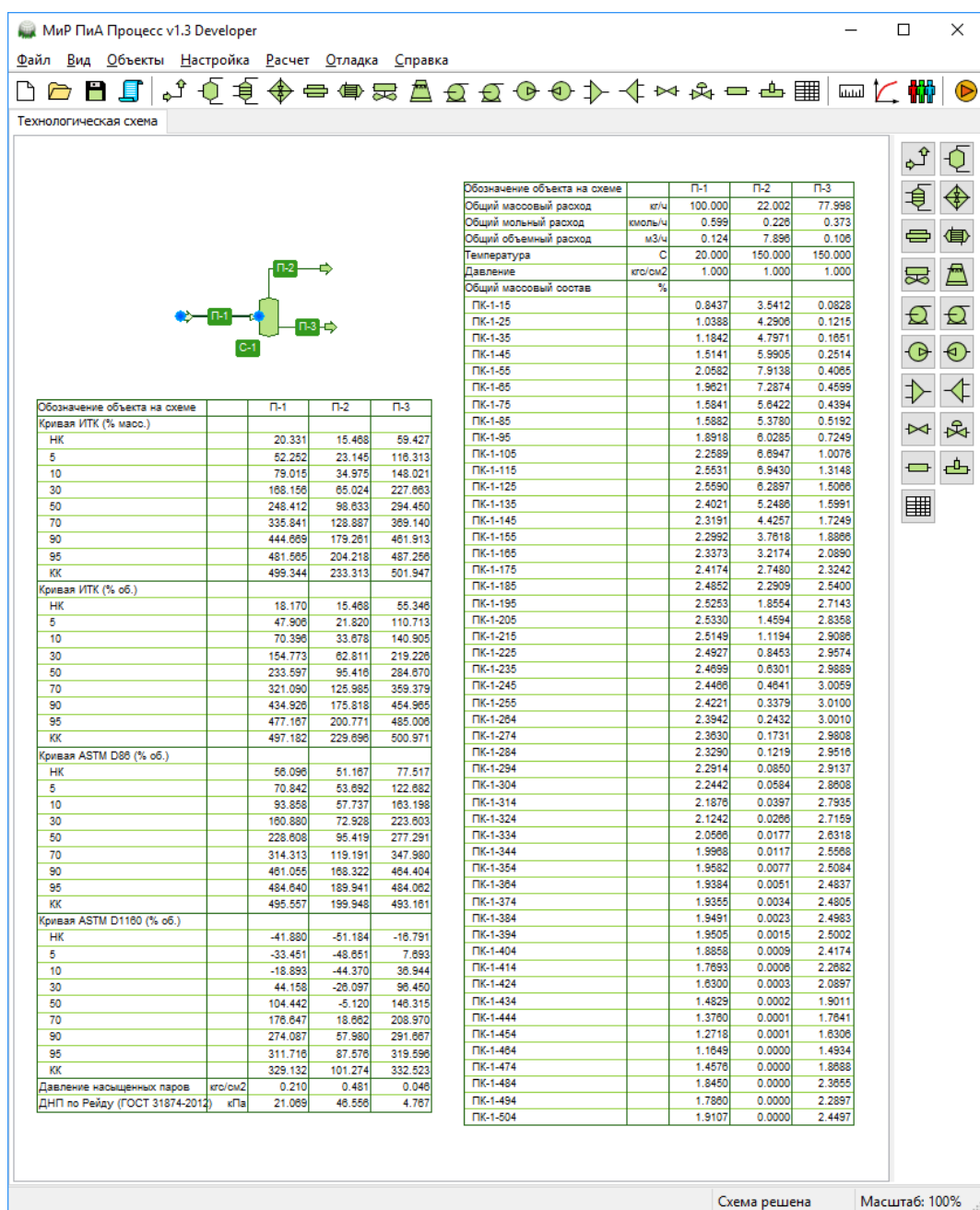


Рис. 5. Результаты формирования кривых кипения материальных потоков, полученные с помощью ENO-алгоритма

Опыт моделирования технологических процессов в программной платформе «МиР ПиА» показал, что использованный ENO-алгоритм характеризуется хорошим быстродействием. Это позволяет использовать его при моделировании сложных технологических установок с большим количеством материальных потоков и разбиением фракционного состава углеводородного сырья на большое количество псевдокомпонентов. Все сказанное позволяет сделать вывод о целесообразности использования ENO-алгоритмов сплайновой интерполяции в про-

граммных продуктах для моделирования технологических процессов нефтегазовой отрасли.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Николаев Е.В., Харламов С.Н. Исследование сепарационных процессов углеводородных многокомпонентных систем в режимах функционирования оборудования предварительной подготовки нефти // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2016. – Т. 327. – № 7. – С. 84–99.
2. Щербинин И.А., Уржумова А.М., Суллагаев А.В. Моделирование процессов подготовки конденсата в среде HYSYS // Нефтяное хозяйство. – 2004. – № 3.
3. Чернышев С.В., Фахретдинов И.З., Тарасов М.Ю., Иванов С.С. Особенности расчетов материально-тепловых балансов процессов сбора, подготовки и транспорта нефти и газа в среде HYSYS // Нефтяное хозяйство. – 2014. – № 10. – С. 118–120.
4. Квасов Б.И. Методы изогеометрической аппроксимации сплайнами. – М.: Физматлит, 2006. – 306 с.
5. Пинчуков В.И. ENO- и WENO-алгоритмы сплайновой интерполяции // Вычислительные технологии. – 2009. – Т. 14. – № 4. – С. 100–107.
6. Pizatella R.M., Stanco F., Santaera C. ENO/WENO Interpolation methods for the zooming of digital images // Communications to SIMAI Congress. – Vol. 1 (2006).
7. Andrew K. Henrick, Tariq D. Aslam, Joseph M. Powers. Mapped weighted essentially non-oscillatory schemes: Achieving optimal order, Journal of Computational Physics 207 (2005), pp. 542–567.
8. Carlini E., Ferretti R., Russo G. A Weighted Essentially Non-oscillatory, large time-step scheme for Hamilton–Jacobi Equations, SISC, Vol. 27 Issue 3 (2005), pp. 1071–1091.
9. Steve Bryson, Doron Levy. High-Order Central Weno Schemes for multidimensional Hamilton–Jacobi equations, SIAM J. NUMER. ANAL. Vol. 41, No. 4 (2003), pp. 1339–1369.
10. Wang Z.J., Chen R.F. OWENO Schemes for Linear Waves with Discontinuity, Journal of Computational Physics 174 (2001), pp. 381–404.
11. Chi-Wang Shu. Essentially Non-Oscillatory and Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, in Advanced Numerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations, edited by B. Cockburn, C. Johnson, C.-W. Shu, and E. Tadmor, Lect. Notes in Math. (Springer-Verlag, Berlin/New York, 1998), Vol. 1697, p. 325.
12. Коныгин С.Б., Крючков Д.А. Моделирование и расчет процессов и аппаратов (МиР ПиА). Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015613176.
13. Иваняков С.В., Игнатенков Ю.И., Коноваленко Д.В. Моделирование работы пластинчатых теплообменников в системе двухконтурного водоснабжения // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2017. – № 2(54). – С. 196–199.
14. Иваняков С.В., Крючков Д.А. Применение программного продукта «МиР ПиА» для компьютерного моделирования систем сепарации нефти // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2018. – № 1(57). – С. 168–172.
15. Коныгин С.Б. Моделирование регулирующих клапанов в программном продукте «МиР ПиА» // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2018. – № 2(58). – С. 166–170.
16. Быстров А.И., Деменков В.Н., Хайрудинов И.Р. Подготовка и проведение расчетов процессов переработки нефтяного сырья. – Уфа: Изд-во ГУП ИНХП РБ, 2014. – 288 с.

Статья поступила в редакцию 14 сентября 2018 г.

USING ENO ALGORITHMS OF SPLINE INTERPOLATION FOR OIL BOILING CURVES MODELING

S.B. Konygin, D.A. Kryuchkov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*Sergey B. Konygin (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Dmitriy A. Kryuchkov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*

Abstract. This paper is about oil boiling curves interpolation used in the gas and oil refining processes modeling. Authors of this paper offer to use ENO splines for the approximation of boiling curves with few experimental points. It allows to exclude oscillations of the interpolation polynom and the occurrence of components with the negative fractions. This idea was realized in the program platform for modeling and calculation of the processes and devices “MiR PiA”. The testing of these ENO algorithms using one example has shown the convergence between the modeling results and the experimental data. Furthermore, ENO splines can be used for creating the boiling curves from the stream compositions.

Keywords: modeling of technological processes, oil distillation curves, ENO splines

REFERENCES

1. Nikolayev E.V., Kharlamov S.N. Research of multicomponent hydrocarbon systems separation in modes of functioning of oil preliminary preparation equipment // Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering. 2016. V. 327. 7. 84–99.
2. Scherbinin I.A., Urzhumova A.M., Sullagaev A.V. Modeling of the condensate threatening process using HYSYS // Oil industry, 2004. – № 3.
3. Chernyshov S.V., Fakhretdinov I.Z., Tarasov M.Yu., Ivanov S.S. Features of calculations of heat and material balances of the collection, treatment and transportation of oil and gas in the environment of HYSYS // Oil industry, 2014. – № 10. – С. 118–120.
4. Kvasov B.I. Methods of shape preserving spline approximation. – M.: Fizmatlit, 2006. – 306 p.
5. Pinchukov V.I. ENO and WENO algorithms of spline interpolation // Computational technologies, 2009. – V. 14. – № 4. – p. 100–107.
6. Pizatella R.M., Stanco F., Santaera C. ENO/WENO Interpolation methods for the zooming of digital images // Communications to SIMAI Congress, Vol. 1 (2006).
7. Andrew K. Henrick, Tariq D. Aslam, Joseph M. Powers. Mapped weighted essentially non-oscillatory schemes: Achieving optimal order, Journal of Computational Physics 207 (2005), pp. 542–567.
8. Carlini E., Ferretti R., Russo G. A Weighted Essentially Non-oscillatory, large time-step scheme for Hamilton–Jacobi Equations, SISC, Vol. 27 Issue 3 (2005), pp. 1071–1091.
9. Steve Bryson, Doron Levy. High-Order Central Weno Schemes for multidimensional Hamilton–Jacobi equations, SIAM J. NUMER. ANAL. Vol. 41, No. 4 (2003), pp. 1339–1369.
10. Wang Z.J., Chen R.F. OWENO Schemes for Linear Waves with Discontinuity, Journal of Computational Physics 174 (2001), pp. 381–404.
11. Chi-Wang Shu. Essentially Non-Oscillatory and Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws, in Advanced Numerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations, edited by B. Cockburn, C. Johnson, C.-W. Shu, and E. Tadmor, Lect. Notes in Math. (Springer-Verlag, Berlin/New York, 1998), Vol. 1697, p. 325.
12. Konygin S.B., Kryuchkov D.A. Modeling and calculation of processes and devices (MiR PiA). Patent № 2015613176.
13. Ivanyakov S.V., Kryuchkov D.A. Application of MiR PiA software for computer modeling of oil separation systems // Vestnik of Samara state technical university. Technical Sciences Series, 2018. – № 1 (57). – p. 168–172.
14. Ivanyakov S.V., Ignatenkov Y.I., Konovalenko D.V. Modeling of the plate heat exchangers in the double-circuit water-supply system // Vestnik of Samara state technical university. Technical Sciences Series, 2017. – № 2(54). – p. 196–199.
15. Konygin S.B. Control valves modeling using the MiR PiA software // Vestnik of Samara state technical university. Technical Sciences Series, 2018. – № 2(58). – p. 166–170.
16. Bystrov A.I., Demenkov V.N., Khairudinov I.R. Preparation and conduct the calculation of the oil refining processes. – Ufa, GUP INHP RB? 2014. – 288 c.