

УДК 681.3

## ПОЗИЦИОННОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЕЧИ НАГРЕВА СОПРОТИВЛЕНИЕМ

**В.С. Осипов, А.И. Данилушкин, А.А. Базаров**

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

**Аннотация.** Рассматривается задача определения частоты и амплитуды колебаний температуры печи нагрева сопротивлением при позиционном регулировании с помощью однополярных идеального реле и реле с петлевой характеристикой. Целью является оптимизация работы двух печей в системе электроснабжения так, чтобы печи не включались одновременно в режиме стабилизации температуры. В литературных источниках, как правило, рассматриваются упрощенные примеры расчета следящих систем с применением идеального реле, приводятся различные способы точных и приближенных методов определения частоты и амплитуды симметричных колебаний, однако при несимметричных колебаниях с учетом смещения наиболее приемлемым является алгебраический способ с применением гармонической линеаризации, при этом исследуются зависимости частоты и амплитуды колебаний от параметра петли релейной характеристики с целью назначения этого параметра при допустимом отклонении температуры. Коэффициенты гармонической линеаризации реле с петлевой характеристикой с учетом смещения представляют собой сложные выражения, включающие величину смещения. Для упрощения расчетов принят предельный вариант, когда величина амплитуды колебаний равна сумме смещения и половины ширины петли реле.

**Ключевые слова:** нагревательная печь сопротивления, гармоническая линеаризация, смещение, характеристика реле, нелинейный элемент, амплитуда, частота, колебания.

Электрическая печь сопротивления (ЭПС) представляет собой сложную многозвенную структуру, звенья которой связаны между собой законами теплообмена. В [1] приводится структурная схема ЭПС с передаточными функциями и взаимосвязями нагревателя, футеровки (стенок печи), нагреваемого изделия и термоэлектрического преобразователя (датчика температуры). Также показано, что решение уравнений, составленных на основании структурной схемы, представляет собой трудную задачу, поэтому вводится ряд упрощающих допущений. Пренебрегаем постоянной времени нагреваемого изделия.

Нагреватель считаем теплотехнически тонким телом с передаточной функцией инерционного звена первого порядка

$$W_H(p) = \frac{k_1}{T_1 p + 1}. \quad (1)$$

---

Осипов Вячеслав Семенович (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Данилушкин Александр Иванович (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Базаров Александр Александрович (д.т.н., доц.), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Футеровку печи принимаем за полуограниченное тело, в отличие от [1], где передаточная функция  $W_F = 1/\sqrt{T_2 p + 1}$  трудноопределима; принимаем передаточную функцию

$$W_F(p) = \frac{k_2}{T_2 p + 1}. \quad (2)$$

Передаточную функцию термоэлектрического преобразователя без чехла принимаем, пренебрегая запаздыванием:

$$W_{TP}(p) = \frac{k_3}{T_3 p + 1}. \quad (3)$$

Целью данной работы является расчет с использованием метода гармонической линеаризации нелинейной системы с релейным элементом и получение частоты и амплитуды несимметричных колебаний в системе стабилизации температуры печи с учетом смещения  $x_0$ , характеризующего статическую ошибку. В результате ошибка в регулировании температуры, равная сумме амплитуды колебаний  $a$  и смещения  $x_0$ , не должна превышать допустимых значений.

Частота и амплитуда несимметричных колебаний будут определяться в установившемся режиме после нагрева до установившейся температуры. Расчетная структурная схема показана на рис. 1.

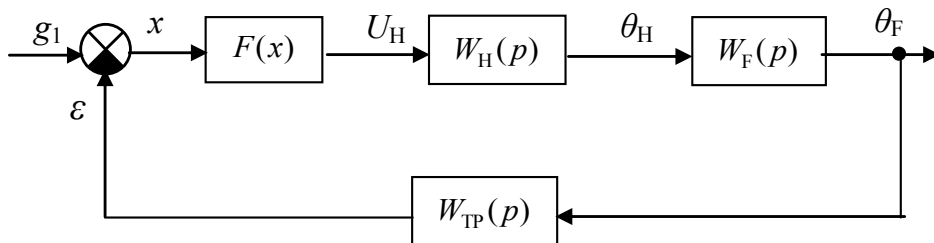


Рис. 1. Структурная схема расчета

В источниках [3–5, 8–13] рассматриваются задачи расчета различных нелинейных систем точными и приближенными методами, в основном следящих систем при симметричных колебаниях. Линеаризующие обратные связи [14] для систем с нелинейным элементом релейного типа не применяются. В [6] приведена схема позиционного регулирования напряжения с применением реле с петлевой характеристикой, однако не приводится метод расчета. Для расчета систем позиционного регулирования необходимо учитывать сигнал задания, смещение и несимметричные колебания в установившемся режиме [2, 4], при этом наиболее приемлемым для расчета является приближенный метод гармонической линеаризации, в частности, когда нелинейным элементом является идеальное реле (рис. 2) или реле с петлевой характеристикой (рис. 3). Позиционное регулирование отличается от следящей системы, так как нелинейный элемент однополярный, реле включает нагрев и отключает.

Поэтому для расчета системы стабилизации температуры печи необходимо принять еще одно допущение: в установившемся режиме стабилизации темпера-

туры принимаем равными постоянные времени при нагреве, включении и при охлаждении, выключении печи.

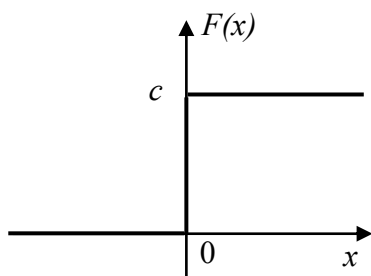


Рис. 2. Характеристика идеального реле

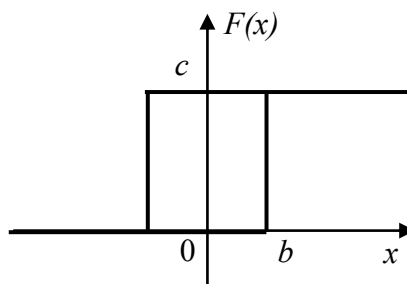


Рис. 3. Петлевая релейная характеристика

В [2] рассматривается расчет нелинейных систем методом гармонической линеаризации с учетом смещения, отражающего ошибку регулирования, приводится пример расчета следящей системы, структурная схема которой существенно отличается от структурной схемы печи нагрева сопротивлением, и не рассматривается нелинейность с петлевой релейной характеристикой.

Предположим, что произведен расчет одной зоны печи нагрева сопротивлением, в результате получено: номинальная мощность  $P_H = 30$  кВт, номинальное напряжение  $U_H = 220$  В, заданная регулируемая температура  $\theta_F = 1000$  °С, установившееся значение температуры футеровки и изделия без регулирования  $\theta_{FY} = 1200$  °С, установившееся значение температуры нагревателей без регулирования  $\theta_{HY} = 1400$  °С, масса нагревателей  $G = 30$  кг, удельная теплоемкость нагревателей  $c_{ud} = 450$  Дж/кг·К<sup>0</sup>, время нагрева до 1000 °С составляет 30 мин.

По данным расчета печи определяются:

– постоянная времени нагревателя

$$T_1 = \frac{c_{ud}G(\theta_{HY} - \theta_F)}{P_H} = 180 \text{ с}; \quad (4)$$

– постоянная времени нагрева изделия и футеровки – принимаем ее приближенно равной времени нагрева до заданной температуры [1]:

$$T_2 = 1800 \text{ с};$$

– постоянная времени термоэлектрического преобразователя – принята по графику [1] при температуре 1000 °С:

$$T_3 = 15 \text{ с};$$

– коэффициенты передачи:

$$k_1 = \frac{\theta_{HY}}{U_H} = 6,364 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{В}; \quad (5)$$

$$k_2 = \frac{\theta_{FY}}{\theta_{HY}} = 0,857; \quad (6)$$

$$k_3 = \frac{g_1}{\theta_F} = 0,01 \text{ В}^0\text{С}. \quad (7)$$

Гармоническая линейризация нелинейности [2, 3, 4]

$$F(x) = \left[ q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} p \right] x, \quad (8)$$

где  $q(a)$  и  $q'(a)$  – коэффициенты гармонической линейризации.

Характеристическое уравнение гармонически линейризованной системы

$$Q(p) + R(p) \left[ q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} p \right] = 0, \quad (9)$$

где  $R(p) = k_1 k_2 k_3$ ,  $Q(p) = (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)$ .

Коэффициенты гармонической линейризации для реле с петлевой характеристикой имеют сложные выражения, особенно с учетом смещения. Чтобы найти частоту  $\omega$ , смещение  $x_0$  и амплитуду колебаний  $a$ , необходимо решить уравнения методом подбора или графического построения. Для определения приближенной области изменения  $a$  и  $\omega$  целесообразно вначале рассчитать систему с характеристикой идеального реле (см. рис. 2).

Гармоническая линейризация нелинейности [2] при симметричных колебаниях с идеальным реле

$$F(x) = q_C(a_C)x, \quad q_C = \frac{4C}{\pi a_C}, \quad q'(a) = 0, \quad (10)$$

где  $a_C$  – амплитуда симметричных колебаний.

Гармоническая линейризация нелинейности при несимметричных колебаниях

$$F(x) = F^0(x^0, a) + q(a, x^0)a \sin \omega t, \quad (11)$$

где согласно [2]

$$F^0 = \frac{2C}{\pi} \arcsin \frac{x^0}{a}, \quad q = \frac{4C}{\pi a} \sqrt{1 - \left( \frac{x^0}{a} \right)^2}, \quad (12)$$

$x^0$  – постоянная составляющая (смещение).

Частота симметричных и несимметричных колебаний одинакова при однозначной нелинейности, поэтому определим вначале частоту и амплитуду симметричных колебаний.

Уравнение замкнутой системы относительно переменной  $x$

$$\left[ (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1) + F(x)k_1 k_2 k_3 \right] x = g_1 (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1). \quad (13)$$

При симметричных колебаниях с идеальным реле  $g_1 = 0$ , тогда характеристическое уравнение после перемножения выражений в скобках и подстановки  $F(x)$  в уравнение замкнутой системы будет

$$T_1 T_2 T_3 p^3 + (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) p^2 + (T_1 + T_2 + T_3) p + 1 + k_1 k_2 k_3 \frac{4C}{\pi a_C} = 0. \quad (14)$$

Подставим  $p = j\omega$ :

$$-jT_1T_2T_3\omega^3 - (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)\omega^2 + j(T_1 + T_2 + T_3)\omega + 1 + k_1k_2k_3 \frac{4C}{\pi a_C} = 0. \quad (15)$$

Отсюда получаем два уравнения для действительных и мнимых частей:

$$-(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)\omega^2 + 1 + k_1k_2k_3 \frac{4C}{\pi a_C} = 0; \quad (16)$$

$$(T_1 + T_2 + T_3)\omega - T_1T_2T_3\omega^3 = 0. \quad (17)$$

Из второго уравнения определяется частота колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{T_1 + T_2 + T_3}{T_1T_2T_3}} = 0,02026 \text{ рад/с}, \quad (18)$$

$f = 0,003226$  Гц, время периода  $t_{\Pi} = 310$  с.

Амплитуда симметричных колебаний из первого уравнения

$$a_C = \frac{k_1k_2k_3 4CT_1T_2T_3}{\pi[(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)(T_1 + T_2 + T_3) - T_1T_2T_3]} = 0,106 \text{ В}. \quad (19)$$

При несимметричных колебаниях с идеальным реле  $g_1 = 10$  В. С учетом (11) и (12) получаем уравнение для постоянных составляющих ( $p = 0$ )

$$k_1k_2k_3 \frac{2C}{\pi} \arcsin \frac{x^0}{a} = g_1. \quad (20)$$

Из этого уравнения определяется

$$x^0 = a \sin \frac{\pi g_1}{k_1k_2k_3 2C}. \quad (21)$$

Подставив (20) в выражение (12), для  $q$  получим

$$q = \frac{4C}{\pi a} \cos \frac{\pi g_1}{k_1k_2k_3 2C}. \quad (22)$$

В соответствии с выводами [2] приравняем

$$q(a) = q_C(a_C), \quad (23)$$

тогда получим

$$\frac{4C}{\pi a} \cos \frac{\pi g_1}{k_1k_2k_3 2C} = \frac{4C}{\pi a_C}. \quad (24)$$

Из этого уравнения найдем

$$a = a_C \cos \frac{\pi g_1}{k_1k_2k_3 2C} = 0,028. \quad (25)$$

Подставив (24) в (20), найдем постоянную составляющую (смещение)

$$x^0 = \frac{a_C}{2} \sin \frac{\pi g_1}{k_1 k_2 k_3 C} = 0,0265. \quad (26)$$

В процессе работы системы стабилизации температуры ЭПС с идеальной релейной характеристикой возможны электромагнитные помехи и возникновение дребезга при включении и отключении, поэтому рассмотрим применение реле с петлевой характеристикой.

Для *петлевой* релейной характеристики при *симметричных* колебаниях коэффициенты гармонической линеаризации

$$q = \frac{4C}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}; \quad (27)$$

$$q' = -\frac{4Cb}{\pi a^2}. \quad (28)$$

Подставляя (27, 28) в (16, 17) и  $p = j\omega$ , а затем выделяя действительную и мнимую части, получим два уравнения для определения частоты  $\omega$  и амплитуды симметричных колебаний  $a_C$ :

$$X(a, \omega) = -(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) \omega^2 + 1 + k_1 k_2 k_3 \frac{4C}{\pi a_C} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a_C^2}} = 0; \quad (29)$$

$$Y(a, \omega) = (T_1 + T_2 + T_3) \omega - T_1 T_2 T_3 \omega^3 - \frac{4Cb}{\pi a_C^2} = 0. \quad (30)$$

После преобразований (29, 30) получим

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 k_2 k_3 4C \sqrt{a_C^2 - b^2}}{\pi a_C^2 (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)}}; \quad (31)$$

$$a_C = \sqrt{\frac{4Cb}{\pi [(T_1 + T_2 + T_3) \omega - T_1 T_2 T_3 \omega^3]}}. \quad (32)$$

Эти уравнения можно решить графически либо с помощью программы MathCad.

В программе MathCad вводятся параметры:  $k_1 = 6,364$ ;  $k_2 = 0,85$ ;  $k_3 = 0,01$ ;  $C = 220$ ;  $T_1 = 180$ ;  $T_2 = 1800$ ;  $T_3 = 15$ ;  $\pi = 3,14$ .

Задаемся различными значениями  $b$  (см. рис. 3) и затем подбором  $a$  добиваемся равенства  $a = a_1$  с использованием введенных в MathCad уравнений, где  $a_1 = a_C$  в выражении (32):

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 k_2 k_3 4C \sqrt{a^2 - b^2}}{\pi a^2 (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)}}; \quad (33)$$

$$a_1 = \sqrt{\frac{4Cb}{\pi [(T_1 + T_2 + T_3) \omega - T_1 T_2 T_3 \omega^3]}}. \quad (34)$$

Результаты расчета представлены в табл. 1, графики зависимостей – на рис. 4, 5.

Таблица 1

Результаты расчета в MathCad

$b$	$a$	$\omega$	$a_1$
0	0,106	0,02	0
0,001	0,159	0,016	0,159
0,0025	0,22	0,014	0,219
0,005	0,3	0,012	0,3
0,01	0,43	0,01	0,431
0,05	1,115	0,00622	1,116
0,1	1,73	0,005	1,731
0,2	2,7	0,004	2,705
0,5	4,93	0,003	4,93

Амплитуда выходной величины температуры нагрева равна  $a/k_3$ , то есть в 100 раз больше амплитуды на входе нелинейного элемента.

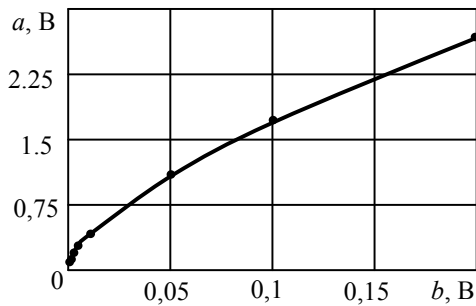


Рис. 4. Зависимость амплитуды колебаний от параметра  $b$  петлевой релейной характеристики

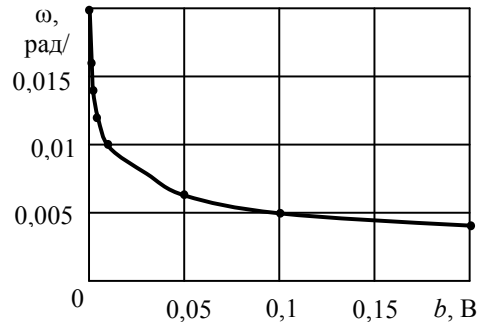


Рис. 5. Зависимость частоты колебаний от параметра  $b$  петлевой релейной характеристики

Рассмотрим устойчивость системы по алгебраическому критерию

$$\left( \frac{\partial X}{\partial a} \frac{\partial Y}{\partial \omega} \right) - \left( \frac{\partial Y}{\partial a} \frac{\partial X}{\partial \omega} \right) > 0, \quad (35)$$

полагая при этом, что  $b = 0,005$  В,  $a = 0,3$  В,  $\omega = 0,012$  рад/с (см. табл. 1):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial X}{da} \left[ -(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) \omega^2 + 1 + k_1 k_2 k_3 \frac{4C}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \right] = \frac{dX}{da} \left[ \frac{k_1 k_2 k_3 4C}{\pi} \frac{1}{a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \right] = \\ & = \frac{k_1 k_2 k_3 4C}{\pi} \left[ -\frac{1}{a^2} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + \frac{1}{a} \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}} \frac{2b^2}{a^3} \right]; \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial X}{d\omega} \left[ -(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) \omega^2 + 1 + k_1 k_2 k_3 \frac{4C}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \right] = \\ & = \frac{dX}{d\omega} \left[ -(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) \omega^2 \right] = -2(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) \omega \end{aligned} \quad (37)$$

$$\frac{\partial Y}{da} \left[ (T_1 + T_2 + T_3) \omega - T_1 T_2 T_3 \omega^3 - \frac{4Cb}{\pi a^2} \right] = \frac{dY}{da} \left[ -\frac{4Cb}{\pi a^2} \right] = \frac{8Cb}{\pi a^3}; \quad (38)$$

$$\begin{aligned} & \frac{dY}{d\omega} \left[ (T_1 + T_2 + T_3) \omega - T_1 T_2 T_3 \omega^3 - \frac{4Cb}{\pi a^2} \right] = \frac{dY}{d\omega} \left[ (T_1 + T_2 + T_3) \omega - T_1 T_2 T_3 \omega^3 \right] = \\ & = (T_1 + T_2 + T_3) - 3T_1 T_2 T_3 \omega^2. \end{aligned} \quad (39)$$

Подставляя числовые значения для приведенного примера в (35)

$$(-169,55 \cdot -84888) - (103,8 \cdot -104,5) > 0,$$

убеждаемся, что система устойчива, при этом все коэффициенты в уравнении (14) положительны.

Для петлевой релейной характеристики несимметричных колебаний

$$F^0 = \frac{C}{\pi} \left( \arcsin \frac{b+x^0}{a} - \arcsin \frac{b-x^0}{a} \right); \quad (40)$$

$$q = \frac{2C}{\pi a} \left( \sqrt{1 - \left( \frac{b+x^0}{a} \right)^2} + \sqrt{1 - \left( \frac{b-x^0}{a} \right)^2} \right); \quad (41)$$

$$q' = -\frac{4Cb}{\pi a^2}. \quad (42)$$

Несимметричные колебания при задающем воздействии  $g_1=10$  В. Из (14) и (40) получаем уравнение для постоянных составляющих ( $p=0$ )

$$k_1 k_2 k_3 \frac{C}{\pi} \left( \arcsin \frac{b+x^0}{a} - \arcsin \frac{b-x^0}{a} \right) = g_1. \quad (43)$$

Функция  $\arcsin x$  определена в области  $(-1 \leq x \leq +1)$  [7], поэтому должно выполняться условие  $b+x^0 \leq a$ . Определение  $x^0$  из этого уравнения затруднитель-



но, поэтому учитывая, что  $b \ll x^0$ , принимаем предельный случай, когда выполняются равенства

$$a = b + x^0, \quad b = a - x^0, \quad (44)$$

это позволит исключить параметр  $b$ , а затем определить его по выражению (43), тогда получим

$$k_1 k_2 k_3 \frac{C}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{b - x^0}{a} \right) = g_1; \quad (45)$$

$$\frac{\pi k_1 k_2 k_3 C - 2\pi g_1}{2k_1 k_2 k_3 C} = \arcsin \frac{b - x^0}{a}; \quad (46)$$

$$\frac{b - x^0}{a} = \sin \frac{\pi k_1 k_2 k_3 C - 2\pi g_1}{2k_1 k_2 k_3 C}; \quad (47)$$

$$x^0 = a \sin \frac{2\pi g_1 - \pi k_1 k_2 k_3 C}{2k_1 k_2 k_3 C} + b. \quad (48)$$

Коэффициент гармонической линеаризации при  $a = b + x^0$  равен

$$q = \frac{2C}{\pi a} \left( \sqrt{1 - \left( \frac{b + x^0}{a} \right)^2} + \sqrt{1 - \left( \frac{b - x^0}{a} \right)^2} \right) = \frac{2C}{\pi a} \sqrt{1 - \left( \frac{b - x^0}{a} \right)^2}. \quad (49)$$

Подставляя (47) в (49), получим

$$q = \frac{2C}{\pi a} \cos \frac{\pi k_1 k_2 k_3 C - 2\pi g_1}{2k_1 k_2 k_3 C}; \quad (50)$$

$$q' = -\frac{4Cb}{\pi a^2}.$$

Так как  $q'$  не зависит от  $x^0$ , принимаем равенство, когда коэффициенты гармонической линеаризации равны при несимметричных колебаниях с амплитудой  $a$  и при симметричных колебаниях с амплитудой  $a_c$ :

$$q(a) = q_c(a_c). \quad (51)$$

Для симметричных колебаний коэффициенты гармонической линеаризации

$$q = \frac{4C}{\pi a_c} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a_c^2}}; \quad (52)$$

$$q' = -\frac{4Cb}{\pi a_c^2}. \quad (53)$$

Приравняем (50) и (52):

$$\frac{2C}{\pi a} \cos \frac{\pi k_1 k_2 k_3 C - 2\pi g_1}{2k_1 k_2 k_3 C} = \frac{4C}{\pi a_c} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a_c^2}}. \quad (54)$$

Определяется амплитуда несимметричных колебаний

$$a = \frac{1}{2\sqrt{1 - \frac{b^2}{a_c^2}}} a_c \cos \frac{\pi k_1 k_2 k_3 C - 2\pi g_1}{2k_1 k_2 k_3 C}. \quad (55)$$

Подставив (55) в (48) и учитывая, что  $\sin \alpha \cos \alpha = 1/2 \cdot \sin 2\alpha$ , получим

$$x^0 = \frac{1}{4\sqrt{1 - \frac{b^2}{a_c^2}}} a_c \sin \frac{2\pi g_1 - \pi k_1 k_2 k_3 C}{k_1 k_2 k_3 C} + b. \quad (56)$$

Подставляем  $b = a - x^0$ :

$$x^0 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4\sqrt{1 - \frac{b^2}{a_c^2}}} a_c \sin \frac{2\pi g_1 - \pi k_1 k_2 k_3 C}{k_1 k_2 k_3 C} + a \right). \quad (57)$$

В выражениях (55) и (57), учитывая, что  $b \ll a_c$ , пренебрегаем отношением  $b^2/a_c^2$ , задаваясь рядом значений  $a_c$  (ориентируясь на значения, полученные для идеальной релейной характеристики). Определяется амплитуда по (55), а затем смещение  $x^0$  по (57) и рассчитывается параметр петлевой релейной характеристики  $b = a - x^0$ .

При расчете должна учитываться точность регулирования температуры печи

$$\Delta\theta = \frac{a + x^0}{k_3}. \quad (58)$$

Расчет по сложным формулам (55) и (57) целесообразно производить в программе MathCad, например для приведенных параметров печи получены данные в табл. 2.

Таблица 2

### Результаты расчета в MathCad

$a_c$	$a$	$x^0$	$b$
0,1	0,025	0,023	0,002
0,15	0,038	0,035	0,0025
0,2	0,05	0,047	0,003
0,3	0,075	0,07	0,005
0,4	0,1	0,093	0,007
0,6	0,15	0,14	0,01
0,8	0,2	0,187	0,013
1,0	0,27	0,233	0,017

Таким образом можно задаться точностью регулирования температуры, например  $\Delta\theta = 29^0\text{C}$ , принимаются параметры  $b = 0,01\text{ В}$ ,  $a = 0,15\text{ В}$ ,  $x^0 = 0,14\text{ В}$ , затем по выражению (31) определяется приближенное значение частоты колебаний. Получено:  $\omega = 0,017\text{ рад/с}$ ,  $f = 0,00271\text{ Гц}$ , время периода  $369\text{ с}$ ,  $6,15\text{ мин}$ .

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Автоматическое управление электротермическими установками: Учебник для вузов / А.М. Кручинин, К.М. Махмудов, Ю.М. Миронов и др. Под ред. А.М. Свенчанского. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 416 с.: ил.
2. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 256 с.
3. Бессекерский В.А. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / А.Н. Герасимов, С.В. Лучко, А.В. Небылов, Л.Ф. Порфирьев, Е.А. Фабрикант, С.М. Фёдоров, В.И. Цветков. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1978. – 512 с.
4. Бессекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления: изд. 4-е, перераб. и доп. – СПб.: Профессия, 2003. – 752 с.
5. Смольников А.П. Теория автоматического управления. Конспект лекций. Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Сибирский федеральный университет». – Красноярск, 2007. – 218 с.
6. Лазута И.В., Щербakov В.С. Теория автоматического управления. Нелинейные системы: учеб. пособие. – Омск: СибАДИ, 2017. – 161 с.
7. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов: 13-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 544 с.
8. Павлов А.В., Журавлёв А.Ю. Нелинейные системы автоматического управления: конспект лекций / Сумский гос. ун-т, 2016. – 79 с.
9. Власов К.П. Теория автоматического управления. Основные положения. Примеры расчета. – М.: Гуманитарный центр, 2013. – 540 с.
10. Ким Д.П. Теория автоматического управления: учебник и практикум для академического бакалавриата. – М.: Юрайт, 2016. – 276 с.
11. Юревич Е.И. Теория автоматического управления: учебник для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2016. – 560 с.
12. Ощепков А.Ю. Системы автоматического управления: теория, применение, моделирование в МАТЛАБ: учеб. пособие. – 2-е изд., испр. и доп. – СПб.: Лань, 2013. – 208 с.
13. Воевода А.А., Вороной В.В. Синтез нелинейного регулятора для динамического нелинейного объекта // Сборник научных трудов НГТУ. – 2013. – № 1. – С. 3–12.
14. Воевода А.А., Филошов В.Ю. Линеаризация обратной связью // Сборник научных трудов НГТУ. – 2016. – № 2 (84). – С. 68–76.
15. Певзнер Л.Д. Теория автоматического управления. Задачи и решения. – СПб.: Лань, 2016. – 604 с.

*Статья поступила в редакцию 17 сентября 2018 г.*

## POSITION CONTROL OF TEMPERATURE OF ELECTRIC RESISTANCE FURNACE

*V.S. Osipov, A.I. Danilushkin, A.A. Bazarov*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

**Abstract.** *The problem of determining the frequency and amplitude of temperature fluctuations of the heating furnace by resistance at positional regulation with the help of unipolar ideal relay and relay with loop characteristic is considered. The aim is to optimize the operation of the two furnaces in the power supply system so that the furnaces are not switched on simultaneously in the temperature stabilization mode. In the literature, as a rule, simplified examples of tracking systems with the use of an ideal relay are considered, various methods of accurate and approximate methods for determining the frequency and amplitude of symmetric oscillations are given, however, with asymmetric oscillations, taking into account the displacement, the most acceptable is the algebraic method using the harmonic linearization method, with the dependence of the frequency and amplitude of the oscillations on the relay characteristic loop parameter in order to assign this parameter at an acceptable temperature deviation. The coefficients of the harmonic linearization of a relay with a loop characteristic with allowance for bias are complex expressions involving the amount of displacement. To simplify the calculations, the limiting variant is adopted, when the magnitude of the amplitude of the oscillations is equal to the sum of the displacement and half the width of the relay loop.*

**Keywords:** *resistance furnace, harmonic linearization, bias, relay characteristic, nonlinear element, amplitude, frequency, oscillations.*

### REFERENCES

1. Avtomaticheskoe upravlenie elektrotermicheskimi ustanovkami: Uchebnik dlya vuzov / A.M. Kruchinin, K.M. Makhmudov, Yu.M. Mironov i dr. Pod red. A.M. Svenchanskogo. – M.: Energoatomiizdat. 1990. – 416 s.: il.
2. Popov E.P. Teoriya nelineynykh sistem avtomaticheskogo regulirovaniya i upravleniya. – M.: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko–matematicheskoy literatury. 1979, 256 s.
3. Besekerskiy V.A. Sbornik zadach po teorii avtomaticheskogo regulirovaniya i upravleniya, / A.N. Gerasimov, S.V. Luchko, A.V. Nebylov, L.F. Porfirev, E.A. Fabrikant, S.M. Fedorov, V.I. Tsvetkov, izdatelstvo «Nauka», Glavnaya redaktsiya fiziko–matematicheskoy literatury. M.; 1978, 512 s.
4. Besekerskiy V.A., Popov E.P. Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya. - Izd. 4-e, pererab. i dop. - SPb, Izd-vo "Professiya", 2003. - 752 s.
5. Smolnikov A.P. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Konspekt lektsiy. Federalnoe gosudarstvennoe obrazovatelnoe uchrezhdenie vysshego professionalnogo obrazovaniya «Sibirskiy federalnyy universitet». Krasnoyarsk 2007 – 218c.
6. Lazuta I.V. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Nelineynye sistemy: uchebnoe posobie / I.V. Lazuta, V.S. Scherbakov; kafedra «Avtomatizatsiya proizvodstvennykh protsessov i elektrotekhnika». – Omsk: SibADI, 2017. 161s. (Sibirskiy gosudarstvennyy avtomobilno–dorozhnyy universitet).
7. Bronshteyn I.N. Semendyaev K.A. Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vuzov. – 13-e izd. Ispravlennoe. – M. Nauka. Gl. red. fiz. – mat. Nauk, 1986. – 544 s.
8. Pavlov A. V., Nelineynse systems avtomaticheskogo upravleni: konspekt lekciy / A. V. Pavlov, A. Y. Uturavlev; Sumskiy gosudarstvennyy Universitet, 2016, 79s.

---

*Vyacheslav S. Osipov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.  
Aleksandr I. Danilushkin (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Aleksandr A. Bazarov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

9. Vlasov K.P. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Osnovnye ponyatiya. Primery resheniya. - M.: Gumanitarnyy centr, 2013-540s.
10. Kim D.P. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya : uchebnyy i praktikum dlya akademicheskogo bakalavriata – M.: Yurayt, 2016 – 276s.
11. Yurevich E.I. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya : uchebnyy dlya vuzov – 4-e izd., pererab. i dop. – SPb.: BKHV-Peterburg, 2016 – 560s.
12. Oshchepkov A.Yu. Sistemy avtomaticheskogo upravleniya: teoriya, primeneniye, modelirovaniye v MATLAB : uchebnoye posobie – 2-e izd. ispr. i dop. – SPb. : Lan, 2013. – 208s.
13. Voevoda A.A., Voronoy V.V. Sintez nelineynogo regulyatora dlya dinamicheskogo nelineynogo ob'ekta // Sbornik nauchnykh trudov NGTU. – 2013. – № 1 – S. 3–12.
14. Voevoda A.A., Filyushov V.Yu. Linearizatsiya obratnoy svyazy // Sbornik nauchnykh trudov NGTU. – 2016. – № 2 (84). – S. 68–76.
15. Pevzner L.D. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Zadachi i resheniya.—SPb.: Izdatelstvo «Lan», 2016, 604s