

УДК 681.5

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ
В СИММЕТРИЧНОЙ ЦЕПИ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ
ЧАСТИЧНЫХ ЕМКОСТЕЙ МАКСВЕЛЛА¹****В.Ю. Денисов¹, В.Н. Митрошин², Б.К. Чостковский²**¹АО «РКЦ «Прогресс»
Россия, 443009, г. Самара, ул. Земеца, 18²Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Аннотация. Приведено краткое описание природы влияния между симметричными кабелями. В качестве объекта исследования рассмотрен LAN-кабель. Приведен разработанный алгоритм получения соотношений, описывающих взаимное влияние между цепями (матрица преобразований напряжений, преобразований зарядов, взаимных и рабочих емкостей и частичных емкостей, соотношения зарядов и потенциалов узла), при различных структурных схемах. Рассмотрены взаимные влияния двух витых пар, между проводами двух отдельных витых пар, между четырьмя отдельными витыми парами. Построены структурные схемы для определения частичных емкостей, взаимных емкостей и емкостных связей. Для каждой структурной схемы образованы соответствующие цепи: симметричная, фантомная, несимметричная. Получено математическое описание взаимного влияния (соотношения взаимных и рабочих емкостей; коэффициент прямой емкостной связи между основными цепями, емкостной связи между основными и фантомными цепями и емкостной асимметрии земли) для двух витых пар, между проводами двух отдельных витых пар, между четырьмя отдельными витыми парами при помощи частичных емкостей Максвелла. Полученные результаты в совокупности с имеющимися зависимостями рабочей емкости, диэлектрической проницаемости среды и волнового сопротивления, которые определены посредством конформных преобразований, являются основой для синтеза систем автоматического управления технологическим процессом изготовления LAN-кабеля.

Ключевые слова: симметричная цепь, частичные емкости Максвелла, взаимные влияния между цепями, емкостная связь, взаимные емкости, LAN-кабель.

Введение

Быстрое развитие новых технологий открыло возможности для передачи различных видов информации с использованием общей телекоммуникационной среды, каналы связи которой используют в качестве направляющих систем проводные или волоконно-оптические линии связи.

Проводные каналы связи создаются с помощью направляющих систем, в качестве которых используются двухпроводные цепи, коаксиальные и симметрич-

¹ Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект 18-08-00506-а).

Денисов Владимир Юрьевич, инженер-программист АО «РКЦ «Прогресс».
Митрошин Владимир Николаевич (д.т.н.), заведующий кафедрой «Автоматика и управление в технических системах».

Чостковский Борис Константинович (д.т.н.), профессор кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

ные, с парной и четверочной скруткой. Конструктивно направляющие системы реализуются в виде кабельных линий связи, обладающих высокой защищенностью от помех и долговечностью.

Промышленность производит электрические кабели дальней, зонавой, местной связи и станционные кабели. Для передачи данных посредством структурированных кабельных систем используются симметричные радиочастотные кабели связи. Это LAN-кабели на основе витых пар (рис. 1). К ним относятся кабели без экранирующего покрытия – UTP (рис. 1, а, б), кабели с общим внешним экраном – STP, а также кабели SFTP (рис. 1, в) отличающиеся наличием двух защитных экранов: экранирующих каждую витую пару и являющихся общим экраном [1].

Для полной оценки электрических свойств линий связи (ЛС) и правильного их проектирования помимо процесса распространения электромагнитной энергии вдоль проводов необходимо изучить также явления перехода энергии с одной цепи на другую и их защищенность от мешающих влияний [2].

Помехозащищенность воздушных и кабельных цепей ЛС является важнейшим условием обеспечения надежной связи. Качество и дальность связи в этом случае обуславливаются не столько собственным затуханием цепи, сколько мешающими взаимными влияниями между соседними цепями, которые проявляются в виде переходного разговора или шума [3].

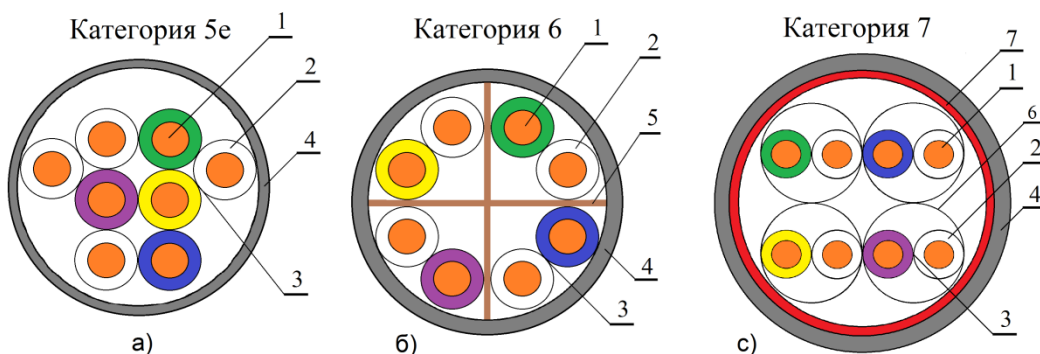


Рис. 1 . Конструкция LAN-кабелей различных категорий:

- 1 – токопроводящая жила; 2 – пенопластовая изоляция; 3 – витая пара; 4 – полимерная оболочка; 5 – крестообразный профиль; 6 – экран витых пар из алюмополиэтилена; 7 – внешний общий экран (оплетка из медной проволоки)

Характер и природа влияния между цепями воздушных линий и симметричных кабелей идентичны. Переход энергии с одной цепи на другую обусловлен электромагнитным взаимодействием между ними и может быть условно представлен в виде суммарного действия электрического и магнитного полей [4, 5].

При прохождении тока по какой-либо цепи (влияющей), например 1–2 (рис. 2), на проводах этой цепи образуются заряды $+Q_1$ и $-Q_1$.

Эти заряды создают электрическое поле, силовые линии которого частично соприкасаются с проводами 3–4 смежной цепи (подверженной влиянию). Вследствие этого между проводами 3–4 образуется разность потенциалов, которая создает в них ток, распространяющейся вдоль цепи. Наведенный ток достигает приемников, включенных на концах цепи, и проявляется в виде мешающего влияния. Это влияние, обусловленное действием электрического поля, называют

электрическим [2, 3], а связь между проводами под действием этого влияния – электрической, описываемой соотношением

$$K_{12} = g + i\omega k = \frac{I_2}{U_1}. \quad (1)$$

Здесь g – активная составляющая электрической связи;

k – емкостная связь;

I_2 – ток;

U_1 – напряжение.

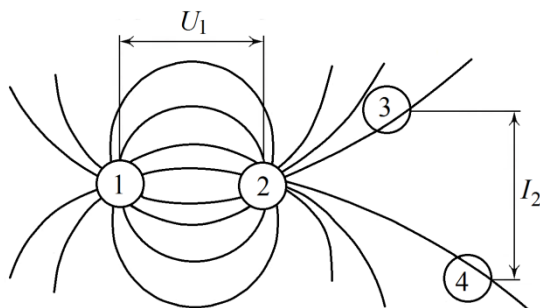


Рис. 2. Схема электрического влияния

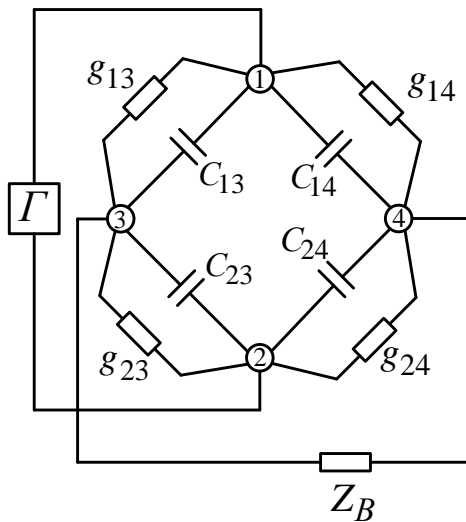


Рис. 3. Мост электрических связей

Емкостная связь k является результатом асимметрии частичных емкостей между жилами влияющей и подверженной влиянию цепей. На рис. 3 показаны жилы 1–2 влияющей цепи I и жилы 3–4 цепи II, подверженной влиянию [5].

Частичные емкости между жилами $C_{13}, C_{23}, C_{14}, C_{24}$ образуют так называемый мост (см. рис. 3). Если данный мост симметричен и находится в уравновешенном состоянии, то перехода энергии из цепи I в цепь II не будет. Условием симметрии моста является равенство

$$(C_{13} + C_{24}) - (C_{14} + C_{23}) = 0. \quad (2)$$

Из соотношения (2) видно, что если суммы противоположных емкостей будут равны между собой, то влияния между цепями не будет.

Существующая в действительных условиях емкостная асимметрия (неуравновешенность) моста, являющаяся причиной возникновения мешающих влияний между цепями связи, называется *коэффициентом емкостной связи* и для схемы, изображенной на рис. 3, будет выглядеть следующим образом [5, 6]:

$$k = (C_{13} + C_{24}) - (C_{14} + C_{23}). \quad (3)$$

Постановка задачи

Как известно, у симметричных кабелей с парной скруткой (LAN-кабель) минимизация взаимных (перекрестных) влияний достигается конструктивными мерами – экранированием витой пары кабелей [8, 9, 10]. Допустим, что принятые конструктивные меры по устранению взаимных влияний удовлетворяют допуску для передачи информации по кабелю без потерь. Но в будущем допуск будет становиться более жестким, и поэтому кроме предпринятых мер по экранированию нужно будет учитывать взаимные влияния как между витыми парами, так и между входящими в них проводами.

В работе решается задача нахождения соотношений, описывающих взаимное влияние между цепями (провод, входящий в витую пару LAN-кабеля, витая пара) связи, при использовании уравнений частичных емкостей Максвелла.

Начальные условия:

- LAN-кабель считается идеальной симметричной цепью, то есть не имеющей потерь в проводниках и без учета взаимодействия электромагнитных полей проводников;

- так как изоляция LAN-кабеля, как правило, состоит из поливинилхлорида, пропилена (кабели повышенного качества из тефлоновой изоляции или полиэтилена), то действие эффекта окружающих масс сводится к нулю;

- отсутствует влияние на ближний и дальний конец, а также индуктивная составляющая взаимного влияния.

При идеальной симметричной цепи утечка равна нулю, т. е. считается, что пространство между проводниками является непроводящим.

Рассмотрим частные случаи получения соотношений коэффициента емкостной связи и коэффициента асимметрии применительно для LAN-кабелей 5-й, 6-й и 7-й категорий. Данные коэффициенты и составляют математическое описание взаимного влияния как между проводами витой пары, так и между витыми парами LAN-кабеля.

Взаимные связи между двумя витыми парами

Составлена схема частичных емкостей с двумя узлами и землей или экраном. Полученная схема изображена на рис. 4.

Для описания объектов управления составлены матрицы преобразований напряжений и зарядов [11] согласно схеме, представленной на рис. 4.

Для построения матриц преобразований напряжений и зарядов используются провода и цепи, но в нашем случае проводами будут две витые пары. Образованы следующие цепи исходя из рис. 4.: 1/2, 12/0. Из них соответственно:

- 1/2 – симметричная;
- 12/0 – несимметричная.

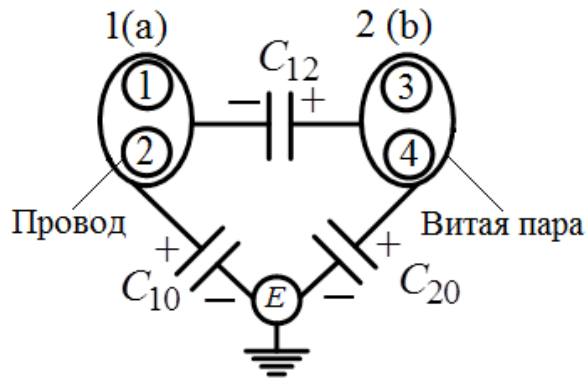


Рис. 4. Схема частичных емкостей с двумя узлами и землей

Исходя из уравнений (4) и правил построения матриц [12], описанных в [11],

$$\begin{cases} u_L = M_{uv}\varphi \\ q_L = M_{qv}q_D \end{cases}, \quad (4)$$

где u_L – напряжение цепи;
 q_L – заряд цепи;
 q_D – заряд узла;
 φ – потенциал узла;
 M_{uv} – матрица преобразований напряжений;
 M_{qv} – матрица преобразований зарядов.

Построены матрицы преобразований напряжений и зарядов [11]:

$$M_{uv} = \begin{Bmatrix} 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

$$M_{qv} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

Согласно [11], внутреннее (скалярное) произведение одинаковых строк должно быть равно единице и внутреннее произведение разных строк должно равняться нулю. Как видно, если провести расчеты с уравнениями (5) и (6), то условия выполняются.

Значения матрицы C_L находятся из формулы

$$C_L = M_{qv}C_D M'_{qv}, \quad (7)$$

где C_L – матрица взаимных и рабочих емкостей;
 C_D – матрица частичных емкостей.

Матрица C_D взята из выражения

$$q_D = C_D\varphi, \quad (8)$$

$$C_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} C_{11} & -C_{12} \\ -C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

При перемножении указанных трех матриц [12] в выражении (8) получены элементы матрицы C_L как функции частичных емкостей:

$$C_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(C_{11} + 2C_{12} + C_{22}) & \frac{1}{2}(C_{11} - C_{22}) \\ \frac{1}{2}(C_{11} - C_{22}) & C_{11} - 2C_{21} + C_{22} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где $C_{11} \dots C_{zz}$ – сумма всех частичных емкостей, исходящих из соответствующего узла.

Согласно общему виду матрицы $C_L = \begin{pmatrix} +C_1 & -C_{1II} & \dots & -C_{1u} \\ -C_{1II} & +C_{1I} & \dots & -C_{1Iu} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_{1u} & -C_{1Iu} & \dots & C_u \end{pmatrix}$ получаем

из (10) матрицу следующего вида:

$$C_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(C_{11} + 2C_{12} + C_{22}) & \frac{1}{2}(C_{22} - C_{11}) \\ \frac{1}{2}(C_{22} - C_{11}) & C_{11} - 2C_{21} + C_{22} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Чтобы узнать элементы главной диагонали матрицы C_D , нужно обратиться к уравнению частичных емкостей Максвелла. Согласно выбранной полярности зарядов на схеме, изображенной на рис. 4. составлена матрица q_D [11, 13]:

$$\begin{cases} q_1 = q_{10} + q_{12} \\ q_2 = q_{20} - q_{12} \end{cases}, \quad (12)$$

где $q_1 \dots q_n$ – заряд узла (провода), $q_{10} \dots q_{1n}$, $q_{z0} \dots q_{zn}$ – заряд, исходящий из соответствующего узла.

Согласно формуле (8)

$$\begin{cases} q_1 = C_{10}\Phi_1 + C_{12}(\Phi_1 - \Phi_2) \\ q_2 = C_{20}\Phi_1 - C_{12}(\Phi_1 - \Phi_2) \end{cases}, \quad (13)$$

где $\Phi_1 \dots \Phi_n$ – потенциал соответствующего узла.

После раскрытия скобок:

$$\begin{cases} q_1 = \Phi_1(C_{10} + C_{12}) + \Phi_2 C_{12} \\ q_2 = \Phi_1 C_{12} + \Phi_2(C_{20} + C_{12}) \end{cases}. \quad (14)$$

Элементы главной диагонали:

$$\begin{cases} C_{11} = C_{10} + C_{12} \\ C_{22} = C_{20} + C_{12} \end{cases}, \quad (15)$$

причем $C_{ik} = C_{ki}$.

Элементы матрицы C_L будут равны

$$\begin{cases} C_I = \frac{1}{4}(C_{11} + 2C_{12} + C_{22}); \\ C_{III} = \frac{1}{2}(C_{22} - C_{11}); \\ C_{II} = C_{11} - 2C_{21} + C_{22}, \end{cases} \quad (16)$$

где C_I и C_{II} – рабочие емкости, C_{III} – взаимная емкость.

Подставим значения из (15) в (16):

$$\begin{cases} C_I = -\frac{1}{4}(C_{10} + C_{20}) - C_{12}; \\ C_{III} = \frac{1}{2}(C_{20} - C_{10}); \\ C_{II} = -C_{10} - C_{20}. \end{cases} \quad (17)$$

Введена емкостная асимметрия e_1 относительно земли, согласно [11]

$$e_1 = C_{10} - C_{20}. \quad (18)$$

Ввиду этого элементы матрицы C_L :

$$\begin{cases} C_I = -\frac{1}{4}(C_{10} + C_{20}) - C_{12}; \\ C_{III} = -\frac{1}{2}e_1; \\ C_{II} = -C_{10} - C_{20}. \end{cases} \quad (19)$$

Емкостную связь e_1 можно измерить непосредственно с помощью измерителя емкостных связей [15].

Взаимное влияние между проводами двух витых пар

Составлена схема влияния отдельных проводов в витой паре «а» на другие провода в витой паре «б» без учета влияния проводов друг на друга в каждой отдельной витой паре, т. е. согласно рис. 5 между проводами 1/2 и 3/4.

Образованы следующие цепи: 1/3, 2/4, 13/24, 1234/0. Из них соответственно:

1/3 и 2/4 – симметричные;

13/24 – фантомная цепь четверки;

1234/0 – несимметричная.

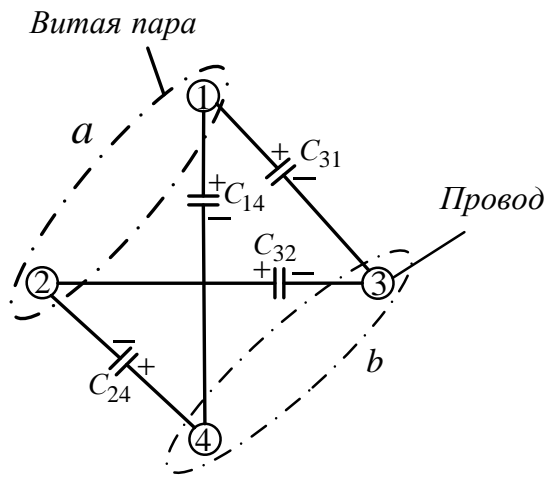


Рис. 5. Схема частичных емкостей, описывающих взаимное влияние отдельных проводов в витых парах

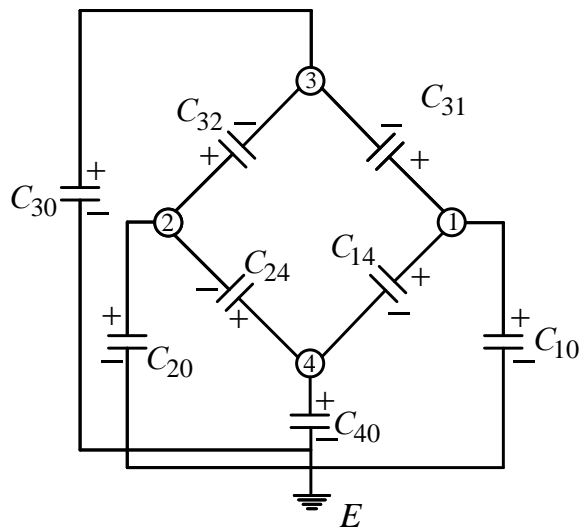


Рис. 6. Схема частичных емкостей с четырьмя узлами и землей

Согласно алгоритму, описанному выше, получены матрицы преобразований напряжений и зарядов:

$$M_{uv} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{Bmatrix}, \quad (20)$$

$$M_{qv} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (21)$$

Составлена матрица C_L , но принято во внимание, что в матрице C_D частичные емкости, отсутствующие на чертеже, заменены на «0». В итоге получена следующая матрица:

$$C_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} +C_{11} & 0 & -C_{13} & -C_{14} \\ 0 & +C_{22} & -C_{23} & -C_{24} \\ -C_{31} & -C_{32} & +C_{33} & 0 \\ -C_{41} & -C_{42} & 0 & +C_{44} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Согласно выбранной полярности зарядов на схеме, изображенной на рис. 6, составлена матрица q_D [11, 12, 16]:

$$\begin{cases} q_1 = q_{10} + q_{31} + q_{14} \\ q_2 = q_{20} + q_{32} - q_{24} \\ q_3 = q_{30} - q_{32} - q_{31} \\ q_4 = q_{40} - q_{14} + q_{24} \end{cases}. \quad (23)$$

Согласно формуле (8)

$$\begin{cases} q_1 = C_{10}\varphi_1 + C_{31}(\varphi_1 - \varphi_3) + C_{14}(\varphi_1 - \varphi_4) \\ q_2 = C_{20}\varphi_2 + C_{32}(\varphi_2 - \varphi_3) - C_{24}(\varphi_4 - \varphi_2) \\ q_3 = C_{30}\varphi_3 - C_{32}(\varphi_2 - \varphi_3) + C_{31}(\varphi_1 - \varphi_3) \\ q_4 = C_{40}\varphi_4 - C_{14}(\varphi_1 - \varphi_4) + C_{24}(\varphi_4 - \varphi_2) \end{cases}. \quad (24)$$

После раскрытия скобок:

$$\begin{cases} q_1 = \varphi_1(C_{10} + C_{31} + C_{14}) - \varphi_3 C_{31} - \varphi_4 C_{14} \\ q_2 = \varphi_2(C_{20} + C_{32} + C_{24}) - \varphi_3 C_{32} - \varphi_4 C_{24} \\ q_3 = -\varphi_1 C_{31} - \varphi_2 C_{32} + \varphi_3(C_{30} + C_{31} + C_{32}) \\ q_4 = -\varphi_1 C_{14} - \varphi_2 C_{24} + \varphi_4(C_{40} + C_{14} + C_{24}) \end{cases}. \quad (25)$$

Элементы главной диагонали:

$$\begin{cases} C_{11} = C_{10} + C_{31} + C_{14} \\ C_{22} = C_{20} + C_{32} + C_{24} \\ C_{33} = C_{30} + C_{32} + C_{31} \\ C_{44} = C_{40} + C_{14} + C_{24} \end{cases}. \quad (26)$$

После перемножения матриц в выражении (22) получены следующие значения элементов матрицы C_L . Для наглядности, так как матрица получается громоздкой, она записана в следующем виде:

1-й столбец:

$$\begin{cases} C_I = \frac{1}{4}(C_{11} + C_{33}) + \frac{1}{2}C_{13}; \\ C_{III} = \frac{1}{4}(-C_{23} - C_{41}); \\ C_{Iv} = \frac{1}{4}(-C_{11} + C_{23} - C_{14} + C_{33}); \\ C_{Iu} = \frac{1}{2}(-C_{11} - C_{23} + C_{14} + C_{33}), \end{cases} \quad (27)$$

где C_I – рабочая емкость;
 C_{III}, C_{Iv}, C_{Iu} – взаимные емкости;

2-й столбец:

$$\begin{cases} C_{III}; \\ C_{II} = \frac{1}{4}(C_{22} + C_{44}) + \frac{1}{2}C_{24}; \\ C_{Iv} = \frac{1}{4}(-C_{14} + C_{22} + C_{32} - C_{44}); \\ C_{Iu} = \frac{1}{2}(-C_{22} - C_{14} + C_{32} + C_{44}), \end{cases} \quad (28)$$

где C_{II} – рабочая емкость;
 C_{III}, C_{Iv}, C_{Iu} – взаимные емкости.

3-й столбец:

$$\begin{cases} C_{Iv}; \\ C_{Iv}; \\ C_v = \frac{1}{4}(C_{11} + C_{22} + C_{33} + C_{44}) + \frac{1}{2}(C_{14} + C_{32} - C_{24}); \\ C_{vu} = \frac{1}{2}(-C_{33} + C_{22} - C_{11} + C_{44}) - C_{24} + C_{13}, \end{cases} \quad (29)$$

где C_v – рабочая емкость;
 C_v, C_{vu} – взаимные емкости;

4-й столбец:

$$\begin{cases} C_{Iu}; \\ C_{Iu}; \\ C_{vu}; \\ C_u = C_{11} + C_{22} + C_{33} + C_{44} - 2(C_{31} + C_{14} + C_{23} + C_{24}), \end{cases} \quad (30)$$

где C_u – рабочая емкость.

Для сокращения записи введены разницы частичных емкостей, названные

емкостными связями [11].

Прямая емкостная связь между основными цепями K_1 :

$$K_1 = -C_{23} - C_{41}. \quad (31)$$

Прямая емкостная связь между основными и фантомными цепями K_2 и K_3 :

$$K_2 = C_{14} - C_{23} = -K_3. \quad (32)$$

Емкостная асимметрия относительно земли:

$$\begin{aligned} e_1 &= C_{10} - C_{30} \text{ (цепь1/3)}; \\ e_2 &= C_{20} - C_{40} \text{ (цепь2/4)}; \\ e_3 &= C_{10} + C_{30} - C_{20} - C_{40} \text{ (цепь13/24)}, \end{aligned} \quad (33)$$

где e_1, e_2, e_3 – емкостная связь относительно земли между соответствующими цепями.

Произведена замена:

$$4w = C_{10} + C_{20} + C_{30} + C_{40}. \quad (34)$$

Согласно уравнениям (31–34) элементы матрицы примут следующий вид:

$$\begin{cases} C_I = \frac{1}{4} C_{14} + C_{13} + \frac{1}{4} (C_{10} + C_{30}); \\ C_{II} = \frac{1}{4} C_{23} + C_{24} + \frac{1}{4} (C_{20} + C_{40}); \\ C_v = w + \frac{1}{2} C_{13} - K_1; \\ C_u = 4w; \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} C_{III} = \frac{1}{4} K_1; \\ C_{Iv} = \frac{1}{2} K_3 - \frac{1}{4} e_1; \\ C_{Iv} = \frac{1}{2} K_3 + \frac{1}{4} e_2; \\ C_{Iu} = -\frac{1}{2} e_1; \\ C_{Iu} = -\frac{1}{2} e_2; \\ C_{vu} = \frac{1}{2} e_3. \end{cases} \quad (36)$$

Взаимное влияние между четырьмя витыми парами

Составлена схема взаимного влияния между четырьмя витыми парами, LAN-кабель 7-й категории (см. рис. 1) без учета внешнего общего экрана. Полученная схема изображена на рис. 7.

Образованы следующие цепи: 1/2, 3/4, 12/34, 1234/0. Из них соответственно:

- 1/2 и 3/4 – симметричные;
- 12/34 – фантомная цепь четверки;
- 1234/0 – несимметричная.

Согласно алгоритму, описанному выше, получены матрицы преобразований напряжений и зарядов:

$$M_{uv} = \begin{Bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{Bmatrix}, \quad (37)$$

$$M_{qv} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (38)$$

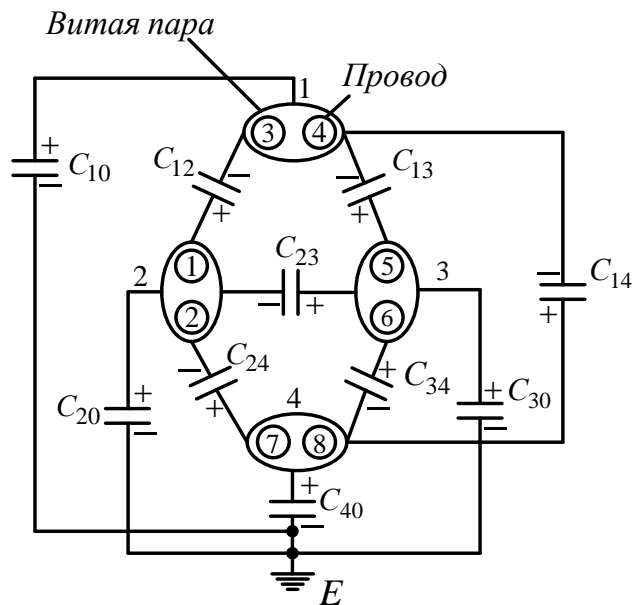


Рис. 7. Схема частичных емкостей с четырьмя узлами и землей

Составлена матрица C_L :

$$C_L = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} +C_{11} & -C_{12} & -C_{13} & -C_{14} \\ -C_{21} & +C_{22} & -C_{23} & -C_{24} \\ -C_{31} & -C_{32} & +C_{33} & -C_{34} \\ -C_{41} & -C_{42} & -C_{43} & +C_{44} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}. \quad (39)$$

Согласно выбранной полярности зарядов на схеме, изображенной на рис. 7, составлена матрица q_D :

$$\begin{cases} q_1 = q_{10} - q_{12} + q_{13} - q_{14}; \\ q_2 = q_{20} + q_{12} - q_{23} - q_{24}; \\ q_3 = q_{30} + q_{13} + q_{23} + q_{34}; \\ q_4 = q_{40} + q_{14} - q_{34} + q_{24}. \end{cases} \quad (40)$$

Согласно формуле (8):

$$\begin{cases} q_1 = C_{10}\varphi_1 - C_{12}(\varphi_2 - \varphi_1) - C_{13}(\varphi_3 - \varphi_1) - C_{14}(\varphi_4 - \varphi_1); \\ q_2 = C_{20}\varphi_2 + C_{12}(\varphi_2 - \varphi_1) - C_{23}(\varphi_3 - \varphi_2) - C_{24}(\varphi_4 - \varphi_2); \\ q_3 = C_{30}\varphi_3 + C_{13}(\varphi_3 - \varphi_1) + C_{23}(\varphi_3 - \varphi_2) + C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4); \\ q_4 = C_{40}\varphi_4 + C_{14}(\varphi_4 - \varphi_1) - C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) + C_{24}(\varphi_4 - \varphi_2). \end{cases} \quad (41)$$

После раскрытия скобок:

$$\begin{cases} q_1 = \varphi_1(C_{10} + C_{12} + C_{13} + C_{14}) - \varphi_2 C_{12} - \varphi_3 C_{13} - \varphi_4 C_{14}; \\ q_2 = -\varphi_1 C_{12} + \varphi_2(C_{20} + C_{12} + C_{23} + C_{24}) - \varphi_3 C_{23} - \varphi_4 C_{24}; \\ q_3 = -\varphi_1 C_{13} - \varphi_2 C_{23} + \varphi_3(C_{30} + C_{13} + C_{23} + C_{34}) - \varphi_4 C_{34}; \\ q_4 = -\varphi_1 C_{14} - \varphi_2 C_{24} - \varphi_3 C_{34} + \varphi_4(C_{40} + C_{14} + C_{34} + C_{24}). \end{cases} \quad (42)$$

Элементы главной диагонали:

$$\begin{cases} C_{11} = C_{10} + C_{12} + C_{13} + C_{14}; \\ C_{22} = C_{20} + C_{12} + C_{23} + C_{24}; \\ C_{33} = C_{30} + C_{13} + C_{23} + C_{34}; \\ C_{44} = C_{40} + C_{14} + C_{34} + C_{24}. \end{cases} \quad (43)$$

После перемножения матриц в выражении (39) получены следующие значения элементов матрицы C_L . Для наглядности, так как матрица получается громоздкая, она записана в следующем виде:

1 столбец:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_I = \frac{1}{4}(C_{11} + C_{22}) + \frac{1}{2}C_{12}; \\ C_{III} = \frac{1}{4}(C_{31} - C_{32} - C_{41} + C_{42}); \\ C_{IV} = \frac{1}{4}(C_{22} - C_{11} - C_{31} + C_{32} - C_{41} + C_{42}); \\ C_{Iu} = \frac{1}{2}(C_{22} - C_{11} + C_{31} - C_{32} + C_{41} - C_{42}). \end{array} \right. \quad (44)$$

2-й столбец:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{III}; \\ C_{II} = \frac{1}{4}(C_{33} + C_{44}) + \frac{1}{2}C_{34}; \\ C_{IV} = \frac{1}{4}(C_{13} - C_{14} + C_{23} - C_{24} + C_{33} - C_{44}); \\ C_{Iu} = \frac{1}{2}(C_{13} - C_{14} + C_{23} - C_{24} - C_{33} + C_{44}). \end{array} \right. \quad (45)$$

3-й столбец:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{IV}; \\ C_{IV}; \\ C_v = \frac{1}{4}(C_{11} + C_{22} + C_{33} + C_{44}) + \frac{1}{2}(C_{13} - C_{12} + C_{14} + C_{23} + C_{24} - C_{34}); \\ C_{vu} = \frac{1}{2}(C_{33} - C_{22} - C_{11} + C_{44}) - C_{34} + C_{12}. \end{array} \right. \quad (46)$$

4-й столбец:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{Iu}; \\ C_{Iu}; \\ C_{vu}; \\ C_u = C_{11} + C_{22} + C_{33} + C_{44} - 2(C_{12} + C_{14} + C_{23} + C_{24} + C_{34}). \end{array} \right. \quad (47)$$

Для сокращения записи введены разницы частичных емкостей:

– прямая емкостная связь между основными цепями:

$$K_1 = C_{13} - C_{23} + C_{14} + C_{24}, \quad (48)$$

– прямая емкостная связь между основными и фантомными цепями:

$$\begin{array}{l} K_2 = C_{13} - C_{23} + C_{14} - C_{24} \\ K_3 = C_{13} + C_{23} - C_{14} - C_{24}, \end{array} \quad (49)$$

– емкостная асимметрия относительно земли:

$$\begin{aligned}
e_1 &= C_{10} - C_{20} \text{ (цена } 1/2); \\
e_2 &= C_{30} - C_{40} \text{ (цена } 3/4); \\
e_3 &= C_{10} + C_{20} - C_{30} - C_{40} \text{ (цена } 12/34).
\end{aligned}
\tag{50}$$

Произведена замена [11]:

$$\begin{aligned}
4w &= C_{10} + C_{20} + C_{30} + C_{40}; \\
4w &= C_{13} + C_{23} + C_{14} + C_{24}.
\end{aligned}
\tag{51}$$

Согласно уравнениям (48–51) элементы матрицы примут следующий вид:

$$\begin{cases}
C_{\text{I}} = C_{12} + x + \frac{1}{4}(C_{10} + C_{20}); \\
C_{\text{II}} = C_{31} + x + \frac{1}{4}(C_{30} + C_{40}); \\
C_v = 4x + w; \\
C_u = 4w;
\end{cases}
\tag{52}$$

$$\begin{cases}
C_{\text{III}} = \frac{1}{4}K_1; \\
C_{\text{Iv}} = -\frac{1}{2}K_2 - \frac{1}{4}e_1; \\
C_{\text{Iv}} = \frac{1}{2}K_3 + \frac{1}{4}e_2; \\
C_{\text{Iu}} = -\frac{1}{2}e_1; \\
C_{\text{Iu}} = -\frac{1}{2}e_2; \\
C_{vu} = \frac{1}{2}e_3.
\end{cases}
\tag{53}$$

Полное математическое описание витой пары LAN-кабеля, включая найденные коэффициенты, описывающие взаимные влияния с учетом сделанных допущений, дополняется следующими параметрами [17, 18]:

Рабочая емкость витой пары C :

$$C = \frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon (l + p + q)}{\ln m(\varepsilon_2 \varepsilon l + \varepsilon_1 \varepsilon p + \varepsilon_1 \varepsilon_2 q)},
\tag{54}$$

$$l = D_{u2}(D_{u1} - d)(D_{u2} + d),
\tag{55}$$

$$p = D_{u1}(D_{u1} - d)(D_{u1} + d),
\tag{56}$$

$$q = (D_{u1} + D_{u2})(D_{u1} + d)(D_{u2} + d),
\tag{57}$$

$$m = \sqrt{\frac{(D_{u1} + D_{u2})^2}{4d^2} - 1} + \frac{D_{u1} + D_{u2}}{2d},
\tag{58}$$

где ε_0 – диэлектрическая постоянная;
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon$ – диэлектрические проницаемости конденсаторов;
 D_{u1}, D_{u2} – диаметры изоляций соответствующих жил;
 d – диаметр проводящей жилы.

Эквивалентная диэлектрическая проницаемость среды ε_r :

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon (l + p + q)}{\varepsilon_2 \varepsilon l + \varepsilon_1 \varepsilon p + \varepsilon_1 \varepsilon_2 q}, \quad (59)$$

волновое сопротивление Z :

$$Z = \frac{2a_1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \left(\frac{D_{u1} + D_{u2}}{d} \cdot \frac{4D_e^2 - (D_{u1} + D_{u2})^2}{4D_e^2 + (D_{u1} - D_{u2})^2} \right), \quad (60)$$

где a_1 – межосевое расстояние между проводниками; D_e – диаметр экрана.

Закключение

Проведены расчеты, в результате которых получено математическое описание взаимного влияния между двумя витыми парами LAN-кабеля. Получены соотношения рабочих C_1, C_{11} и взаимных C_{111} емкостей, а также емкостной связи e_1 .

Проведены расчеты, в результате которых получено математическое описание взаимного влияния между проводами отдельных витых пар. Получены соотношения рабочих C_1, C_{11}, C_v, C_u и взаимных $C_{111}, C_{1v}, C_{1b}, C_{1u}, C_{1u}, C_{vu}$ емкостей, а также емкостных связей $K_1, K_2, K_3, e_1, e_2, e_3$.

Проведены расчеты, в результате которых получено математическое описание взаимного влияния между четырьмя витыми парами. Получены соотношения рабочих C_1, C_{11}, C_v, C_u и взаимных $C_{111}, C_{1v}, C_{1b}, C_{1u}, C_{1u}, C_{vu}$ емкостей, а также емкостных связей $K_1, K_2, K_3, e_1, e_2, e_3$.

Полученные соотношения в совокупности с параметрами LAN-кабеля, найденными и приведенными ранее в [17], послужат в дальнейшем для описания витой пары как объекта управления при синтезе систем автоматического управления технологическим процессом LAN-кабеля высокой регулярности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Семенов А.Б., Стрижаков С.К., Сунчелей И.Р. Структурированные кабельные системы: 5-е изд. – М.: Компания АйТи, ДМК Пресс, 2014. – 640 с.
2. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны: 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1998. – 440 с.
3. Шварцман В.О. Защищенность цепей связи от влияния электромагнитных полей. – М.: Связь, 1971. – 64 с.
4. Миролюбов Н.Н. Методы расчета электротехнических полей. – М.: Высш. шк., 1963. – 415 с.
5. Гроднев И.И., Верник С.М. Линии связи: Учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1988. – 544 с.
6. Ксенофонтов С.Н., Портнов Э.Л. Направляющие системы электросвязи. Сборник задач: 2-е изд. – М.: Горячая линия-Телеком, 2014. – 268 с.
7. Гроднев И.И., Шварцман В.О. Теория направляющих систем связи. – М.: Связь, 1978. – 296 с.
8. Самарский П.А. Основы структурированных кабельных систем. – М.: ДМК Пресс, 2016. – 216 с.

9. Андреев В.А., Портнов Э.Л., Бурдин В.А., Бурдин А.В., Воронков А.А. Направляющие системы электросвязи: теория передачи и влияния, проектирование, строительство и техническая эксплуатация: 8-е изд. – М.: Горячая линия-Телеком, 2018. – 396 с.
10. Чостковский Б.К. Структурно-параметрический синтез систем оптимального управления совмещенными технологическими процессами производства кабелей связи по эксплуатационным критериям качества: Дис. ... д-ра. техн. наук. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2007. – 265 с.
11. Клейн В. Теория взаимного влияния в линиях связи. – М.-Л.: ГЭИ, 1957. – 326 с.
12. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. 5-е изд. – М.: Физматлит, 2010. – 560 с.
13. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учебник для бакалавров: 12-е изд., исправ. и доп. – М.: Юрайт, 2014. – 701 с.
14. Ионов А.Д., Попов Б.В. Линии связи: Учеб. пособ. для вузов. – М.: Радио и связь, 1990. – 168 с.
15. Любимов К.А. Емкостные связи в четверках кабелей связи и методика их измерения. – М.: ЦИНИТЭЛЕКТРОПРОН, 1963. – 35 с.
16. Бессолицын А.В., Попов М.Г., Хорошина Е.Н. Использование численного расчета трехмерного электростатического поля для определения собственных и взаимных емкостей проводов воздушных линий // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Наука и образование. – 2010. – № 2. – С. 55–59.
17. Чостковский Б.К., Смородинов Д.А. Математическая модель витой пары радиочастотного кабеля объекта управления // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физико-математические науки. – 2008. – Вып. 1(16). – С. 113–118.
18. Гумеля А.Н., Шварцман В.О. Электрические характеристики кабельных воздушных линий связи. – М.: Радио и связь, 1966. – 207 с.

Статья поступила в редакцию 15 декабря 2018 г.

MATHEMATICAL DESCRIPTION OF MUTUAL INFLUENCE IN A SYMMETRIC CIRCUIT (LAN CABLE) ON THE BASIS OF THE EQUATION OF PARTIAL CAPACITIES MAXWELL

V.Yu. Denisov¹, V.N. Mitroshin², B.K. Chostkovskiy²

¹Samara Space Centre
18, Zemetsa str., Samara, 443009, Russian Federation

²Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. *A brief description of the nature of the influence in symmetrical cables is given. LAN-cable is considered as an object of study. The ideal symmetric circuit is considered. The developed algorithm for obtaining relations describing the mutual influence between the chains for various structural schemes is presented. The mutual effects of two twisted pairs, between the wires of two separate twisted pairs, between four separate twisted pairs are considered. Structural schemes have been built to determine: partial capacities, mutual capacities and capacitive connections. The mathematical description of the mutual influence using partial capacities Maxwell has been received. The results obtained in conjunction with the existing dependences of the cable capacity, the dielectric permittivity of the medium and the wave resistance, which are determined by means of conformal transformations, are the basis for the synthesis of automatic control systems for the technological process of LAN-cable manufacturing.*

Keywords: *symmetric circuit, partial capacities Maxwell, mutual influences between circuits, capacitive coupling, mutual capacities, LAN-cable.*

*Vladimir Yu. Denisov, Engineer.
Vladimir N. Mitroshin (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Boris K. Chostkovskiy (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

REFERENCES

1. *Semenov A.B., Strizhakov S.K., Suncheley I.R.* Structured Cabling Systems. Moscow. IT Co., DMK Press, 2014. 640 p. (In Russian).
2. *Vaynshteyn L.A.* Electromagnetic waves: 2nd ed., revised and enlarged. Moscow. Radio I Svyaz', 1998. 440 p. (In Russian).
3. *Shvartsman V.O.* Protection of communication circuits from the influence of electromagnetic fields. Moscow. Svyaz', 1971. 64 p. (In Russian).
4. *Mirolubov N.N.* Methods for calculating electrical fields. Moscow. Vysshaya shkola, 1963. 415 p. (In Russian).
5. *Grodnev I.I., Vernik S.M.* Communication lines: Textbook for universities. Moscow. Radio I Svyaz', 1988. 544 p. (In Russian).
6. *Ksenofontov S.N., Portnov E.L.* Guiding systems of telecommunication. Collection of tasks: 2nd ed. Moscow. Goryachaya liniya-Telekom, 2014. 268 p. (In Russian).
7. *Grodnev I.I., Shvartsman O.V.* Theory of guiding communication systems. Moscow. Svyaz', 1978. 296 p. (In Russian).
8. *Samarskiy P.A.* Basics of structured cabling systems. Moscow. IT Co., DMK Press, 2016. 232 p. (In Russian).
9. *Andreev V.A., Portnov E.L., Burdin V.A., Burdin A.V., Voronkov A.A.* Telecommunication systems: transmission and influence theory, design, construction and maintenance: 8th ed. Moscow. Goryachaya liniya-Telekom, 2018. 396 p. (In Russian).
10. *Chostkovskiy B.K.* Strukturno-parametricheskii sintez sistem optimal'nogo upravleniya sovmeshchennymi tekhnologicheskimi protsessami proizvodstva kabeley svyazi po ekspluatatsionnym kriteriyam kachestva. Diss. ... dokt. tekhn. nauk. Samara, Samar. Gos. Tekhn. Un-t, 2007. 265 p. (In Russian).
11. *Kleyn V.* Theory of mutual influence in communication lines. Moscow. Leningrad. GEI, 1957. 326 p. (In Russian).
12. *Gantmakher F.R.* Theory of matrices. 5th ed. Moscow. Fizmatlit, 2010. 560 p. (In Russian).
13. *Bessonov L.A.* Theoretical foundations of electrical engineering. Electrical circuits: Textbook for bachelors: 12th ed. corrected and enlarged. Moscow. Yurayt, 2014. 701 p. (In Russian).
14. *Ionov A.D., Popov B.V.* Communication lines. Training manual for universities. Moscow. Radio I Svyaz', 1990. 168 p. (In Russian).
15. *Lyubimov K.A.* Capacitive coupling in four cables and the method of their measurement. Moscow. TSINITELEKTROPON, 1963. 35 p. (In Russian).
16. *Bessolitsyn A.V., Popov M.G., Horoshinina E.N.* The use the numerical calculation of the three-dimensional electrostatic field to determine own and mutual capacities of overhead wires // Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Nauka i obrazovanie. 2010. no. 2. Pp. 55–59. (In Russian).
17. *Chostkovskiy B.K., Smorodinov D.A.* Mathematical model of twisted pairs radio-frequency cable of control object // Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Un-ta. Ser. Fiziko-matematicheskie nauki. 2008. no. 1(16). Pp. 113-118. (In Russian).
18. *Gumeyla A.N., Shvartsman V.O.* Electrical specifications cable overhead lines. Moscow. Radio I Svyaz', 1966. 207 p. (In Russian).