

УДК 681.51

**АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ИДЕНТИФИКАТОРА
ВТОРОГО ПОРЯДКА В ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМАХ
ОПТИМАЛЬНОГО ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЯ
НЕПОЛНОСТЬЮ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ***

И.С. Левин

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: levin_ilja@yahoo.com

Аннотация. Работа посвящена одной из наиболее сложных и актуальных проблем в современной теории управления – задаче поиска оптимальных алгоритмов управления, действующих в условиях неполной информации о параметрах объекта. Рассматривается задача синтеза оптимальной по быстродействию системы управления процессом индукционного нагрева металлических полуфабрикатов цилиндрической формы перед обработкой давлением в характерных условиях интервальной неопределенности значений начальной температуры и уровня тепловых потерь. Решение указанной задачи приводит к замкнутому оптимальному алгоритму управления, дополненному, в начале, идентификатором первого порядка в форме линейной зависимости неопределенных величин объекта и параметров обратных связей от результатов всегда неполного наблюдения за температурами в выбранных точках заготовки. Выполняется анализ необходимости повышения порядка идентификатора до второго, в ходе которого выявляется нелинейный характер зависимостей параметров обратной связи от уровня тепловых потерь. Представлена структура замкнутой оптимальной по быстродействию системы управления процессом индукционного нагрева с идентификатором второго порядка в контуре обратной связи. По результатам моделирования замкнутых систем управления с идентификаторами первого и второго порядков производится сравнительный анализ качества оптимального уравнения.

Ключевые слова: система с распределенными параметрами, индукционный нагрев, управление в условиях интервальной неопределенности, идентификатор неопределенных величин.

Актуальной проблемой в современной теории управления является синтез оптимальных алгоритмов управления, действующих в условиях неполноты информации о значениях параметров объекта и неконтролируемых внешних возмущений.

В типичных случаях информация об неопределенных величинах задается только границами диапазона изменения их возможных значений.

Исследованию указанной проблемы посвящено множество работ, среди которых можно отметить труды Корнееко В.П., Токарева В.В., Афанасьева В.Н., Поляка Б.Т., Щербакова П.С., Рапопорта Э.Я. [1-5] и многих других.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-08-00048 и 18-08-00565).

Левин Илья Сергеевич (к.т.н.), старший преподаватель кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

Многократно возрастают трудности синтеза оптимальных управлений в условиях интервальной неопределенности параметров объекта применительно к объектам с распределенными параметрами. В работе [6] предлагается метод решения указанной проблемы в форме задачи синтеза замкнутых алгоритмов оптимального быстрогодействия для линейной модели объекта управления с распределенными параметрами параболического типа. К преимуществам полученного алгоритма можно отнести его безинерционность и возможность технической реализации.

В данной работе предлагается исследовать влияние повышения порядка идентификатора, предложенного в [6], на качество оптимального процесса в замкнутой системе управления объектом с распределенными параметрами применительно к передовой технологии индукционного нагрева металлических полуфабрикатов перед обработкой давлением.

Базовая модель температурного поля $Q(x, t)$ в процессе индукционного нагрева описывается в зависимости от времени t и радиальной координаты x в первом приближении линейным, неоднородным и пространственно-одномерным уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах следующего вида [7]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \frac{1}{c\gamma} F_{b1} \left(\frac{x}{R}, v \right) u(t); \quad x \in [0, R], \quad t \in [0, T]; \quad (1)$$

с граничными условиями третьего рода [8] и равномерным распределением начальной температуры Q_0 по радиусу заготовки

$$Q(x, 0) = Q_0 = const; \quad \lambda \frac{\partial Q(R, t)}{\partial x} + \alpha Q(R, t) = \alpha Q_C(t); \quad \frac{\partial Q(0, t)}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

В качестве сосредоточенного управляющего воздействия рассматривается удельная мощность внутреннего тепловыделения $u(t)$, на которое накладывается следующее ограничение:

$$0 \leq u(t) \leq u_{\max} \quad \forall t \in [0, T], \quad u_{\max} = \frac{P_{0\max}}{R}. \quad (3)$$

Здесь R – радиус цилиндра;

c, γ – удельная теплоемкость и плотность нагреваемого материала;

α, λ – коэффициенты конвективной теплоотдачи и теплопроводности;

$Q_C(t)$ – температура окружающей среды;

$P_{0\max}$ – максимальная поверхностная плотность мощности нагрева;

$F_{b1} \left(\frac{x}{R}, v \right)$ – функция пространственного распределения по радиусу ци-

линдра внутренних электромагнитных источников тепла, определяемая путем решения уравнений электромагнитного поля индуктора по выражению [9]:

$$F_{b1}(l, v) = v \frac{\text{ber}'^2(vl) + \text{bei}'^2(vl)}{\text{ber } v \text{ ber}' v + \text{bei } v \text{ bei}' v}; \quad l = \frac{x}{R}; \quad v = R \sqrt{2\pi\mu_a f \sigma} \quad (4)$$

где f – частота питающего индуктор тока;

σ – электропроводность нагреваемого материала;

μ_a – абсолютная магнитная проницаемость нагреваемого материала;

$\text{ber } z, \text{ bei } z, \text{ be } i' z, \text{ be } i' z$ – функции Кельвина и их первые производные.

Процесс рассматривается в наиболее характерных условиях интервальной неопределенности начальной температуры Q_0 и уровня тепловых потерь, оцениваемых по величине критерия Био $Bi = \alpha R / \lambda$:

$$y = (y_1, y_2) = (Q_0, Bi) \in Y = \left\{ y : Q_0 \in [Q_{0_{min}}, Q_{0_{max}}]; Bi \in [Bi_{0_{min}}, Bi_{0_{max}}] \right\} \quad (5)$$

Для объекта (1), (2) рассматривается задача оптимального по быстродействию управления, когда $T \rightarrow \min_{u \in U}$, в условиях (3), (5) при заданных типичных требованиях достижения в конечный момент времени $t = T$ минимальной погрешности равномерного приближения $Q(x, y, T)$ к заданной температуре Q^* для всех возможных величин неопределенных факторов $y \in Y$

$$\max_{y \in Y} \left[\max_{x \in [0, R]} [Q(x, y, T) - Q^*] \right] \leq \varepsilon_0, \quad \varepsilon_0 > 0 \quad (6)$$

с предельно достижимой величиной точности нагрева $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ в классе оптимальных двухинтервальных управляющих воздействий релейной формы для любого реализуемого значения вектора неопределенных параметров $y = \tilde{y}$ в (5) [10, 11, 12]:

$$u^*(t) = \begin{cases} u_{\max}, & t \in (0, \Delta_1); \\ 0, & t \in (\Delta_1, \Delta_1 + \Delta_2). \end{cases} \quad (7)$$

Длительности первого (Δ_1) и второго (Δ_2) интервалов в (7) постоянства оптимального программного управления могут быть найдены известным альтернативным методом [9].

Решение задачи синтеза оптимальной по быстродействию системы управления процессом индукционного нагрева в условиях интервальной неопределенности параметрических характеристик объекта (1), (2) в соответствии с методикой в [6] приводит к следующему алгоритму оптимального управления $u^*(Q_1, Q_2, y)$ с идентификацией параметрических характеристик объекта по неполному измерению состояния:

$$u^*(Q_1, Q_2, y) = \frac{u_{\max}}{2} [1 + \text{sign } h_1(Q_1, Q_2, y)]. \quad (8)$$

Технически реализуемая функция переключения $h_1(Q_1, Q_2, y)$ оптимального управления (8), представляется в форме линейной комбинации сигналов обратных связей по измеряемым температурам $Q_j(t)$ на поверхности $Q_1(t) = Q(R, t)$ и в центре $Q_2(t) = Q(0, t)$ нагреваемого изделия [9]:

$$h_1(Q_1, Q_2, y) = \sum_{i=1}^2 \rho_i(y) (Q_i^T(y) - Q_i(t)), \quad (9)$$

где $\rho_i(y)$ и $Q_i^T(y)$, $i = 1, 2$ – идентифицируемые значения коэффициентов обратных связей и заданных конечных температурных состояний, определяемые согласно следующим зависимостям:

$$\rho_i(y) = \rho_i(y_H) + \sum_{j=1}^2 \gamma_{ij} (Q_j(t^0) - Q_{jH}); \quad i = 1, 2; \quad (10)$$

$$Q_i^T(y) = Q_i^T(y_H) + \sum_{j=1}^2 \gamma_{ij}^* (Q_j(t^0) - Q_{jH}); \quad i = 1, 2; \quad (11)$$

Здесь $Q_i^T(y_H) = Q^* - \varepsilon_{\min}^{(2)}$, $i = 1, 2$ – результирующие значения температур на поверхности и в центре нагреваемого изделия в конце оптимального процесса, рассчитанные в точке $y_H = (Q_{0H}, Bi_H)$; $\rho_i(y_H)$ – нетривиальные решения однородной системы линейных уравнений

$$\sum_{j=1}^2 \rho_j(y_H) (Q_j^T(y_H) - Q_j(\tilde{t}_1)) = 0, \quad (12)$$

рассчитанные при $y_H = (Q_{0H}, Bi_H)$, \tilde{t}_1 – расчетный момент времени переключения оптимальной программы $u^*(t)$.

Коэффициенты обратных связей (10) и заданные конечные температурные состояния (11) зависят от наблюдаемых в точках $x_1 = R$ и $x_2 = 0$ при реализуемых значениях неопределенных параметров \tilde{y} значений температур $Q_j(t^0)$, $j = 1, 2$ в заранее фиксируемые на протяжении первого (Δ_1) интервала постоянства управления моменты времени t^0 при $u(t) = u_{\max}$. Выражение для расчета $Q_{jH} = Q_j(t^0)$, $j = 1, 2$ может быть определено по известным решениям краевой задачи (1), (2) [9,10]:

$$Q_j(t^0) = Q_0 + \frac{u_{\max} R^2}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \bar{F}_{b1n}(\eta_n, \nu) \eta_n^2 J_0 \left(\eta_n \frac{x_j}{R} \right)}{(\eta_n^2 + Bi_H^2) J_0^2(\eta_n)} (1 - e^{-\mu_n^2 t^0}). \quad (13)$$

Здесь $\bar{F}_{b1n}(\eta_n, \nu) = \int_0^R F_{b1}(\frac{x}{R}, \nu) J_0(\eta_n \frac{x}{R}) \frac{x}{R} dx$, $n = 1, 2, \dots$ – моды функции (4),

$J_0(\eta_n \frac{x}{R})$ – функция Бесселя нулевого порядка; η_n , $n = 1, 2, \dots$ – бесконечно возрастающая последовательность корней уравнения $Bi J_0(\eta) - \eta J_1(\eta) = 0$.

Параметры идентификатора $\gamma_{ij}, \gamma_{ij}^*$ в (10), (11) рассчитаны по предложенной в [6] методике:

$$\gamma_{ij}^* = \sum_{m=1}^2 \alpha_{mj} \beta_{mi}^*; \gamma_{ij} = \sum_{m=1}^2 \alpha_{mj} \beta_{mi}. \quad (14)$$

Коэффициенты $\alpha_{mj}, m = j = 1, 2$ линейных приближений алгоритма идентификации (идентификатор первого порядка) в реальном масштабе времени

$$\begin{aligned} y_m &= y_{mH} + \sum_{j=1}^2 \alpha_{mj} (Q_j(t^0) - Q_{jH}), \alpha_{mj} = \left(\frac{\partial y_m}{\partial Q_j} \right)_{y=y_H}, \\ \rho_i(y) &= \rho_i(y_H) + \sum_{m=1}^2 \beta_{mi} (y_m - y_{mH}), \beta_{mi} = \left(\frac{\partial \rho_i}{\partial y_m} \right)_{y=y_H}, \\ Q_i^T(y) &= Q_i^T(y_H) + \sum_{m=1}^2 \beta_{mi}^* (y_m - y_{mH}), \beta_{mi}^* = \left(\frac{\partial Q_i^T}{\partial y_m} \right)_{y=y_H}, m = i = 1, 2 \end{aligned} \quad (15)$$

найлены по правилам дифференцирования неявно заданных функций [13] (13) в точке $y_H = (Q_{0H}, Bi_H)$:

$$\alpha_{11} = \frac{\frac{\partial Q_2}{\partial Bi}}{\frac{\partial Q_2}{\partial Bi} - \frac{\partial Q_1}{\partial Bi}}; \alpha_{12} = \frac{\frac{\partial Q_1}{\partial Bi}}{\frac{\partial Q_2}{\partial Bi} - \frac{\partial Q_1}{\partial Bi}}; \alpha_{21} = -\alpha_{22} = -\frac{1}{\frac{\partial Q_2}{\partial Bi} - \frac{\partial Q_1}{\partial Bi}}. \quad (16)$$

Коэффициенты $\beta_{mi}, \beta_{mi}^*, m = i = 1, 2$ в (14) могут быть определены с удовлетворительной точностью приближенно по следующим выражениям:

$$\beta_{1i} \cong \frac{\Delta \rho_i}{\Delta Q_0}; \beta_{2i} \cong \frac{\Delta \rho_i}{\Delta Bi}; \beta_{1i}^* \cong \frac{\Delta Q_i^T}{\Delta Q_0}; \beta_{2i}^* \cong \frac{\Delta Q_i^T}{\Delta Bi}. \quad (17)$$

В качестве исходных номинальных данных объекта (1), (2), отвечающих процессу индукционного нагрева цилиндрических слитков из титановых сплавов перед последующей операцией горячего прессования [10, 11], приняты следующие значения:

$$\begin{aligned} \lambda &= 14 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{С}}, a = 4.34 \cdot 10^{-6} \frac{\text{М}^2}{\text{с}}, v = 4, Bi = Bi_H = 0.7, Q_0 = Q_{0H} = 30 \text{ }^\circ\text{С}, \\ Q^* &= 1050 \text{ }^\circ\text{С}, R = 0.27 \text{ м}, P_{0max} = 106 \cdot 10^3 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Для них получены следующие значения параметров идентификатора (14) и функции переключения оптимального регулятора (9) при $t^0 = 300$ сек.:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= -0.19; \alpha_{12} = 1.19; \alpha_{21} = -0.06; \alpha_{22} = 0.06; \beta_{11} = \beta_{21} = 0; \beta_{12} = -0.002; \beta_{22} = 3.11; \\ \beta_{11}^* &= \beta_{12}^* = 0.04; \beta_{21}^* = \beta_{22}^* = -49.38; \gamma_{11} = \gamma_{12} = 0; \gamma_{21} = -0.18; \gamma_{22} = 0.18; \gamma_{11}^* = \gamma_{21}^* = 2.95; \\ \gamma_{12}^* &= \gamma_{22}^* = -2.95; \rho_1 = 1; \rho_2 = \rho_{2H} = 1.796; Q_1^T = Q_2^T = Q_H^T = 997.9 \text{ }^\circ\text{С}. \end{aligned} \quad (19)$$

Результаты, полученные в [6], и анализ, проведенный в [14], показывают, что система управления с идентификатором первого порядка обеспечивает достаточно малую ошибку в области номинальной точки (выигрыш до 40 % по точности приближения к требуемому конечному температурному состоянию по сравнению с программным управлением по принципу гарантированного результата в

условиях интервальной неопределенности характеристик объекта), которая, однако, растет по мере удаления от этой точки. Идентификатор второго порядка, при котором функциональные зависимости в (15) восстанавливаются в форме разложения в ряд Тейлора второго порядка, позволит повысить точность для более существенных отклонений от номинальных параметров. В [6] приводятся аналитические выражения для вычисления коэффициентов перед квадратичной составляющей. Однако ввиду сложности процесса получения указанных аналитических выражений и в целях проведения предварительного анализа полученных результатов далее приводится упрощенная процедура получения коэффициентов при членах ряда второго порядка.

В соответствии с вышесказанным, выражения (15) для идентификатора второго порядка примут вид:

$$y_m = y_{mH} + \sum_{j=1}^2 \alpha_{mj} (\varrho_j(t^0) - \varrho_{jH}) + \sum_{j=1}^2 \alpha_{mj}^{(2)} (\varrho_j(t^0) - \varrho_{jH})^2, m = 1, 2; \quad (20)$$

$$\rho_i(y) = \rho_i(y_H) + \sum_{m=1}^2 \beta_{mi} (y_m - y_{mH}) + \sum_{m=1}^2 \beta_{mi}^{(2)} (y_m - y_{mH})^2; \quad (21)$$

$$\varrho_i^T(y) = \varrho_i^T(y_H) + \sum_{m=1}^2 \beta_{mi}^* (y_m - y_{mH}) + \sum_{m=1}^2 \beta_{mi}^{**} (y_m - y_{mH})^2, m = i = 1, 2.$$

Для определения коэффициентов $\alpha_{mj}^{(2)}, \beta_{mi}^{(2)}, \beta_{mi}^{**}$ исследуем зависимости наблюдаемых температур $\varrho_j(t^0), j = 1, 2$ в фиксированный момент времени $t^0 = 300$ сек., а также коэффициентов обратной связи $\rho_2(y)$ в (10) (при зафиксированном значении $\rho_1 = 1$) и заданных значений температурных состояний $\varrho_i^T(y), i = 1, 2$ в (11) от неопределенных параметров $y = (\varrho_0, Bi)$ в (5). В качестве интервалов изменения неопределенных параметров приняты следующие значения:

$$\varrho_0 \in [1.5, 58.5], Bi \in [0.035, 1.365] \quad (22)$$

Расчеты производились по формулам (10)-(13) для каждого из возможных значений неопределенных параметров $y = (\varrho_0, Bi)$ в пределах заданных интервалов (21).

На рис. 1 показаны проекции пространственной кривой отклонений оценок значений неопределенных параметров y от их номинальных значений $y_H = (\varrho_{0H}, Bi_H)$, значения которых даны ранее в (18), в зависимости от отклонений наблюдаемых температур $\varrho_j(t^0) - \varrho_{jH}, j = 1, 2$, где $\varrho_{1H} = 165$ °C, $\varrho_{2H} = 33$ °C для принятых исходных данных. Рис. 2 отражает зависимости отклонений параметров функции переключения (9)-(11) от отклонений неопределенных параметров (5), (15).

Как видно из графиков, линейная аппроксимация зависимости неопределенных параметров y от наблюдаемых температур $\varrho_j(t^0), j = 1, 2$ (штриховые линии на рис. 1), а также зависимости параметров функции переключения (10), (11) от изменения начальной температуры ϱ_0 (линии на графиках *в, з* рис. 2) достаточна

для получения удовлетворительных значений этих параметров и, таким образом, коэффициенты $\alpha_{mj}^{(2)}, \beta_{1i}^{(2)}, \beta_{1i}^{**}, m = i = j = 1, 2$ могут быть приняты равными 0.

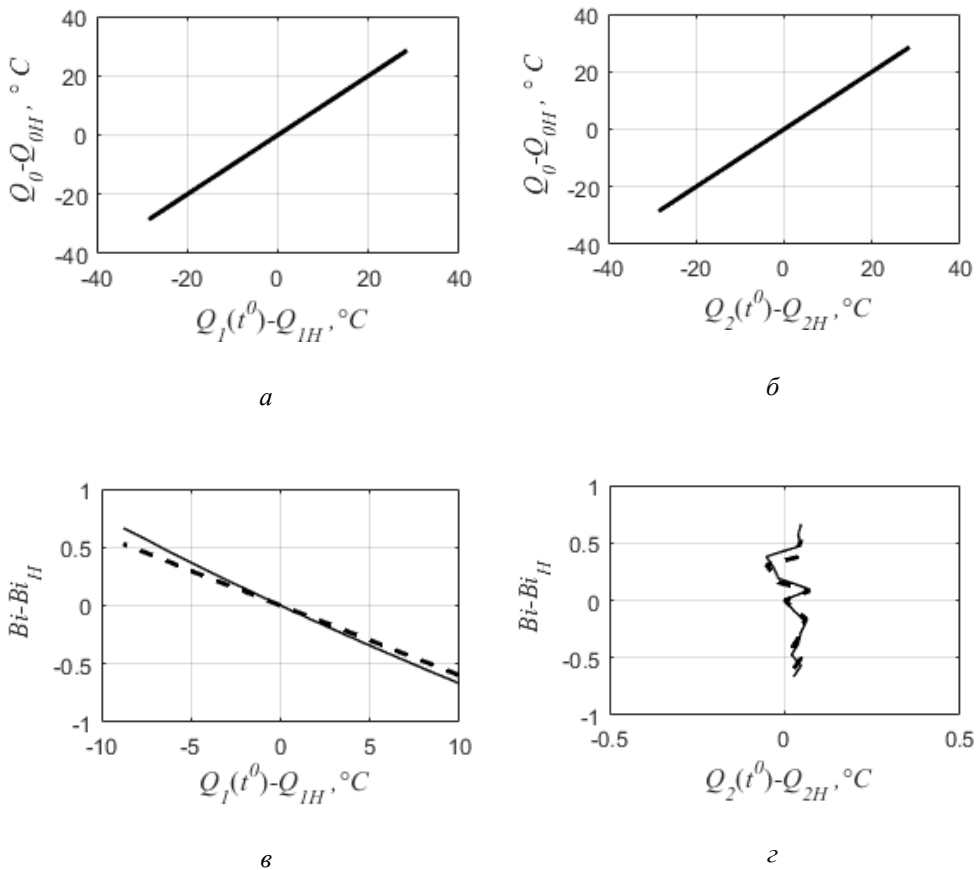


Рис. 1. Зависимости (сплошные линии) и их аппроксимации (штриховые линии) вида (15) отклонений неопределенных параметров $\Delta y_1 = Q_0 - Q_{0H}$, $Q_{0H} = 30^\circ\text{C}$ (а, б) и $\Delta y_2 = Bi - Bi_H$, $Bi_H = 0.7$ (в, г) от отклонений наблюдаемых температур на поверхности

$$Q_1(t^0) = Q(R, t^0) \text{ и в центре } Q_2(t^0) = Q(0, t^0) \text{ заготовки.}$$

В целях аппроксимации ярко выраженной нелинейной зависимости коэффициента обратной связи ρ_2 и температуры в конце оптимального процесса $Q^T(y) = Q_i^T(y) = Q^* - \varepsilon_{\min}^{(2)}, i = 1, 2$ от изменения значения критерия Био $Bi(y)$ (см. рис. 2а, б) выполним необходимые расчеты для получения коэффициентов $\beta_{22}^{(2)}, \beta_{2i}^{**}, i = 1, 2$. Для этого выберем произвольную точку на графике (сплошная линия на рис. 2а, б), для которой известны значения параметров функции переключения $\rho_2(y)$, $Q^T(y)$ и, с учетом значений ранее полученных коэффициентов линейных аппроксимаций (19), из выражений (21) рассчитываем значения коэффициентов второго порядка:

$$\beta_{21}^{(2)} = 0; \beta_{22}^{(2)} = \frac{(\rho_2 - \rho_{2H}) - \beta_{mi}(Bi - Bi_H)}{(Bi - Bi_H)^2} = \frac{-0.7 - 3.11(-0.39)}{(-0.39)^2} \approx 3.11; \quad (23)$$

$$\beta_{21}^{**} = \beta_{22}^{**} = \frac{(Q^T - Q_H^T) - \beta_{22}^*(Bi - Bi_H)}{(Bi - Bi_H)^2} = \frac{27.72 + 49.38(-0.39)}{(-0.39)^2} \approx 50.41.$$

Здесь $\beta_{21}^{(2)} = 0$, т.к. коэффициент обратной связи ρ_l зафиксирован и равен 1.

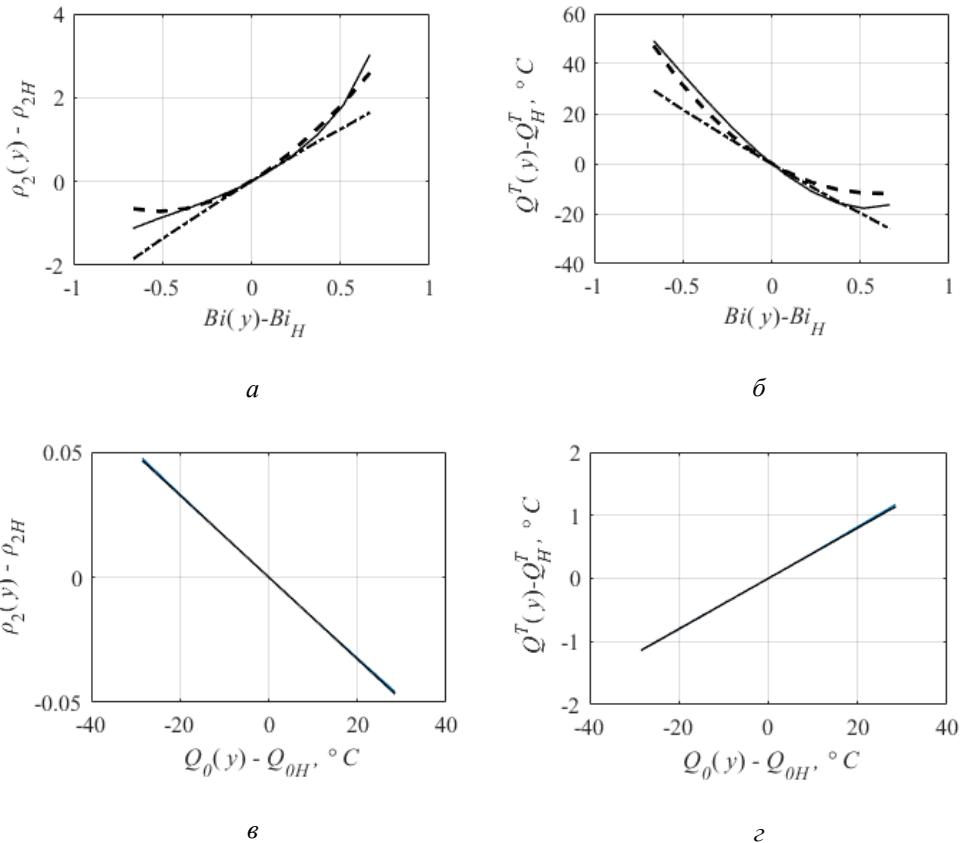


Рис. 2. Зависимость отклонений коэффициента обратной связи $\rho_2(y) - \rho_{2H}$ (а, в) и температуры в конце оптимального процесса в центре $Q^T(y) = Q_2^T(y)$ и на поверхности $Q^T(y) = Q_1^T(y)$ заготовки (б, г) от отклонений неопределенных параметров – критерия Био $Bi - Bi_H$ и начальной температуры $Q_0(y) - Q_{0H}$ соответственно, а также линейные (штрихпунктирные линии) и квадратичные (штриховые линии) аппроксимации этой зависимости.

Аппроксимация квадратичной зависимостью параметров $\rho_2(y)$, $Q^T(y)$ функции переключения (9) по выражениям в (21) показана на графиках а и б рисунка 2 штриховой линией.

Было произведено моделирование замкнутой системы управления объектом (1), (2), реализующей алгоритм оптимального по быстродействию управления (8) с идентификатором неопределенных величин второго порядка (20), (21) (структурная схема системы показана на рис. 3) в соответствии с методикой в [15] и выполнен сравнительный анализ [14]. В результате были получены данные, позволяющие оценить качество управления (см. рис. 4).

Сопоставление результирующих распределений температур на рис. 3 свидетельствуют о достаточном точном приближении оптимального процесса в замкнутом контуре с идентификатором второго порядка (20), (21) в широком диапазоне (22) изменения значения Q_0, B_i к детерминированному оптимальному программному алгоритму управления (7), полученному в условиях полной информации об объекте при соответствующих заранее фиксируемых значениях $B_i \in \{0.33, 1.22\}$ и $Q_0 = Q_{0H}$, по сравнению с оптимальным процессом в замкнутом контуре с линейной идентификацией неопределенных параметров (15).

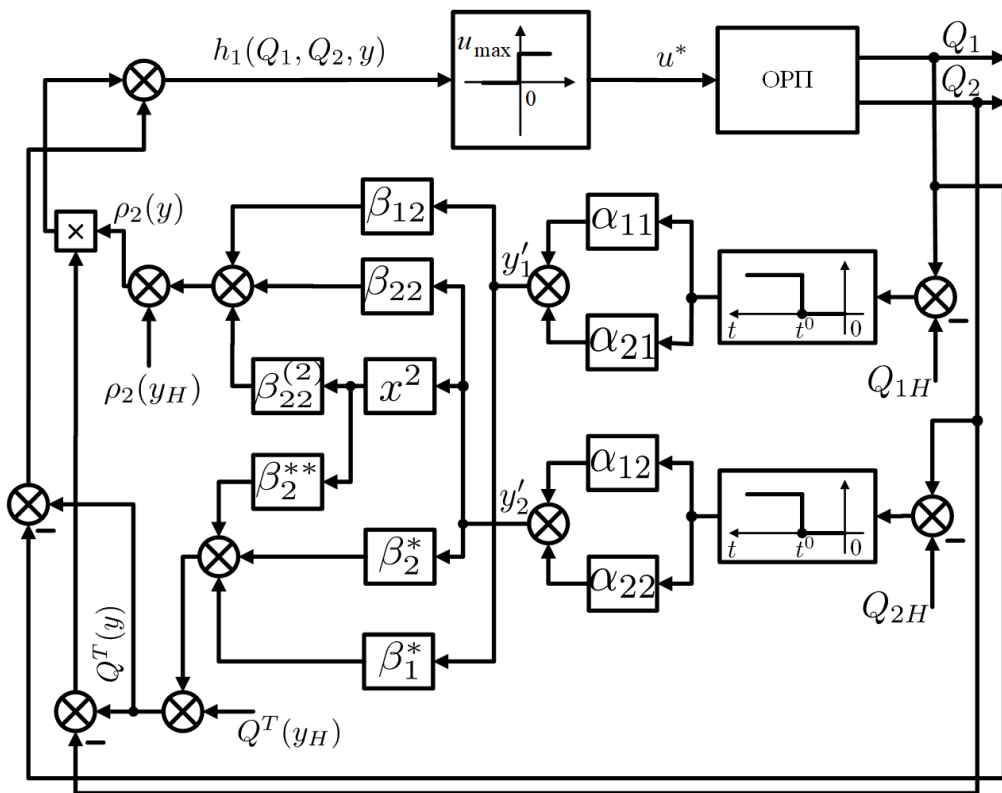


Рис. 3. Структурная схема замкнутой системы оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева с идентификатором параметров объекта второго порядка при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$: $y_1' = Q_0 - Q_{0H}$; $y_2' = B_i - B_{iH}$.

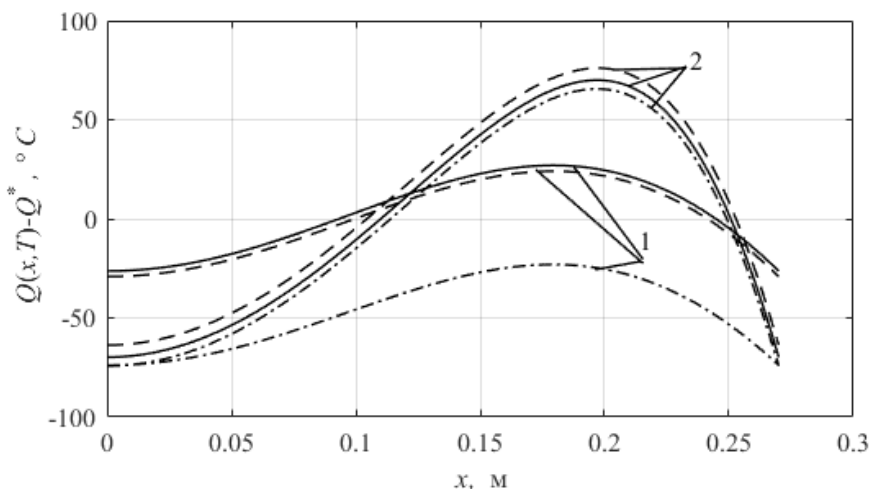


Рис. 4. Результирующее распределение температур $Q(x, T) - Q^*$ по радиусу слитка при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ в оптимальном по быстродействию процессе с двухинтервальным управлением $u^*(t)$ (сплошные линии) и в системе оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева для не полностью определенных моделей ОРП с идентификатором второго порядка (штриховая линия) и первого порядка (штрихпунктирная линия) при $Q_0 = Q_H$: 1- $Bi = 0.33$, 2 - $Bi = 1.22$.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что в замкнутой системе управления с идентификатором второго порядка достигается существенный выигрыш по точности (в 3 раза по сравнению с линейным идентификатором) достижения желаемых оптимальных значений параметров при граничных значениях неопределенных параметров, существенно удаленных от номинальной точки (до 60% по сравнению с номинальным значением критерия Био Bi).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Корнеев В.П. Методы оптимизации. – М.: Высшая школа, 2007. – 664 с.
2. Токарев В.В., Методы оптимальных решений, Т. 2. Многокритериальность. Динамика. Неопределенность. – М.: Физматлит, 2011. – 416 с.
3. Афанасьев В.Н. Управление неопределенными динамическими объектами. – М.: Физматлит, 2008. – 208 с.
4. Поляк Б.Т., Шербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
5. Рапопорт Э.Я. Робастная параметрическая оптимизация динамических систем в условиях ограниченной неопределенности // Автоматика и телемеханика. 1995. № 3. С. 86-96
6. Рапопорт Э.Я., Левин И.С. Структурно-параметрический синтез оптимальных по быстродействию систем управления с распределенными параметрами в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта // Автоматика. 2015. Т. 51, № 5. С. 3-16
7. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем с распределенными параметрами. – М.: Высш. шк., 2003 – 299 с.
8. Карташов Э.М., Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 2001. – 550 с.
9. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами – М.: Высшая школа, 2009. – 677 с.
10. Рапопорт Э.Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла – М.: Metallurgy, 1993. – 279 с.

11. Рапопорт Э.Я., Плешивецца Ю.Э. Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева – М.: Наука, 2012. – 309 с.
12. Плешивецца Ю.Э., Рапопорт Э.Я. Метод последовательной параметризации управляющих воздействий в краевых задачах оптимального управления системами с распределенными параметрами // Известия РАН. Теория и системы управления. 2009. № 3. С. 22-33.
13. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Физматгиз, 1962. – Т. 1 – 607 с.
14. Левин И.С. Анализ эффективности работы замкнутых систем управления объектами с распределенными параметрами в условиях интервальных неопределенностей параметров объекта // Вестник Самарского государственного технического университета. 2018. № 2 (58). С. 26-35.
15. Левин И.С. Моделирование оптимальной по быстродействию системы управления процессом индукционного нагрева в условиях интервальной неопределенности характеристик объекта // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. 2013. №3 (39). С. 167-174.

Статья поступила в редакцию 2 апреля 2019 г.

EFFICIENCY ANALYSIS OF THE SECOND-ORDER IDENTIFIER APPLICATION IN CLOSED LOOP TIME-OPTIMAL CONTROL SYSTEMS FOR DISTRIBUTED PARAMETER OBJECTS WITH INCOMPLETE INFORMATION ABOUT THE PLANT CHARACTERISTICS

I.S. Levin

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

E-mail: levin_ilja@yahoo.com

Abstract. *This paper devoted to one of the most complicated current problem of the modern control theory which is the problem of searching such an optimal control that operates under conditions of incomplete information about the plant characteristics. The statement of a time-optimal control problem is given. The solution of synthesis of optimal control closed-loop system of the induction heating process of cylindrical billets before forging was found. It was found under representative conditions of interval uncertainty of the initial temperature and heat losses values that were considered as the uncertain parameters of the process. An obtained time-optimal control algorithm with feedback was completed initially with a first-order identifier. It is given as a linear function where the uncertain parameters and the feedback coefficients are depends upon the values of measured temperatures at selected points on the billet. The necessity of a second-order identifier were proposed and analyzed. As one of the results of analysis procedure a non-linear correlation between the feedback coefficients and the convection surface heat transfer coefficient was found. The structure of the time-optimal control system for the obtained control algorithm with feedback and the second order identifier was proposed. After the procedure of modeling the obtained closed-loop control systems with first-order identifier and second-order identifier the results have been compared and it was shown that the control system with the identifier of second order provides a much more accurate temperature distribution at the end of time-optimal process that is closer to a deterministic one with complete information about the process parameters.*

Ilia S. Levin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

Keywords: *distributed parameter system, induction heating, control with interval uncertainty of the plant characteristics, identifier of uncertain characteristics.*

REFERENCES

1. *Korneyenko V.P.* Metody optimizatsii [Optimization methods]. Moscow, Vysshaya shkola, 2007. 664 pp. (In Russian)
2. *Tokarev V.V.* Metody optimal'nykh resheniy, T. 2. Mnogokriterial'nost'. Dinamika. Neopredelennost' [Optimal solution methods. Vol. 2. Multicriteriality. Dynamic. Uncertainty]. Moscow, Fizmatlit, 2011. 416 pp. (In Russian)
3. *Afanasyev V.N.* Upravleniye neopredelennymi dinamicheskimi ob'yektami [Control of uncertain dynamic objects]. Moscow, Fizmatlit, 2008. 208 pp. (In Russian)
4. *Polyak B.T., SHCHerbakov P.S.* Robastnaya ustoychivost' i upravleniye [Robust stability and control]. Moscow, Nauka, 2002. 303 pp. (In Russian)
5. *Raport E.YA.* Robastnaya parametricheskaya optimizatsiya dinamicheskikh sistem v usloviyakh ogranichennoy neopredelennosti // Avtomatika i telemekhanika. 1995. Vol. 3. Pp. 86-96 (In Russian)
6. *Raport E.YA., Levin I.S.* Strukturno-parametricheskiiy sintez optimal'nykh po bystrodeystviyu sistem upravleniya s raspredelennymi parametrami v usloviyakh interval'noy neopredelennosti kharakteristik ob'yekta // Avtometriya. 2015. Vol. 51, no. 5. Pp. 3-16 (In Russian)
7. *Raport E.YA.* Strukturnoye modelirovaniye ob'yektov i sistem s raspredelennymi parametrami [Structural modeling of objects with distributed parameters]. Moscow, Vyssh. shk., 2003. 299 pp. (In Russian)
8. *Kartashov E.M.*, Analiticheskiye metody v teorii teploprovodnosti tverdykh tel [Analytical methods of heat conduction theory]. Moscow, Vyssh. shk., 2001. 550 pp. (In Russian)
9. *Raport E.YA.* Optimal'noye upravleniye sistemami s raspredelennymi parametrami [Optimal control of distributed parameter systems]. Moscow, Vysshaya shkola, 2009. 677 pp. (In Russian)
10. *Raport E.YA.* Optimizatsiya protsessov induktsionnogo nagreva metalla [Optimization of induction heating processes]. Moscow, Metallurgiya, 1993. 279 pp. (In Russian)
11. *Raport E.YA., Pleshivtseva YU.E.* Optimal'noye upravleniye temperaturnymi rezhimami induktsionnogo nagreva [Optimal control of induction heating process]. Moscow, Nauka, 2012. 309 pp. (In Russian)
12. *Pleshivtseva YU.E., Raport E.YA.* Metod posledovatel'noy parametrizatsii upravlyayushchikh vozdeystviy v krayevykh zadachakh optimal'nogo upravleniya sistemami s raspredelennymi parametrami // Izvestiya RAN. Teoriya i sistemy upravleniya, 2009. No. 3. Pp. 22-33 (In Russian)
13. *Fikhtengol'ts G.M.* Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya. Vol. 1 [Course of differential and integral calculus] – M.: Fizmatgiz, 1962. 607 pp. (In Russian)
14. *Levin I.S.* Analiz effektivnosti raboty zamknutykh sistem upravleniya ob'yektami s raspredelennymi parametrami v usloviyakh interval'nykh neopredelennostey parametrov ob'yekta // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2018. No. 2 (58). Pp. 26-35 (In Russian)
15. *Levin I.S.* Modelirovaniye optimal'noy po bystrodeystviyu sistemy upravleniya protsessom induktsionnogo nagreva v usloviyakh interval'noy neopredelennosti kharakteristik ob'yekta // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser. Tekhnicheskiye nauki. 2013. No. 3 (39). Pp. 167-174 (In Russian)