

УДК 681.5

ОПТИМАЛЬНОЕ ПО РАСХОДУ ЭНЕРГИИ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА

А.М. Воронцова, Э.Я. Рапопорт

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: chernoivanova.nastena@mail.ru; edgar.rapoport@mail.ru

Аннотация. Предлагается постановка и способ решения задачи оптимального по расходу энергии программного управления процессом индукционного нагрева металлических полуфабрикатов перед обработкой давлением в условиях заданной точности равномерного приближения результирующего пространственного распределения температурного поля нагреваемого изделия к требуемому состоянию перед последующими операциями пластического деформирования. Предлагаемый алгоритм использует специальную процедуру предварительной параметризации управляющих воздействий в краевой задаче принципа максимума Понтрягина и дальнейшую редукцию к задаче полубесконечной оптимизации, которая решается с помощью альтернансного метода.

Ключевые слова: оптимальное управление, альтернансный метод, процедура последовательной параметризации.

Постановка задачи

В качестве объекта управления рассматривается процесс индукционного нагрева неограниченного цилиндра. Температурное поле цилиндра $Q(x, t)$ описывается линейным неоднородным уравнением теплопроводности в зависимости от пространственной координаты x и времени t в относительных единицах [1–3]:

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 Q(x, t)}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} + W(x)u(t), \quad (1)$$

$$x \in [0, 1], t \in [0, t_{\text{кон}}].$$

Здесь $u(t)$ – внутреннее сосредоточенное управляющее воздействие по мощности электромагнитных источников тепла;

$W(x)$ – известная функция пространственного распределения мощности внутреннего тепловыделения [1–3];

$t_{\text{кон}}$ – заданная длительность процесса управления.

Начальное распределение температур принимается равномерным по всему объему цилиндра:

Воронцова Анастасия Максимовна, магистрант.

Рапопорт Эдгар Яковлевич (д.т.н., проф.), профессор кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

$$Q(x, 0) = Q_0(x) = Q_0 = 0, \quad x \in [0, 1], \quad (2)$$

В типовом случае моделирования тепловых потерь в окружающую среду с нулевой температурой по закону конвективной теплопередачи граничные условия 3-го рода принимают следующий вид [1–3]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q(0, t)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial Q(1, t)}{\partial x} + BiQ(1, t) &= 0, \end{aligned} \quad t \in [0, t_{\text{кон}}], \quad (3)$$

где Bi – значение безразмерного критерия Био.

К конечному температурному состоянию $Q(x, t_{\text{кон}})$ предъявляется требование обеспечения требуемой точности ε_0 равномерного приближения к заданному распределению температур $Q^{**}(x) = Q^{**} = \text{const} > Q_0$:

$$\max_{x \in [0, 1]} |Q(x, t_{\text{кон}}) - Q^{**}(x)| \leq \varepsilon_0. \quad (4)$$

Метод конечных интегральных преобразований приводит к модальному описанию температурного поля объекта (1) – (3) бесконечной системой обыкновенных дифференциальных уравнений относительно временных мод $\overline{Q}_n(\mu_n, t)$ разложения $Q(x, t)$ в ряд по собственным функциям модели объекта [4]:

$$\frac{d\overline{Q}_n(\mu_n, t)}{dt} = -\mu_n^2 \overline{Q}_n(\mu_n, t) + \overline{W}_n u(t), \quad n = 1, 2, \dots; \quad (5)$$

$$\overline{Q}_n(\mu_n, 0) = \overline{Q}_0(\mu_n) = 0,$$

где μ_n^2 – собственные числа;

$\overline{Q}_0(\mu_n)$ – моды начального температурного состояния u ;

$\overline{W}_n$ – моды конечных интегральных преобразований $W(x)$:

$$\overline{W}_n = \int_0^1 W(x, \xi) x J_0(\mu_n x) dx. \quad (6)$$

$W(x, \xi)$ определяется выражением [1–3]

$$W(x) = \xi \frac{ber'^2 \xi x + bei'^2 \xi x}{ber \xi ber' \xi + bei \xi bei' \xi}. \quad (7)$$

Здесь $J_0(\mu_n x)$ – функция Бесселя нулевого порядка;

$berz, ber'z, beiz, bei'z$ – функции Кельвина и их первые производные [5];

ξ – характерный параметр;

μ – собственные числа, которые являются корнями уравнения

$$BiJ_0(\mu) - \mu J_1(\mu) = 0, \quad (8)$$

где $J_1(\mu)$ – функция Бесселя первого порядка.

Температурное поле $Q(x, t)$ определяется значениями $\bar{Q}_n(\mu_n, t)$ при известных собственных функциях $J_0(\mu_n x)$ и описывается бесконечным рядом [1–3]:

$$Q(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi^2 J_0(\mu_n x)}{(\mu_n^2 + Bi^2) J_1^2(\mu_n)} \bar{Q}_n(\mu_n, t). \quad (9)$$

Применительно к модальному описанию (5) – (9) объекта управления (1) – (3) требования (4) к конечному температурному состоянию предъявляются в форме соотношения

$$\max_{x \in [0, 1]} \left| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2Bi^2 J_0(\mu_n x)}{(\mu_n^2 + Bi^2) J_1^2(\mu_n)} \bar{Q}_n(\mu_n, t^*) - Q^{**}(x) \right| \leq \varepsilon. \quad (10)$$

Пусть качество процесса управления оценивается интегральным функционалом J , характеризующим расход энергии на процесс управления [6–9]:

$$I = \int_0^{t_{\text{кон}}} u^2(t) dt \rightarrow \min_{u(t)}. \quad (11)$$

Требуется найти оптимальное программное управляющее воздействие $u^*(t)$, которое переводит объект (5), (9) из заданного начального состояния (2) в требуемое конечное согласно (10) при минимально возможном значении критерия оптимальности (11).

Алгоритмы оптимального программного управления

На сформулированную задачу распространяется [10] принцип максимума Понтрягина [11]. В рассматриваемой задаче оптимального по критерию (11) управления объектом (5) функция Понтрягина $H(\bar{Q}(t), u(t), \lambda(t))$ принимает следующий вид [10, 11]:

$$H(\bar{Q}(t), u(t), \lambda(t)) = -u^2(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n(t) (-\mu_n^2 \bar{Q}_n + \bar{W}_n u(t)), \quad (12)$$

где $\bar{Q}(t) = \bar{Q}_n(t)$, $n = 1, 2, \dots$; $\lambda(t) = \lambda_n(t)u$;

$\lambda_n(t)$ – сопряженные переменные, описываемые системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{d\lambda_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial Q_i}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (13)$$

Функция Понтрягина, рассматриваемая как функция одной переменной $u(t)$, при соответствующих оптимальному процессу значениях $\bar{Q}_n^*(t)$ и сопряженных переменных $\lambda_n^*(t)$ достигает своего максимума по этой переменной при оптимальном управлении в любой момент времени [11]:

$$H\left(\overline{Q}^*(t), u^*(t), \lambda^*(t)\right) = \max_{u(t)} H\left(\overline{Q}^*(t), u(t), \lambda^*(t)\right), t \in [0, t_{\text{кон}}]. \quad (14)$$

Уравнения сопряженной системы согласно (13) имеют следующий вид:

$$\frac{d\lambda_i}{dt} = \mu_i^2 \lambda_i(t), i = 1, 2, \dots \quad (15)$$

Их решения $\lambda_i^*(t)$ определяется через конечные значения $\lambda_i^*(t_{\text{кон}})$ согласно (15) в экспоненциальной форме:

$$\lambda_i^*(t) = \lambda_i^*(t_{\text{кон}}) e^{-\mu_i^2(t_{\text{кон}}-t)}. \quad (16)$$

Рассмотрим сначала случай, когда на управляющее воздействие $u(t)$ не накладываются ограничения по его величине на протяжении всего процесса управления. Решение задачи оптимального управления в такой ситуации позволяет определить предельные возможности по достижимым значениям критерия оптимальности (11) и обосновать исходя из полученных результатов требования к выбору предельно допустимых значений $u(t)$. Очевидно, что данный вариант оказывается возможным только при заданном значении $t_{\text{кон}}$, превышающем длительность оптимального по быстродействию процесса управления, при котором управление принимает только свои предельно допустимые значения [10]. В таком случае условие (14) максимума $H(u)$ заменяется условием стационарности функции Понтрягина [11]:

$$\left. \frac{\partial H}{\partial u} \right|_{u=u^*} = 0, \quad (17)$$

из которого имеем:

$$u^*(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \overline{W}_i \lambda_i^*(t). \quad (18)$$

После подстановки (16) в (18) найдем явную форму оптимального управления:

$$u^*(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \overline{W}_i \lambda_i^*(t_{\text{кон}}) e^{-\mu_i^2(t_{\text{кон}}-t)}, \quad (19)$$

определенного при заданном $t_{\text{кон}}$ с точностью до конечных значений сопряженных переменных $\lambda_i^*(t_{\text{кон}})$, которые в дальнейшем будем рассматривать как параметрическое представление $u^*(t)$.

В [12] представлена и обоснована процедура последовательной параметризации управляющих воздействий вида (18) на конечномерных подмножествах величин $\lambda_i^*(t_{\text{кон}})$, формируемых в виде N -мерных векторов $\lambda_{\text{кон}}^* = \lambda_i^*(t_{\text{кон}}), i = \overline{1, N}$ конечных значений N первых сопряженных переменных при равных нулю остальных величинах $\lambda_i^*(t_{\text{кон}})$ для всех $n > N$:

$$\lambda_{\text{кон}}^* = \lambda_i^*(t_{\text{кон}}), i = \overline{1, N}; \lambda_{\text{кон}}^* = 0, n > N; N \geq 1. \quad (20)$$

Параметризуемое подобным образом оптимальное управление (19) описывается конечной суммой экспонент:

$$u^*(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \overline{W}_i \lambda_i^*(t_{\text{кон}}) e^{-\mu_i^2(t_{\text{кон}}-t)}. \quad (21)$$

Интегрирование уравнений (5) модели объекта с управлением (21) приводит к следующим выражениям для модальных составляющих температурного поля:

$$\overline{Q}_n^*(\lambda_{\text{кон}}^*, t) = \frac{\overline{W}_n}{2} \sum_{i=1}^N \overline{W}_i \frac{\lambda_i^*(t_{\text{кон}})}{\mu_n^2 + \mu_i^2} e^{-\mu_i^2 t_{\text{кон}}} (e^{\mu_i^2 t} - e^{-\mu_n^2 t}), \quad n=1, 2, \dots \quad (22)$$

Подстановка полученного результата в (9) для $t = t_{\text{кон}}$ определяет линейную по вектору $\lambda_{\text{кон}}^*$ в (20) параметризованную зависимость $Q(x, \lambda_{\text{кон}}^*)$:

$$Q(x, \lambda_{\text{кон}}^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\text{Bi}^2 J_0(\mu_n x)}{(\mu_n^2 + \text{Bi}^2) J_1^2(\mu_n)} \overline{Q}_n^*(\lambda_{\text{кон}}^*, t_{\text{кон}}). \quad (23)$$

Далее ограничимся наиболее просто реализуемым управляющим воздействием вида (21) с вектором $\lambda_{\text{кон}}^* = (\lambda_1^*(t_{\text{кон}}), \lambda_2^*(t_{\text{кон}}))$ минимальной размерности $N = 2$, имея в виду, что при подобном двухпараметрическом представлении оптимальных по быстродействию процессов индукционного нагрева, как правило, достигается удовлетворяющая типичным технологическим требованиям точность нагрева, оцениваемая по величине ε в (10) [1–3].

В этом случае получаем вместо (22):

$$Q(x, \lambda_1^*, \lambda_2^*) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\text{Bi}^2 J_0(\mu_n x)}{(\mu_n^2 + \text{Bi}^2) J_1^2(\mu_n)} \frac{\overline{W}_n}{2} \left(\frac{\overline{W}_1 \lambda_1^*(t_{\text{кон}})}{\mu_n^2 + \mu_1^2} e^{-\mu_1^2 t_{\text{кон}}} (e^{\mu_1^2 t} - e^{-\mu_n^2 t}) + \right. \\ \left. + \overline{W}_2 \frac{\lambda_2^*(t_{\text{кон}})}{\mu_n^2 + \mu_2^2} e^{-\mu_2^2 t_{\text{кон}}} (e^{\mu_2^2 t} - e^{-\mu_n^2 t}) \right). \quad (24)$$

После подстановки $u(t)$ в виде (20) при $N = 2$ в (11) и выполнении процедуры интегрирования получим в явной форме зависимость $I(\lambda_1^*, \lambda_2^*)$ критерия оптимальности от $\lambda_{\text{кон}}^*$.

В результате осуществляется точная редукция задачи оптимального управления к задаче минимизации функции $I(\lambda_1^*, \lambda_2^*)$ двух переменных с бесконечным числом ограничений, диктуемых требованием (10) для всех $x \in [0, 1]$ (задача полубесконечной оптимизации [10, 13]):

$$I(\lambda_1^*, \lambda_2^*) \rightarrow \min_{\lambda_1^*, \lambda_2^*}; \quad (25)$$

$$\Phi(\lambda_1^*, \lambda_2^*) = \max_{x \in [0, 1]} |Q(x, \lambda_1^*, \lambda_2^*) - Q^{**}(x)| \leq \varepsilon. \quad (26)$$

Решение задачи альтернансным методом

Задача (25), (26) может быть решена по схеме альтернансного метода [10, 13]. Согласно специальным альтернансным свойствам искомых решений, установленным в условиях малостесненных допущений, в некоторых точках $x_j^0 \in [x_0, x_1]$, $j = \overline{1, R}$ достигаются строгие равенства в (26):

$$\left| Q(x_j^0, \lambda_1^*, \lambda_2^*) - Q^{**}(x_j^0) \right| = \varepsilon, \quad j = \overline{1, R}, \quad (27)$$

где число точек x_j^0 равно числу всех искомых параметров оптимального процесса. В качестве неизвестных в задаче (25), (26) выступают параметры λ_1^* , λ_2^* и величина минимакса $\varepsilon_{\min}^{(2)}$ в случае $\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ в (25):

$$R = \begin{cases} N = 2, & \varepsilon > \varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ N + 1 = 3, & \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}, \end{cases} \quad (28)$$

где

$$\varepsilon_{\min}^{(2)} = \min_{\lambda_1, \lambda_2} \left[\max_{x \in [x_0, x_1]} \left| Q(x, \lambda_1, \lambda_2) - Q^{**}(x) \right| \right]. \quad (29)$$

Следовательно, соотношения (27), (28) образуют замкнутую систему равенств относительно всех искомых неизвестных.

В целях редукции этих равенств к конкретной расчетной системе уравнений необходима дополнительная информация о характере зависимости $Q(x, \lambda_1^*, \lambda_2^*)$ от переменной $x \in [0, 1]$. Для этого нужно идентифицировать точки x_j^0 в (27) и установить знаки разностей $Q(x_j^0, \lambda_1^*, \lambda_2^*) - Q^{**}$ в каждом из соотношений (27).

Физические закономерности температурных полей индукционного нагрева и базирующиеся на них свойства результирующих температурных распределений оптимальных процессов, устанавливаемые в условиях (28) [1–3, 13], приводят в типовом случае $Q^{(**)}(x) = Q^{(**)} = \text{const}$ к форме кривой $Q(x, \lambda_1^*, \lambda_2^*) - Q^{**}$, показанной далее на рис. 1, согласно которой равенства (26), дополняемые условием экстремума во внутренней точке $x_2^0 \in (0, 1)$, редуцируются к системе четырех уравнений при $\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$:

$$\begin{cases} Q(0, \lambda_1^*, \lambda_2^*) - Q^{**} = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ Q(x_2^0, \lambda_1^*, \lambda_2^*) - Q^{**} = \varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ Q(1, \lambda_1^*, \lambda_2^*) - Q^{**} = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ \frac{\partial Q(x_2^0, \lambda_1^*, \lambda_2^*)}{\partial x} = 0. \end{cases} \quad (30)$$

Система (30) решается известными численными методами относительно

неизвестных $\lambda_1^*, \lambda_2^*, \varepsilon_{min}^{(2)}, x_2^0$. Результаты решения системы (30), полученные в программной среде MATLAB [14, 15] для исходных данных $Q_0 = 0$, $Q^{**} = 0.5$, $\xi = 4$, $Bi = 0.5$, $t_{кон} = 0.45$, приведены в табл. 1 и на рис. 1 и 2.

Таблица 1

Расчетные результаты

λ_1^*	λ_2^*	$\varepsilon_{min}^{(2)}$	x_2^0
3.1927	10.2839	0.0196	0.6887

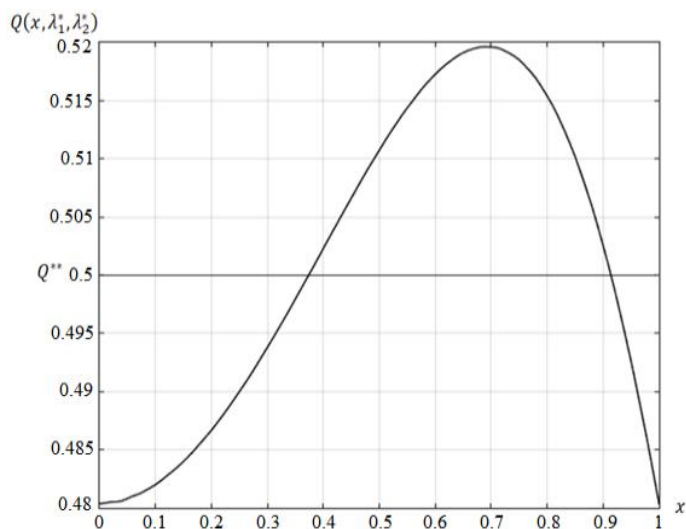


Рис. 1. Температурное распределение в конце оптимального процесса без ограничений на управляющее воздействие для случая $t_{кон} = 0.45$.

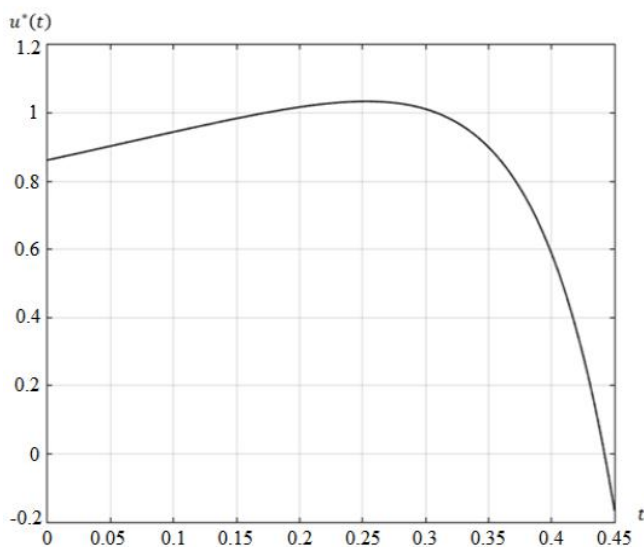


Рис. 2. Алгоритм программного оптимального управления без учета ограничений на управляющее воздействие

Учет ограничений на управляющее воздействие

В условиях наличия заведомо фиксируемого ограничения на управляющее воздействие

$$0 < u^*(t) < 1, \quad (31)$$

которое может быть нарушено, как следует из показанных на рис. 2 результатов, полученных без учета условия (31), применение принципа максимума Понтрягина приводит на основе соотношений (12), (14) вместо (18) к следующему алгоритму оптимального управления:

$$\hat{u}^*(t) = \begin{cases} u_{\max}, & \text{если } \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \bar{W}_i \lambda_i^*(t) \geq u_{\max}; \\ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \bar{W}_i \lambda_i^*(t), & \text{если } 0 < \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \bar{W}_i \lambda_i^*(t) < u_{\max}; \\ 0, & \text{если } \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \bar{W}_i \lambda_i^*(t) \leq 0. \end{cases} \quad (32)$$

В иллюстрируемом рис. 2 наиболее типичном варианте достижения предельно допустимых величин $u^*(t)$ только на начальном и конечном участках оптимального процесса параметризуемое согласно (21) программное оптимальное управление при $N = 2$ принимает следующий вид (рис. 3):

$$\hat{u}^*(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \bar{W}_i \lambda_i^* e^{-\mu_i^2(t_{\text{кон}}-t)}, & t \in [0, t_1]; \\ 1, & t \in [t_1, t_2]; \\ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \bar{W}_i \lambda_i^* e^{-\mu_i^2(t_{\text{кон}}-t)}, & t \in [t_2, t_3]; \\ 0, & t \in [t_3, t_{\text{кон}}], \end{cases} \quad (33)$$

где неизвестные заранее моменты времени t_1, t_2, t_3 выхода и схода с ограничений фиксируются равенствами:

$$\begin{aligned} \hat{u}^*(t_1) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \bar{W}_i \lambda_i^* e^{-\mu_i^2(t_{\text{кон}}-t_1)} = 1; \\ \hat{u}^*(t_2) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \bar{W}_i \lambda_i^* e^{-\mu_i^2(t_{\text{кон}}-t_2)} = 1; \\ \hat{u}^*(t_3) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \bar{W}_i \lambda_i^* e^{-\mu_i^2(t_{\text{кон}}-t_3)} = 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Интегрирование системы уравнений (5) с управляющим воздействием (34) приводит к следующему выражению для $\bar{Q}_n^*(\lambda_1^*, \lambda_2^*, t)$:

$$\begin{aligned} \overline{Q}_n^*(\lambda_1^*, \lambda_2^*, t) = & \frac{\overline{W}_n}{2} \left\{ \sum_{i=1}^2 \overline{W}_i \lambda_i^* \frac{e^{-(\mu_n^2 + \mu_i^2)t_{кон}}}{\mu_n^2 + \mu_i^2} \left[\left(e^{(\mu_n^2 + \mu_i^2)t_1} - 1 \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(e^{(\mu_n^2 + \mu_i^2)t_3} - e^{(\mu_n^2 + \mu_i^2)t_2} \right) \right] + \frac{2}{\mu_n^2} \left(e^{-\mu_n^2(t_{кон} - t_2)} - e^{-\mu_n^2(t_{кон} - t_1)} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (35)$$

Теперь задача (25), (26) редуцируется к системе уравнений вида (30), дополняемой равенствами (34), при сохранении аналогичной рис. 1 формы кривой $Q(x, \lambda_1^*, \lambda_2^*)$.

Решение системы известными численными методами относительно неизвестных λ_1^* , λ_2^* , $\varepsilon_{min}^{(2)}$, x_2^0 и t_1 , t_2 , t_3 найдено в программной среде MATLAB для прежних исходных данных. Полученные результаты приведены в табл. 2 и на рис. 3 и 4.

Таблица 2

Расчетные результаты

$\lambda_*^{(1)}$	$\lambda_*^{(2)}$	$\varepsilon_{min}^{(2)}$	x_2^0	t_1	t_2	t_3
3.0632	12.4591	0.0183	0.6812	0.1914	0.2676	0.4278

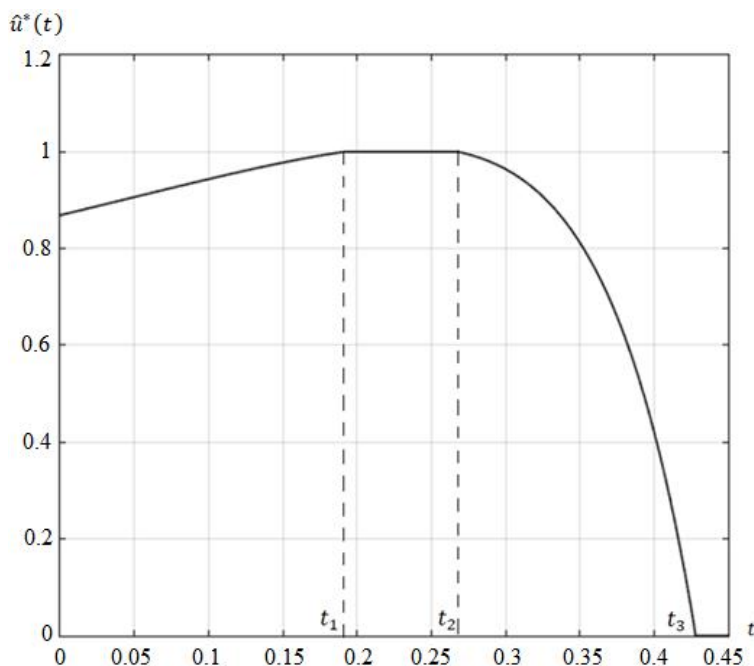


Рис. 3. Алгоритм программного оптимального управления с учетом ограничений на управляющее воздействие

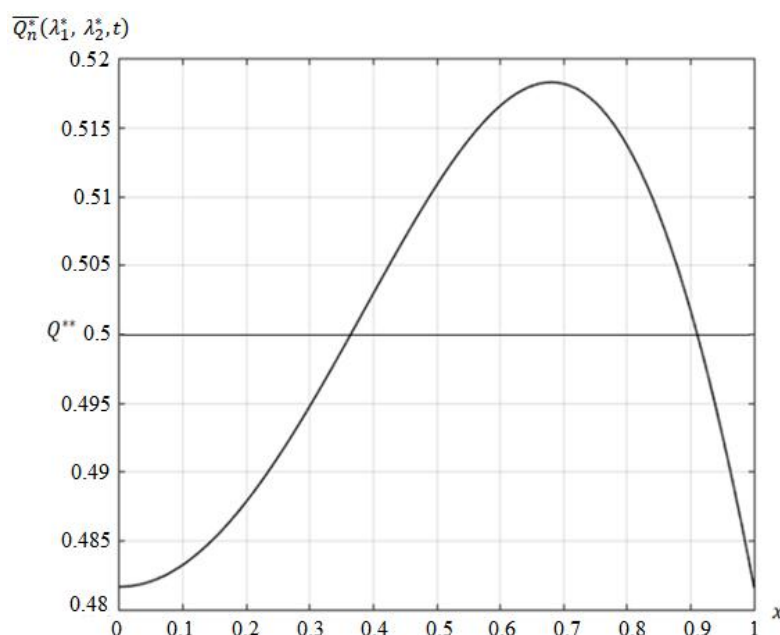


Рис. 4. Температурное распределение в конце оптимального процесса с учетом ограничений на управляющее воздействие для случая $t_{\text{кон}} = 0.45$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рапопорт Э.Я. Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. – М.: Metallurgy, 1993.
2. Rapoport E., Pleshitseva Yu. Optimal Control of Induction Heating Processes. London, New York: CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2007.
3. Рапопорт Э.Я., Плишицева Ю.Э. Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева. – М.: Наука, 2012.
4. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. – М.: Высш. шк., 2003.
5. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1964. – 344 с.
6. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. – М.: Наука, 1978.
7. Красовский Н.Н. Теория управления движением. – М.: Наука, 1968.
8. Атанс М., Фалб П. Оптимальное управление. – М.: Машиностроение, 1968.
9. Душин С.Е., Зотов Н.С., Имаев В.Х., Кузьмин Н.Н., Яковлев В.Б. Теория автоматического управления. – М.: Высш. шк., 2003.
10. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. – М.: Высш. шк., 2009.
11. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкrellидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1983.
12. Плишицева Ю.Э., Рапопорт Э.Я. Метод последовательной параметризации управляющих воздействий в краевых задачах оптимального управления системами с распределенными параметрами // Изв. РАН. ТиСУ. – 2009. – № 3. – С. 22–33.
13. Рапопорт Э.Я. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. – М.: Наука, 2000. – 336 с.
14. Потемкин В.Г. Введение в Matlab [Электронный ресурс]. – М.: Softline Co, 2001. – Режим доступа: <http://matlab.exponenta.ru/ml/book1/index.php>
15. MATLAB.Exponenta [Электронный ресурс]: Optimization Toolbox 2.2 Руководство пользователя / авт. А.Г.Трифонов. – Электрон. и текстовые данные. – Режим доступа: http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_1/

Статья поступила в редакцию 1 сентября 2019 года

OPTIMUM OPERATION FOR OPERATING THE ENERGY HEATING PROCESS

A.M. Vorontsova, E.Ya. Rapoport

Samara State Technical University
244, Molodogvardeiskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. A statement and a method for solving the problem of optimal energy consumption for the programmed control of the process of induction heating of metal semi-finished products before pressure treatment under the conditions of a given accuracy of uniform approximation of the resulting spatial distribution of the temperature field of the heated product to the desired state before subsequent plastic deformation operations are proposed. The proposed algorithm uses a special procedure for preliminary parameterization of control actions in the boundary value problem of the Pontryagin maximum principle and further reduction to the semi-infinite optimization problem, which is solved using the alternance method.

Keywords: optimal control, alternance method, sequential parameterization procedure.

REFERENCES

1. *Rapoport E.Ya.* Optimization of induction heating of metal. M.: Metallurgy, 1993. (In Russian).
2. *Rapoport E., Pleshivtseva Yu.* Optimal Control of Induction Heating Processes. London, New York: CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, 2007.
3. *Rapoport E.Ya., Pleshivtseva Yu.E.* Optimal temperature control of induction heating. M.: Science, 2012. (In Russian).
4. *Rapoport E.Ya.* Structural modeling of objects and control systems with distributed parameters. M.: Higher. school., 2003. (In Russian).
5. *Janke E., Emde F., Lesch F.* Special functions. M.: Nauka, 1964. 344 s. (In Russian).
6. *Egorov A.I.* Optimal control of thermal and diffusion processes. M.: Nauka, 1978. (In Russian).
7. *Krasovsky N.N.* Motion control theory. M.: Nauka, 1968. (In Russian).
8. *Atans M., Falb P.* Optimal control. M.: Mechanical Engineering, 1968. (In Russian).
9. *Dushin S.E., Zotov N.S., Imaev V.Kh., Kuzmin N.N., Yakovlev V.B.* Theory of automatic control. M.: Higher. school, 2003. (In Russian).
10. *Rapoport E.Ya.* Optimal control of systems with distributed parameters. M.: Higher. school, 2009. (In Russian).
11. *Pontryagin L.S., Boltyansky V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F.* Mathematical theory of optimal processes. M.: Nauka, 1983. (In Russian).
12. *Pleshivtseva Yu.E., Rapoport E.Ya.* The method of sequential parameterization of control actions in boundary value problems of optimal control of systems with distributed parameters. *Izv. RAS. TiSU.* 2009. No 3. S. 22–33. (In Russian).
13. *Rapoport E.Ya.* Alternance method in applied optimization problems. M.: Nauka, 2000. 336 p. (In Russian).
14. *Potemkin V.G.* Introduction to Matlab [Electronic resource]. M.: Softline Co, 2001. Access mode: <http://matlab.exponenta.ru/ml/book1/index.php>
15. *MATLAB.Exponenta* [Electronic resource]: Optimization Toolbox 2.2 User manual / ed. A.G. Trifonov. The electron. and text data. Access mode: http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_1/

Anastasia M. Vorontsova, Postgraduate Student.
Edgar Ya. Rapoport (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.