## УДК 621.9.08

# ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ РОТОРНОЙ СИСТЕМЫ С ВЕРТИКАЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫМ РОТОРОМ ОТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАТЯГА

## Э.С. Гаспаров, Г.А. Маркосян, О.Ю. Казакова\*

Самарский государственный технический университет Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: ericgasparov@rambler.ru, Emgeemge@mail.ru, kazakova8080@mail.ru

Аннотация. Исследуется возможность применения способа определения усилия предварительного натяга для радиально-упорных подшипников, используемых в опорах шпиндельных узлов для высокоскоростного фрезерования. Ранее был разработан и апробирован способ определения усилия предварительного натяга подшипниковых опор на высокоскоростных шлифовальных электрошпинделях с горизонтальным расположением шпинделя.

Объектом исследования стала специально сконструированная опора с радиальноупорными подшипниками 7004 ACD\_P4A SKF и вертикальным расположением ротора. Была разработана информационно-измерительная система. Данная система состоит из датчиков виброускорения PCB 352C34, датчика силы Vishay 614, контроллера NI-cRIO-9056, модулей NI 9250, NI 9237 и NI 9481 и программного обеспечения, написанного на языке Labview фирмы National Instruments. Была улучшена система тестовых воздействий за счет ее автоматизации. Тестовые воздействия стали осуществляться с помощью соленоида с сердечником, который управлялся контроллером NI и разработанным программным обеспечением. За счет этого была сформирована одинаковая временная задержка между тестовым воздействием и началом записи сигнала виброускорения.

Для всего диапазона предварительного натяга были получены сигналы виброускорений. Чтобы исследовать контролеспособность узла, использовались два датчика виброускорений: с параллельным и перпендикулярным расположением осей направления вибрации и тестового воздействия. Для первой и второй группы виброускорений были осуществлены спектральные преобразования и получены амплитудночастотные характеристики узла для всего диапазона значений предварительного натяга.

В результате сделан вывод, что представленная методика и критерии применимы для шпиндельных узлов высокоскоростного фрезерования с вертикальным расположением ротора. Также показано, что данная методика может быть автоматизирована.

© О Автор(ы), 2023

<sup>\*</sup>Эрик Сергеевич Гаспаров, кандидат технических наук, доцент кафедры "Электронные системы и информационная безопасность".

Геворг Арменович Маркосян, аспирант кафедры "Информационно-измерительная техника".

Ольга Юрьевна Казакова, кандидат технических наук, доцент кафедры "Технология машиностроения, станки и инструменты".

**Ключевые слова:** ротор, обработка, станок, фрезерование, электрошпиндель, натяг, подшипники, усилие, стенд, оснастка, виброускорение, импульс, акселерометр, методика.

### Введение

Высокоскоростная обработка – это методология обработки, которая фокусируется на чрезвычайно быстрых, но легких режимах резания с низким давлением. Результатом является общее увеличение скорости удаления материала. Важным фактором в оценке процесса высокоскоростной механической обработки (HSMобработки) и в частности фрезерования (HSC) является производительность станков, что определяет стоимость производства и повышение качественных характеристик процесса обработки. При этом должно обеспечиваться динамическое качество ШУ станка для сохранения износостойкости инструмента и его ресурса, а также обеспечения точности обработки [1, 2].

В станках высокоскоростного фрезерования используют электрошпиндели. Их применение обусловлено высокими скоростями вращения шпинделя с электрическим приводом [3–5]. Шпиндель в таких узлах представляет собой короткое массивное тело, поэтому его можно считать абсолютно жестким валом на упругих опорах. В опорах используют подшипники качения, а именно радиально упорные шарикоподшипники, которые обеспечивают необходимые жесткостные характеристики при высоких скоростях вращения [6, 7, 8–10]. Характеристики опор качения, такие как рабочая температура опоры, жесткость, поперечные и продольные отклонения шпинделя узла в целом, виброактивность, во многом зависят от правильно подобранного значения предварительного натяга.

В настоящей статье проверяется применимость методики определения усилия предварительного натяга для более габаритных шарикоподшипниковых узлов, применяемых во фрезерных электрошпинделях при вертикальном расположении шпинделя.

Для этих целей был разработан экспериментальный стенд.

#### Описание экспериментального стенда

Общая схема экспериментального стенда показана на рис. 1. Объектом исследования является подшипниковый узел, надежно прикрепленный болтовым соединением к оснастке.

Оснастка представляет собой телескопическую конструкцию, благодаря этому возможно обеспечить регулировку высоты подшипникового узла. Оснастка шестью болтами жестко закреплена к массивной стальной плите.

Подшипниковый узел состоит из двух одиночных радиально-упорных подшипников 7004 ACD\_P4A [11, 12]. Подшипники установлены по схеме «О», между внутренними обоймами на валу установлена дистанционная втулка, внутренней обоймой передний подшипник упирается в бурт вала, сзади болтом и шайбой пакет элементов фиксируется на валу. Передний подшипник наружной обоймой упирается в крышку, а задняя опора – плавающая (рис. 2).

Стенд сконструирован таким образом, чтобы предварительный натяг в подшипниковом узле создавался за счет хода штока пневмоцилиндра. К штоку жестко прикреплен тензодатчик (для измерения и контроля силы предварительного натяга) с промежуточным валом. Шар из высокопрочной стали запрессован с противоположной стороны промежуточного вала и через чашевидную втулку равномерно передает усилие от пневмоцилиндра на наружную обойму заднего подшипника. Пневмоцилиндр установлен на вертикальном держателе, который жестко закреплен на массивной плите. На гильзе подшипникового узла отфрезерованы лыски параллельно и перпендикулярно к плоскости установочной плиты. На лысках над наружными обоймами подшипников нарезаны резьбы под установочные места акселерометров (см. рис. 2).



Рис. 1. Схема экспериментального стенда



Рис. 2. Экспериментальный стенд в разрезе

Производителем радиально-упорных подшипников 7004 ACD\_P4A является компания SKF [11, 12]. Данные о значениях величины предварительного натяга взяты из официальной документации подшипников. При частоте вращения до 38000 об/мин предварительный натяг подшипника лежит в диапазоне от 50 H до 400 H.

Отдельно от приспособления крепления подшипникового узла, на штативе с плечом установлен соленоид, с помощью которого формируется кратковременное ударное воздействие на вал в области передней опоры и возбуждается вибрация.

#### Информационно-измерительная система

Система предназначена для съема и записи информации от акселерометров, тензодатчика, а также для управления соленоидом. Информационноизмерительная система состоит из датчиков виброускорения PCB 352C34, датчика силы Vishay 614, контроллера NI-cRIO-9056, модулей NI 9250, NI 9237 и NI 9481 и программного обеспечения, написанного на языке Labview фирмы National Instruments [13].

Использовался датчик виброускорения PCB 352C34 со встроенной электроникой стандарта ICP. Акселерометр подключался к модулю NI 9234. В табл. 1 приведены характеристики акселерометра PCB 352C34.

Таблица 1

Наименование	Размерность	PCB 352C34
Осевая чувствительность (± 10 %)	мB/g*1	100
Амплитудный диапазон	$g^{*1}$	± 50
Частотный диапазон (± 5 %)	Гц	0,5–10000
Частотный диапазон (± 10 %)	Гц	0,3–15000
Разрешение	м/c <sup>2</sup>	0,0015
Резонансная частота	кГц	$\geq$ 50
Нелинейность	%	$\leq 1$
Поперечная чувствительность	%	$\leq 5$
Температурный диапазон	<sup>0</sup> C	-54 до +93
Чувствительность к деформации крепления	(M/c <sup>2</sup> )/ με	0,0029
Спектральный шум (100 Гц)	(µм/с²)/√Гц	33
Спектральный шум (1000 Гц)	(µм/с²)/√Гц	14
Чувствительный элемент	_	Керамика
Нагрузка чувствительного элемента	_	Сдвиговая
Материал корпуса	_	Титан
Размер	MM	11,2×22,4
Macca	грамм	5,8
Разъем	_	10-32 Coaxial Jack
Государственный реестр СИ	_	№ 7 <mark>6059-19</mark>

#### Характеристики акселерометра

Датчик силы Vishay 614 установлен между штоком пневмоцилиндра и чашевидной втулкой, является тензодатчиком, собранным по полномостовой схеме, выход которого подсоединяется к одному из каналов модуля NI 9237. Характеристики используемого датчика силы Vishay 614 приведены в табл. 2.

Наибольший предел измерения, Н	500	Рабочий диапазон	-10+40
		температур, °С	
Рабочий коэффициент передачи,	2	Предельно допустимая	150
MB/B		нагрузка, %	
Класс точности, ±Мв/В	0,2	Решающая нагрузка, %	300
Ползучесть за 30 мин, %	0,05	Рекомендуемое	10
		напряжение питания, В	
Баланс нуля, ±Мв/В	0,02	Макс. напряжение	15
		питания, В	
Температурный дрейф нуля, %/°С	0,01	Класс защиты	IP67
Входное сопротивление, Ом	415±15	Материал	Нержавеющая
			сталь
Выходное сопротивление, Ом	350±3	Длина кабеля, м	1

#### Характеристики датчика

Сигнальная панель NI 9250 представляет собой модуль аналогового ввода с предварительной фильтрацией для интеллектуального подключения пьезоэлектрических датчиков (IEPE), а также сигналов постоянного и переменного тока, с частотой дискретизации до 51,2 кГц. Для оцифровки аналогового сигнала использовался 24-битный дельта-сигма АЦП. Схема входной цепи модуля NI 9250 приведена на рис. 3.



Рис. 3. Входная цепь NI 9250 для одного канала

Панель NI 9237 представляет собой модуль с межканальной изоляцией. Модуль позволяет одновременно оцифровывать четыре входных аналоговых канала с помощью 24-разрядных АЦП. Схема возбуждения применялась во всех входных режимах, в которых необходимо возбуждение. АЦП совместно со схемами возбуждения реконфигурировались во всех режимах для согласования с каждым типом датчика. На рис. 4, *а* представлена входная цепь для одного канала NI 9237, а на рис. 4, *б* – схема подключения датчиков в полу- и полномостовой схеме.



а



Рис. 4. Входная цепь для одного канала NI 9237 и схема подключения датчиков: a – входная цепь одного канала NI 9237;  $\delta$  – схема подключения датчиков в полу- и полномостовом исполнении (пунктирной линией представлена часть цепи, подключаемая только в полномостовом режиме)

## Методика проведения эксперимента

Строго перпендикулярно продольной оси подшипникового узла с помощью соленоида передавался кратковременный импульс. Программа управления соленоидом дает возможность контроля параметра длительности импульса возбуждения (15 мс), сигнал управления соленоидом формируется с помощью одного из

каналов дискретного модуля NI 9481. Расстояние соленоида от поверхности вала строго определенное, что обеспечивает одинаковую силу удара. Для восьми значений усилия предварительного натяга, Н: 50; 100; 150; 200; 250; 300; 350; 400 были проведены по три ударных воздействия одинаковой силы.

Полученные сигналы виброускорений записывались в виде файлов с расширением \*tdms в память ПЭВМ (рис. 5).



б

Рис. 5. Отклики виброускорения канала 0 и канала 1 при 150 Н: *а* – направления оси удара и оси акселерометра перпендикулярны; *б* – направления оси удара и оси акселерометра соосны

Для всех значений предварительного натяга были получены амплитудные спектры. Для значений преднатяга 20, 60, 150 Н на рис. 6, *а* приведены графики амплитудных спектров сигналов виброускорений нулевого канала, а на рис. 6, *б* – графики амплитудных спектров сигналов виброускорений первого канала.

Из визуального анализа графиков амплитудных спектров видно, что с увеличением усилия предварительного натяга происходит перетекание спектра в область более высоких частот. Особенно хорошо это видно на рис. 5 для сигналов нулевого канала. Таким образом, в качестве критерия оценки предварительного натяга можно использовать такую интегральную оценку, как абсцисса центра тяжести спектра сигнала виброускорения [14–17].



Рис. 6. Графики амплитудных спектров сигналов виброускорений: *a* – нулевого канала; *б* – первого канала

## Заключение

Исходя из анализа можно сделать следующие заключения

1. Методику определения предварительного натяга [14–17] можно применять для подшипников, используемых в опорах шпиндельных узлов для высокоскоростного фрезерования.

2. Методику определения предварительного натяга [14–17] можно применять для узлов с вертикальным расположением шпинделя.

3. При вертикальном расположении шпинделя направление удара должно быть перпендикулярно оси акселерометра. При таком расположении сигнал отклика визуально более однозначно выражен на частотной оси. То есть при перпендикулярном расположении акселерометра и оси направления удара сигнал отклика менее зависит от силы удара и в нем отсутствуют ярко выраженные вторичные всплески.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Сабиров Ф.С. Повышение эффективности станков на основе их диагностирования и определения виброустойчивости в рабочем пространстве: Дис. ... докт. техн. наук. М.: Мос. гос. технол. ун-т «СТАНКИН», 2009. 269 с.
- Козочкин М.П., Сабиров Ф.С., Суслов Д.Н., Абрамов А.П. Виброакустическая диагностика опор шпинделей станков для высокоскоростной обработки // СТИН. 2010. № 6. С. 17–21.
- 3. Пивкин П.М., Гречишников В.А., Ершов А.А. [и др.] Фундаментальные основы формирования микрорельефа поверхности дисковыми фрезами при высокоскоростном многокоординатном фрезеровании // СТИН. 2022. № S12–2. С. 21–24.

- 4. Гречишников В.А., Пивкин П.М., Петухов Ю.Е. [и др.] Информационная система оценки уровня формализации процесса высокоскоростного многокоординатного фрезерования // СТИН. 2022. № S12-2. С. 25-28.
- Фролов П.И., Семенов П.И. Высокоскоростное концевое фрезерование как метод механической обработки лопаток компрессора авиационного ГТД // Электрофизические методы обработки в современной промышленности: Материалы IV Международной научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов. Пермь: Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 2021. С. 101–103.
- 6. *Кулак С.М.* Вибродиагностика: учеб. пособие. Тюмень: Тюменский индустриальный университет, 2019.
- Пивень В.В., Сызранцев В.Н., Челомбитко С.И. Вибрационная диагностика роторного оборудования: учеб. пособие. Тюмень: Тюменский индустриальный университет, 2021.
- Сидоров В.А., Цокур В.П. Возможности виброметрии при техническом обслуживании станков с ЧПУ // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. 2021. № 2(73). С. 91–99.
- 9. Денисенко А.Ф., Михайлов В.В. Определение вибрационной мощности источников колебаний шпиндельных узлов металлорежущих станков // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2021. Т. 23. № 3(101). С. 55–61.
- Зимина Л.А., Попов А.Н. Ультразвуковая диагностики вращающегося оборудования на промышленном предприятии // Интеллектуальная энергетика: Сборник материалов Всероссийской научно-технической конференции. Барнаул: Межрегиональный центр электронных образовательных ресурсов, 2022. С. 268–270.
- 11. Двирной С. Прецизионные подшипники SKF для станкостроения // Станкоинструмент. 2017. № 1(6). С. 64–65.
- 12. Сафонов И., Банников А. Восстановительный ремонт шпиндельных узлов в компании SKF // Станкоинструмент. 2019. № 1(14). С. 82–84.
- 13. *Рияд А., Молчанов А.А.* Программирование LabView для анализа вибрации шпинделя станка с ЧПУ // Инновационные научные исследования. 2021. № 2–3(4). С. 6–16.
- Гаспаров Э.С., Гаспарова Л.Б., Маркосян Г.А. Исследование виброактивности электрошпинделей шлифовальных станков // Вестник Брянского государственного технического университета. 2021. № 6(103). С. 23–29.
- Gasparov E.S., Gasparova L.B. Mathematical Model of Spindle Unit Bearing Assembly // Lecture Notes in Mechanical Engineering (LNME): Proceedings of the 5th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2019). Cham: Springer International Publishing, 2020. P. 725-731.
- 16. Гаспаров Э.С., Гаспарова Л.Б. Описание механизма образования сигнала вибрации в подшипниковой опоре с привязкой его к параметрам технического состояния шпиндельного узла // Высокие технологии в машиностроении: Материалы XVII Всероссийской научно-технической конференции. Самара: Самарский государственный технический университет, 2018. С. 48–50.
- 17. Гаспаров Э.С., Петрунин В.И. Определение рациональных частот вращения роторов с целью минимизации их радиальных биений // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2018. № 1(57). С. 61–67.

Статья поступила в редакцию 03 марта 2023 г.

## STUDY OF THE DEPENDENCE OF THE NATURAL FREQUENCIES OF A ROTOR SYSTEM WITH A VERTICALLY POSITIONED ROTOR ON THE PRELOAD

# E.S. Gasparov, G.A. Marcosyan, O.Yu. Kazakova\*

Samara State Technical University 244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100, Russian Federation

E-mail: ericgasparov@rambler.ru, Emgeemge@mail.ru, kazakova8080@mail.ru

**Abstract.** The article discusses the possibility of using a method for determining the preload force for trust and radial bearings of spindle assemblies for high-speed milling. Previously, a method was developed and tested for determining the preload force of bearing supports on high-speed grinding electrospindles with a horizontal spindle.

The object of study is a support with angular contact bearings 7004 ACD\_P4A SKF and a vertical rotor. An information-measuring system has been developed, which consists of PCB 352C34 vibration acceleration sensors, a Vishay 614 force sensor, an NI-cRIO-9056 controller, NI 9250, NI 9237 and NI 9481 modules, and software written in the National Instruments Labview language.

The system of test actions has been improved due to its automation. Test effects began to be carried out using a solenoid with a core, which was controlled by an NI controller and developed software. Due to this, the same time delay was formed between the test action and the start of recording the vibration acceleration signal.

Vibration acceleration signals are obtained for the entire preload range. To study the controllability of the unit, two vibration acceleration sensors were used: with a parallel and perpendicular arrangement of the axes of the direction of vibration and test action. For the first and second groups of vibration accelerations, spectral transformations were carried out, and the amplitude-frequency characteristics of the assembly were obtained for the entire range of preload values.

As a result of the work, it was concluded that the presented methodology and criteria are applicable to high-speed milling spindle assemblies with a vertical rotor. It is also shown that this technique can be automated.

*Keywords:* rotor, machining, machine tool, milling, electrospindle, tightness, bearings, force, stand, equipment, vibration acceleration, impulse, accelerometer, technique.

## REFERENCES

- 1. *Sabirov F.S.* Povysheniye effektivnosti stankov na osnove ikh diagnostirovaniya i opredeleniya vibroustoychivosti v rabochem prostranstve [Improving the efficiency of machine tools based on their diagnosis and determination of vibration resistance in the workspace]: Diss., dokt. tekh. nauk: M.: Mos. gos. tekhnolun-t «Stankin», 2009. 269 p. (in Russian)
- Kozochkin М.П., Sabirov F.S., Suslov D.N., Abramov A.P. Vibroakusticheskaya diagnostika opor shpindelej stankov dlya vysokoskorostnoj obrabotki [Vibroacoustic diagnostics of machine tool spindle supports for high-speed machining] // STIN. 2010, no 6. Pp. 17–21. (in Russian)
- 3. Pivkin P.M., Grechishnikov V.A., Yershov A.A. Fundamental'nye osnovy formironaniya mikrore'yufa poverkhnosty diskovymi frezami pri vysokoskorostnom mnogokoordinatnom frezerovanii [Fundamental principles of surface microrelief formation by disk cutters in high-speed multi-axis milling] // STIN. 2022, no S12–2. Pp. 21–24. (In Russian)

© O The Author(s), 2023

\* Erik S. Gasparov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor. Gevorg A. Markosyan, Postgraduate Student. Olga Yu. Kazakova (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.

- Grechishnikov V.A., Pivkin P.M., Petukhov Yu.Ye. Informatsionnaya Sistema otsenki urovnya formalizatsii prozessa vysokoskorostnogo mnogokoordinatnogo frezovaniya [Information system for assessing the level of formalization of the process of high-speed multi-axis milling] // STIN. 2022, no S12–2. Pp. 25–28. (In Russian)
- Frolov P.I., Semenov P.I. High-speed end milling as a method of machining the compressor blades of an aircraft gas turbine engine // Electrophysical processing methods in modern industry: Materialy IV mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii molodykh uchyenykh, aspirantov i studentov. Per'm': Permskiy natsional'nyi issledovatel'skiy politekhnicheskiy universitet, 2021. Pp. 101–103. (In Russian)
- 6. *Kulak S.M.* Vibrodiagnostika [Vibration-based diagnostics]: Tyumen: Tyumenskiy industrialniy universitet, 2019. (In Russian)
- 7. *Piven' V.V., Syzranzev V.N., Chelombitko S.I.* Vibratsionnaya diagnostika rotornogo oborudovaniya [Vibration diagnostics of rotary equipment]. Tyumen: Tyumenskiy industrialniy universitet, 2021. (In Russian)
- Sidorov V.A., Tsokur V.P. Vozmozhnosti vibrometrii pri tekhnicheskom obsluzhivanii stankov s CHPU [Possibilities of vibrometry in the maintenance of CNC machines] // Progressivnyye tekhnologii machinostroyeniya. 2021, no 2(73). Pp. 91–99. (in Russian)
- Dennisenko A.F., Mikhaylov V.V. Opredelenie vibracionnoj moshchnosti istochnikov kolebanij shpindel'nyh uzlov metallorezhushchih stankov [Determination of vibration power of vibration sources of spindle assemblies of metal-cutting machine tools] // Izvestiya samarskogo nauchnogo tsentra rossiyskoy akademii nauk. 2021. Vol. 23, no 3(101). Pp. 55–61. (in Russian)
- Zimina L.A., Popov A.N. Ul'trazvukovaya diagnostiki vrashchayushchegosya oborudovaniya na promyshlennom predpriyatii [Ultrasonic diagnostics of rotating equipment in an industrial plant] // Intellektual'naya energetika: Sbornik materialov Vserossiyskoy nauchnotekhnicheskoy konferentsii. Barnaul: Mezhregional'nyy tsentr elektronnykh obrazovatel'nykh resursov, 2022. Pp. 268–270. (in Russian)
- 11. *Dvirnoy S.* Precizionnye podshipniki SKF dlya stankostroeniya [SKF precision bearings for the machine tool industry] // Stankoinstrument. 2017, no 1(6). Pp. 64–65. (In Russian)
- 12. Safonov I., Bannikov A. Vosstanoviteľnyj remont shpindeľnyh uzlov v kompanii SKF [Refurbishment of spindle assemblies at SKF] // Stankoinstrument. 2019, no 1(14). Pp. 82–84. (In Russian)
- 13. *Riyad A., Molchanov A.A.* Programmirovanie LabView dlya analiza vibracii shpindelya stanka s CHPU [LabView Programming for CNC Spindle Vibration Analysis] // Innovatsionnyye nauchnyye issledovaniya. 2021, no 2–3(4). Pp. 6–16. (In Russian)
- Gasparov E.S., Gasparova L.B., Markosyan G.A. Issledovanie vibroaktivnosti elektroshpindelej shlifoval'nyh stankov [Study of vibration activity of electrospindles of grinding machines] // Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2021. № 6 (103). Pp. 23–29.(In Russian)
- Gasparov E.S., Gasparova L.B. Mathematical Model of Spindle Unit Bearing Assembly // Lecture Notes in Mechanical Engineering (LNME): Proceedings of the 5th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2019). Cham: Springer International Publishing, 2020. Pp. 725–731.
- 16. Gasparov E.S., Gasparova L.B. Opisanie mekhanizma obrazovaniya signala vibracii v podshipnikovoj opore s privyazkoj ego k parametram tekhnicheskogo sostoyaniya shpindel'nogo uzla [Description of the vibration signal formation mechanism in the bearing support with its binding to the parameters of the technical condition of the spindle assembly] // Vysokiye tekhnologii v machinostroyenii: Materialy XVII Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii. Samara: Samarskiy gosudarstvenniy tekhnicheskiy universitet, 2018. Pp. 48–50. (In Russian)
- Gasparov E.S., Petrunin V.I. Opredelenie racional'nyh chastot vrashcheniya rotorov s cel'yu minimizacii ih radial'nyh bienij [Determination of rational frequencies of rotation of rotors in order to minimize their radial beats] // Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Un-ta. Ser. Tekhn. Nauki. 2018, no. 1(57). Pp. 61–67. (In Russian)

Original article submitted 03.03.2023