

УДК 621.391: 621 39

## ИНТЕРВАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТРАФИКА МНОГОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

**Б.Я. Лихтциндер<sup>1</sup>, А.Ю. Привалов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

Россия, 443100, г. Самара, ул. Льва Толстого, 23

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королёва,

Россия, 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34

E-mail: lixt@psuti.ru, privalov.ayu@ssau.ru

**Аннотация.** Рассматривается прохождение потокового видеотрафика через магистральный коммутатор узла связи. Анализируются особенности видеотрафика, который имеет явно выраженный пачечный характер. Исследуются влияние характеристик таких потоков на размеры очередей в узлах телекоммуникационных сетей. Приводятся результаты аналитического рассмотрения и имитационного моделирования. Рассматривается обобщенная формула Хинчина – Поллачека, для групповых потоков показана линейная зависимость числителя указанной формулы от коэффициента загрузки. Показано, что в отличие от пуассоновских потоков размеры очередей в многоканальных системах массового обслуживания с потоками видеотрафика с увеличением числа каналов практически не уменьшаются.

**Ключевые слова:** видеотрафик, задержки, очереди, групповые потоки, моделирование, системы массового обслуживания, многоканальность.

### Введение

Сегодня технология потокового вещания видео все более замещает общепринятую видеотрансляцию, основанную на протоколах RTP/UDP [1–5].

Технология передачи с использованием протокола TCP обладает высокой надежностью, поскольку благодаря наличию обратной связи восстанавливает поврежденные или утерянные во время передачи пакеты.

При управлении TCP видеопотоком в отличие от передачи трафика данных возникают дополнительные трудности, связанные с тем, что потребление видеопакетов происходит с определенной постоянной скоростью, называемой «битрейтом». Битрейт определяет разрешающую способность передаваемого видеосообщения. Если пропускная способность канала окажется меньше битрейта, то

---

<sup>1</sup> Борис Яковлевич Лихтциндер, доктор технических наук, профессор кафедры «Мульти-сервисные сети и информационная безопасность».

<sup>2</sup> Александр Юрьевич Привалов, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Прикладные математика и физика».

передача с данным уровнем качества становится невозможной и значение битрейта необходимо уменьшить. Для этого существующие видеокодеки имеют ряд настроек, обеспечивающих ступенчатое изменение битрейта и, следовательно, качества воспроизведения.

Принято считать, что для обеспечения нормальной работы канала, имеющего пропускную способность  $C$  и время кругового оборота  $T$ , требуется минимальный объем буферной памяти, равный  $CT$  [6]. Из этого следует, например, что для одного канала с пропускной способностью 10 гигабит в секунду, работающего в сети с круговой задержкой 250 миллисекунд, потребуется объем буферной памяти, равный 2,5 гигабайт. Принято также считать, что этот объем увеличивается пропорционально числу каналов. Современные магистральные маршрутизаторы обычно являются многоканальными, и необходимый объем памяти существенно возрастает, при этом предъявляются очень высокие требования к ее быстродействию. При современных технологиях повышение быстродействия памяти сопряжено с увеличением удельной мощности и выделяемой энергии и, следовательно, с увеличением габаритных размеров элементов. Таким образом, снижение объема буферной памяти коммутаторов и маршрутизаторов является одним из важных требований при их проектировании и производстве.

### **Влияние многоканальности**

Многоканальный коммутатор и маршрутизатор с общей памятью могут рассматриваться как многоканальные системы массового обслуживания (СМО) с общей очередью. Известно, что для пуассоновских потоков при эквивалентной загрузке каждого из каналов многоканальной СМО с общей очередью средняя очередь, приходящаяся на один канал такой системы, будет существенно меньше очереди в обычной одноканальной системе.

Особенности обработки трафика многоканальными СМО были рассмотрены в [5, 7, 8].

На рис. 1 представлены результаты имитационного моделирования многоканальных СМО с пуассоновскими потоками входных заявок. Показаны зависимости средних размеров очередей  $m\bar{q}(\rho) = \overline{q(\rho)}$  одного канала от коэффициента загрузки  $\rho$  (скрины получены с помощью разработанной нами системы АМС). Из графиков следует, что при увеличении числа каналов размеры средних очередей существенно уменьшаются. Это явление позволило авторам статьи [6] сделать вывод о возможности существенного сокращения объемов буферной памяти в многоканальных магистральных коммутаторах, предполагая, что входные потоки пакетов являются пуассоновскими.

Однако это далеко не всегда так. Трафик пакетов мультисервисных сетей весьма неравномерен, носит пачечный характер, и увеличение числа каналов СМО часто не приводит к существенному уменьшению среднего размера очередей. На рис. 2 представлены результаты имитационного моделирования многоканальных СМО с входными потоками пакетов видеотрафика (указанные результаты, так же как и результаты, приведенные на рис. 1, были получены с использованием системы АМС). Из графиков следует, что при одинаковой загрузке, приходящейся на каждый канал, увеличение числа каналов не приводит к уменьшению размеров очередей, как это происходит с пуассоновскими потоками (почти все каналы либо одновременно заняты, либо одновременно свободны).

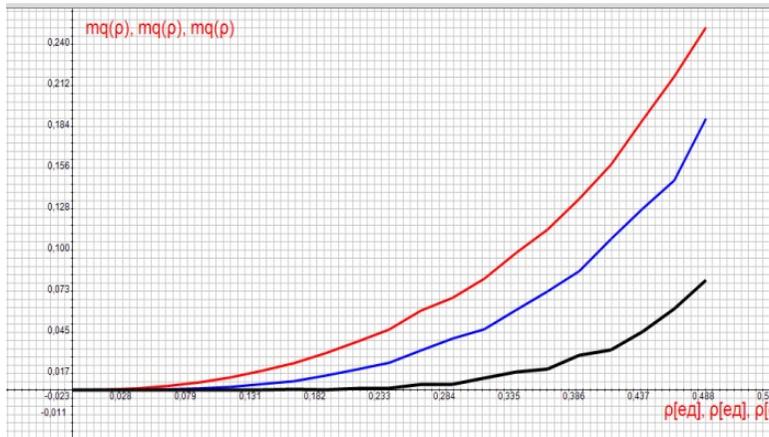


Рис. 1. Зависимости  $\overline{q(p)}$  пуассоновского потока для систем с различным числом  $K$  каналов:  $K = 1$  – верхняя кривая,  $K = 2$  – средняя кривая,  $K = 10$  – нижняя кривая

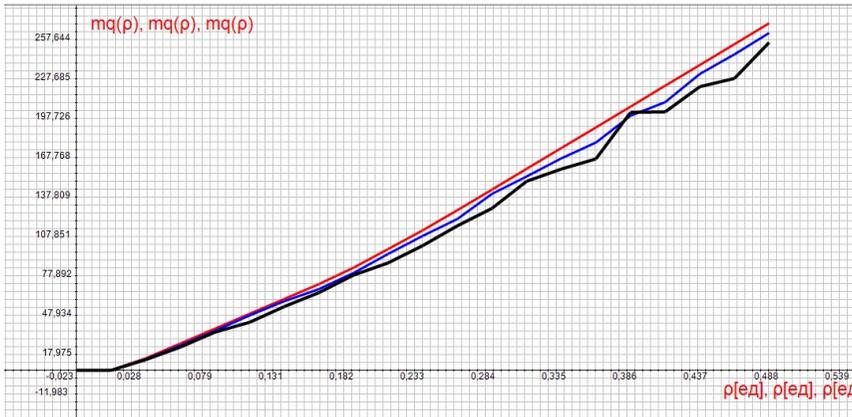


Рис. 2. Зависимости  $\overline{q(p)}$  потока видеотрафика для систем с различным числом  $K$  каналов:  $K = 1$  – верхняя кривая,  $K = 50$  – средняя кривая,  $K = 100$  – нижняя кривая

В связи с этим возникает актуальная задача введения более адекватных моделей видеотрафика и их анализа. В следующем разделе представлен метод анализа многоканальных СМО, использующийся далее в данной работе.

### Интервальный анализ очередей многоканальных СМО

Рассмотрим СМО, имеющую  $K$  однотипных каналов обслуживания. Сообщения поступают к любому свободному каналу в соответствии с дисциплиной обслуживания FIFO и образуют единую очередь. Для упрощения будем считать, что времена обслуживания одинаковы и равны  $\tau$ . Для такой СМО справедливо рекуррентное соотношение, устанавливающее связь между поступающими и обработанными заявками [9]:

$$q_i(\tau) = q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) - K_i(\tau), \quad (1)$$

$$K_i(\tau) = \begin{cases} K, & \text{если } q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) - K \geq 0; \\ q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) - & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Здесь  $K_i(\tau)$  – число каналов обслуживания, задействованных на  $i$ -м промежутке времени  $\tau$ . Случайная величина  $K_i(\tau)$  может принимать  $K + 1$  различных целых значений (включая нулевое). Если считать  $\overline{m_i(\tau)} = \lambda \tau$ , то загрузка одного канала определится соотношением

$$\rho = \frac{\overline{m_i(\tau)}}{K} = \frac{\lambda \tau}{K}.$$

Математическое ожидание

$$\overline{K_i(\tau)} = \overline{m_i(\tau)} = K \rho.$$

Из выражения (1) следует, что

$$\begin{aligned} q_i(\tau) &= q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) - K, & \text{если } q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) > K; \\ q_i(\tau) &= 0, & \text{если } q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) \leq K. \end{aligned}$$

Возведем первое равенство (1) в квадрат:

$$\begin{aligned} q_i^2(\tau) &= q_{i-1}^2(\tau) + 2q_{i-1}(\tau)[m_i(\tau) - K_i(\tau)] + [m_i(\tau) - K_i(\tau)]^2 = \\ &= q_{i-1}^2(\tau) + 2q_{i-1}(\tau)m_i(\tau) - 2q_{i-1}(\tau)K_i(\tau) + m_i^2(\tau) - 2m_i(\tau)K_i(\tau) + K_i^2(\tau) = \quad (2) \\ &= q_{i-1}^2(\tau) + 2q_{i-1}(\tau)m_i(\tau) - 2K_i(\tau)[q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) - K_i(\tau)] + m_i^2(\tau) - K_i^2(\tau). \end{aligned}$$

Нетрудно заметить, что при рассмотренных выше ограничениях  $K_i(\tau) \leq K$  выполняется равенство

$$K_i(\tau)[q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) - K_i(\tau)] = K(\tau)[q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) - K_i(\tau)].$$

Действительно, если  $K_i(\tau) = K$ , то равенство выполняется автоматически.

Если  $K_i(\tau) \leq K$ , то выражения в квадратных скобках равны нулю и равенство также выполняется. Подставляя в (2), получим:

$$\begin{aligned} q_i^2(\tau) &= q_{i-1}^2(\tau) + 2q_{i-1}(\tau)m_i(\tau) - 2K[q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) - K_i(\tau)] + m_i^2(\tau) - K_i^2(\tau) = \\ &= q_{i-1}^2(\tau) + 2q_{i-1}(\tau)m_i(\tau) - 2Kq_{i-1}(\tau) + 2Km_i(\tau) - 2KK_i(\tau) + m_i^2(\tau) - K_i^2(\tau). \end{aligned}$$

Производя усреднение, получим:

$$\begin{aligned} 0 &= 2\overline{q_{i-1}(\tau)m_i(\tau)} - 2K\overline{q_{i-1}(\tau)} + 2K\overline{m_i(\tau)} - 2K\overline{K_i(\tau)} + \overline{m_i^2(\tau)} - \overline{K_i^2(\tau)}, \\ 2\overline{q(\tau)}[K - \overline{m_i(\tau)}] &= 2K[\overline{m_i(\tau)} - \overline{K_i(\tau)}] + \overline{m_i^2(\tau)} - \overline{K_i^2(\tau)} + 2\text{Cov}[q_{i-1}(\tau); m_i(\tau)]. \end{aligned}$$

Учитывая, что  $\overline{K_i(\tau)} = \overline{m_i(\tau)}$ , получим:

$$\overline{q(\tau)} = \frac{\overline{m_i^2(\tau)} - \overline{K_i^2(\tau)} + 2\text{Cov}[q_{i-1}(\tau); m_i(\tau)]}{2[K - \overline{m_i(\tau)}]}.$$

Обозначим  $D_m(\tau) = \overline{m_i^2(\tau)} - \overline{m_i(\tau)}^2$ ,  $D_K(\tau) = \overline{K_i^2(\tau)} - \overline{K_i(\tau)}^2$ , получим:

$$\overline{q(\tau)} = \frac{D_m(\tau) - D_K(\tau) + 2\text{Cov}[q_{i-1}(\tau); m_i(\tau)]}{2[K - \overline{m_i(\tau)}]}. \quad (3)$$

Введем обозначения:

$$D_{1m}(\rho) = \frac{D_m(\tau)}{K^2}; \quad D_{1k}(\rho) = \frac{D_k(\tau)}{K^2}; \quad m_{1i}(\rho) = \frac{m_i(\tau)}{K},$$

тогда

$$\overline{q_{1k}(\rho)} = \frac{D_{1m}(\rho) + 2\text{Cov}[q_{1k;i-1}(\rho); m_{1i}(\rho)] - D_{1k}(\rho)}{2(1-\rho)}. \quad (4)$$

Здесь  $q_{1k;i-1}(\rho) = \frac{q_{i-1}(\rho)}{K}$ , а  $\overline{q_{1k}(\rho)} = \frac{\overline{q(\rho)}}{K}$  – среднее значение очереди, приходящееся на один канал многоканальной СМО, каждый из каналов которой загружен с коэффициентом загрузки  $\rho$ . Обозначим:

$$J(\rho) = 1 + \frac{2\text{Cov}[q_{1k;i-1}(\rho); m_{1i}(\rho)]}{D_{1m}(\rho)}.$$

Этот коэффициент называют «индекс дисперсии». Произведение  $D_{1m}(\rho)J(\rho) = D_{1E}(\rho)$  назовем эквивалентной дисперсией входного потока заявок. Получим:

$$\overline{q_{1k}(\rho)} = \frac{D_{1E}(\rho) - D_{1k}(\rho)}{2(1-\rho)}.$$

Эквивалентная дисперсия входного потока заявок не учитывает многоканальность СМО, а отражает лишь динамические свойства входного потока.

Наличие многоканальности учитывается дисперсией числа занятых каналов  $D_{1k}(\rho)$ .

### Интервальный анализ для пуассоновских входных потоков

Для демонстрации применения метода рассмотрим частный случай одноканальной СМО с пуассоновским входным потоком, канал которой загружен с коэффициентом  $\rho$ . Для такой системы

$$K=1, \quad D_{1m}(\rho) = \rho, \quad \text{Cov}[q_{1k;i-1}(\rho); m_{1i}(\rho)] = 0, \quad D_{1k_p}(\rho) = D_{1_p}(\rho),$$

$$\overline{q_{1_p}(\rho)} = \frac{\rho - D_{1_p}(\rho)}{2(1-\rho)}. \quad (5)$$

Здесь  $\overline{q_{1_p}(\rho)}$  – среднее значение очереди, приходящееся на один канал многоканальной СМО с пуассоновским потоком, каждый из каналов которой загружен с коэффициентом загрузки  $\rho$ ;  $D_{1_p}(\rho)$  представляет собой дисперсию числа занятых каналов, включая нулевое значение, при пуассоновском входном потоке.

Поскольку канал всего один, поток чисел занятых каналов  $K_i = 0; 1$  представляет собой поток единичных и нулевых значений с вероятностями занятости канала, равными  $\rho$ , и незанятости канала  $(1-\rho)$ . Дисперсия такой случайной величины  $D_{1_p}(\rho) = \rho(1-\rho)$ . Подставляя указанные значения в (5), получим формулу Хинчина – Поллачека для одноканальной системы в ее обычном виде:

$$\overline{q_{1p}(\rho)} = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}. \quad (6)$$

Анализ выражения  $(1-\rho)$  для одноканальной системы показывает, что оно представляет собой вероятность того, что «не все» каналы заняты. Обозначим такую вероятность для многоканальной системы с пуассоновским входным потоком через  $1 - B_{Kp}(\rho)$ . Тогда вероятность того, что все  $K$  каналов заняты и вновь пришедшая заявка поступит в очередь, будет равна  $B_{Kp}(\rho)$ . Принимая во внимание указанные рассуждения, после подстановки в (5) для многоканальной СМО с пуассоновским входным потоком получим:

$$\overline{q_{Kp}(\rho)} = \frac{B_{Kp}(\rho)\rho}{2(1-\rho)}. \quad (7)$$

Подобное выражение было приведено в книге [10] для СМО  $M/M/n$  ( $n = K$ ) и свидетельствует о справедливости сделанных допущений. Там же приводится формула для определения  $B_{Kp}(\rho)$  в зависимости от числа каналов  $K$  для такой СМО:

$$B_{Kp}(\rho) = \left[ 1 - \frac{\sum_{i=0}^{K-1} \frac{(K\rho)^i}{i!}}{\sum_{i=0}^K \frac{(K\rho)^i}{i!}} \right] \cdot \left[ 1 - \rho \frac{\sum_{i=0}^{K-1} \frac{(K\rho)^i}{i!}}{\sum_{i=0}^K \frac{(K\rho)^i}{i!}} \right]^{-1}. \quad (8)$$

Графическое представление этой зависимости показано на рис. 3.

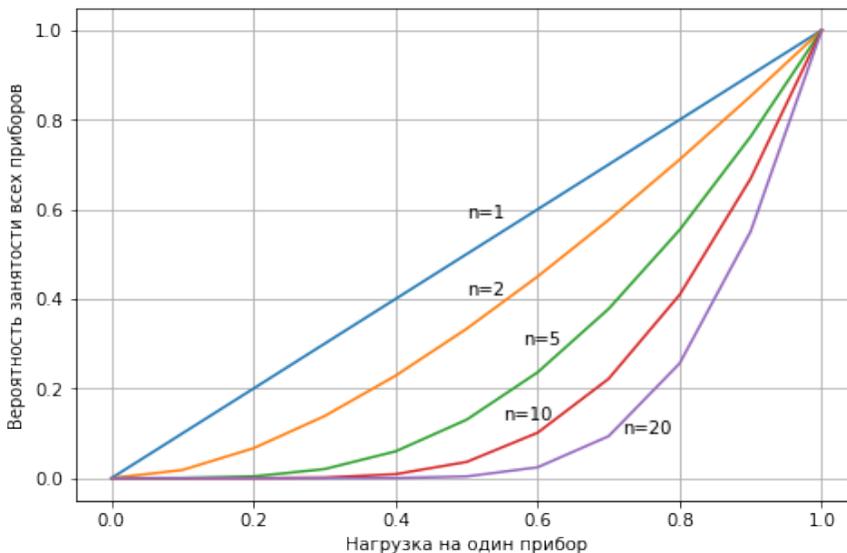


Рис. 3. Зависимость вероятности  $B_{lm}(\rho)$  для различных чисел каналов

Для  $M/D/K$ , которую мы рассмотрели с помощью интервального анализа, аналитической формулы нет, и мы посчитаем  $B_{Kp}(\rho)$  численно, используя численный метод, описанный в [11], для сравнения со значениями, получающимися по формуле (8).

Метод из [11] заключается в составлении бесконечной системы уравнений баланса для вложенной марковской цепи, описывающей количество занятых приборов в системе, и решении ее методом производящих функций. Показано, что состояние системы  $M/D/n$ , рассматриваемое в моменты ухода заявок из системы, образует однородную марковскую цепь со счетным числом состояний, и переходная матрица (полубесконечная) этой вложенной марковской цепи имеет вид

$$P = (p_{i,j})_{i,j=0,1,\dots} = \begin{pmatrix} \pi_0 & \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 & \pi_4 & \cdots \\ \pi_0 & \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 & \pi_4 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \pi_0 & \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 & \pi_4 & \cdots \\ 0 & \pi_0 & \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 & \cdots \\ 0 & 0 & \pi_0 & \pi_1 & \pi_2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

где  $\pi_i = \frac{(\lambda\tau)^i}{i!} \exp(-\lambda\tau)$ , а количество одинаковых строк в начале матрицы равно

$K$  – числу обслуживающих приборов в системе. Если нагрузка системы меньше 1, то будет существовать стационарное распределение этой марковской цепи, система уравнений баланса которой, записанная для стационарных вероятностей (обозначим их  $p_i$ ), выглядит так:

$$p_i = \pi_i \sum_{k=0}^{K-1} p_k + \sum_{k=0}^i \pi_k p_{K+i-k}, \quad i \geq 0.$$

Зная  $p_i$  для  $i = 0, \dots, K-1$ , из данной системы рекуррентно можно вычислить остальные  $p_i$  для  $i \geq K$ , а именно

$$\frac{1}{\pi_0} p_{K+i} = \left( p_i - \pi_i \sum_{k=0}^{K-1} p_k - \sum_{k=1}^i \pi_k p_{K+i-k} \right), \quad i \geq 0.$$

Для определения  $p_i$  для  $i = 0, \dots, K-1$  ищется решение системы уравнений баланса в терминах производящих функций

$$P(z) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i z^i.$$

Умножая  $i$ -тое уравнение системы уравнений баланса на  $z^i$ , суммируя по  $i$  и используя свойства пуассоновских вероятностей, можно получить, что

$$P(z) = \exp(-\lambda\tau(1-z)) \left( \sum_{k=0}^{K-1} p_k + \frac{1}{z^K} \left( P(z) - \sum_{k=0}^{K-1} p_k z^k \right) \right),$$

откуда

$$P(z) = \frac{z^K \sum_{k=0}^{K-1} p_k - \sum_{k=0}^{K-1} p_k z^K}{z^K \exp(-\lambda\tau(1-z)) - 1}.$$

Далее в [11] с использованием теоремы Руше и аналитичности функции  $P(z)$  в единичном круге, включая его границу, показывается, что каждому корню знаменателя в выражении для  $P(z)$  должен соответствовать корень числителя этого выражения, то есть для каждого из  $K$  корней  $z_i, i=0, \dots, K-1$  уравнения

$$z_i^K \exp(-\lambda\tau(1-z_i^K)) - 1 = 0$$

должно выполняться

$$z_i^K \sum_{k=0}^{K-1} p_k - \sum_{k=0}^{K-1} p_k z_i^K = 0, \quad i=1, \dots, K-1.$$

В этот набор уравнений не включено уравнение для  $z_0=1$ , которое тривиально, и вместо него туда надо включить уравнение из условий нормировки вероятностей  $p_i$ , которое выглядит так:

$$\frac{1}{K-\lambda} \left( K \sum_{k=0}^{K-1} p_k - \sum_{k=0}^{K-1} k p_k \right) = 0.$$

Численным решением этой системы и находятся вероятности занятости  $0, 1, \dots, K-1$  приборов. К сожалению, данная система для больших  $K$  и больших  $\rho$  становится сильно обусловленной и стандартными библиотеками численных расчетов (использовалась numpy) не решается. Однако близкие значения  $B_{Kp}(\rho)$ , получающиеся из (8) и численных расчетов при небольших значениях  $K$  и  $\rho$  (см. таблицу), позволяют использовать формулу (8) для  $M/M/K$  как хорошее приближение для  $M/D/K$ . Причем  $B_{Kp}(\rho)$  для  $M/M/K$  всегда больше, чем для  $M/D/K$ , и будут использоваться как верхняя граница для последних.

### Вероятности занятости всех приборов в многоканальных СМО

$\rho$		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$n=2$	M/M/n	0.0182	0.0667	0.1385	0.2286	0.3333	0.4500	0.5765	0.7111	0.8526
	M/D/n	0.0178	0.0645	0.1336	0.2208	0.3233	0.4387	0.5654	0.7019	0.8471
$n=3$	M/M/n	$3.7 \cdot 10^{-3}$	0.0247	0.0700	0.1412	0.2368	0.3547	0.4923	0.6472	0.8171
	M/D/n	$3.6 \cdot 10^{-3}$	0.0236	0.0665	0.1338	0.2253	0.3398	—	—	—
$n=4$	M/M/n	$7.9 \cdot 10^{-4}$	$9.6 \cdot 10^{-3}$	0.0370	0.0907	0.1739	0.2870	0.4287	0.5964	0.7878
	M/D/n	$7.8 \cdot 10^{-4}$	$9.2 \cdot 10^{-3}$	0.0349	—	—	—	—	—	—

Для одноканальной системы  $B_{1m}(\rho) = \rho$  и справедлива формула (6).

Как следует из предыдущего, мы рассматриваем значения средней очереди, приходящиеся на один канал многоканальной системы. Сравним их со значениями очередей в эквивалентной одноканальной системе с аналогичной загрузкой  $\rho$ . В одноканальной системе пришедшая заявка поступит в очередь с вероятностью того, что единственный канал занят, равной  $\rho$ . В многоканальной системе эта заявка поступит в очередь лишь в случае, если заняты все  $K$  каналов. Ука-

занное событие происходит с вероятностью  $B_K(\rho)$ . Если принять во внимание, что средние значения очередей пропорциональны вероятностям поступающих в них заявок, то должно быть справедливо соотношение

$$\eta_K(\rho) = \frac{\overline{q_{1K}(\rho)}}{q_1(\rho)} = \frac{B_{1K}(\rho)}{B_1(\rho)} = \frac{B_{1K}(\rho)}{\rho}. \quad (9)$$

Коэффициент  $\eta_K(\rho)$  показывает степень уменьшения размеров средней очереди, приходящейся на один канал многоканальной СМО с общей очередью, по сравнению с аналогичной одноканальной системой. Семейство кривых  $\eta_{Kp}(\rho)$  для пуассоновского потока показано на рис. 4.

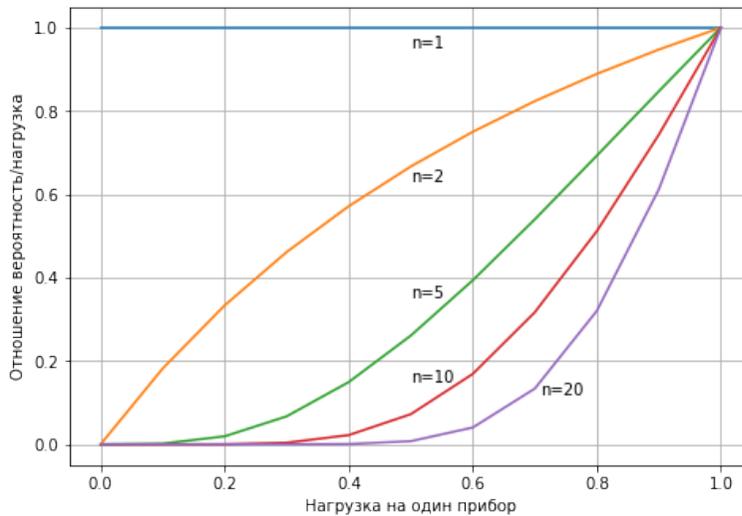


Рис. 4. Семейство кривых  $\eta_{Kp}(\rho)$  для пуассоновского потока

Из рис. 4 следует, что даже небольшое число каналов при пуассоновском входном потоке обеспечивает существенное уменьшение средней длины очереди по сравнению с одноканальной системой. С увеличением числа каналов (приборов обслуживания) для пуассоновских потоков наблюдается существенное уменьшение размеров очередей.

К сожалению, для потоков общего вида рассмотренная формула определения вероятности  $B(\rho)$  того, что в системе заняты все  $K$  каналов, неприменима, и утверждение об уменьшении среднего размера очереди с увеличением числа каналов справедливо далеко не всегда.

#### Анализ для потока с групповым прибытием

В качестве более адекватной модели видеотрафика рассмотрим поток с групповым прибытием, в котором согласно пуассоновскому потоку прибывают не отдельные заявки, а пачки заявок, для простоты одинакового размера  $M$ . Групповой поток является частным случаем пачечного потока [12–15], когда все заявки пачки поступают одновременно. Обработка каждой заявки из пачки тре-

бует одинакового времени одного из имеющихся идентичных  $K$  процессоров коммутатора (каналов обслуживания).

Сначала рассмотрим случай, когда  $K > M$ , причём  $K/M = n$  – целое число. Нетрудно видеть, что в такой системе занятие и освобождение каналов происходит только группами по  $M$  штук и такая СМО эквивалентна СМО  $M/D/n$ , рассмотренной выше. Если же  $K/M$  не целое и  $n_1 < K/M < n_2$ , где  $n_1$  и  $n_2$  – целые числа, то при эквивалентной нагрузке на один канал  $\rho$  точка, соответствующая средней очереди в системе, будет находиться между соответствующими кривыми на рис. 4 с абсциссой  $\rho$  и выигрыш в размере очереди по-прежнему будет иметь место.

Однако случай, когда размер пачки меньше числа каналов в коммутаторе, трудно ожидать на практике.

Если же  $M > K$  и для простоты пусть  $M/K = k$  – целое, то нетрудно видеть, что в данной системе заявки забираются на обслуживание всегда группами по  $K$  штук и данная СМО эквивалентна одноканальной СМО с групповым прибытием, где пачки имеют постоянный размер  $k$ . Для такой системы уравнение (1) можно записать в виде

$$q_i(\tau) = q_{i-1}(\tau) + m_i(\tau) - \delta_i(\tau), \quad (10)$$

$$\delta_i(\tau) = \begin{cases} 0, & \text{если } q_{i-1}(\tau) = m_i(\tau) = 0; \\ 1 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Нетрудно увидеть некоторые особенности  $\delta_i(\tau)$ :  $\delta_i^2(\tau) = \delta_i(\tau)$ ;  $\delta_i(\tau)m_i(\tau) = m_i(\tau)$ ;  $\overline{\delta_i(\tau)} = \overline{m(\tau)}$ ,  $\delta_i(\tau)q_{i-1}(\tau) = q_{i-1}(\tau)$ .

Заметим также, что для этой одноканальной системы в стационарном состоянии

$$\overline{m_i(\tau)} = \rho = \lambda\tau k. \quad (11)$$

Как и ранее, возведем в квадрат обе части (10) и после преобразований, аналогичных преобразованиям при выводе (3) и (4), получим их аналог в виде

$$\overline{q(\tau)} = \frac{D_m(\tau) + 2\text{Cov}(q_{i-1}(\tau); m_i(\tau)) - D_1(\tau)}{2(1 - \overline{m_i(\tau)})}.$$

Вспомним еще, что в одноканальном случае

$$D_1(\tau) = \overline{m_i(\tau)}(1 - \overline{m_i(\tau)}),$$

и предыдущее выражение можно переписать в виде

$$\overline{q(\tau)} = \frac{D_m(\tau) + 2\text{Cov}(q_{i-1}(\tau); m_i(\tau))}{2(1 - \overline{m_i(\tau)})} - \frac{m_i(\tau)}{2}. \quad (11)$$

Это обобщение формулы Поллачека – Хинчина для любой одноканальной СМО со стационарным входным потоком и постоянным временем обслуживания  $\tau$  [9, 16], а для рассматриваемого потока с пуассоновским приходом пачек постоянного размера  $k$  имеем

$$\text{Cov}(q_{i-1}(\tau); m_i(\tau)) = 0; \quad D_m(\tau) = \lambda\tau k^2 = \rho k,$$

$$\overline{q(\tau)} = \frac{\rho k}{2(1-\rho)} - \frac{\rho}{2} = \frac{\rho(k-1) + \rho^2}{2(1-\rho)}.$$

Никакого уменьшения очереди не наблюдается, при увеличении  $\rho$  характер роста очередей одинаков, а рост  $k$  еще линейно увеличивает среднюю очередь (при постоянном  $\rho$ ). Так как эта система эквивалента многоканальной с пачечным прибытием, когда размер пачки превышает количество каналов, то можно заключить, что коль скоро  $M / K = k > 1$ , то независимо от количества каналов  $K$  уменьшение очереди в расчете на канал не происходит.

### Заключение

В многоканальных СМО с пуассоновскими потоками размеры очередей в пересчете на один канал с эквивалентной загрузкой существенно уменьшаются. Это привело к предложениям сократить объемы буферной памяти коммутаторов мультисервисных сетей связи. Однако видеотрафик в мультисервисных сетях доступа существенно отличается от пуассоновского и носит явно выраженный пачечный характер. Исследование видеотрафика с помощью моделей потоков с групповым прибытием наглядно показало, что для такого трафика указанного уменьшения размеров очередей в многоканальных системах не происходит и уменьшать размеры буферной памяти в коммутаторах сетей доступа по этой причине нельзя.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. History of Move Networks. URL: <http://movenetworks.com/history.html>.
2. Xia W. Cross-layer optimization technology for wireless network multimedia video // Computer Optics, Vol. 44(4), (2020), 582–588. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-620.
3. Metzger F., Liotou E., Moldovan C., Hofffeld T. TCP video streaming and mobile networks: Not a love story, but better with context // Comp. Net. J. Vol. 109. Part 2, (2016). Pp. 246–256.
4. Moldovan Ch., Hofffeld T., Hagn K., Sieber Ch. and Kellerer W. Keep Calm and Don't Switch: About the Relationship Between Switches and Quality in HAS // Proc. 29th International Teletraffic Congress, 4-8 Sep. 2017, Genoa, Italy. URL: [https://www.researchgate.net/publication/320366462\\_Keep\\_Calm\\_and\\_Don%27t\\_Switch\\_About\\_the\\_Relationship\\_Between\\_Switches\\_and\\_Quality\\_in\\_HAS](https://www.researchgate.net/publication/320366462_Keep_Calm_and_Don%27t_Switch_About_the_Relationship_Between_Switches_and_Quality_in_HAS)
5. Sahraoui Y., Ghanam A., Zaidi S., Bitam S., Mellouk A. Performance evaluation of TCP and UDP based video streaming in vehicular ad-hoc networks // Proc. of 2018 International Conference on Smart Communications in Network Technologies (SaCoNeT). 2018. Pp. 67–72. DOI: 10.1109/SaCoNeT.2018.8585447.
6. Appenzeller G., Keslassy I., McKeown N. Sizing Router Buffers // Proceedings of SIGCOMM'04. Portland, Oregon, USA, 2004. Pp. 281–292.
7. Лихтциндер Б.Я. Особенности многоканальной обработки пачечного трафика // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Т. 11. № 11. С. 30–33.
8. Intelligent Buffer Management on Cisco Nexus 9000 Series Switches. Cisco, 2017. URL: <https://www.cisco.com/c/en/us/products/collateral/switches/nexus-9000-series-switches/white-paper-c11-738488.htm>
9. Лихтциндер Б.Я. Трафик мультисервисных сетей доступа (интервальный анализ и проектирование). М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 290 с.
10. Martin J. System Analysis For Data Transmisson. Vol. 1, Prentice Hall, New Jersey, 1972.
11. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Теория массового обслуживания. М.: РУДН, 1995. 529 с.
12. Lakatos L., Szeidl L., Telek M. Introduction to Queueing Systems with Telecommunication Applications. Springer Science + Business Media., 2013. 388 pp. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5317-8>.
13. Вишневский В.М., Дудин А.Н. Системы массового обслуживания с коррелированными входными потоками и их применение для моделирования телекоммуникационных сетей // Автоматика и телемеханика. 2017. № 8. С. 3–59.

14. Neuts M.F. Versatile Markovian point process // Journal of Applied Probability. 1979. Vol. 16, Issue 4. Pp. 764–779. DOI: <https://doi.org/10.2307/3213143>.
15. Дудин А.Н., Клименок В.И. Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. Минск: БГУ, 2000. 175 с.
16. Лихтциндер Б.Я., Бакай Ю.О. Модели групповых пуассоновских потоков в управлении телекоммуникационным трафиком // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2020. Т. 28, № 3. С. 75–89.

*Статья поступила в редакцию 09 марта 2023 г.*

# INTERVAL TRAFFIC ANALYSIS OF MULTICHANNEL QUEUING SYSTEMS

*B.Ya. Lichtsinder<sup>1</sup>, A.Yu. Privalov<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Volga State University Telecommunications and Informatics  
23, L. Tolstogo str., Samara, 443100, Russian Federation

<sup>2</sup> Samara National Research University  
34, Moskovskoe shosse, Samara, 443086, Russian Federation

E-mail: lixt@psuti.ru, privalov.ayu@ssau.ru

**Abstract.** *The passage of streaming video traffic through the backbone switch of the communication node is considered. The features of video traffic, which has a pronounced burst character, are analyzed. The influence of the characteristics of such flows on the sizes of queues in the nodes of telecommunication networks is studied. The results of analytical consideration and simulation modeling are presented. The generalized Khinchin-Pollachek formula is considered and for group flows a linear dependence of the numerator of this formula on the load factor is shown. It is shown that, in contrast to Poisson flows, the queue sizes in multichannel queuing systems with video traffic flows practically do not decrease with an increase in the number of channels.*

**Keywords:** *video traffic, delays, queues, group flows, modeling, queuing systems, multichannel.*

## REFERENCES

1. History of Move Networks. URL: <http://movenetworks.com/history.html>.
2. Xia W. Cross-layer optimization technology for wireless network multimedia video // Computer Optics, Vol. 44(4), (2020), 582–588. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-620.
3. Metzger F., Liotou E., Moldovan C., Hofffeld T. TCP video streaming and mobile networks: Not a love story, but better with context // Comp. Net. J. Vol. 109. Part 2 (2016). Pp. 246–256.
4. Moldovan Ch., Hofffeld T., Hagn K., Sieber Ch. and Kellerer W. Keep Calm and Don't Switch: About the Relationship Between Switches and Quality in HAS // Proc. 29th International Teletraffic Congress, 4–8 Sep. 2017, Genoa, Italy. URL: [https://www.researchgate.net/publication/320366462\\_Keep\\_Calm\\_and\\_Don%27t\\_Switch\\_About\\_the\\_Relationship\\_Between\\_Switches\\_and\\_Quality\\_in\\_HAS](https://www.researchgate.net/publication/320366462_Keep_Calm_and_Don%27t_Switch_About_the_Relationship_Between_Switches_and_Quality_in_HAS)
5. Sahraoui Y., Ghanam A., Zaidi S., Bitam S., Mellouk A. Performance evaluation of TCP and UDP based video streaming in vehicular ad-hoc networks // Proc. of 2018 International Conference on Smart Communications in Network Technologies (SaCoNeT). 2018. Pp. 67–72. DOI: 10.1109/SaCoNeT.2018.8585447.
6. Appenzeller G., Keslassy I., McKeown N. Sizing Router Buffers // Proceedings of SIGCOMM'04. Portland, Oregon, USA, 2004. Pp. 281–292.
7. Lihtcinder B.Ya. Osobennosti mnogokanal'noj obrabotki pachechnogo trafika [Peculiarities of multichannel processing of burst traffic] // T-Comm: Telekommunikacii i transport. 2017. V. 11, № 11. Pp. 30–33. (In Russian)
8. Intelligent Buffer Management on Cisco Nexus 9000 Series Switches. Cisco, 2017. URL: <https://www.cisco.com/c/en/us/products/collateral/switches/nexus-9000-series-switches/white-paper-c11-738488.htm>
9. Lihtcinder B.Ya. Trafik mul'tiservisnyh setej dostupa (interval'nyj analiz i proektirovanie) [Traffic of multiservice access networks (interval analysis and design)]. M.: Goryachaya liniya – Telekom, 2018. 290 pp. (In Russian)

---

<sup>1</sup> Boris Ya. Lichtsinder (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.

<sup>2</sup> Alexander Yu. Privalov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.

10. *Martin J.* System Analysis For Data Transmisson. Vol. 1, Prentice Hall, New Jersey, 1972.
11. *Bocharov P.P., Pechinkin A.V.* Teoriya massovogo obsluzhivaniya [Theory of queuing]. M.: RUDN, 1995. 529 c. (In Russian)
12. *Lakatos L., Szeidl L., Telek M.* Introduction to Queuing Systems with Telecommunication Applications. Springer Science + Business Media., 2013. 388 pp. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5317-8>.
13. *Vishnevskij V.M., Dudin A.N.* Sistemy massovogo obsluzhivaniya s korrelirovannymi vhodnymi potokami i ih primenenie dlya modelirovaniya telekommunikacionnyh setej [Queuing systems with correlated input flows and their application for modeling telecommunication networks] // Avtomatika i telemekhanika. 2017. № 8. P. 3–59. (In Russian)
14. *Neuts M.F.* Versatile Markovian point process // Journal of Applied Probability. 1979. Vol. 16, Issue 4. Pp. 764–779. DOI: <https://doi.org/10.2307/3213143>.
15. *Dudin A.N., Klimenok V.I.* Sistemy massovogo obsluzhivaniya s korrelirovannymi potokami [Queuing systems with correlated flows]. Minsk: BGU, 2000. 175 pp. (In Russian)
16. *Lihtcinder B.Ya., Bakaj Yu.O.* Modeli gruppovyh puassonovskih potokov v uprav-lenii telekommunikacionnym trafikom [Models of group Poisson flows in telctcommunications traffic control] // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Tekhnicheskie nauki. 2020. V. 28, № 3. Pp. 75–89. (In Russian)