

УДК 519.233.5

ОПЕРАТИВНОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ И МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОЙ ОТРАСЛЯХ ПРОМЫШЛЕННОСТИ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ

А.В. Бурцев, А.Л. Евелев, В.П. Качалин

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

***Аннотация.** Рассмотрены вопросы прогнозирования макроэкономических процессов с помощью математического моделирования, а именно производственной функции Кобба – Дугласа, для эффективного управления отраслевой политикой предприятий металлургической и электротехнической отраслей Самарской области. Проведено оперативное математическое моделирование, не требующее значительных вычислительных ресурсов и позволяющее многократно прогнозировать результаты управленческих решений по ходу их практического формирования. Рассмотрено влияние заработной платы сотрудников и их численности на выпуск продукции в данных отраслях. В ходе исследования построены модели – как с учетом научно-технического прогресса, так и без него. Верификация полученных моделей осуществлена с помощью коэффициента детерминации, а также критериев Фишера, Стьюдента и Дарбина – Уотсона. Сделаны выводы о качестве построенных моделей.*

***Ключевые слова:** электротехническая отрасль, металлургическая отрасль, математическая модель, производственная функция Кобба – Дугласа, эластичность, критерий Фишера, t-критерий Стьюдента, критерий Дарбина – Уотсона.*

Самарская область – развитый промышленный регион Российской Федерации. Среди основных отраслей промышленности Самарской области – машиностроение, металлообработка, топливная, химическая и нефтехимическая, электроэнергетическая, цветная металлургия и др. В Самарской области функционируют около 400 крупных и свыше 4 тыс. малых предприятий.

Для эффективного управления отраслевой политикой, и прежде всего для рационального формирования областного бюджета и бюджетов предприятий, необходимо строить обоснованные прогнозы. Для этого используется математическое моделирование макроэкономических процессов в этих отраслях, причем особенно актуальным является оперативное моделирование, не требующее значительных вычислительных ресурсов и позволяющее многократно прогнозировать результаты управленческих решений по ходу их практического формирования.

Ввиду того, что металлургическая промышленность является базисом большинства промышленных отраслей, а электротехническая промышленность – одна

Бурцев Александр Владимирович, ассистент кафедры «Управление и системный анализ теплоэнергетических и социотехнических комплексов».

Евелев Александр Львович, старший преподаватель ассистент кафедры «Управление и системный анализ теплоэнергетических и социотехнических комплексов».

Качалин Валерий Петрович, ассистент кафедры «Управление и системный анализ теплоэнергетических и социотехнических комплексов».

из наиболее наукоемких отраслей экономики, в статье рассмотрены математические модели металлургического и электротехнического секторов промышленности Самарской области.

Предлагаемые математические модели в форме производственной функции Кобба – Дугласа [1, 2, 3] связывают стоимость выпущенных (отгруженных) товаров в электротехнической и металлургических отраслях промышленности Самарской области $Y(t)$ с двумя основными производственными факторами: заработной платой $K(t)$, отражающей квалификацию персонала, и среднегодовой численностью сотрудников предприятий отрасли $L(t)$, включая малоквалифицированную рабочую силу:

$$Y(t) = AK(t)^\alpha L(t)^\beta e^{\gamma(t-t_1)}. \quad (1)$$

Здесь A – технологический коэффициент;

t – время (годы);

t_1 – начало исследуемого периода (2006 г.);

α – коэффициент эластичности влияния среднемесячной заработной платы;

β – коэффициент эластичности влияния среднегодовой численности работников;

γ – темп прироста выпуска за счет научно-технического прогресса (НТП).

В табл. 1 представлены статистические данные по электротехнической и металлургической отраслям за период 2006–2018 гг. [4].

Сглаживание исходных данных производится методом скользящего среднего [5, 6].

Неизвестные параметры A , α , β , γ определяются методом наименьших квадратов [7, 8, 9]. Для использования математического аппарата линейного регрессионного анализа зависимость (1) прологарифмирована:

$$y_i = a + \alpha k_i + \beta l_i + \gamma i \quad (2)$$

и выбран период дискретизации времени 1 год: $t = t_i$, $i = \overline{1,13}$, $t_1 = 2006$, $t_2 = 2007 \dots$, $y_i = \ln Y(t_i)$, $k_i = \ln K(t_i)$, $l_i = \ln L(t_i)$, $a = \ln A$.

Таблица 1

Входные и выходные параметры модели (1)

Порядковый номер (i)	Период (t _i)	Электротехническая отрасль			Металлургическая отрасль		
		Стоимость отгруженных товаров, млн руб. (Y)	Средняя заработная плата, тыс. руб. (K)	Среднегодовая численность работников, тыс. чел. (L)	Стоимость отгруженных товаров, млн руб. (Y)	Средняя заработная плата, тыс. руб. (K)	Среднегодовая численность работников, тыс. чел. (L)
1	2006	25 798,9	10,350	21,2	37 104,7	10,828	22,7
2	2007	34 008,5	12,972	21,4	41 780,9	13,275	26,5
3	2008	39 480,1	15,098	20,5	50 555,2	15,537	27,4
4	2009	28 946,9	15,490	18,2	37 546,7	15,530	24,6
5	2010	40 726,2	18,238	21,4	57 971,1	16,891	20,0
6	2011	50 709,8	20,101	23,2	65 429,5	19,805	21,7

Порядковый номер (i)	Период (t _i)	Электротехническая отрасль			Металлургическая отрасль		
		Стоимость отгруженных товаров, млн руб. (Y)	Средняя заработная плата, тыс. руб. (K)	Среднегодовая численность работников, тыс. чел. (L)	Стоимость отгруженных товаров, млн руб. (Y)	Средняя заработная плата, тыс. руб. (K)	Среднегодовая численность работников, тыс. чел. (L)
7	2012	53 769,8	21,667	23,8	66 142,5	21,815	23,0
8	2013	49 709,3	23,572	22,8	65 661,2	24,480	23,6
9	2014	51 096,5	25,305	20,8	69 317,0	27,320	23,0
10	2015	53 289,9	27,442	23,7	78 845,9	27,992	29,0
11	2016	45 396,0	29,951	24,3	98 271,1 8	32,875	29,3
12	2017	47 298,4	34,440	19,8	94 700,0	36,748	27,6
13	2018	40 772,1	32,076	19,1	107 168, 7	41,890	28,4

На основе статистической информации построено несколько частных математических моделей:

– модель с несглаженными данными электротехнической отрасли (рис. 1) и металлургической отрасли (рис. 5) ($\gamma=0$);

– модель со сглаженными данными электротехнической отрасли (рис. 2) и металлургической отрасли (рис. 6) ($\gamma=0$);

– модель с несглаженными данными электротехнической отрасли (рис. 3) и металлургической отрасли (рис. 7) с учетом НТП ($\gamma \neq 0$);

– модель со сглаженными данными электротехнической отрасли (рис. 4) и металлургической отрасли (рис. 8) с учетом НТП ($\gamma \neq 0$).

На рис. 1–8 статистические данные отображены точками, результаты моделирования – сплошной линией.

Верификация модели производится по следующим статистическим критериям [10, 11]:

1. Оценка статистической значимости коэффициентов регрессионных уравнений производится на основе расчета t-статистики Стьюдента. Для каждого коэффициента аппроксимации (2) a , α , β , γ , вычисляется значение t-статистики:

$$t_j = \frac{\xi_j}{\sqrt{D_j}}, \quad \xi_1 = a, \quad \xi_2 = \alpha, \quad \xi_3 = \beta, \quad \xi_4 = \gamma,$$

где $D_j = \frac{W_{jj}}{T-n-1} \sum_{i=1}^T \varepsilon_i^2$ – величина дисперсии значений ξ_j ;

n – количество коэффициентов множественной линейной регрессии;

$T=13$ – объем выборки,

$\varepsilon_i = y_i - y_{mi}$ – невязка между фактическим значением y_i и расчетным значением y_{mi} , рассчитанным с помощью модели (2) в момент времени t_i , $i = \overline{1,13}$,

W_{jj} – диагональный элемент матрицы $(X^T X)^{-1}$, где X – матрица исходных данных [7].

В число n коэффициентов линейной регрессии (2) для модели (2) входят α , β , γ , но не входит коэффициент a , поэтому в случае $\gamma=0$ $n=2$, а в случае $\gamma \neq 0$ $n=3$.

В модели (2) без учета НТП ($\gamma=0$) матрица исходных данных X образована слиянием 3 векторов-столбцов [7]. Все элементы первого вектора равны 1, i -тый элемент второго вектора равен k_i , i -тый элемент третьего вектора равен l_i .

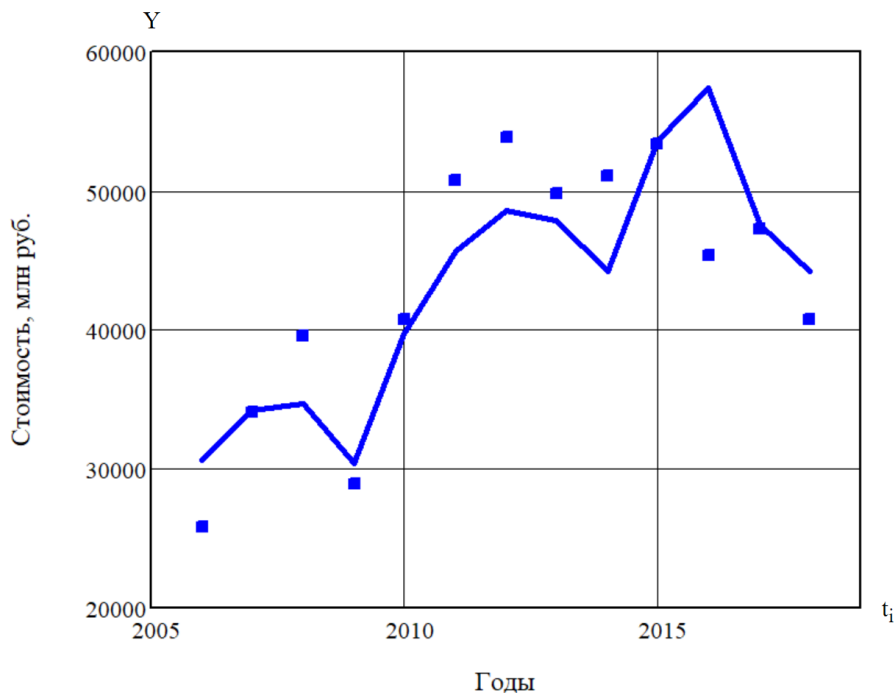


Рис. 1. Стоимость выпущенной продукции электротехнической отрасли (несглаженные данные)

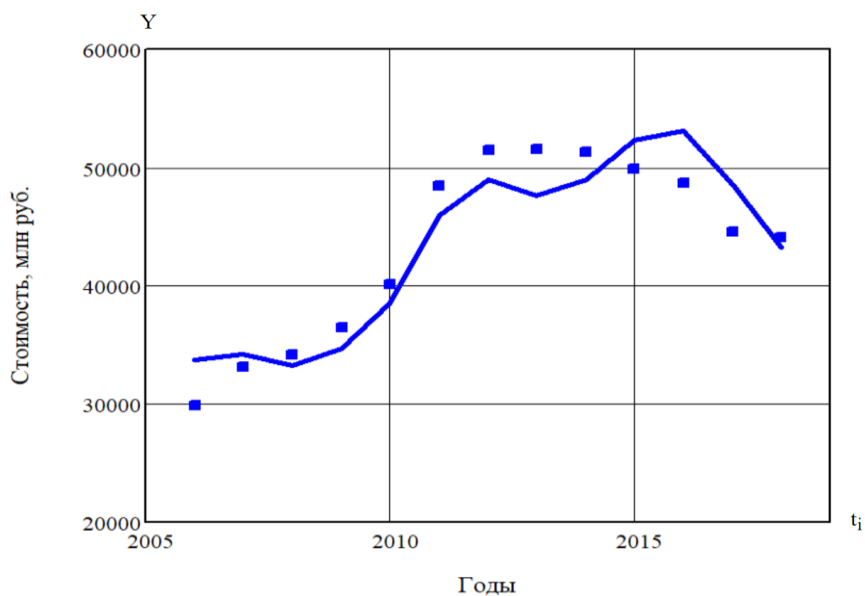


Рис. 2. Стоимость выпущенной продукции электротехнической отрасли (сглаженные данные)

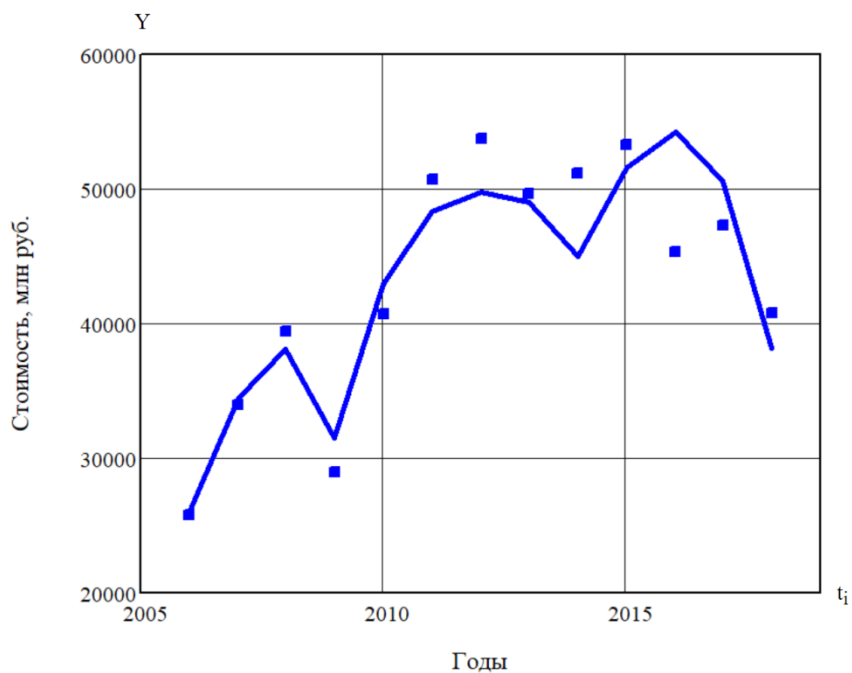


Рис. 3. Стоимость выпущенной продукции электротехнической отрасли с учетом НТП (несглаженные данные)

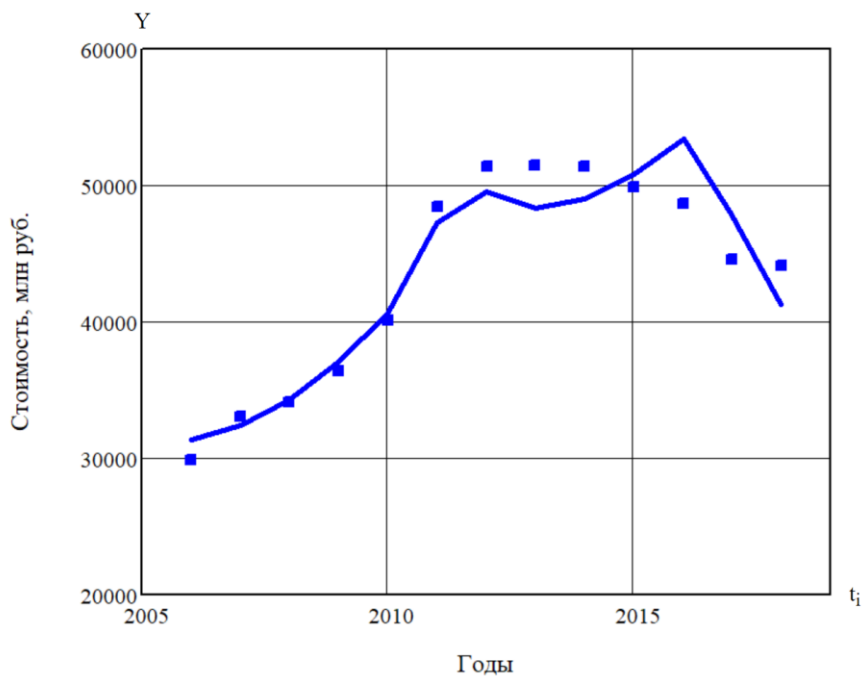


Рис. 4. Стоимость выпущенной продукции электротехнической отрасли с учетом НТП (сглаженные данные)

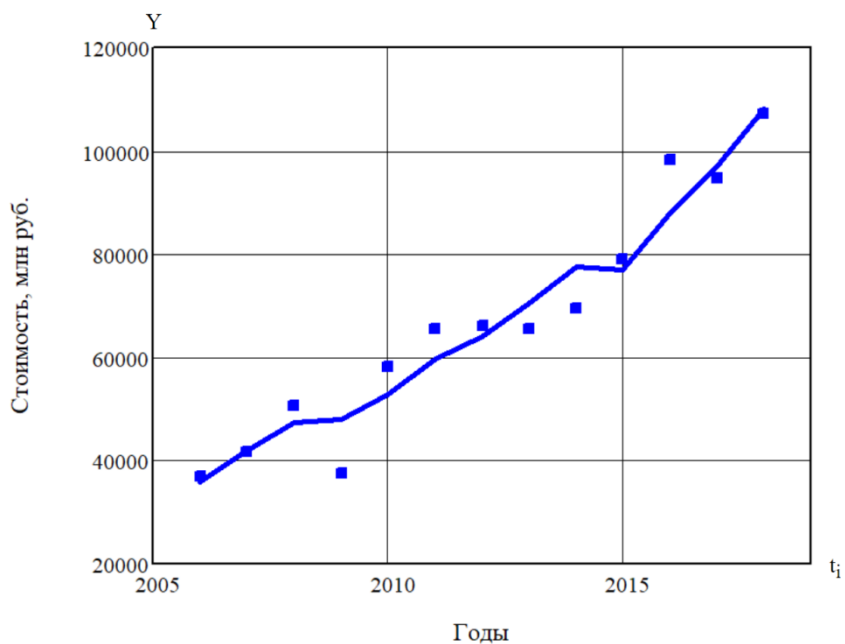


Рис. 5. Стоимость выпущенной продукции металлургической области (несглаженные данные)

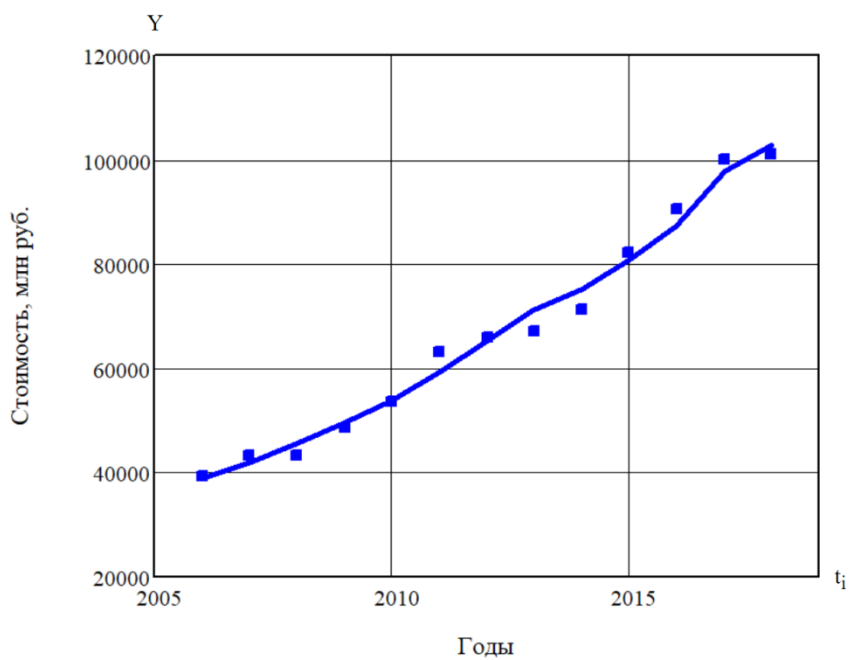


Рис. 6. Стоимость выпущенной продукции металлургической отрасли (сглаженные данные)

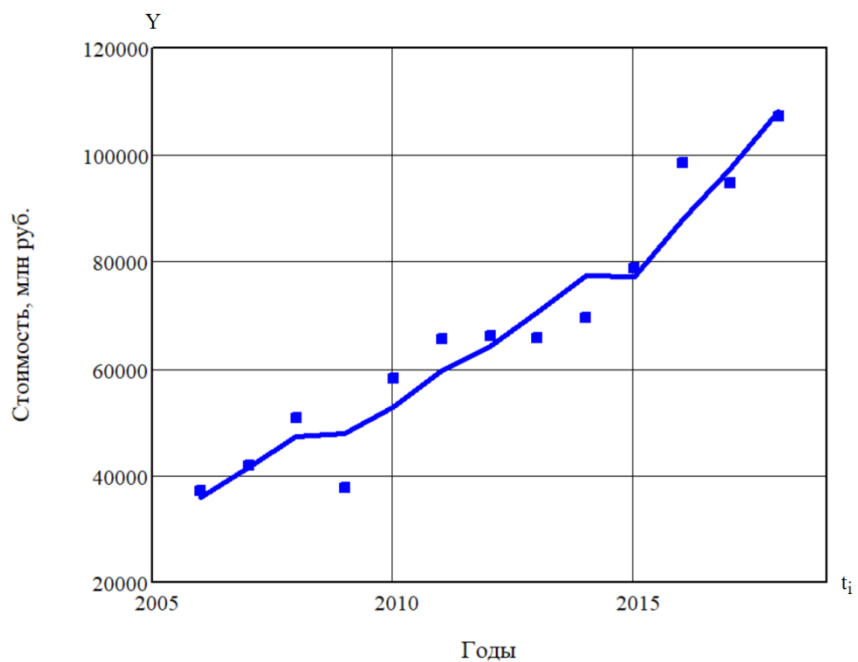


Рис. 7. Стоимость выпущенной продукции металлургической отрасли с учетом НТП (несглаженные данные)

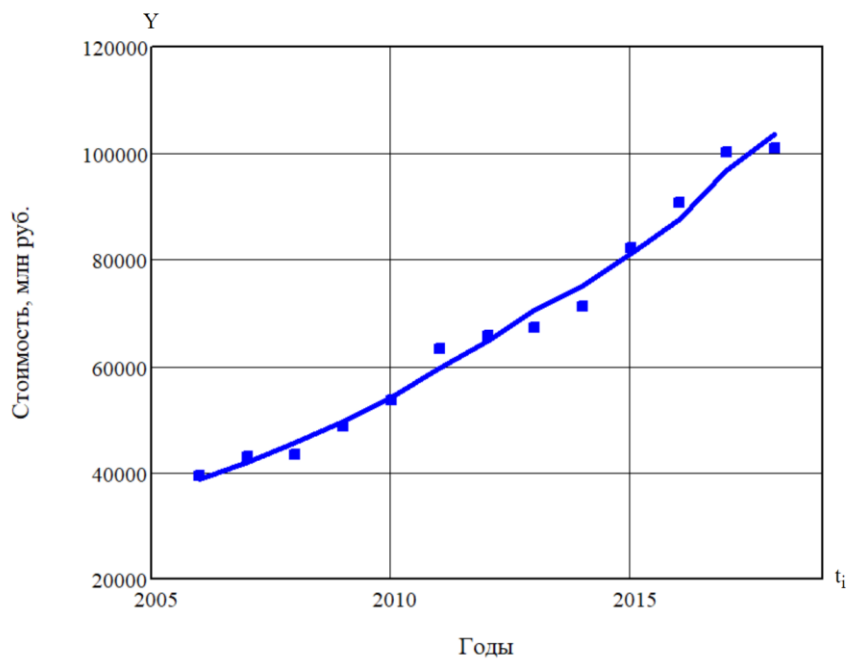


Рис. 8. Стоимость выпущенной продукции металлургической отрасли с учетом НТП (сглаженные данные)

$$X = \begin{bmatrix} 1 & k_1 & l_1 \\ 1 & k_2 & l_2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & k_T & l_T \end{bmatrix}$$

В модели (2) с учетом НТП ($\gamma \neq 0$) матрица X образована слиянием 4 векторов-столбцов, первые 3 из которых формируются так же, как и в предыдущем случае, i -тый элемент четвертого вектора равен $(i-1)$.

$$X = \begin{bmatrix} 1 & k_1 & l_1 & 0 \\ 1 & k_2 & l_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & k_T & l_T & T-1 \end{bmatrix}$$

Для моделей (2) без учета НТП число степеней свободы распределения Стьюдента $K=T-n-1=10$, для моделей (2) с учетом НТП $K=9$.

Значимость коэффициентов линейной регрессии (2) оценивается абсолютной величиной критерия Стьюдента: если $0 < |t| < 1$ – критерий незначим, если $1 \leq |t| < 2$ – более или менее значим, если $2 \leq |t| < 3$ – весьма значим, если $|t| \geq 3$ – существенно значим.

В рассматриваемых моделях квантили распределения Стьюдента $t_{0,05;K}$ для 0,05-квантиля (5%-й уровень значимости) равны соответственно $t_{0,05;10} = 2,228$, $t_{0,05;9} = 2,262$ [5], следовательно, при 5%-м уровне значимости и двусторонней альтернативной гипотезе критическое значение t -статистики практически равняется 2 [10, 13].

2. Коэффициент детерминации R^2 , который является квадратом коэффициента множественной корреляции, определяет долю дисперсии выходной переменной, объясненной с помощью линейной регрессии (2). Этот показатель измеряет меру зависимости вариации одной величины от многих других. Он может принимать значения в пределах от 0 до 1. Чем ближе его значение к 1, тем связаннее результирующий признак с исследуемыми факторами [10, 14]:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^T \varepsilon_i^2}{\sum_{i=1}^T (y_i - \bar{y})^2},$$

где $\bar{y} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T y_i$ – среднее значение y .

3. Статистическая значимость коэффициента детерминации R^2 проверяется нулевой гипотезой для F -статистики Фишера [5, 15] $F = \frac{R^2}{1-R^2} \frac{T-n-1}{n}$ по таблицам критических значений для различных уровней значимости α и степеней свободы $v_1 = n$, $v_2 = T - n - 1$.

Для 3-параметрической модели (1) без учета НТП ($\gamma=0$) $n=2$, $T=13$, следовательно, $v_1=2$, $v_2=10$. Тогда критическое значение $F_{0,05;2;10}=4,10$ [5].

Для 4-параметрической модели (2) с учетом НТП ($\gamma \neq 0$) $n=3$, $T=13$, следовательно, $v_1=3$, $v_2=9$. Тогда критическое значение $F_{0,05;3;9}=3,86$ [5].

Обе эти величины позволяют оценить достоверность моделей.

4. Основным требованием к невязкам ε_i , $i=1, \dots, T$ является их статистическая независимость друг от друга. Для анализа независимости отклонений использована статистика Дарбина – Уотсона, рассчитываемая по формуле [15, 16]

$$DW = \frac{\sum_{i=1}^{T-1} (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^T \varepsilon_i^2}.$$

Статистика Дарбина – Уотсона применяется здесь для проверки гипотезы об отсутствии автокорреляции остатков ε_i первого порядка.

Для статистики Дарбина – Уотсона существуют два критических значения, меньшие двух: нижнее d_L и верхнее d_U . Если значение статистики Дарбина – Уотсона принадлежит интервалу $(0; d_L)$, то имеет место положительная автокорреляция остатков, что означает направленное постоянное воздействие некоторых не учтенных в регрессии факторов. Если значение Дарбина – Уотсона находится в интервале $(4-d_U; 4)$, то существует отрицательная автокорреляция, которая означает, что за положительным отклонением следует отрицательное, и наоборот. Если статистика Дарбина – Уотсона близка к двум, то есть принадлежит интервалу $(d_U; 4-d_U)$, то отклонения от регрессии считают случайными и автокорреляция остатков отсутствует [10].

Для 3-параметрической модели (1) без учета НТП ($\gamma=0$) при уровне значимости 5 %, $T=13$, $n=2$ границы $d_L=0,86$ и $d_U= 1,56$ [12].

Для 4-параметрической модели (2) с учетом НТП ($\gamma \neq 0$) при уровне значимости 5 %, $T=13$, $n=3$ границы $d_L= 0,72$ и $d_U= 1,82$ [12].

В табл. 2 и 3 сведены полученные значения параметров модели, а также оценки качества каждой из моделей.

Таблица 2

Характеристики и параметры моделей электротехнической отрасли

Показатели		Модель с несглаженными данными	Модель со сглаженными данными	Модель с несглаженными данными с учетом НТП	Модель со сглаженными данными с учетом НТП	
Параметры модели	A	270,358	105,124	30,115	18,183	
	α	0,435	0,375	1,744	1,894	
	β	1,216	1,585	0,92	0,96	
	γ	–	–	-0,125	-0,135	
Критерии качества модели	R^2	0,768	0,883	0,883	0,931	
	F	16,513	37,747	22,658	40,331	
	DW	1,537	0,685	1,656	1,255	
	Дисперсии	Da	1,529	1,154	1,396	1,255
		D α	0,0097	0,004	0,198	0,374
		D β	0,165	0,129	0,102	0,148
		D γ	–	–	0,002	0,003
	Критерий Стьюдента	Ta	4,529	4,333	2,881	2,589
		T α	4,409	6,215	3,917	3,097
		T β	2,997	4,409	2,885	2,498
		T γ	–	–	-2,982	-2,491

Характеристики и параметры моделей металлургической отрасли

Показатели		Модель с несглаженными данными	Модель со сглаженными данными	Модель с несглаженными данными с учетом НТП	Модель со сглаженными данными с учетом НТП	
Параметры модели	A	6958,288	7708,92	$6,942 \times 10^3$	$2,012 \times 10^4$	
	α	0,836	0,836	0,837	0,402	
	β	-0,113	-0,145	-0,113	-0,121	
	γ	–	–	-0,002	0,043	
Критерии качества модели	R ²	0,922	0,986	0,922	0,987	
	F	59,429	357,932	35,657	220,457	
	DW	2,411	1,645	2,411	1,66	
	Дисперсии	Da	0,691	0,185	3,71	4,106
		D α	0,007	0,001	0,684	0,803
		D β	0,083	0,022	0,096	0,026
		D γ	–	–	0,007	0,008
	Критерий Стьюдента	T α	10,645	20,836	4,592	4,89
		T α	9,715	23,023	1,012	0,448
		T β	-0,393	-0,972	-0,365	-0,746
		T γ	–	–	-0,001	0,485

Сглаживание данных приводит к снижению прогностических свойств, что демонстрирует изменение значений критерия Дарбина – Уотсона (DW); несмотря на это качество модели исходя из коэффициента детерминации (R²) и критерия Фишера (F) меняется незначительно, оставаясь на достаточно высоком уровне.

Из полученных расчетов и критериев оценки качества моделей следует, что модели, построенные с помощью производственной функции Кобба – Дугласа, достаточно хорошо описывают динамику выпуска товаров электротехнической и металлургической отраслей.

Результаты математического моделирования состояния электротехнической отрасли демонстрируют, что среднегодовая численность работников в этой отрасли оказывает несколько большее влияние на стоимость отгруженных товаров, чем среднемесячная заработная плата ($\beta > \alpha$). Это отражает достаточно широкое использование неквалифицированной рабочей силы, что свидетельствует о недостаточно высокой наукоемкости и недостатке инновационных технологий в электротехнической отрасли Самарской области. Математическое моделирование состояния металлургической отрасли показывает, что увеличение численности работников не приводит к увеличению выпуска товара ($\beta > \alpha$), причем самый низкий коэффициент эластичности наблюдается в модели со сглаженными данными без учета НТП ($\gamma=0$), на основании чего можно сделать вывод об экстенсивной тенденции в развитии отрасли.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1964. 835 с.
2. Кубонива М., Табата М., Табата С., Хасэбэ Ю. Математическая экономика на персональном компьютере / Пер. с яп. Д.М. Демченко, И.В. Белова. М.: Финансы и статистика, 1991. 303 с.
3. Малугин В.А. Математический анализ для экономистов: учебник и практикум для СПО. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2018. – 557 с.
4. Федеральная служба государственной статистики [Электронный ресурс]. URL: <http://www.gks.ru/> (дата обращения: 27 февраля 2019 г.).
5. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики. М.: Юнити, 1998. 1022 с.
6. Gujarati, Damodar N.; Porter, Dawn C. Basic Econometrics (Fifth ed.). New York: McGraw-Hill/Irwin, 2009. 922 p.
7. Дилигенский Н.В., Цапенко М.В., Гаврилова А.А. Математические модели управления производственно-экономическими системами. Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2005. 112 с.
8. Chatterjee, Sampit; Simonoff, Jeffrey. Handbook of Regression Analysis. John Wiley & Sons, 2013. 295 p.
9. Ковалев Е.А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник и практикум для бакалавриата, специалитета и магистратуры / под общ. ред. Г.А. Медведева. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Юрайт, 2019. – 284 с.
10. Замков О.О., Толстомятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. М.: МГУ, ДИС, 1997. 368 с.
11. Dougherty, Christopher. Introduction to Econometrics (Fourth ed). Oxford University Press, New York – Oxford, 2011. 573 p.
12. Durbin Watson Test & Test Statistic. URL: <https://www.statisticshowto.datasciencecentral.com/durbin-watson-test-coefficient/> (дата обращения: 5 февраля 2020 г.).
13. Карасёв А.И., Кремер Н.Ш., Савельева Т.И. Математические методы и модели в планировании. М.: Экономика, 1987. 240 с.
14. Кремер Н.Ш., Путько Б.А. Эконометрика: Учебник для вузов / Под ред. проф. Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. 311 с.
15. Renshaw, Geoffrey, Ireland, Norman J. Maths for Economics. New York: Oxford University Press, 2005. 876 p.
16. Лотов А.В. Введение в экономико-математическое моделирование. М.: Наука, 1984. 392 с.
17. Елисеева И.И. Эконометрика: учебник для магистров / Под ред. И.И. Елисеевой. М.: Юрайт, 2014. 453 с.

Статья поступила в редакцию 1 февраля 2020 года

OPERATIVE MATHEMATICAL MODELING OF ELECTROTECHNICAL AND METALLURGICAL INDUSTRIES OF THE SAMARA REGION

A.V. Burtsev, A.L. Yevelev, V.P. Kachalin

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. *The paper deals with the problems of forecasting the macroeconomic processes using mathematical modeling, namely the Cobb-Douglas production function, for the effective management of the sectoral policy of enterprises in metallurgical and electrical industries of the Samara region. An operative mathematical modeling that does not require great computational resources was carried out. It also allows repeatedly predicting the results of*

*Alexander V. Burtsev, Assistant.
Alexander L. Yevelev, Senior Lecture.
Valery P. Kachalin, Assistant.*

managerial decisions in practice. The impact of the number of employees and their salaries on the output in these sectors is considered. During the study period, the authors built models both taking into account scientific and technological progress and without it. The verification of the models obtained was carried out using the coefficient of determination, as well as the Fisher test, Student t-test, and Durbin-Watson criterion. The conclusions were made about the quality of the constructed models.

Keywords: *electrical industry, metallurgical industry, mathematical model, Cobb–Douglas production function, elasticity, F-test, Student's t-test, Durbin–Watson statistic.*

REFERENCES

1. *Karlin S.* Mathematical Methods and Theory in Games, Programming, and Economics. London, Pergamon Press, 1959. 840 p.
2. *Kuboniwa M., Tabata M., Tabata S., Hasebe Yu.* Matematicheskaya ekonomika na personal'nom komp'yutere [Mathematical Economics on a Personal Computer]. – Moscow, Finansy i statistika, 1991. 303 p. (In Russian).
3. *Malugin V.A.* Mathematical analysis for economists: a textbook and workshop for open source software. 3rd ed., Revised. and add. M.: Yurayt Publishing House, 2018. 557 p.
4. Federal'naya sluzhba gosudarstvennoy statistiki [Federal State Statistics Service]. – <http://www.gks.ru/> (accessed February 27, 2019) (In Russian).
5. *Ayvazyan S.A., Mkhitaryan V.S.* Prikladnaya statistika i osnovy ekonometriki [Applied statistics and the basics of econometrics]. Moscow, Unity, 1998. 1022 p. (In Russian).
6. *Gujarati, Damodar N.; Porter, Dawn C.* Basic Econometrics (Fifth ed.). New York: McGraw-Hill/Irwin, 2009. 922 p.
7. *Diligenskiy N.V., Tsapenko M.V., Gavrilova A.A.* Matematicheskie modeli upravleniya proizvodstvenno-ekonomicheskimi sistemami [Mathematical management models of industrial and economic systems]. Samara, Samar. State Tech. Univ., 2005. 112 p. (In Russian).
8. *Chatterjee, Samprit; Simonoff, Jeffrey.* Handbook of Regression Analysis. John Wiley & Sons, 2013. 295 p.
9. *Kovalev E.A.* Probability Theory and Mathematical Statistics for Economists: a textbook and workshop for undergraduate, specialty, and master programs. Under the general. ed. G.A. Medvedev. 2nd ed., Rev. and add. M.: Yurayt Publishing House, 2019. 284 p.
10. *Zamkov O.O., Tolstopyatenko A.V., Cheremnykh Yu.N.* Matematicheskie metody v ekonomike [Mathematical methods in economics]. Moscow, Moscow State University, DIS, 1997. 368 p. (In Russian).
11. *Dougherty, Christopher.* Introduction to Econometrics (Fourth ed). Oxford University Press, New York – Oxford, 2011. 573 p.
12. Durbin Watson Test & Test Statistic. URL: <https://www.statisticshowto.datasciencecentral.com/durbin-watson-test-coefficient/> (accessed February 5, 2020).
13. *Karasev A.I., Kremer N.Sh., Savelyeva T.I.* Matematicheskie metody i modeli v planirovanii [Mathematical methods and models in planning]. Moscow, Economics, 1987. 240 p. (In Russian).
14. *Kremer N.Sh., Putko B.A.* Ekonometrika: Uchebnik dlya vuzov [Econometrics: Textbook for universities]. Ed. prof. N.Sh. Kremer. Moscow, UNITY-DANA, 2002. 311 p. (In Russian).
15. *Renshaw, Geoffrey, Ireland, Norman J.* Maths for Economics. New York: Oxford University Press, 2005. 876 p.
16. *Lotov A.V.* Vvedenie v ekonomiko-matematicheskoe modelirovanie [Introduction to the economic and mathematical modeling]. Moscow, Nauka, 1984. 392 p. (In Russian).
17. *Yeliseyeva I.I.* Ekonometrika: uchebnik dlya magistrów [Econometrics: A Textbook for Masters]. Ed. I.I. Yeliseyeva. Moscow, Yurayt, 2014. 453 p. (In Russian).