

# Энергетика и электротехника

УДК 621.313.8

## ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ РОТОРА СИНХРОННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ С ВСТРОЕННЫМИ ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ\*

**Ю.В. Зубков, Д.А. Владимиров, И.Х. Бикташев**

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: zub577@mail.ru, devladimirovdenis@yandex.ru, irshat.biktashev@bk.ru

**Аннотация.** Рассматриваются способы определения механических напряжений в индукторе синхронной электрической машины с магнитоэлектрическим возбуждением и встроенными  $V$ -образными постоянными магнитами, предназначенной для использования в качестве генератора собственных нужд газокompрессорной станции с приводом от газотурбинного двигателя. Наряду с достоинствами – высокой энергоэффективностью, большими электромагнитным моментом и удельной мощностью, возможностью выполнения малого зазора между статором и ротором у машин с такой конструкцией индуктора имеется существенный недостаток – сильное рассеяние магнитного потока в области наружных и внутренних мостиков насыщения, которое тем существеннее, чем большую ширину имеют мостики. Для снижения потоков рассеяния и обеспечения приемлемых энергетических показателей желательна уменьшать ширину мостиков, но при этом ослабляется механическая прочность ротора.

Предложены аналитические модели двух уровней для оценки механических напряжений в конструкции индуктора, на основании которых выбирается вариант конфигурации постоянных магнитов и полюсных наконечников ротора. Модель первого уровня предполагает знание геометрических размеров индуктора, которые могут быть получены на этапе электромагнитного расчета электрической машины. Поэтому она больше подходит для оценочного расчета механических напряжений, действующих на наружные мостики. Модель второго уровня получена при использовании аналитических зависимостей, основанных на аналогии системы «магнит – полюсный наконечник» с балкой с жестким защемлением на опорах и распределенной нагрузкой вдоль нее. Она пригодна для определения механической прочности при оптимизационном проектировании, когда приходится оперировать большими объемами данных.

---

\*Юрий Валентинович Зубков, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Электроснабжение промышленных предприятий».

Денис Андреевич Владимиров, инженер кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Иршат Хабильевич Бикташев, аспирант кафедры «Электромеханика и автомобильное электрооборудование».

Результаты расчета механических напряжений по аналитическим моделям проверяются и уточняются посредством решения прочностной задачи методом конечных элементов в программном комплексе *Ansys Structural*.

**Ключевые слова:** электрическая машина, встроенные постоянные магниты, ротор, механическая прочность, аналитическая методика, конечно-элементный анализ

## Введение

Электрические машины с возбуждением от постоянных магнитов (ПМ) находят широкое применение в таких приложениях, как генерация электрической энергии, электрические и гибридные автомобили, электрический запуск газотурбинных двигателей, системы слежения и ориентации объектов и т. д. Они отличаются высокими крутящим моментом, удельной мощностью, энергоэффективностью, производительностью, коэффициентом мощности [1, 2]. Перечисленные достоинства в разной степени присущи электрическим машинам с магнитоэлектрическим возбуждением с различным конструктивным исполнением индуктора. ПМ могут быть расположены на поверхности индуктора – *SMPM* (*surface-mounted permanent magnet*), вставлены в сердечник – *IMPM* (*inset-mounted permanent magnet*) и инкорпорированы в индуктор – *IPM* (*interior permanent magnet*). *IPM* машины имеют ряд преимуществ по сравнению с двумя другими типами. Фрагмент поперечного сечения индуктора *IPM* машины показан на рис. 1.

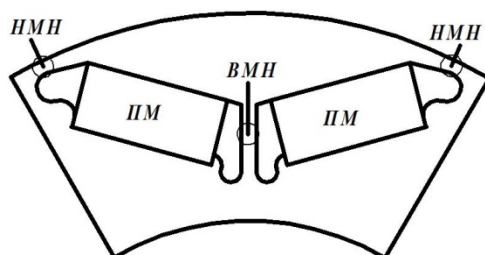


Рис. 1. Фрагмент *IPM* индуктора

Такое расположение ПМ в сердечнике индуктора предполагает наличие реактивного момента в отличие от *SMPM* конструкции и более высокое его значение относительно *IMPM*, обеспечивает защиту ПМ от размагничивающего действия реакции якоря посредством демпфирования магнитного поля в магнитомягких полюсных наконечниках. Последнее особенно важно при регулировании частоты вращения ослаблением поля (добавлением продольной составляющей тока обмотки статора) в двигательном режиме работы и для ослабления размагничивающего действия поля якоря при работе генератором. Отсутствует необходимость использования гильзы, фиксирующей ПМ на поверхности при высоких частотах вращения, что ведет к уменьшению немагнитного зазора, требуемого объема и массы дорогих высококоэрцитивных ПМ, исключает поверхностные потери в гильзе, улучшает условия охлаждения ПМ. С точки зрения технологии процесс изготовления индуктора здесь более прост по сравнению с другими типами роторов. ПМ вставляются непосредственно в прорези пластин сердечника

ротора, что существенно удешевляет производство по сравнению с *SMPM* и *IPM* конструкциями.

Участки магнитной системы индуктора, удерживающие ПМ в посадочных местах, называются мостиками насыщения – наружными (НМН) и внутренними (ВМН). Функциональное назначение МН – удерживание магнитов в процессе вращения ротора и обеспечение механической прочности вращающейся части машины. Ширина мостиков должна быть достаточной для обеспечения надежности конструкции при воздействии на нее центробежных и электромагнитных усилий. Однако чрезмерный их размер вызывает увеличение потоков рассеяния ПМ и полезный поток значительно сокращается, что ведет к ухудшению энергетических характеристик машины в целом [3]. Эта проблема достаточно полно исследована в работах [4–6], где предложены способы снижения негативного влияния мостиков на величину полезного потока в зазоре. Обзор возможных методов снижения механических напряжений в мостиках насыщения представлен в [7–9]. В [10] предложена разгрузка по напряжению мостов с помощью отверстий, выполненных на пути потока, в результате чего возможно уменьшение толщины мостика. В [11] высказана идея о замене ферромагнитных мостиков карбоновыми клиньями специальной конфигурации, удерживающими ПМ в посадочных местах при вращении ротора. Все эти способы предполагают изменение конструкции индуктора и не гарантируют стабильности характеристик машины в широком диапазоне частот вращения. Оценка полезного эффекта от их применения требует больших затрат времени, вычислительных ресурсов и использования специализированных программных продуктов численного моделирования.

В настоящем исследовании рассмотрены способы определения механических напряжений в *IPM* индукторе синхронной машины с *V*-образными ПМ, предназначенной для использования в качестве генератора собственных нужд газокompрессорной станции с приводом от газотурбинного двигателя (ГТД). Предложены аналитические модели для оценки механических напряжений в конструкции индуктора, на основании которых выбирается вариант конфигурации постоянных магнитов и полюсных наконечников ротора и оптимизируется его конструкция. Далее с помощью конечно-элементного анализа получена картина распределения механических нагрузок в наружных и внутренних мостиках, уточняющая и подтверждающая приближенные аналитические расчеты.

### **Анализ причин механических проблем**

На начальном этапе методом подобия была разработана геометрическая модель ротора генератора с *V*-образными встроенными магнитами. Такая компоновка ПМ в индукторе диктовалась желанием получить весомую реактивную составляющую электромагнитного момента за счет разности проводимостей магнитного потока по продольной и поперечной осям машины. Генератор предназначен для работы в широком диапазоне частот вращения, верхний предел которого достигает 6000 об/мин и более в зависимости от приводного ГТД [12]. Достаточно высокая окружная скорость предъявляет повышенные требования к конструктивному исполнению вращающейся части, в первую очередь к мостикам насыщения, чья прочность во многом зависит от физических свойств материалов, из которых выполнен индуктор. В табл. 1 приведены физические свойства материалов сердечника и ПМ ротора.

## Физические свойства материалов

Плотность электротехнической стали 2412, кг/м <sup>3</sup>	$\gamma_{ст} = 7600$
Плотность материала постоянного магнита N38UH, кг/м <sup>3</sup>	$\gamma_{пм} = 7600$
Модуль упругости стали, Па	$E = 2,15 \cdot 10^{11}$
Модуль сдвига стали, Па	$G = 8,4 \cdot 10^{10}$
Предел кратковременной прочности, МПа	$\sigma_6 = (330...470)$
Относительное удлинение при разрыве, %	20...35

Из приведенных данных следует, что временное сопротивление на разрыв стали 2412, из которой выполнен сердечник ротора, находится в достаточно широком диапазоне. Напряжение текучести и допустимое напряжение не регламентированы. Как правило, допустимое напряжение в 1,8–2,5 раза ниже временного сопротивления на разрыв. Таким образом, ориентировочное значение допустимого напряжения находится в диапазоне 180–240 МПа. Эти цифры являются ориентиром в последующих оценках механической прочности ротора.

## Аналитический метод расчета механических напряжений (модель 1)

На рис. 2 показаны составляющие сил, действующих на ПМ при вращении ротора, и геометрические параметры магнита.

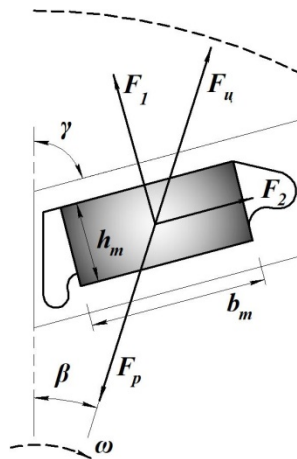


Рис. 2. Диаграмма сил и размеры ПМ

В установившемся режиме работы на вращающиеся части машины – полюсный наконечник и магнит в радиальном направлении действует центробежная сила  $F_u$ , пытающаяся переместить магнит из посадочного места. Со стороны полюсного наконечника на магнит действует сила упругости  $F_p$ , направленная встречно центробежной силе, поэтому конструктивные части ротора находятся в уравновешенном состоянии. Величина силы упругости зависит от механических свойств материала ротора и, в случае превышения критических значений

внутренних напряжений, происходит его разрушение. Сила упругости обеспечивается связями мостиков насыщения и полюсного наконечника. Нагрузка, действующая на наружные мостики, определяется суммарной центробежной силой полюсного наконечника и магнита.

$$F_{\text{ц}} = F_{\text{цпм}} + \frac{1}{2}F_{\text{цпн}} = \omega^2 \cdot \left( \rho_{\text{пм}} \cdot b_m \cdot h_m \cdot l_m \cdot r_{\text{пм}} + \frac{1}{2} \rho_{\text{пн}} \cdot S_{\text{пн}} \cdot l_{\text{пн}} \cdot r_{\text{пн}} \right), \quad (1)$$

где  $\omega$  – угловая частота вращения;  $\rho_{\text{пм}}$ ,  $\rho_{\text{пн}}$  – плотность материала ПМ и сердечника ротора;  $r_{\text{пм}}$ ,  $r_{\text{пн}}$  – радиус вращения центров масс ПМ и полюсного наконечника (ПН);  $S_{\text{пн}}$  – площадь поперечного сечения наконечника.

Центробежная сила, стремящаяся переместить ПМ по нормали к зазору, может быть разложена на две составляющие  $F_1$  и  $F_2$ , действующие на верхнюю и боковую площадки посадочного места ПМ и оказывающие реакции на ПМ. При контакте без трения силы реакции равны и противоположны составляющим центробежной силы  $F_{\text{цпм}}$

$$F_1 = F_{\text{цпм}} \cdot \sin\left(\beta + \frac{\pi}{2} - \gamma\right); \quad F_2 = F_{\text{цпм}} \cdot \cos\left(\beta + \frac{\pi}{2} - \gamma\right). \quad (2)$$

Для определения силы реакции, действующей на мостики, необходимо найти координаты центров масс двух ПМ и полюсного наконечника, основываясь на модели полюса, показанной на рис. 3.

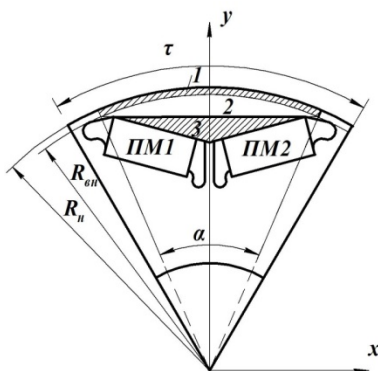


Рис. 3. К определению центра масс

В модели полюсный наконечник разделен на три области. Поскольку ротор однороден в осевом направлении, задача сводится к плоскопараллельной постановке. Координаты радиус-вектора системы нескольких тел с непрерывным распределением плотности в этом случае

$$x_c = \frac{\sum_i \oint_{D_i} x dS_i}{\sum_i S_i}; \quad y_c = \frac{\sum_i \oint_{D_i} y dS_i}{\sum_i S_i}. \quad (3)$$

Здесь  $D_i$  –  $i$ -тая область модели;  $S_i$  – площадь ее поперечного сечения.

Тела, принадлежащие одной системе (ПМ или ПН), имеют одинаковую плотность.

Ввиду симметрии модели  $x_c = 0$ . Тогда радиус центра масс системы из двух магнитов ПМ1 и ПМ2 с учетом равенства их поперечных сечений

$$r_{nm} = y_{c(nm)} = \frac{\oint y dS_{nm1} + \oint y dS_{nm2}}{2S_{nm}} = R_{\text{вн}} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \left[ R_{\text{вн}} \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \text{ctg } \gamma + \frac{h_{nm}}{2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - \left[ \frac{h_{nm}}{2 \cdot \text{ctg } \gamma} + \frac{d}{2} + \frac{b_{nm}}{2} \right] \right], \quad (4)$$

где  $d$  – ширина внутреннего мостика,  $S_{nm} = b_{nm} \cdot h_{nm}$ .

Радиус центра масс полюсного наконечника

$$r_{nn} = y_{c(nn)} = \frac{\oint_{D_1} y dS_1 + \oint_{D_2} y dS_2 + \oint_{D_3} y dS_3}{S_{D_1} + S_{D_2} + S_{D_3}}. \quad (5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \oint_{D_1} y dS_1 &= \frac{2}{3} \cdot (R_n^3 - R_{\text{вн}}^3) \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right); \\ \oint_{D_2} y dS_2 &= \frac{2}{3} R_{\text{вн}}^3 \cdot \left[ \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \cos^3\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \text{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right]; \\ \oint_{D_3} y dS_3 &= R_{\text{вн}}^3 \cdot \left[ \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \text{ctg } \gamma - \frac{1}{3} \sin^3\left(\frac{\alpha}{2}\right) \text{ctg}^2 \gamma \right]. \end{aligned}$$

Площади поперечных сечений областей полюсного наконечника

$$S_1 = \frac{\alpha}{2} (R_n^2 - R_{\text{вн}}^2); \quad S_2 = \frac{R_{\text{вн}}^2 (\alpha - \sin \alpha)}{2}; \quad S_3 = R_{\text{вн}}^2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) \text{ctg } \gamma.$$

Выражения (1)–(5) позволяют определить усилие, действующее на систему «магнит – наконечник», и его составляющие.

Для нахождения механических напряжений введем допущение о замене системы «постоянные магниты – полюсный наконечник» эквивалентным кольцом [13], имеющим плотность материала

$$\rho_{\text{экв}} = \frac{(\rho_{nm} \cdot R_{nm} \cdot 2S_{nm} + \rho_{nn} \cdot R_{nn} \cdot S_{nn}) \cdot (1 - \cos(2\gamma))}{R_{\text{экв}} \cdot S_{\text{экв}}},$$

где  $S_{nn} = S_1 + S_2 + S_3$  – площадь полюсного наконечника;  $S_{\text{экв}} = S_1$  – площадь сектора эквивалентного кольца;  $R_{\text{экв}} = \frac{R_n + R_{\text{вн}}}{2}$  – средний радиус эквивалентного кольца.

Окружное напряжение на эквивалентном кольце определяется выражением

$$\sigma_{\text{ц}} = R_{\text{экв}}^2 \omega^2 \rho_{\text{экв}}. \quad (6)$$

Формула (6) для оценки механических напряжений применима только в случае плавного изменения сечения мостиков. Так как в реальной конструкции ро-

тора форма сечения мостиков резко изменяется, возникают локальные высокие напряжения в местах соединения наружных мостиков и мостиков между разноименными полюсами, а максимальные механические напряжения на стыках наружных мостиков насыщения и мостиков между ПМ, имеющими разноименные полюса, можно определить по уравнению

$$\sigma_{\max} = \alpha_{\sigma} \sigma_{\psi}, \quad (7)$$

где  $\alpha_{\sigma}$  – коэффициент концентрации напряжений.

Для нахождения  $\alpha_{\sigma}$  при инженерных расчетах обычно пользуются руководством [14], согласно которому коэффициент концентрации напряжений определяется по кривым, соответствующим типовым геометрическим структурам. Однако с учетом того, что конфигурация полюса электрических машин с встроенными магнитами может иметь множество геометрических типов, оценка максимальных механических напряжений по выражению (7) не является универсальной, хотя вполне может быть использована на стадии оценочных расчетов и эскизного проектирования электрической машины с V-образными ПМ в роторе.

Предложенная здесь модель и метод расчета механических напряжений предполагает знание геометрических размеров индуктора, которые могут быть получены на этапе электромагнитного расчета электрической машины. Поэтому данный метод больше подходит для определения механической прочности ротора при поверочных расчетах генератора.

### Аналитический метод расчета механических напряжений (модель 2)

При оптимизационном проектировании, когда приходится оперировать большими объемами данных, необходима простая модель, которая не требует точного знания конфигурации индуктора и ПМ в нем, но позволяет сделать заключение о пригодности конкретного варианта по механическим ограничениям.

При анализе сделано допущение о равномерном распределении составляющей силы  $F_1$  и силы реакции полюсного наконечника  $F_{\psi nn}$  по ширине системы двух V-образных ПМ. В рамках оценочного расчета механических напряжений, действующих на наружные мостики, были использованы аналитические зависимости, справедливые для балки с жестким защемлением на опорах и распределенной нагрузкой вдоль нее (рис. 4). Предполагается, что данная стандартная конструкция с точки зрения распределения сил и моментов наиболее близка к системе «V-образный постоянный магнит – полюсный наконечник».

Ширина полюсного наконечника от одного наружного мостика до другого

$$l = 2(R_n + R_{\psi n}) \sin \frac{\alpha}{2}.$$

После приведения геометрических размеров и нагрузок реальной полюсной системы к модели балки

$$c = 2b_{nm} \sin \gamma + d; \quad b = \frac{c}{2}; \quad g = \frac{F}{c},$$

получим выражение для расчета момента на опорах

$$M = M_A = M_B = -\frac{g \cdot c^2}{l^2} \cdot \left( b^3 - \frac{c^2}{12} \cdot b \right).$$

Опорные реакции

$$A = B = \frac{g \cdot c \cdot b}{l}.$$

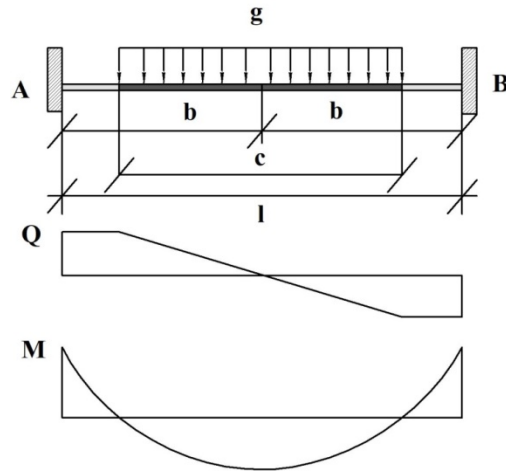


Рис. 4. Эпюры сил и моментов

Максимальное напряжение на изгиб в наиболее нагруженном сечении наружного мостика

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_z},$$

где  $W_z = \frac{(R_n - R_{вн}) \cdot L^2}{6}$  – осевой момент сопротивления сечения балки;  $L$  – длина сердечника ротора.

Максимальное касательное напряжение на срез в наиболее нагруженном месте

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{A}{(R_n - R_{вн}) \cdot L}.$$

Центробежная сила действует под углом к оси наружных мостиков насыщения, что свидетельствует о наличии растягивающих напряжений. Таким образом, мостики насыщения одновременно работают на растяжение, изгиб и срез, а суммарное напряжение может быть уточнено при решении механической задачи методом численного моделирования.

Ввиду простоты данный метод не предъявляет специальных требований к объему памяти и быстрдействию вычислительной техники.

### Конечно-элементный анализ

Для подтверждения адекватности аналитических методик определения механических напряжений в элементах ротора *ИРМ* машины разработана геометрическая модель индуктора (рис. 5), которая в дальнейшем использовалась при решении прочностной задачи численного моделирования. Модель представляет собой часть окружности ротора, при этом используется граничное условие симметричности (поз. 6). На внутреннюю грань ротора наложено граничное условие, препятствующее перемещению в радиальном направлении, при этом разрешается



вращение. Источником механических напряжений является центробежная сила, которая задавалась условием *Rotational Velocity* с вращением относительно оси *z*. Сопряжение постоянных магнитов с сердечником ротора осуществлено с использованием контакта *Bonded* (поз. 3), что эквивалентно неразъемному соединению, и *Frictionless* – контакт без трения (поз. 5).

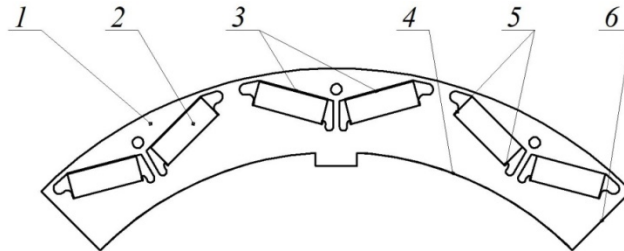


Рис. 5. Геометрическая модель прототипа ротора с встроенными магнитами

В процессе построения модели было уделено внимание концентрации напряжений на периферии наружных мостиков и в области резкого изменения сечения внутреннего мостика. Возможности вычислительного алгоритма весьма чувствительны к плотности сетки конечных элементов, поэтому в тех областях, где напряжения ожидалось максимальными, плотность сетки была увеличена.

В табл. 2 приведены параметры генератора с *IPM* индуктором, предназначенного для использования на электростанции собственных нужд, и некоторые конструктивные размеры его ротора.

Таблица 2

### Параметры прототипа

Величина	Ед. изм	Значение
Номинальная мощность	кВт	300
Максимальная частота вращения	об/мин	6000
Внешний диаметр ротора	мм	300
Внутренний диаметр ротора	мм	240
Длина сердечника	мм	410
Высота магнита	мм	9
Ширина магнита	мм	26
Толщина наружного мостика	мм	1,8
Толщина внутреннего мостика	мм	2,2
Угол развертки магнитов	град	150

Результаты моделирования представлены на рис. 6.

При решении прочностной задачи также выявлена деформация элементов ротора, имеющая существенное влияние на электромагнитные характеристики и вибрацию генератора. Максимальная деформация составила  $\Delta\varepsilon = 1,13 \cdot 10^{-5}$  м. Картина деформации полюса с V-образными ПМ показана на рис. 7.

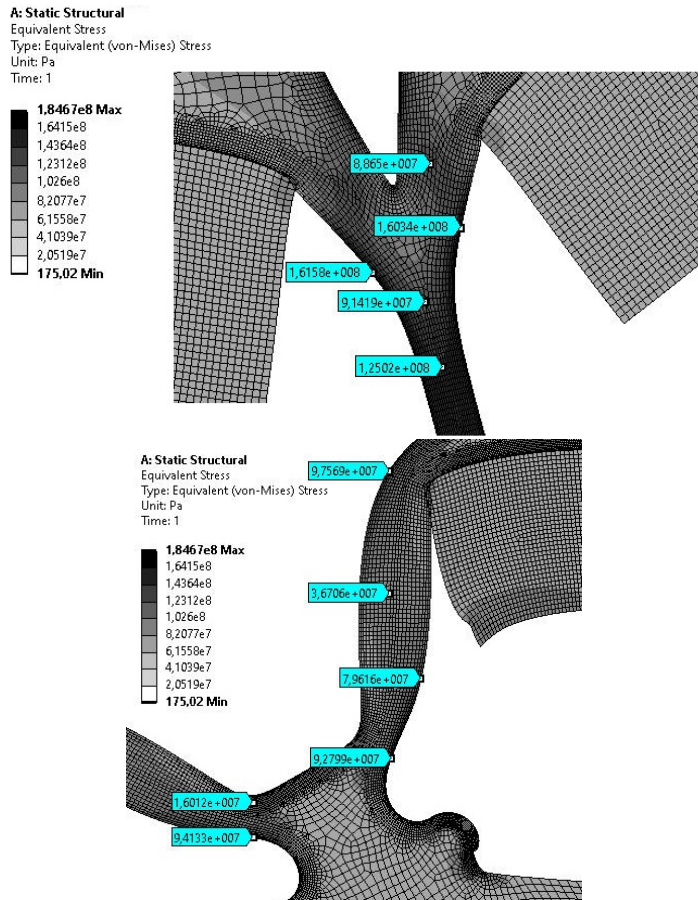


Рис. 6. Механические напряжения во внутреннем и наружном мостиках при частоте вращения 6000 об/мин

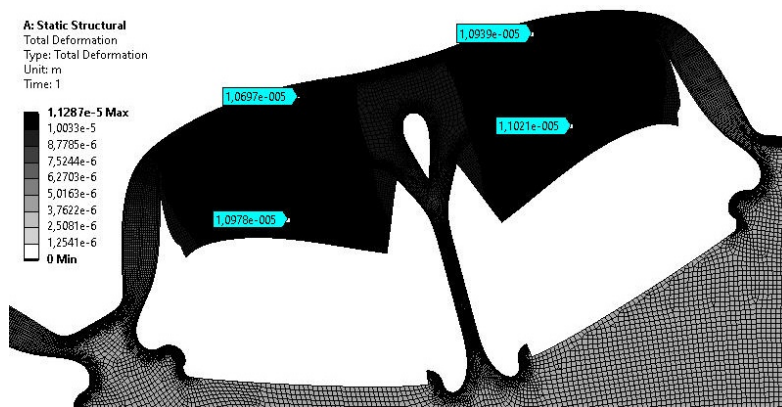


Рис. 7. Деформация ротора

Анализ результатов моделирования и их сравнение с аналитическим расчетом показали следующее:

– внутренний мостик нагружен больше, чем наружный. Средний уровень напряжений составил в нем  $\sigma = 128...163$  МПа. Данная величина механических напряжений ниже границы текучести стали 2412 (180...240 МПа). Подобный показатель для наружного мостика  $\sigma = 94...135$  МПа, что несколько меньше и также отвечает требованиям по прочности;

– механические напряжения в мостике, разделяющем магниты одноименного полюса, достигают величины 185 МПа, что входит в диапазон допустимых значений. В мостиках насыщения, разделяющих разноименные полюсы, максимальные напряжения достигают значения 133 МПа. Средние значения в рассмотренных конструктивных элементах ниже и составляют 120...128 МПа. Таким образом, величина максимальных напряжений при частоте вращения 6000 об/мин входит в диапазон допустимых значений и меньше величины временного сопротивления стали 2412 на разрыв;

– механические напряжения в наружных мостиках, рассчитанные по аналитической методике, близки к средним уровням их значений, найденных в результате конечно-элементного моделирования. Расхождение не превышает 10 %. Полученный результат указывает на то, что предложенный метод может быть использован для расчета механических напряжений в наружных мостиках при разных углах развертки V-образных ПМ.

### **Заключение**

В данном исследовании предложена аналитическая методика оценки механических напряжений в роторе с V-образными встроенными магнитами. Результаты расчета механических напряжений были проверены посредством решения прочностной задачи методом конечных элементов в программном комплексе *Ansys Structural*. Установлено, что расхождения между аналитическими и численными методами при оценке прочности наружных мостиков насыщения не превышают 10 %, что указывает на возможность применения аналитических методик расчета механических напряжений ротора с встроенными ПМ для поверочных расчетов и оптимизационного проектирования с целью сокращения затрат времени и вычислительных ресурсов. Полученное расхождение можно объяснить неравномерным распределением плотности материала ПМ и полюсного накопника на протяжении полюсного деления, чего не учитывают аналитические модели. Расчет средних механических напряжений внутренних мостиков и максимальных напряжений всех элементов ротора проводится МКЭ на стадии финишной доводки проекта.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. *Shen J., Qin Xu., Wang Yu.* High-Speed Permanent Magnet Electrical Machines – Applications, Key Issues and Challenges // *Ces Trans. on Elec. Machines and Systems*. 2018. Vol. 2. No. 1. Pp. 23–33. doi: 10.23919/TEMS.2018.8326449.
2. Comparison of induction and PM synchronous motor drives for EV application including design examples / *G. Pellegrino, A. Vagati, B. Boazzo, P. Guglielmi* // *IEEE Trans. on Ind. Appl.* 2012. Vol. 48. No. 6. Pp. 2322–2332. doi: 10.1109/TIA.2012.2227092.
3. *Han Z., Yang H., Chen Y.* Investigation of the rotor mechanical stresses of various interior permanent magnet motors // *Proc. ICEMS*. 2009. Pp. 1–6. doi: 10.1109/ICEMS.2009.5382987.
4. Mechanical design considerations for conventionally-laminated, high-speed, interior PM synchronous machine rotors / *E.C. Lovelace, T.M. Jahns, T.A. Keim, J.H. Lang* // *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. 40. No. 3. 2004. Pp. 806–812. doi: 10.1109/TIA.2004.827440.

5. *Смирнов А.Ю.* Особенности конструирования и анализа высокооборотных синхронных машин с постоянными магнитами на роторе // Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева. 2013. С. 231–235.
6. Analytical modeling of open-circuit air-gap field distributions in multisegment and multilayer interior permanent-magnet machines / *L. Zhu, S.Z., Jiang Z.Q. Zhu, C.C. Chan* // IEEE Trans. Magn. Vol. 45. No. 8. 2009. Pp. 3121–3130. doi: 10.1109/TMAG.2009.2019841.
7. Optimal design of IPM-PMASR motors for wide constant power speed range applications / *P. Guglielmi, E. Armando, G.M. Pellegrino, A. Vagati* // Proc. PCIM, Nuremberg, Germany. 2007. Vol. 1. Pp. 1–6.
8. *Iles-Klumpner D., Boldea I.* Comparative optimization design of an interior permanent magnet synchronous motor for an automotive active steering system // Proc. IEEE Power Electron. Spec. Conf., Aachen, Germany. 2004. Vol. 1. Pp. 369–375. doi: 10.1109/PESC.2004.1355772.
9. *Zeyin H., Haodong Y., Yangsheng Ch.* Investigation of the rotor mechanical stresses of various interior permanent magnet motors // Int. Conf. on Elec. Mach. and Syst., Tokyo. 2009. doi: 10.1109/ICEMS.2009.5382987.
10. *Lee T., Kim D., Hong J.* Performance improvement by making holes of interior permanent magnet synchronous motor // Proc. ICEMS. 2009. Pp. 1–4. doi: 10.1109/ICEMS.2009.5382877
11. *Cirani M., Eriksson S., Thunberg J.* Innovative Design for Flux Leakage Reduction in IPM Machines // IEEE Trans. on Ind. Appl. Vol. 50. No. 3. 2014. Pp. 1847–1853. doi: 10.1109/TIA.2013.2289969.
12. <https://www.roscosmos.ru/2114/> (дата обращения 28.02.2024).
13. Analytical calculation of maximum mechanical stress on the rotor of the interior permanent-magnet synchronous machine / *G. Chu, R. Dutta, H. Lovatt, B. Sarlioglu, M.F. Rahman* // IEEE Trans. on Ind. Appl. Vol. 56. No. 2. 2020. Pp. 1321–1331. doi: 10.1109/TIA.2019.2960756.
14. *Петерсон П.* Коэффициенты концентрации напряжений. М.: Мир, 1977. 302 с.
15. *Сутин Д.А.* Магнитные системы синхронных электрических машин с редкоземельными постоянными магнитами и повышенной частотой вращения: дис. ... канд. техн. наук. М., 2009. 167 с.
16. *Zubkov Yu.V.* Mechanical strength of the rotor with internal permanent magnets // 2021 Int. Conf. on Elec. Comp. and Syst. (ICOECS), Ufa, 16–18 Nov. 2021. doi 10.1109/ICOECS52783.2021.9657430.

*Статья поступила в редакцию 13 марта 2024 г.*

# NUMERICAL AND ANALYTICAL CALCULATION OF THE ROTOR MECHANICAL STRESSES OF A SYNCHRONOUS ELECTRIC FLUX MACHINE WITH INCORPORATED PERMANENT MAGNETS\*

*Yu.V. Zubkov, D.A. Vladimirov, I.H. Biktashev*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

E-mail: zub577@mail.ru, devladimirovdenis@yandex.ru, irshat.biktashev@bk.ru

**Abstract.** *This paper proposed methods for determining mechanical stresses in the inductor of a synchronous electric machine with magneto-electric excitation and incorporated V-shaped permanent magnets, intended for use as an auxiliary generator of a gas compressor station driven by a gas turbine engine. Along with the advantages: high energy efficiency, large electromagnetic torque and specific power, the ability to create a small airgap between the stator and the rotor, machines with such an inductor design have a significant drawback - large magnetic flux dissipation in the area of external and internal saturation bridges, which is all the more significant as the bridges are wider. To decrease leakage fluxes and ensure acceptable energy performance, it is desirable to reduce the width of the bridges, but this weakens the mechanical strength of the rotor.*

*Analytical models of two levels are proposed for assessing mechanical stresses in the inductor design, on the basis of which the configuration option for permanent magnets and rotor pole pieces is selected. The first level model assumes knowledge of the inductor geometric dimensions, which can be obtained at the stage of the electric machine electromagnetic calculation. Therefore, it is more suitable for the estimated calculation of mechanical stresses on external bridges. The second-level model was obtained using analytical dependencies based on the analogy of a magnet-pole tip system with a beam with rigid clamping on supports and a distributed load along it. It is suitable for determining mechanical strength during optimization design, when it is necessary to operate with large volumes of data.*

*The results of calculating mechanical stresses using analytical models are checked and refined by solving the strength problem using the finite element method in the Ansys Structural software package.*

**Keywords:** *electric machine, incorporated permanent magnets, rotor, mechanical strength, analytical technique, finite element analysis*

## REFERENCES

1. Shen J., Qin Xu., Wang Yu. High-Speed Permanent Magnet Electrical Machines – Applications, Key Issues and Challenges // *Ces Trans. on Elec. Machines and Systems*. 2018. Vol. 2. No. 1. Pp. 23–33. doi: 10.23919/TEMS.2018.8326449.
2. Comparison of induction and PM synchronous motor drives for EV application including design examples / G. Pellegrino, A. Vagati, B. Boazzo, P. Guglielmi // *IEEE Trans. on Ind. Appl.* 2012. Vol. 48. No. 6. Pp. 2322–2332. doi: 10.1109/TIA.2012.2227092.
3. Han Z., Yang H., Chen Y. Investigation of the rotor mechanical stresses of various interior permanent magnet motors // *Proc. ICEMS*. 2009. Pp. 1–6. doi: 10.1109/ICEMS.2009.5382987.

---

\* *Yuri V. Zubkov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.  
Denis A. Vladimirov, Engineer.  
Irshat H. Biktashev, Postgraduate Student.*

4. Mechanical design considerations for conventionally-laminated, high-speed, interior PM synchronous machine rotors / *E.C. Lovelace, T.M. Jahns, T.A. Keim, J.H. Lang* // IEEE Trans. Ind. Appl. Vol. 40. No. 3. 2004. Pp. 806–812. doi: 10.1109/TIA.2004.827440.
5. *Smirnov A.Yu.* Osobennosti konstruirovaniya i analiza visokooborotnykh sinhronnykh mashin s postoyannymi magnitami na rotore [Features of the design and analysis of high-speed synchronous machines with permanent magnets on the rotor] // Proceedings of R.E. Alekseev NSTU. 2013. Pp. 231–235. (In Russian).
6. Analytical modeling of open-circuit air-gap field distributions in multisegment and multilayer interior permanent-magnet machines / *L. Zhu, S.Z., Jiang Z.Q. Zhu, C.C. Chan* // IEEE Trans. Magn. Vol. 45. No. 8. 2009. Pp. 3121–3130. doi: 10.1109/TMAG.2009.2019841.
7. Optimal design of IPM-PMASR motors for wide constant power speed range applications / *P. Guglielmi, E. Armando, G.M. Pellegrino, A. Vagati* // Proc. PCIM, Nuremberg, Germany. 2007. Vol. 1. Pp. 1–6.
8. *Iles-Klumpner D., Boldea I.* Comparative optimization design of an interior permanent magnet synchronous motor for an automotive active steering system // Proc. IEEE Power Electron. Spec. Conf., Aachen, Germany. 2004. Vol. 1. Pp. 369–375. doi: 10.1109/PESC.2004.1355772.
9. *Zeyin H., Haodong Y., Yangsheng Ch.* Investigation of the rotor mechanical stresses of various interior permanent magnet motors // Int. Conf. on Elec. Mach. and Syst., Tokyo. 2009. doi: 10.1109/ICEMS.2009.5382987.
10. *Lee T., Kim D., Hong J.* Performance improvement by making holes of interior permanent magnet synchronous motor // Proc. ICEMS. 2009. Pp. 1–4. doi: 10.1109/ICEMS.2009.5382877
11. *Cirani M., Eriksson S., Thunberg J.* Innovative Design for Flux Leakage Reduction in IPM Machines // IEEE Trans. on Ind. Appl. Vol. 50. No. 3. 2014. Pp. 1847–1853. doi: 10.1109/TIA.2013.2289969.
12. <https://www.roscosmos.ru/2114/> (дата обращения 28.02.2024).
13. Analytical calculation of maximum mechanical stress on the rotor of the interior permanent-magnet synchronous machine / *G. Chu, R. Dutta, H. Lovatt, B. Sarlioglu, M.F. Rahman* // IEEE Trans. on Ind. Appl. Vol. 56. No. 2. 2020. Pp. 1321–1331. doi: 10.1109/TIA.2019.2960756.
14. *Peterson R.* Koeffitsienty koncentracii napryazheniy [Stress concentration factors]. M.: Akademiya. 1977. 302 p. (In Russian).
15. *Sityn D.A.* Magnitnyy sistemy sinhronnykh elektricheskikh mashin s redkozemel'nymi postoyannymi magnitami i povishennoi chastotoyi vrashcheniya: dis. ... kand. tekhn. nauk. Moscow, 2009. 167 p. (In Russian).
16. *Zubkov Yu.V.* Mechanical strength of the rotor with internal permanent magnets // 2021 Int. Conf. on Elec. Comp. and Syst. (ICOECS), Ufa, 16–18 Nov. 2021. doi 10.1109/ICOECS52783.2021.9657430.