

УДК 621.311.1

## МЕТОД РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА ИСКАЖЕНИЯ СИНУСОИДАЛЬНОСТИ КРИВОЙ НАПРЯЖЕНИЯ, СОЗДАВАЕМОГО ТРЕХФАЗНЫМИ ВЫПРЯМИТЕЛЯМИ

**В.С. Осипов\***

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: osipov\_4343@mail.ru

**Аннотация.** Существующие в различных источниках методики расчета представляют выпрямительные установки как источники высших гармоник. При этом действующее значение тока первичной обмотки трансформатора в виде прямоугольников разлагают в ряд Фурье и получают гармонические составляющие тока, кроме основной гармоники высшие 5, 7, 11, 13, 17, 19 и т. д. Амплитуды тока высших гармоник умножаются на соответствующие частотам индуктивные сопротивления питающей сети, результаты возводят в квадрат и суммируют. Очевидно, что все слагаемые – равной величины, так как при увеличении номера гармоники ее амплитуда уменьшается в  $n$  раз по сравнению с первой гармоникой, при этом во столько же раз увеличивается частота и индуктивное сопротивление. Коэффициент несинусоидальности  $K_u$  определяется как отношение корня квадратного из суммы к величине фазного напряжения. Недостатком определения  $K_u$  является некоторая произвольность в количестве учитываемых гармоник. Если принять, например, 9 гармоник, то получим  $K_u = 7,22\%$ ; если 4 гармоники, то  $K_u = 4,81\%$ . При протекании тока первичной обмотки трансформатора амплитуда напряжения на шинах подстанции уменьшается всего на 1,9 В. При этом коэффициент несинусоидальности не может быть равен 7,22 %. Во всех литературных источниках при расчете гармоник тока не дается рекомендаций, на какие номера гармоник необходимо устанавливать на подстанции резонансные фильтры. Не случайно в новом ГОСТ–2013 вычисляют значение коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения  $K_{(U)}$  в процентах как результат  $i$ -го наблюдения по формуле (то есть не производится вычисление по гармоникам тока). В данной работе производится другой подход к определению коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения. Выпрямительные установки не являются источниками гармоник, а представляют собой электроприемники с нелинейной характеристикой потребления электрического тока, при этом искажается форма кривой синусоиды питающего напряжения. Эта искаженная синусоида и является источником высших гармоник, которая в данной работе разлагается в ряд Фурье, при этом вычисление интегральных функций коэффициентов ряда Фурье производится в программе Mathcad. Решение произведено для трех схем выпрямителей. Определены гармоники для установки резонансных фильтров. В результате предлагается разработанная методика расчета высших гармоник напряжения и определения коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения на основании разложения в

---

\* Осипов Вячеслав Семёнович, доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий», кандидат технических наук.

*ряд Фурье искаженной кривой синусоиды напряжения при работе трехфазных неуправляемых выпрямителей.*

**Ключевые слова:** выпрямитель, коэффициент, несинусоидальность, ток, напряжение, высшие гармоники, ряд Фурье.

Разработка методики расчета высших гармоник и определения коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения является актуальной проблемой, так как существующие методики позволяют решить эту задачу с большой погрешностью. В цехах современных промышленных предприятий более половины электроэнергии используется в преобразованном виде (на металлургических заводах – более 90 %). Широко применяются вентильные преобразователи (ВП), различного рода преобразователи частоты [1, 2]. Такие нагрузки называют нелинейными, к их числу относятся в первую очередь различного рода ВП.

Эти нагрузки потребляют из сети ток, кривая которого оказывается несинусоидальной, в результате возникают нелинейные искажения кривой напряжения сети или, другими словами, несинусоидальные режимы.

Несинусоидальность напряжения и тока обуславливает дополнительные потери и нагрев, а также ускоренное старение изоляции электрооборудования [3], что подтверждается результатами диагностического обследования различного электроэнергетического оборудования: трансформаторов, кабельных линий, электродвигателей, компенсирующих конденсаторов. Кроме того, ВГ в СЭС промышленных предприятий вызывают нарушение работы и ложные срабатывания устройств релейной защиты и автоматики, приводят к сбоям в работе электронных систем управления и вычислительной техники, создают помехи в аппаратуре телемеханики и связи, искажают показания счетчиков электрической энергии. Прогрессирующее внедрение вентильных преобразователей создает **актуальность** решения проблемы высших гармоник в электрических сетях путем совершенствования расчета и создания устройств противодействия гармоникам. Коэффициент несинусоидальности является показателем качества электроэнергии.

Для уменьшения влияния высших гармоник применяют подключение преобразовательных устройств через фильтры высших гармоник [3–5] – это сетевые дроссели, линеаторы. Существует несколько схем, при помощи которых можно реализовать активную коррекцию коэффициента мощности, что приводит к уменьшению воздействия высших гармоник. Также применяются пассивные узкополосные и широкополосные фильтры [6–8], которые устанавливаются на шинах ТП. Во всех случаях необходимо знать амплитуду и номера гармоник.

Рассмотрим существующие методики расчета на конкретном примере схемы включения выпрямителя (расчетная схема на рис. 1).

Мощность короткого замыкания системы  $S_k = 300$  мВА. Определяется сопротивление системы, приведенное к напряжению 0,4 кВ.

Индуктивное сопротивление

$$X_c = \frac{U_H^2}{S_k} = \frac{400^2}{300000000} = 0,00053 \text{ Ом.}$$

Сопротивление кабельной линии ААБ (3Х70+1Х35),  $X_{уд} = 0,0612$  Ом/км,  $R_{уд} = 0,447$  Ом/км, длина кабеля  $l_k = 800$  м.

Сопротивления кабеля, приведенные к напряжению 0,4кВ:

$$R_K = R_{уд} \cdot I_K \cdot \left(\frac{0,4}{10}\right)^2 = 0,447 \cdot 0,8 \cdot \left(\frac{0,4}{10}\right)^2 = 0,000572 \text{ Ом},$$

$$X_K = X_{уд} \cdot I_K \cdot \left(\frac{0,4}{10}\right)^2 = 0,0612 \cdot 0,8 \cdot \left(\frac{0,4}{10}\right)^2 = 0,0000783 \text{ Ом}.$$

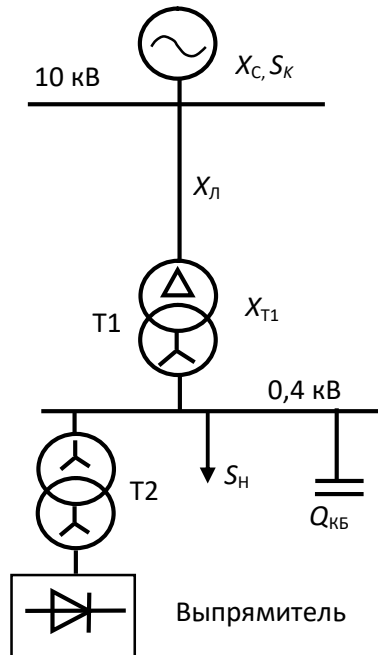


Рис. 1. Расчетная схема

Сопротивления трансформатора Т1 подстанции мощностью 630 кВА, приведенные к 0,4 кВ. Технические данные:  $\Delta P_{XX} = 1,16$  кВт,  $\Delta P_{K3} = 7,6$  кВт,  $\Delta U_{K3} = 5,5$  %.

Полное сопротивление, приведенное к 0,4 кВ:

$$Z_T = \frac{U_K \%}{100} \cdot \frac{U_H^2}{S_H} = \frac{5,5}{100} \cdot \frac{400^2}{630000} = 0,014 \text{ Ом}.$$

Активное сопротивление

$$R_T = \frac{\Delta P_{K3} U_H^2}{S_H^2} = \frac{7600 \cdot 400^2}{630000^2} = 0,00306 \text{ Ом},$$

$$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} = \sqrt{0,014^2 - 0,00306^2} = 0,01366 \text{ Ом}.$$

Суммарные сопротивления питающей сети:

$$R_{\text{ПС}} = 0,000572 + 0,00306 = 0,00363 \text{ Ом},$$

$$X_{\text{ПС}} = 0,00053 + 0,0000783 + 0,01366 = 0,0143 \text{ Ом}.$$

### Трехфазная мостовая схема Ларионова

Расчет параметров трансформатора выпрямительной установки, соединение обмоток «звезда – звезда» (рис. 2).

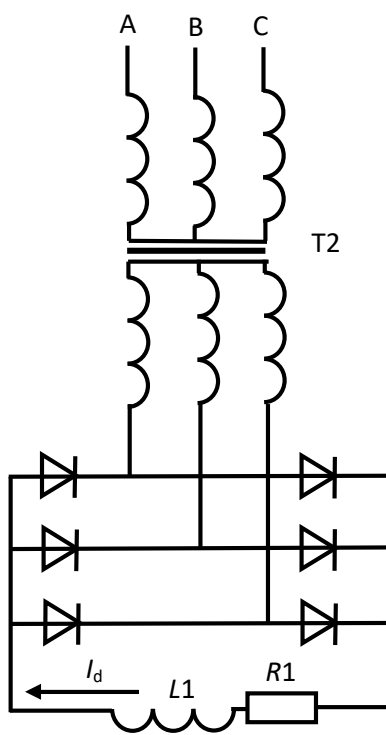


Рис. 2. Трансформатор «звезда – звезда» и выпрямитель по схеме Ларионова

Мощность трансформатора T2 (ТМ100/10) 100 кВа. Технические данные:

$$\Delta P_{\text{хх}} = 0,33 \text{ кВт}, \Delta P_{\text{кз}} = 1,97 \text{ кВт}, \Delta U_{\text{кз}} = 4,5 \text{ \%}.$$

Полное сопротивление трансформатора, приведенное к 0,4 кВ:

$$Z_T = \frac{U_{\text{к}} \%}{100} \cdot \frac{U_{\text{н}}^2}{S_{\text{н}}} = \frac{4,5}{100} \cdot \frac{400^2}{100000} = 0,072 \text{ Ом}.$$

Активное сопротивление

$$R_T = \frac{\Delta P_{\text{кз}} U_{\text{н}}^2}{S_{\text{н}}^2} = \frac{1970 \cdot 400^2}{100000^2} = 0,0315 \text{ Ом}.$$

Индуктивное сопротивление

$$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} = \sqrt{0,072^2 - 0,0315^2} = 0,06474 \text{ Ом}.$$

Постоянное выпрямленное напряжение  $U_d = 48 \text{ В}$ .

Выпрямленный ток  $I_d = 1500 \text{ А}$ . Мощность выпрямителя  $P_B = 72 \text{ кВт}$ .

Фазное напряжение вторичной обмотки трансформатора для выпрямителя [9, 10]:

$$U_{2\phi} = \frac{U_d}{2,34} = \frac{48}{2,34} = 20,51 \text{ В.}$$

Коэффициент трансформации:

$$K_T = \frac{U_{1\phi}}{U_{2\phi}} = \frac{220}{20,51} = 10,726.$$

Ток нагрузки из-за наличия в ней значительной индуктивности сглажен:

$$I_d = \frac{U_d}{R_d}.$$

Действующее значение тока вторичной обмотки трансформатора [9 – 11]:

$$I_{d2} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left( 2 \int_0^{\frac{2\pi}{3}} I_d^2 dv \right)} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d = 0,817 I_d = 0,817 \cdot 1500 = 1225,5 \text{ А.}$$

Действующее значение фазного тока первичной обмотки трансформатора [9] при соединении ее в «звезду»:

$$I_{d1} = \frac{I_{d2}}{K_T} = \frac{1225,5}{10,726} = 114,26 \text{ А.}$$

На рис. 3, *a* приведена диаграмма трехфазных напряжений. На рис. 3, *b* – диаграмма токов первичной обмотки трансформатора Т2 фазы А. Эти токи в виде периодической функции могут быть представлены в виде ряда Фурье [14–17]:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \quad (1)$$

где коэффициенты ряда  $a_0$ ,  $a_n$ ,  $b_n$  – действительные числа.

Коэффициенты ряда определяются по формулам:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx, \quad (2)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \cos nxdx, \quad (3)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cdot \sin nxdx, \quad (4)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$  – номер гармоник.

Если функция нечетная (симметричная относительно абсцисс), то достаточно определить только коэффициент  $b_n$ ; если функция четная, то определяются коэффициенты  $a_0$ ,  $a_n$ ; если функция аморфная (не четная и не нечетная), то определяются все коэффициенты.

Если – нечетная периодическая функция с периодом  $2\pi$ , удовлетворяющая условиям разложимости в ряд Фурье, то можно определять

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cdot \sin nxdx \quad (5)$$

и разложение в ряд Фурье для нечетной функции имеет вид

$$f(x) = \sum_{m=1}^{\infty} b_n \sin nx. \quad (6)$$

Если разложить функцию тока  $I_{d1}$  первичной обмотки трансформатора в ряд Фурье [9, 18], то получим кроме первой, т. е. основной гармоники, высшие 5, 7, 11, 13, 17, 19 и т. д. гармонические составляющие ( $n = 6k \pm 1$ , где  $k$  – любое натуральное число, 6 – число пульсов схемы выпрямления за период).

ГОСТ–97 нормирует коэффициенты  $n$ -ой гармонической составляющей [1, 2, 19]

$$K_{U(n)} = \frac{U_n}{U_{\text{НОМ}}} \cdot 100. \quad (7)$$

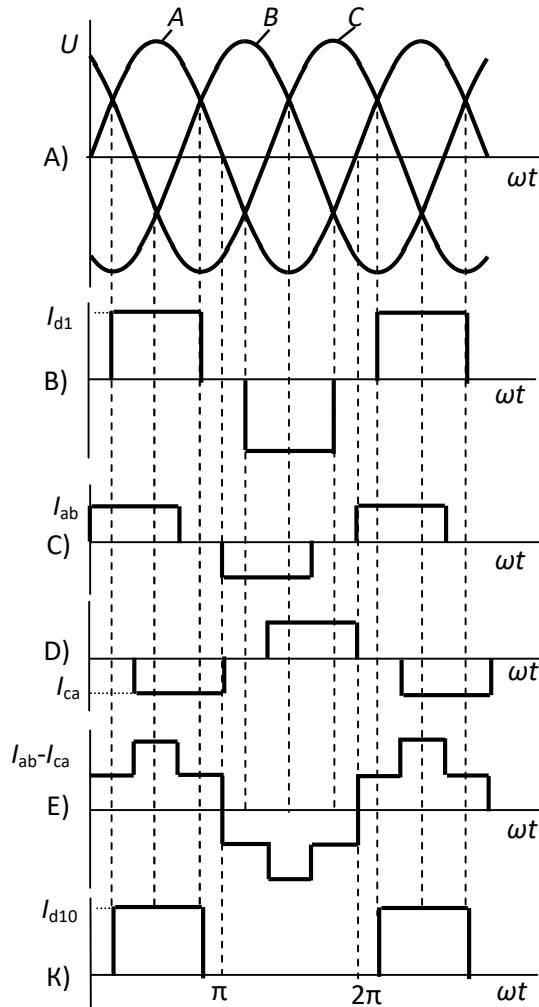


Рис. 3. Диаграммы напряжений  
и токов

Коэффициент несинусоидальности напряжения питающей сети определяется по формуле [1, 2, 19]

$$K_U = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{40} U_n^2} \cdot 100}{U_{\text{НОМ}}}, \quad (8)$$

где  $n$  – номер гармоники;  $U_n$  – падение напряжения в сопротивлении питающей сети от тока соответствующей гармоники.

В таблице 1 приводятся допустимые значения коэффициентов несинусоидальности.

Таблица 1

**Значения коэффициентов гармонических составляющих напряжения  $K_{Un}$  %**  
**ГОСТ 32144—2013**

Нечетных не кратных трем		Нечетных кратных трем		Четных гармонических	
Порядок гармонической составляющей $n$	%	Порядок гармонической составляющей $n$	%	Порядок гармонической составляющей $n$	%
5	6	3	5	2	2
7	5	9	1,5	4	1
11	3,5	15	0,3	6	0,5
13	3	21	0,2	8	0,5
17	2	>21	0,2	10	0,5
19	1,5			12	0,2
23	1,5			>12	0,2
25	1,5				
>25	1,5				

В [19] приведен расчет коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения с учетом 5, 7, 11, 13 гармоник:

$$K_u = \frac{100\% \cdot \sqrt{\sum U_n^2}}{U_\Phi} = \frac{100\% \cdot \sqrt{7,74^2 + 7,74^2 + 7,74^2 + 7,74^2}}{220} = 7,04\%, \quad (9)$$

что меньше допустимых 8 %, определяемых ГОСТ–97 для напряжения 380 В.

В выражении (9) все слагаемые под корнем равны, так как при увеличении номера гармоники ее амплитуда уменьшается в  $n$  раз по сравнению с первой гармоникой, при этом во столько же раз увеличивается частота и индуктивное сопротивление  $X_{\text{ПС}} = L\omega$  питающей сети. Однако в [19] наблюдаются ошибки, так как в (9) под корнем получены числа путем перемножения сопротивления  $X_{\text{ПС}}$  на амплитуду тока гармоник. Целесообразнее умножить на действующее значение тока гармоник. Кроме того, для первой гармоники принято действующее, а не амплитудное значение тока первичной обмотки трансформатора.

Для правильного решения необходимо разложение в ряд Фурье функции тока (рис. 3, в). Разложение в ряд Фурье целесообразно выполнять с применением вычислительной техники, например в программе Mathcad [14].

На панели Mathcad размещаются: калькулятор, греческий алфавит, программирование и символьные операции. Затем записывается интеграл по выражению (5), нажимается  $\rightarrow$  (символьные), в следующей строке записывается  $n=1$  (первая гармоника), затем копируется первое выражение и нажимается  $=$  на калькуляторе – получаем решение при ( $x = \omega t$ ).

$$\frac{2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (114) \sin(nx) dx \rightarrow \frac{228 \left( \cos\left(\frac{\pi n}{6}\right) - \cos\left(\frac{5\pi n}{6}\right) \right)}{\pi n},$$

$$n := 1$$

$$\frac{2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} (114) \sin(nx) dx \rightarrow \frac{228\sqrt{3}}{\pi} = 125,703.$$

Таким образом, отношение амплитуды первой гармоники к действующему значению  $125,7/114=1,103$ . В результате получим формулу для определения коэффициента несинусоидальности с учетом действующих значений токов:

$$K_u = \frac{100\% \cdot 1,103 \cdot I_{d1} \cdot X_{\text{ПС}} \cdot \sqrt{V}}{\sqrt{2} \cdot U_{\Phi}}, \quad (10)$$

где  $V$  – количество учитываемых гармоник.

Подставляя значения в (10), получим  $K_u = 7,22\%$  при  $V = 9$  и  $K_u = 4,81\%$  при  $V = 4$ .

Для проверки получим уменьшение амплитуды фазного напряжения:

$$\Delta U_{\Phi} = 311,1 \cdot 0,0722 = 22,46 \text{ В.}$$

В соответствии с выражением (1) после суммирования гармоник должны получить функцию, соответствующую рис. 3, в, для чего необходимо учитывать не менее 12 гармоник.

Недостатком определения  $K_u$  является некоторая произвольность в количестве учитываемых гармоник. А также во всех источниках при расчете гармоник тока не дается рекомендаций, на какие номера гармоник необходимо устанавливать на подстанции резонансные фильтры.

Не случайно в новом ГОСТ [20] вычисляют значение коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения  $K_{(U)i}$  в процентах как результат  $i$ -го наблюдения по формуле (то есть не производится вычисление по гармоникам тока):

$$K_{U_i} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{40} U_{(n)i}^2}}{U_{(1)i}} \cdot 100,$$

где  $U_{(1)i}$  — действующее значение междуфазного (фазного) напряжения основной частоты для  $i$ -го наблюдения, В.

В данной работе производится другой подход к определению коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения. Выпрямительные установки не являются источниками гармоник, а представляют собой электроприемники с нелинейной характеристикой потребления электрического тока, при этом искажается форма кривой синусоиды питающего напряжения. Эта искаженная синусоида и является источником высших гармоник.

Полное сопротивление питающей сети:

$$Z_{\text{ПС}} = \sqrt{R_{\text{ПС}}^2 + X_{\text{ПС}}^2} = \sqrt{0,00363^2 + 0,0143^2} = 0,0148 \text{ Ом.}$$

Амплитуда фазного напряжения:

$$U_{m1} = \sqrt{2} \cdot 220 = 311,1 \text{ В.}$$

Величина амплитуды напряжения при протекании тока  $I_{d1}$ :

$$U_{m2} = U_{m1} - I_{d1} \cdot Z_{\text{ПС}} = 311,1 - 114,26 \cdot 0,0148 = 309,4 \text{ В.}$$

На рис. 4 показана расчетная графическая функция искаженной формы синусоиды. Это нечетная периодическая функция с периодом  $2\pi$ , удовлетворяющая условиям разложимости в ряд Фурье по выражению (5). При этом определяются



коэффициенты разложения на отрезках  $b_{1n}$  ( $0-\pi/6$ ),  $b_{2n}$  ( $\pi/6-5/6 \pi$ ),  $b_{3n}$  ( $5/6 \pi- \pi$ ), затем определяются значения суммы  $b_n = b_{1n} + b_{2n} + b_{3n}$ .

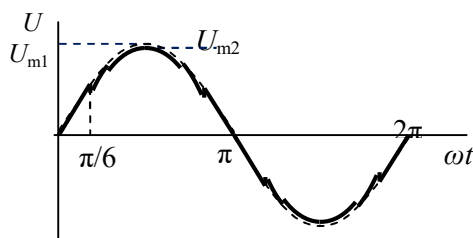


Рис. 4. Расчетная  
графическая функция

Решение интегральных функций производится в программе Mathcad. Например, решение для  $b_1$  для гармоники  $n = 5$ :

$$b_1 := \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{1}{6}\pi} 311.1 \cdot \sin(x) \cdot \sin(nx) dx \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2 \left( -\frac{311.1 \cdot \sin(-0.52n + 0.52)}{2n - 2} - \frac{311.1 \cdot \sin(0.52n + 0.52)}{2n - 2} \right)}{\pi},$$

$$n := 5,$$

$$b_1 := \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{1}{6}\pi} 311.1 \cdot \sin(x) \cdot \sin(nx) dx \rightarrow 21.44.$$

Аналогичные решения – для  $b_2$ ,  $b_3$  при варьировании номера гармоник, результаты представлены в табл. 2.

Таблица 2

Коэффициенты ряда Фурье для двенадцати гармоник

№ гарм.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$b_{1n}$	8,97	16,5	21,44	23,1	21,44	16,98	10,72	3,93	-2,14	-6,5	-8,58	-8,31
$b_{2n}$	291,56	0	-42,65	0	-42,65	0	-21,32	0	4,26	0	17,06	0
$b_{3n}$	8,97	-16,5	21,44	-23,1	21,44	-16,98	10,72	-3,93	-2,14	6,5	-8,58	8,31
$b_n$	309,9	0	0,234	0	0,234	0	0,12	0	-0,02	0	0,1	0

Наибольшие гармоники – с номерами 3, 5, 7, 11, на эти гармоники можно устанавливать резонансные фильтры. Полученные результаты существенно отличаются от расчетов с использованием гармоник тока.

Коэффициент несинусоидальности в соответствии с выражением (8)

$$K_u = \frac{\sqrt{0,234^2 + 0,234^2 + 0,12^2 + 0,1^2}}{220} \cdot 100\% = 0.166\%.$$

Коэффициент несинусоидальности предлагается определять как отношение суммы действующих значений гармоник к фазному напряжению

$$K_u = \frac{(0,234 + 0,234 + 0,12 + 0,1) \cdot 1,1}{\sqrt{2} \cdot 220} \cdot 100\% = 0,22\%.$$

**Соединение первичной обмотки трансформатора в треугольник** (рис. 5) при тех же значениях параметров выпрямителя.

Действующие значения токов фаз первичной обмотки [13] равны:

$$I_{ab} = I_{ca} = I_{d1} = \frac{I_{d2}}{\sqrt{3} K_T} = \frac{1225,5}{\sqrt{3} \cdot 10,728} = 66,03 \text{ A},$$

так как у обмотки увеличивается число витков в  $\sqrt{3}$  раза при напряжении 380 В.

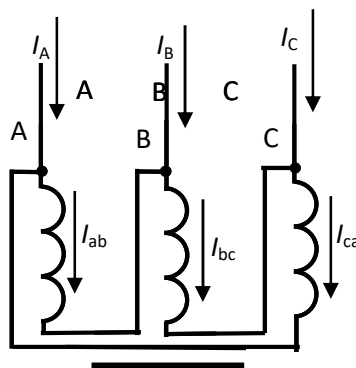


Рис. 5. Первичная обмотка в треугольник

На рис. 6 показана векторная диаграмма для определения тока из сети, например для фазы А:

$$\overline{I_A} = \overline{I_{ab}} - \overline{I_{ca}}.$$

Результирующий вектор  $I_A$  сдвинут по фазе на  $30^\circ$  относительно  $I_{ab}$ . Его величина определяется с учетом фазового сдвига:

$$I_{d1} = I_A = I_{ab} \cdot \cos 30^\circ + I_{ca} \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot 66,03 \cdot \cos 30^\circ = 114,36 \text{ A},$$

то есть из сети потребляется такой же ток по величине, как при трансформаторе с соединением «звезда – звезда».

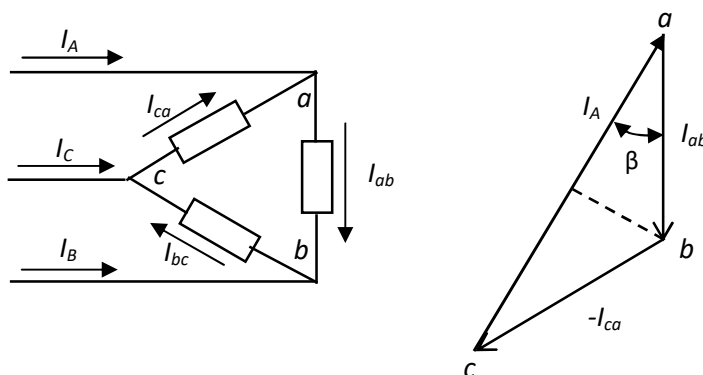


Рис. 6. Векторная диаграмма

При суммировании токов на графике (рис. 3, *c, d, e*) если прямоугольные формы не совпадают по фазе, то сила тока будет  $I_{d1}/2 = I_A/2$ . Это подтверждается [12] осциллограммами.

Расчетная графическая функция аналогична по форме (рис. 4) с изменением пределов интегрирования:  $(0-1/3\pi)$ ,  $(1/3\pi-2/3\pi)$ ,  $(2/3\pi-\pi)$ , при этом также изменяются амплитуды напряжений.

Величина амплитуды напряжения в пределах  $(0-1/3\pi)$  и  $(2/3\pi-\pi)$  при протекании тока  $I_{d1}$ :

$$U_{m2} = U_{m1} - I_{d1} \cdot Z_{\text{ПС}} = 311,1 - 114,26 \cdot 0,0148 = 309,4 \text{ В}.$$

Величина амплитуды напряжения в пределах  $(1/3\pi-2/3\pi)$  при протекании тока  $I_{d1}/2$ :

$$U_{m3} = U_{m1} - \frac{I_{d1}}{2} \cdot Z_{\text{ПС}} = 311,1 - \frac{114,26}{2} \cdot 0,0148 = 310,25 \text{ В}.$$

Аналогичный расчет, как и в предыдущем случае, показывает, что номера гармоник будут такими же (см. табл. 2), амплитуда гармоник будет в два раза меньше.

### Трехфазная нулевая схема

Фазное напряжение вторичной обмотки трансформатора для выпрямителя [9, 10] (рис. 7):

$$U_{2\phi} = \frac{U_d}{1,17} = \frac{48}{1,17} = 41,02 \text{ В}.$$

Коэффициент трансформации:

$$K_r = \frac{U_{1\phi}}{U_{2\phi}} = \frac{220}{41,02} = 5,36.$$

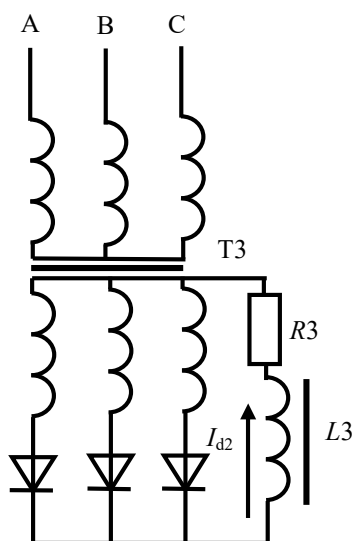


Рис. 7. Трехфазная нулевая схема

Действующее значение вторичного тока для трехфазной нулевой схемы с учетом диаграммы (рис. 3) [10, 11]:

$$I_{d2} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left( \int_0^{\frac{2\pi}{3}} I_d^2 dv \right)} = \frac{I_d}{\sqrt{3}} = 867,05 \text{ A}.$$

Действующее значение первичного тока

$$I_{d10} = \frac{\sqrt{2}I_d}{3K_T} = \frac{\sqrt{2} \cdot 1500}{3 \cdot 5,36} = 131,52 \text{ A}.$$

Трансформатор ТЗ для трехфазной нулевой схемы должен быть мощнее в 1,3 раза, поэтому принят трансформатор ТЗ (ТМ160/10). Мощность трансформатора 160 кВа. Технические данные:

$$\Delta P_{\text{ХХ}}=0,51 \text{ кВт}, \Delta P_{\text{КЗ}}=2,65 \text{ кВт}, \Delta U_{\text{КЗ}}=4,5 \text{ \%}.$$

Полное сопротивление трансформатора, приведенное к 0,4 кВ:

$$Z_T = \frac{U_{\text{К}} \%}{100} \cdot \frac{U_{\text{Н}}^2}{S_{\text{Н}}} = \frac{4,5}{100} \cdot \frac{400^2}{160000} = 0,045 \text{ Ом}.$$

Активное сопротивление:

$$R_T = \frac{\Delta P_{\text{КЗ}} U_{\text{Н}}^2}{S_{\text{Н}}^2} = \frac{2650 \cdot 400^2}{160000^2} = 0,0166 \text{ Ом}.$$

Индуктивное сопротивление:

$$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} = \sqrt{0,045^2 - 0,0166^2} = 0,0418 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление питающей сети:

$$Z_{\text{ПС}} = \sqrt{R_{\text{ПС}}^2 + X_{\text{ПС}}^2} = \sqrt{0,00363^2 + 0,0143^2} = 0,0148 \text{ Ом}.$$

Амплитуда фазного напряжения:

$$U_{\text{m1}} = \sqrt{2} \cdot 220 = 311,1 \text{ В}.$$

Величина амплитуды напряжения при протекании тока  $I_{d10}$ :

$$U_{m20} = U_{\text{m1}} - I_{d10} \cdot Z_{\text{ПС}} = 311,1 - 131,52 \cdot 0,0148 = 309,2 \text{ В}.$$

На рис. 8 показана форма искажённой синусоиды, полученная расчётным путём с учетом всех коэффициентов Фурье (2) – (4). Расчет производится в программе Mathcad, как в предыдущем случае.

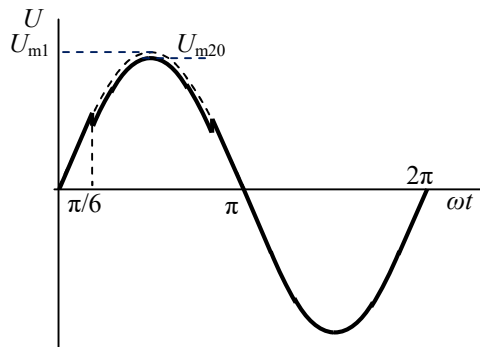


Рис. 8. Расчетная графическая функция 3-фазной нулевой схемы

Определение коэффициентов разложения  $a_0$ ,  $b$ ,  $a$  производится на отрезках с учетом амплитуды напряжений:  $(0-\pi/6)$ ,  $(\pi/6-5/6 \pi)$ ,  $(5/6 \pi - \pi)$ ,  $(\pi -2\pi)$ , затем определяются значения их суммы.

Например, для  $a_{10}$ :

$$a_{10} := \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{1}{6}\pi} 311.1 \cdot \sin(x) dx \rightarrow 13.27.$$

Для других отрезков получено  $a_{20} = 140,47$ ,  $a_{30} = 13,27$ ,  $a_{40} = -198,05$ .

Сумма значений показывает величину постоянного смещения  $\sum a_0 = 1,04$ .

Определение коэффициентов производится аналогично, например для 1-й гармоники

$$b_1 := \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{1}{6}\pi} 311.1 \cdot \sin(x) \cdot \sin(nx) dx \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{311.1 \cdot \sin(0.52n - 0.52)}{2n - 2} - \frac{311.1 \cdot \sin(0.52n + 0.52)}{2n + 2},$$

$$n := 1,$$

$$b_1 := \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{1}{6}\pi} 311.1 \cdot \sin(x) \cdot \sin(nx) dx \rightarrow 4.49.$$

Данные расчетов сводятся в таблицу (табл. 3).

Таблица 3

**Коэффициенты  $b$  синусных гармоник**

№ гарм.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$b_1$	4,49	8,25	10,72	11,55	10,72	8,49	5,36	1,96	-1,07	-3,25	-4,29	-4,15
$b_2$	145,68	0	-21,31	0	-21,31	0	-10,65	0	2,13	0	8,52	0
$b_3$	4,49	-8,25	10,72	-11,55	10,72	-8,49	5,36	-1,96	-1,07	3,25	-4,29	4,15
$b_4$	155,55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\Sigma b$	310,16	0	0,13	0	0,13	0	0,07	0	-0,01	0	-0,06	0

Аналогично рассчитываются коэффициенты  $a$  (табл. 4):

$$a_1 := \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{1}{6}\pi} 311.1 \cdot \sin(x) \cdot \cos(nx) dx \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{5388.41 \cdot \cos(0.52n) + 311.1 \cdot n \cdot \sin(0.52n) - 6222}{\pi(20n^2 - 20)},$$

$$n := 1,$$

$$a_1 := \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{1}{6}\pi} 311.1 \cdot \sin(x) \cdot \cos(nx) dx \rightarrow 12.38.$$

Коэффициенты  $a$  косинусных гармоник

№ гарм.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$a_1$	12,38	9,87	6,19	1,97	-2,06	-5,28	-7,22	-7,7	-6,81	-4,9	-2,48	-0,09
$a_2$	0	-85,24	0	-17,05	0	4,87	0	12,18	0	7,75	0	-1,19
$a_3$	-12,38	9,87	-6,19	1,97	2,06	-5,28	7,22	-7,7	6,81	-4,9	2,48	-0,09
$a_4$	0	66,02	0	13,2	0	5,66	0	3,14	0	2	0	1,38
$\Sigma a$	0	0,52	0	0,09	0	-0,03	0	-0,08	0	-0,05	0	0,01

В трехфазной нулевой схеме спектр наибольших гармоник дополняется четными гармониками с номерами 2, 4, 6, 8, 10.

Определяется коэффициент несинусоидальности:

$$K_u = \frac{(0,13 + 0,13 + 0,07 + 0,06 + 0,52 + 0,09 + 0,08 + 0,05) \cdot 1,1}{\sqrt{2} \cdot 220} \cdot 100\% = 0,4\%.$$

Для проверки получим уменьшение амплитуды фазного напряжения  $\Delta U_{\phi} = 311,1 \cdot 0,004 = 1,24$  В, что значительно меньше значений полученных из выражения (10) равных  $\Delta U_{\phi} = 22,46$  В. Не может быть коэффициент несинусоидальности 7,22 %, когда при протекании тока первичной обмотки трансформатора амплитуда напряжения уменьшается всего на 1,9 В.

Таким образом, предлагается разработанная методика расчета высших гармоник напряжения и определения коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения на основании разложения в ряд Фурье искаженной кривой синусоиды напряжения при работе трехфазных неуправляемых выпрямителей.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Жежеленко И.В., Шидловский А.К., Пивняк Г.Г. и др. Электромагнитная совместимость потребителей: моногр. – М.: Машиностроение, 2012. – 351 с.
2. Жежеленко И.В. Высшие гармоники в системах электроснабжения промпредприятий. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 2010. – 375 с., ил.
3. Артюхов И.И., Сошинов А.Г., Бочкарева И.И. Электромагнитная совместимость и качество электроэнергии: учеб. пособие. – Волгоград: ИУНЛ ВолгГТУ, 2015. – 124 с.
4. Будко С.И., Малышев С.А., Осипов В.С. Плавное регулирование температуры нагрева печи сопротивления с применением фильтра lineator для подавления высших гармоник // Сборник научных статей по материалам V Международной научно-практической конференции. 11 мая 2021 г., г. Уфа. – Уфа: Изд. НИЦ Вестник науки, 2021. – 236 с.
5. Янченко С.А., Гужов С.В. Работоспособность и качество функционирования электротехнических комплексов и систем в режимах несинусоидальности напряжения: учеб. пособие. – М.: Изд-во МЭИ, 2016. – 44 с.
6. Зимин Р.Ю. Повышение качества электроэнергии в электротехнических комплексах предприятий нефтедобычи гибридными фильтрокомпенсирующими устройствами: Дис. ... канд. техн. наук. – СПб: Санкт-Петербургский горный университет, 2020.
7. Куско А., Томпсон М. Качество энергии в электрических сетях / пер. с англ. А.Н. Рабодзян. – М.: Додэка-XXI, 2008. – 336 с.: ил.
8. Козлов В.Г. Электромагнитная совместимость РЭС: Учеб. пособие. – Томск: Томский гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2009.
9. Васильев Б.В., Аристов Е.В., Хузин Р.А. Исследование характеристик трехфазного мостового тиристорного преобразователя: Метод. руководство по курсу «Элементы систем автоматики» Пермь: Пермский гос. техн. ун-т, 2006.
10. Бар В.И. Основы преобразовательной техники: Курс лекций. – Тольятти: Тольяттинский гос. ун-т, 2002.

11. *Гельман М.В., Дудкин М.М., Преображенский К.А.* Преобразовательная техника: учеб. пособие. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2009. – 425 с.
12. *Янченко С.А., Гужов С.В.* Работоспособность и качество функционирования электротехнических комплексов и систем в режимах несинусоидальности напряжения. – М.: Изд-во МЭИ, 2016.
13. *Нестеров С.А.* Шестифазные схемы выпрямления // *Электроника и информационные технологии*. – Саранск: Мордовский гос. ун-т им. Н.П. Огарева, 2009. – № 2 (7).
14. *Крючкова И.В.* Ряды и преобразование Фурье: метод. указания. – Оренбург: Оренбургский гос. ун-т, 2011. – 59 с.
15. *Егорова Г.Ф., Павлова Г.А., Мазуренко И.А.* Ряды Фурье: практикум по математическому анализу. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2011. – 46 с.
16. *Романова Л.Д., Шаркунова Т.А., Елисеева Т.В.* Интегральные преобразования: учеб. пособие. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2015. – 80 с.
17. *Лоссов К.И.* Ряды Фурье: учеб. пособие. – М.: МИИГАиК, 2014. – 41 с.
18. *Копытин И.И.* Методика расчета показателей качества электрической энергии. – Курган: Курганский гос. ун-т, 2011.
19. ГОСТ 13109–97. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения.
20. ГОСТ 32144–2013. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – М.: Стандартинформ, 2014.

*Статья поступила в редакцию 26 июля 2021 г.*

# METHOD OF CALCULATING THE DISTORTION COEFFICIENT SINUSOIDALITY OF THE VOLTAGE CURVE CREATED BY THREE-PHASE STRAIGHT LINES

**V.S. Osipov**\*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation  
E-mail: osipov\_4343@mail.ru

**Abstract.** *The existing calculation methods in various sources represent rectifier installations as sources of higher harmonics. In this case, the current value of the primary winding of the transformer in the form of rectangles is decomposed into a Fourier series and harmonic components of the current are obtained, except for the main harmonic higher 5, 7, 11, 13, 17, 19. The amplitudes of the current of the higher harmonics are multiplied by the inductive resistances of the supply network corresponding to the frequencies, the results are squared and summed up. Obviously, all terms are of equal magnitude, since with an increase in the harmonic number, its amplitude decreases by  $n$  times compared to the first harmonic, while the frequency and inductive resistance increase by the same number of times. The non-sinusoidal coefficient  $K_u$  is defined as the ratio of the square root of the sum to the magnitude of the phase voltage. The disadvantage of determining  $K_u$  is some arbitrariness in the number of harmonics taken into account. If we take, for example, 9 harmonics, we get  $K_u = 7.22\%$ , if 4 harmonics, then  $K_u = 4.81\%$ . When the current of the primary winding of the transformer flows, the voltage amplitude on the substation tires decreases by only 1.9 V. At the same time, the coefficient of non-sinusoidality cannot be equal to 7.22%. In all literature sources, when calculating current harmonics, there are no recommendations for which harmonic numbers should be installed at the substation resonant filters. It is no coincidence that in the new GOST-2013, the value of the distortion coefficient of the sinusoidal voltage curve  $K(U)$  is calculated as a percentage as a result of the  $i$ -th observation according to the formula, (that is, no calculation is made by current harmonics). In this paper, another approach is made to determine the distortion coefficient of the sinusoidal voltage curve. Rectifier installations are not sources of harmonics, but are electrical receivers with a nonlinear characteristic of electric current consumption, while the shape of the sinusoid curve of the supply voltage is distorted. This distorted sine wave is the source of the higher harmonics, which in this paper is decomposed into a Fourier series, while the calculation of the integral functions of the coefficients of the Fourier series is performed in the Mathcad program. The solution is made for three rectifier circuits. Harmonics for the installation of resonant filters are determined. As a result, a developed method is proposed for calculating the higher voltage harmonics and determining the distortion coefficient of the sinusoidal voltage curve based on the Fourier series expansion of the distorted voltage sine curve during operation of three-phase uncontrolled rectifiers.*

**Keywords:** *rectifier, coefficient, non-sinusoidal, current, voltage, higher harmonics, Fourier series.*

---

\* Vyacheslav S. Osipov (Ph. D. (Techn.), Associate Professor



## REFERENCES

1. *Zhezhelenko I.V., Shidlovsky A.K., Pivnyak G.G., etc.* Electromagnetic compatibility of consumers: monogr. M.: Mashinostroenie, 2012. 351 p.
2. *Zhezhelenko I.V.* Higher harmonics in power supply systems of industrial enterprises 6th ed., reprint. and add. M: Energoatomizdat, 2010. 375 p.
3. *Artyukhov I.I., Soshinov A.G., Bochkareva I.I.* Electromagnetic compatibility and power quality: textbook. stipend. Volgograd: IUNL VolgSTU, 2015. 124 p.
4. *Budko S.I., Malyshev S.A., Osipov V.S.* Smooth regulation of the heating temperature of a resistance furnace using a lineator filter to suppress higher harmonics // Collection of scientific articles based on the materials of the V International Scientific and Practical Conference. May 11, 2021, Ufa. Ufa: Ed. SIC Bulletin of Science, 2021. 236 p.
5. *Yanchenko S.A., Guzhov S.V.* Efficiency and quality of functioning of electrical complexes and systems in modes of non-sinusoidal voltage: textbook. manual. M.: Publishing House of the MEI, 2016. 44 p.
6. *Zimin R.Yu.* Improving the quality of electricity in electrical complexes of oil production enterprises with hybrid filter-compensating devices: Dis. ... candidate of Technical Sciences. St. Petersburg: St. Petersburg Mining University, 2020.
7. *Cusco A., Thompson M.* Energy quality in electric networks / translated from English by A.N. Rabodzyan. M.: Dodeka-XXI, 2008. 336 p.
8. *Kozlov V.G.* Electromagnetic compatibility of RES: Textbook. Tomsk: Tomsk State University of Control Systems and Radio Electronics, 2009.
9. *Vasiliev B.V., Aristov E.V., Khuzin R.A.* Investigation of the characteristics of a three-phase bridge thyristor converter: Method. course guide "Elements of automation systems". Perm: Perm State Technical University. 2006.
10. *Bar V.I.* Fundamentals of transformative technology: A course of lectures. Tolyatti: Togliatti State University, 2002.
11. *Gelman M.V., Dudkin M.M., Preobrazhensky K.A.* Transformative technique: textbook. stipend. Chelyabinsk: Publishing House of the SUSU Center, 2009. 425 p.
12. *Yanchenko S.A., Guzhov S.V.* Operability and quality of functioning of electrical complexes and systems in non-sinusoidal voltage modes. M.: Publishing House of MEI, 2016.
13. *Nesterov S.A.* Six-phase rectification schemes // Electronics and information technology. Saransk: Mordovian State University named after N.P. Ogarev, 2009. № 2 (7).
14. *Kryuchkova I.V.* Series and Fourier transform: method. instructions. Orenburg: Orenburg State University, 2011. 59 p.
15. *Egorova G.F., Pavlova G.A., Mazurenko I.A.* Fourier series: a workshop on mathematical analysis. Samara: Samara State Technical University. 2011. 46 p.
16. *Romanova L.D., Sharkunova T.A., Eliseeva T.V.* Integral transformations: textbook. stipend. Penza: Publishing house of PSU, 2015. 80 p.
17. *Lossov K.I.* Fourier series: studies. manual. M.: MIIGAiK, 2014. 41 p.
18. *Kopytin I.I.* Methodology for calculating the quality indicators of electric energy. Kurgan: Kurgan State University, 2011.
19. GOST 13109-97. Electrical energy. Electromagnetic compatibility of technical means. Standards for the quality of electrical energy in general-purpose power supply systems.
20. GOST 32144-2013. Electrical energy. Electromagnetic compatibility of technical means. Standards of quality of electric energy in general-purpose power supply systems. M.: Standartinform, 2014.