



ISSN 1991-8542 (Print)

ISSN 2712-8938 (Online)

ВЕСТНИК
САМАРСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

Серия
«ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ»

2022 Т. 30. № 3

ISSN 1991-8542 (Print)

ISSN 2712-8938 (Online)

**Вестник
Самарского
Государственного
Технического
Университета**

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Издается с августа 1993 г.

Выходит 4 раза в год

Серия

«ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ»

2022. Том 30. № 3

Учредитель – ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет»

Главный редактор серии Ю.Э. Плешивцева (д.т.н., проф.)

Отв. секретарь серии О.С. Афанасьева (к.т.н.)

Редакционная коллегия:

А.М. Абакумов (д.т.н., проф.)

В.И. Батищев (д.т.н., проф.)

С.Ю. Боровик (д.т.н., проф.)

Ю.В. Зубков (д.т.н., проф.)

Л.С. Казаринов (д.т.н., проф.)

О.С. Колосов (д.т.н., проф.)

П.К. Кузнецов (д.т.н., проф.)

В.И. Лачин (д.т.н., проф.)

М.Ю. Лившиц (д.т.н., проф.)

С.П. Орлов (д.т.н., проф.)

Л.Д. Певзнер (д.т.н., проф.)

Э.Я. Рапопорт (д.т.н., проф.)

А.В. Стариков (д.т.н., проф.)

Е. Вааке (проф., Германия)

S. Luri (проф., Италия)

B. Naske (проф., Германия)

M. Forzan (проф., Италия)

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Вестник Самарского государственного технического университета
Серия «Технические науки» (2022. Том 30. № 3)

Учредитель – ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244, Главный корпус

Редактор Г.В. Загребина
Компьютерная верстка О.С. Афанасьева

Свидетельство о регистрации
ПИ №ФС 77-64449 от 31.12.2015.

Подписано в печать 03.11.22
Выход в свет 14.11.22

Адрес редакции и издателя:
ФГБОУ ВО «Самарский
государственный
технический университет»
443100, г. Самара,
ул. Молодогвардейская, 244
Главный корпус

Формат 70 × 108 ¹/₁₆.
Усл. печ. л. 27,58 п.л.
Уч.-изд. л. 26,94 п.л.
Тираж 500 экз. Рег. № 145/22
Заказ № 604

Телефон: (846) 337 04 43
E-mail: vest_teh@samgtu.ru
Факс: (846) 278 44 40

Отпечатано в типографии Самарского
государственного технического университета
Адрес типографии:
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244.
Корпус 8

Журнал включен в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).

Журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук по следующим группам научных специальностей: 05.13.00 – Информатика, вычислительная техника и управление; 05.11.00 – Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы; 05.09.00 – Электротехника.

Полнотекстовый доступ к статьям журнала осуществляется на сайте научной электронной библиотеки eLIBRARY.RU (<http://elibrary.ru>)
и на сайте <https://journals.eco-vector.com/1991-8542/>

Подписной индекс в каталоге «Роспечать» 18106
ISSN 1991-8542

© Авторы, 2022

© Самарский государственный
технический университет, 2022

ФЗ № 436-ФЗ	Издание не подлежит маркировке в соответствии с п. 1 ч. 2 ст. 1
----------------	--

Цена свободная

ISSN 1991-8542 (Print)

ISSN 2712-8938 (Online)

Vestnik of
Samara
State
Technical
University

SCIENTIFIC JOURNAL

Published since August 1993

Four Issues a Year

Technical Sciences Series

2022. Vol. 30. Issue 3

Founder – Samara State Technical University

Editor-in-Chief of Series Y.E. Pleshivtseva (Dr. Techn. Sci., Prof.)

Execute Secretary of Series O.S. Afanaseva (PhD Techn.)

Editorial board

A.M. Abakumov (Dr. Techn. Sci., Prof.)

E. Baake (Prof. Leibniz University of Hannover, Germany)

V.I. Batishchev (Dr. Techn. Sci., Prof.)

S.Y. Borovik (Dr. Techn. Sci., Prof.)

M. Forzan (Prof., University of Padua, Italy)

L.S. Kazarinov (Dr. Techn. Sci.)

O.S. Kolosov (Dr. Techn. Sci., Prof.)

P.K. Kuznetsov P. K. (Dr. Techn. Sci., Prof.)

V.I. Lachin (Dr. Techn. Sci., Prof.)

M.Y. Livshits (Dr. Techn. Sci., Prof.)

S. Lupi (Prof., University of Padua, Italy)

B. Nacke (Prof., Leibniz University of Hannover, Germany)

S.P. Orlov (Dr. Techn. Sci., Prof.)

L.D. Pevzner (Dr. Techn. Sci., Prof.)

E.Y. Rapoport (Dr. Techn. Sci., Prof.)

A.V. Starikov (Dr. Techn. Sci., Prof.)

Yu.V. Zubkov (Dr. Techn. Sci., Prof.)

Edited by G. V. Zagrebina
Compiled and typeset by O. S. Afanaseva

The Editorial Board Address:

Dept. of Applied Mathematic and Computer Science
Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Phone: +7(846) 337 04 43

E-mail: vest_teh@samgtu.ru

Printed at the Samara State Technical University Press

The journal is included in the Russian Science Citation Index.

The journal is included in VINITI (<http://www.viniti.ru>)_abstracts databases.

The full-text electronic version of journal is hosted by the web-site of scientific electronic library eLIBRARY.RU and by the site SamGTU (<http://vestnik-teh.samgtu.ru>) and by the site <https://journals.eco-vector.com/1991-8542/>

The subscription index in Rospechat catalogue 18106

ISSN 1991-8542

СОДЕРЖАНИЕ

Информатика, вычислительная техника и управление

<i>Гладышев А.И., Щелоков Е.А., Телегин А.М.</i> Регистрация и оценка параметров микрометеороидов с использованием эффекта прерывания микрометеороидами световой завесы из многократного переотраженных оптических лучей	6
<i>Деревянов М.Ю., Плешивцева Ю.Э., Афиногентов А.А., Мандра А.Г., Пименов А.А.</i> Многокритериальная оптимизация комплексной переработки нефтесодержащих отходов по системным критериям качества.....	15
<i>Джамбеков А.М., Дмитриевский Б.С., Терехова А.А.</i> Определение радиуса робастной устойчивости автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга	31
<i>Иванов Д.В., Сандлер И.Л., Дилигенская А.Н.</i> Идентификация двигателя постоянного тока независимого возбуждения методом расширенных инструментальных переменных	45
<i>Коваль В.А., Торгашова О.Ю., Соломин М.А.</i> Синтез распределенной нестационарной системы управления на основе спектрального представления в пространственно-временной области	58
<i>Лихтциндер Б.Я.</i> Сети ETHERNET с детерминированными задержками.....	81

Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы

<i>Белослудцев В.А., Боровик С.Ю., Кутейникова М.М., Секисов Ю.Н.</i> Структура и алгоритмы функционирования системы контроля осевых перемещений вала в радиально-упорном подшипнике турбонасосного агрегата жидкостного реактивного двигателя НК-33.....	98
<i>Сазонникова Н.А., Уклеин Р.В.</i> Математическая модель измерительной системы многопозиционного контроля крупногабаритных конструкций с использованием лазерного трекера	111

Электротехника

<i>Миргородская Е.Е., Митяшин Н.П., Артюхов И.И.</i> Определение оптимального размещения электростанций в составе автономной системы электроснабжения на основе возобновляемых источников энергии	128
<i>Романова В.В., Батухтин А.Г., Хромов С.В., Суслов К.В., Кобылкин М.В.</i> Разработка метода определения рационального места установки технических средств симметрирования в электротехническом комплексе с наличием электродвигательной нагрузки	141

Информатика, вычислительная техника и управление

УДК 62-791, 621.373.826, 629.783, 621.384.3

РЕГИСТРАЦИЯ И ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МИКРОМЕТЕОРОИДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭФФЕКТА ПРЕРЫВАНИЯ МИКРОМЕТЕОРОИДАМИ СВЕТОВОЙ ЗАВЕСЫ ИЗ МНОГОКРАТНОГО ПЕРЕОТРАЖЕННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

А.И. Гладышев¹, Е.А. Щелоков², А.М. Телегин³

¹ Секция прикладных проблем при Президиуме РАН
Россия, 119330, г. Москва, пр-т Университетский, 64А

² Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

³ Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва
Россия, 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34

E-mail: tolyagladyshev@yandex.ru, riddick41666@mail.ru, talex85@mail.ru

***Аннотация.** Представлены математическая модель и структурная схема информационно-измерительной системы, построенной на основе эффекта прерывания микрометеороидами световой завесы из многократно переотраженных оптических лучей, сформированных линейкой светодиодов. Дано описание вариантов формирования световой завесы при различных углах хода оптического луча. Определено максимально допустимое расстояние между источником и приемником оптического излучения с учетом расстояния между плоскостями, значения коэффициента отражения зеркальных поверхностей, параметров регистрируемых микрометеороидов и внешних дестабилизирующих факторов.*

***Ключевые слова:** микрометеороиды, информационно-измерительная система, оптические лучи, световая завеса, эффект прерывания*

Введение

В работах [1, 2] предложен вариант базовой оптико-электронной информационно-измерительной системы (ИИС) регистрации и контроля параметров движения микрометеороидов, построенной на эффекте прерывания оптических лучей, формирующих плотную световую завесу. В основу системы положена конструкция, которая представляет собой две параллельные светоотражающие плоские поверхности и наборы узконаправленных светоизлучателей и фотоприемников.

¹ Гладышев Анатолий Иванович, руководитель организации.

² Щелоков Евгений Алексеевич.

³ Телегин Алексей Михайлович, доцент, старший научный сотрудник.

Система оснащена микроконтроллером, линиями задержек и сумматорами, которые реализуют заданный алгоритм функционирования и производят аналого-цифровое преобразование сигналов с выходов фотоприемников с последующей цифровой обработкой. Светоизлучатели сфокусированы и ориентированы таким образом, чтобы создать зигзагообразный световой рисунок в плоскостях, ориентированных перпендикулярно плоскостям отражающих поверхностей и вектору ожидаемой траектории движения микрометеороидов. Фотоприемники регистрируют в заданных точках наличие и изменение амплитуды сигнала. Достоинством такой ИИС является простота конструкции, высокие надежность и быстродействие. Вместе с тем предложенная ИИС не учитывает ряд особенностей, связанных с ограничениями электронной компонентной базы, а также сложностями создания и особенностями функционирования прецизионных конструкций зеркальных поверхностей, матриц светоизлучающих и фотоприемных устройств [3, 4]. Для определения задач по улучшению потребительских и метрологических качеств системы в статье представлен вариант системы, учитывающий возможные ограничения значения коэффициента отражения зеркальных поверхностей.

Базовая модель системы

В базовой модели устройства ИИС предполагается, что в нее входят только «идеальные» устройства и материалы. В частности, неплоскостность зеркальной поверхности $\gamma=0$, коэффициент отражения $k_{omp}=1$.

Структурная схема базовой системы приведена на рис. 1.

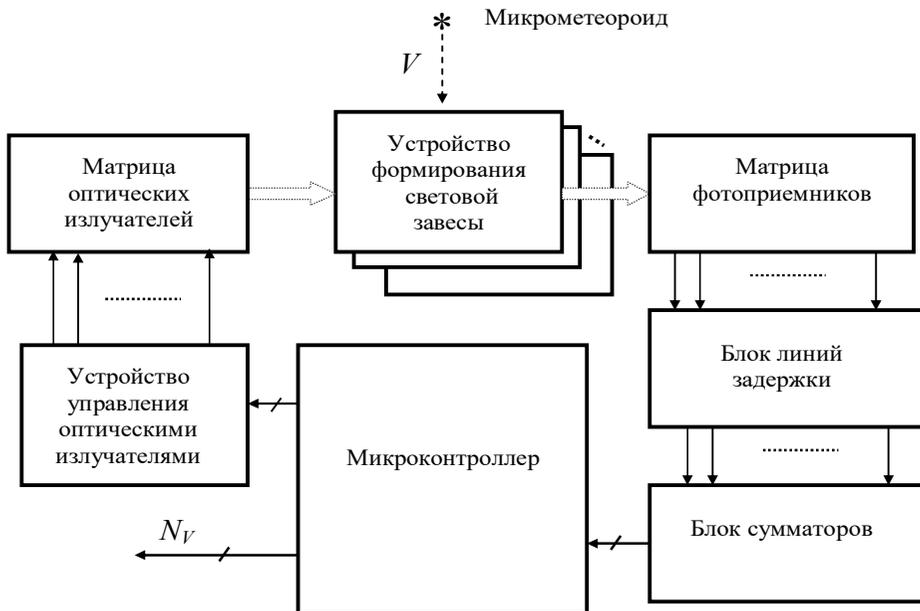


Рис. 1. Структурная схема базовой ИИС

Матрица оптических излучателей состоит из светодиодов с фокусирующей линзой, создающей световую плоскость, которая принимается фотоприемной матрицей. Микрометеороидное тело, пересекая световую завесу, вызывает изменение сигнала на чувствительном элементе, что приводит к изменению напряжения на выходе сумматора, вызванному отличающимся уровнем сигналов

на входе сумматора, поступающих с выходов фотоприемников и линии задержки. Количество завес может варьироваться от одной до n .

Например, для времени пролета объекта через четыре световые завесы примем значения $T_1 - T_4$ соответственно. Используя данные о времени, получим следующие соотношения:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{K - \sin \varphi}{-\cos \varphi} \right), \quad (1)$$

$$V = \frac{L_1}{(T_2 - T_1)} \frac{1}{\cos(\alpha)} = \frac{L_2}{(T_4 - T_3)} \frac{1}{\cos(\varphi + \alpha)}, \quad (2)$$

где α – угол наклона вектора скорости по отношению к плоскости расположения светодиодов, φ – угол наклона плоскостей третьей и четвертой систем, V – модуль проекции вектора скорости, $K = \frac{T_2 - T_1}{T_4 - T_3}$; L_1, L_2 – расстояние между

соседними параллельными плоскостями (для простоты предлагается брать расстояния равными).

Для определения точных координат фиксации необходимо произвести расчет исходя из временных отметок исследуемого объекта на первой и третьей системе.

Тогда:

$$\Delta l = V(T_3 - T_1) \times \cos(\alpha), \quad (3)$$

где Δl – длина от нормали к плоскости первой системы до точки пересечения исследуемого объекта третьего элемента системы.

Зададимся следующими характеристиками системы: ω – расстояние между параллельными элементами устройства (первой и второй системой и третьей и четвертой).

Исходя из вышеизложенного можно определить координаты пересечения двух световых плоскостей (первой и третьей) по оси расположения систем исследуемыми объектами:

$$\Delta x = (\Delta l - 2\omega) \times \operatorname{tg}(\varphi), \quad (4)$$

$$\Delta x_1 = \Delta x - \Delta l \times \operatorname{tg}(\alpha), \quad (5)$$

где Δx – координата пересечения третьей системы, Δx_1 – координата пересечения первой системы.

Используя полученные данные, можно построить уравнение проекции вектора скорости исследуемых объектов на плоскость расположения фотодиодов устройства:

$$y = \frac{x(\Delta x - \Delta x_1)}{\Delta l} + \Delta x_1. \quad (6)$$

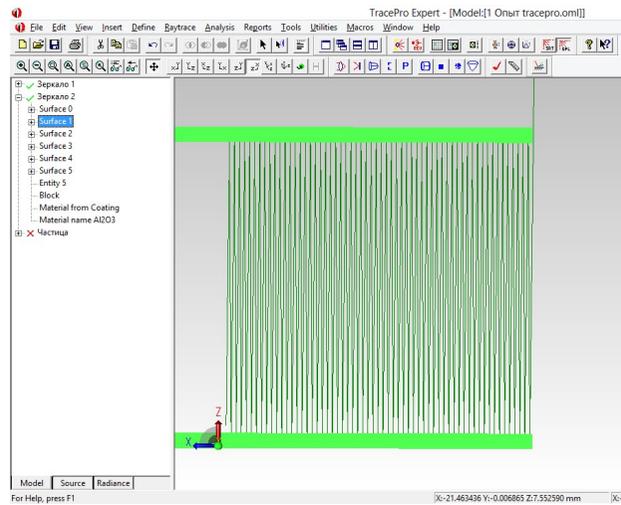
Для определения вектора скорости в пространстве необходимо наличие двух проекций вектора в ортогональных плоскостях. Для этого в систему вводится второй канал с аналогичным расположением рабочих компонентов, при этом смещенных на некоторое расстояние b относительно первого, а также расположенных под углом 90° относительно друг друга.

Таким образом, воспользовавшись известными математическими соотношениями, учитывая уравнения (1)–(6) и аналогичность двух устройств, получаем следующее уравнение движения исследуемого объекта:

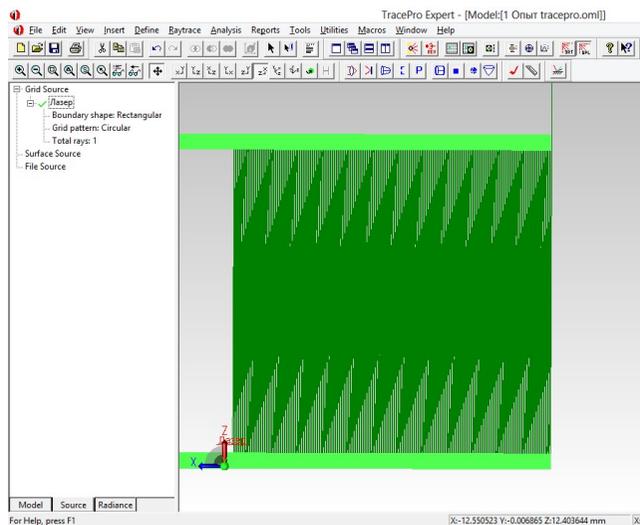
$$\frac{x}{\omega} = \frac{(y - \Delta x_1) \Delta l}{\omega(\Delta x - \Delta x_1)} = \frac{\Delta l_2(z - \Delta x_3) + b(\Delta x_2 - \Delta x_3)}{\omega(\Delta x_2 - \Delta x_3)}, \quad (7)$$

где Δx_2 – координата пересечения третьей завесы для второго устройства; Δx_3 – координата пересечения первой завесы для второго устройства; Δl_2 – длина от нормали к плоскости первой завесы до точки пересечения исследуемого объекта третьего элемента системы для второго устройства.

Для сравнительного анализа завес была построена модель движения. На рис. 2 *а*, *б* представлены два варианта модели хода остронаправленного оптического луча лазера (идеальный случай), когда отсутствуют факторы, способные оказать влияние на его параметры. В этом случае формируется сплошная световая завеса, длина луча в которой не ограничена.



а



б

Рис. 2. Ход луча: *а* – для угла наклона лазера 89.5°; *б* – для угла наклона лазера 89.9°

Модель ИИС, учитывающая коэффициент отражения зеркал

В процессе исследования модифицированной модели было учтено, что максимально достижимый в настоящее время коэффициент отражения зеркальных поверхностей $k_{omrmax}=0,98$ [3–9]. Как видно из рис. 3, при заданном коэффициенте отражения затухание луча при расстоянии между зеркалами в 10 см и ширине пучка 1 мкм уже после прохода 5-сантиметровой зоны зеркальной поверхности составляет более 99 % (красная зона).

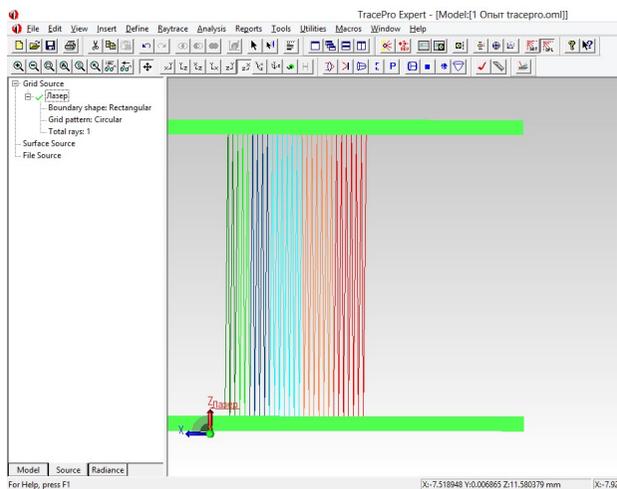


Рис. 3. Модель хода лазерного луча для зеркальных поверхностей с коэффициентом отражения, равным 98 %

Модифицированная система предоставляет возможность увеличить данную область, используя ячеичную структуру формирования световой завесы. Основная идея ячейки заключается в том, что в крайних точках луча, которые еще можно зарегистрировать современной электронной компонентной базой, достаточно устанавливать приемное устройство и продолжать создание световой завесы с помощью дополнительных источников лазерного излучения. На рис. 4 представлена полученная модель хода луча.

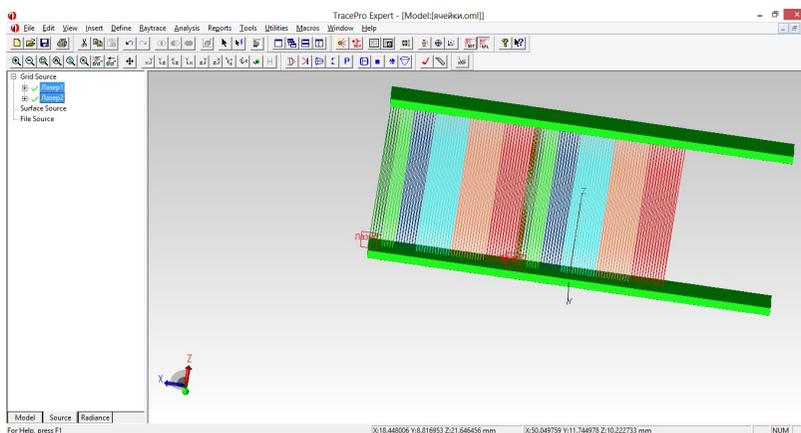


Рис. 4. Применение ячеичной структуры оптоэлектронного преобразователя параметров движения микрометеороидов

Для расчета максимальной рабочей зоны ячейки световой завесы необходимо определить угол хода луча с целью получения достоверной информации о факте пролета исследуемых объектов.

Сформируем случайный набор точек, находящихся в одной области со световой плоскостью. Примем за допущение следующие данные: ширина лазерного луча 1 мкм, расстояние между зеркальными поверхностями 0,1 м, размер частицы 10 мкм. Построим график вероятности регистрации факта пролета исследуемых объектов в зависимости от угла хода луча (рис. 5).

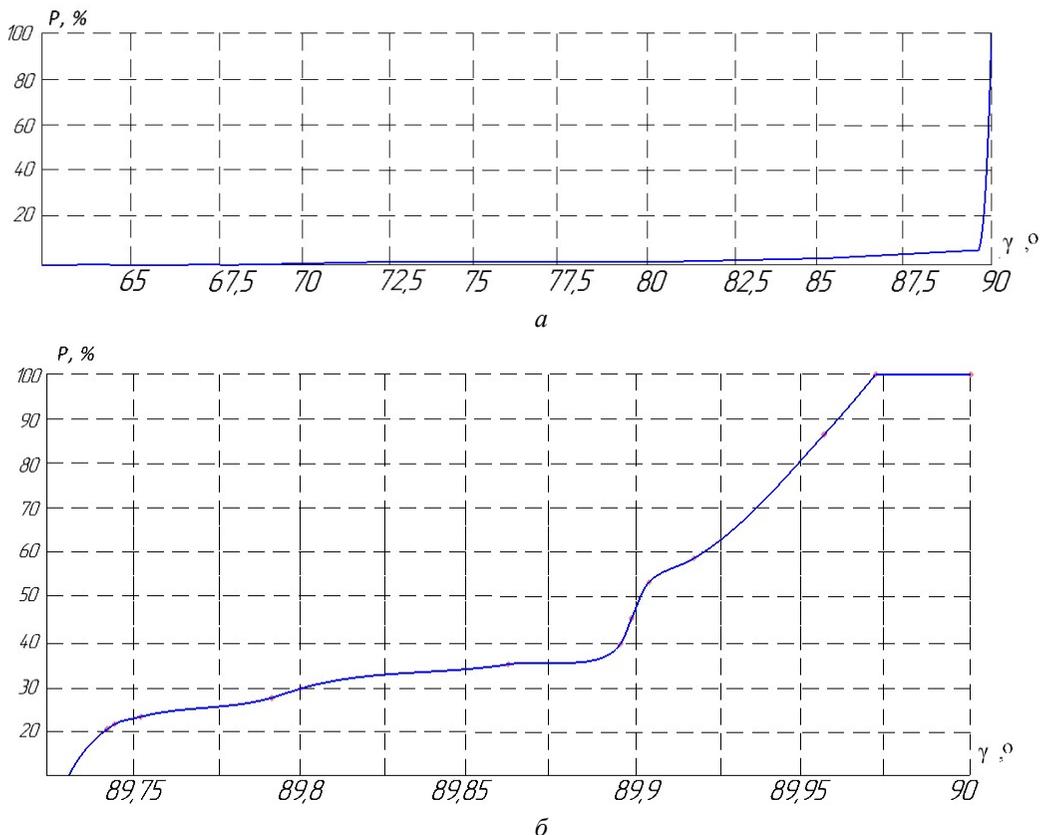


Рис. 5. График зависимости вероятности фиксации факта пролета исследуемого объекта через «световую плоскость»: *a* – для значений углов менее 89° ; *b* – для значения углов, близких к 90°

Исходя из полученных результатов сформируем таблицу для определения максимальной рабочей зоны одной ячейки «световой завесы», при этом угол хода луча, при котором вероятность обнаружения исследуемых объектов будет составлять менее 25 %, учитываться не будет. Выходные данные представлены в таблице.

Проблемы пылевых частиц в космическом пространстве

Как видно из изложенного, решить проблему неидеальности зеркальных поверхностей возможно, однако кроме коэффициента отражения поверхности в условиях космического пространства существуют такие особенности, как пылевые частицы, которые также могут оседать на поверхности по ходу лазерного луча [8].

Результаты расчетов

Угол хода луча, °	Размер одной зоны (до первого переотражения), м	Максимальная длина рабочей зоны одной ячейки
89,7660000000	0,0004398258	0,0998404583
89,7840000000	0,0004084093	0,0927089147
89,8020000000	0,0003769929	0,0855773893
89,8200000000	0,0003455766	0,0784458808
89,8380000000	0,0003141603	0,0713143879
89,8560000000	0,0002827441	0,0641829089
89,8740000000	0,0002513279	0,0570514427
89,8920000000	0,0002199118	0,0499199877
89,9100000000	0,0001884958	0,0427885426
89,9190000000	0,0001570798	0,0356571059
89,9550000000	0,0001413718	0,0320913903
89,9713521126	0,0000785398	0,0178285420
90,0000000000	0,0000500000	0,0113500000

Для реализации реального случая на поверхности одного из зеркал, на пути луча, была смоделирована частица пыли размером 2 мкм (больше ширины пучка). Полученная модель представлена на рис. 6.

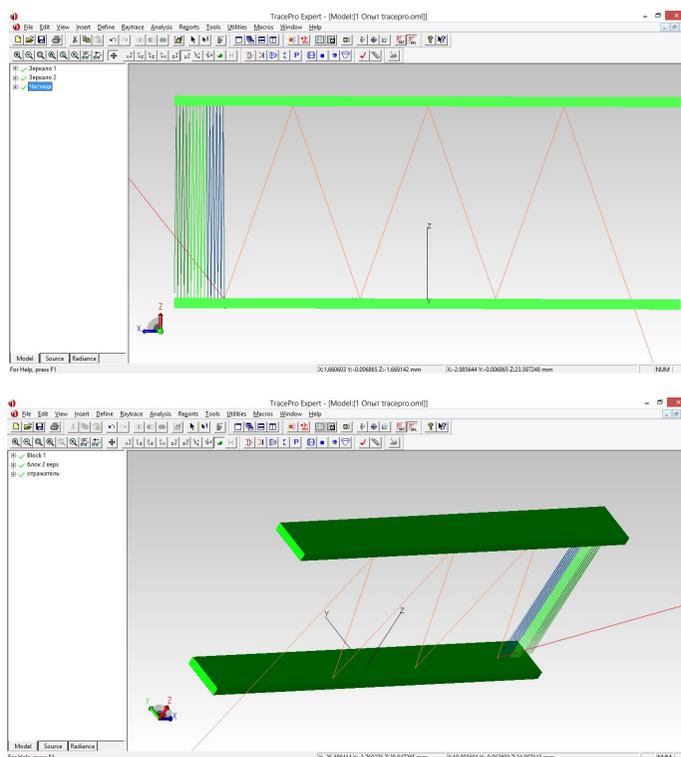


Рис. 6. Ход луча при наличии микрочастиц на поверхности зеркальной поверхности

Как видно из рис. 6, приведен наихудший случай, когда лазерный луч не полностью был поглощен или отражен частицей, а был разделен на 2 луча, один из которых поступил на приемное устройство, но вносил неточности получения данных ввиду отличающегося количества переотражений.

Заключение

Проведенные исследования показали, что для компенсации погрешности ИИС, вызванной ограниченным значением коэффициента отражения зеркальных поверхностей, структура формирования световой завесы должна быть ячеистой. Кроме того, для повышения точности измерения скорости пылевых микрочастиц (микрометеороидов) необходимо использовать измерительную систему, состоящую из нескольких устройств формирования световых завес.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Щелоков Е.А., Кулешова А.А.* Бесконтактное определение параметров движения микрометеороидов на основе лазерных систем // *Наукоемкие технологии*. 2017. № 6. С. 28–31.
2. *Щелоков Е.А.* Метод и устройство для оценивания параметров движения микрометеороидов на основе оптических систем // *Вестник РГРТУ*. 2016. № 56. С.131–135.
3. *Zhukov A.O., Gladyshev A.I., Prokhorov M.E., Zaverzaev A.A.* Processing and Analysis of Optical Non-Coordinate Information on Observed Objects // *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, Vol. 58, № 3. С. 281–290.
4. *Абраменко Е.В., Гладышев А.И., Евенко А.В., Жуков А.О., Захаров А.И., Прохоров М.Е.* Метод построения и обоснование основных ТТХ бортового аппаратного комплекса космических аппаратов для решения задач получения, передачи и обработки измерительной информации в оптическом диапазоне длин волн // *Оборонный комплекс – научно-техническому прогрессу России*. 2017. № 2 (134). С. 26 – 31.
5. *Либенсон М.Н., Яковлев Е.Б., Шандыбина Г.Д.* Взаимодействие лазерного излучения с веществом. Конспект лекций под ред. В.П. Вейко. СПб: СПб ГУ ИТМО, 2008. 141 с.
6. *Тимченко Е.В.* Оптика лазеров. Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2013. 134 с.
7. *Гришианов В.Н., Ойнонен А.А.* Современные лазерные измерительные системы в производственном цикле космической техники // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета*. 2012. Т. 32, № 1. С. 24–35.
8. *Kalaev M.P., Telegin A.M., Voronov K.E. etc.* Investigation of optical glass characteristics under the influence of space factors // *Computer Optics* 2019. Vol. 43. Issue 5. P. 803–809.
9. *Воронов К.Е., Григорьев Д.П., Телегин А.М.* Обзор аппаратных средств для регистрации ударов частиц о поверхность космического аппарата (обзор) // *Успехи прикладной физики*. 2021. Т. 9. № 3. С. 245–265.

Статья поступила в редакцию 19 января 2022 г.

REGISTRATION AND EVALUATION OF MICROMETEOROD PARAMETERS USING THE EFFECT OF MICROMETEORIODS INTERRUPTING A LIGHT CURTAIN OF MULTIPLE RE-REFLECTED OPTICAL RAYS

A.I. Gladyshev¹, E.A. Shchelokov², A.M. Telegin³

¹ Section of Applied Problems at the Presidium of the RAS
64A, pr. University, Moscow, 119330, Russian Federation

² Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

³ Samara National Research University named after Academician S.P. Koroleva
34, Moscow highway, Samara, 443086, Russian Federation

E-mail: tolyagladyshev@yandex.ru, riddick41666@mail.ru, talex85@mail.ru

Abstract. *A mathematical model and a block diagram of an information-measuring system based on the effect of interruption by micrometeoroids of a light curtain of multiple re-reflected optical rays formed by a line of LEDs are presented. The description of options for the formation of a light curtain at different angles of the optical beam is given. The maximum allowable distance between the source and receiver of optical radiation is determined, taking into account the distance between the planes, the reflection coefficient of mirror surfaces, the parameters of the recorded micrometeoroids and external destabilizing factors.*

Keywords: *micrometeoroids, information-measuring system, optical beams, light curtain, interruption effect*

REFERENCES

1. *Shchelokov E.A., Kuleshova A.A.* Non-contact determination of motion parameters of micrometeoroids based on laser systems // High technology. 6. 2017. Pp. 28–31.
2. *Shchelokov E.A.* Method and device for estimating the motion parameters of micrometeoroids based on optical systems // Bulletin of the Russian State Humanitarian University. 2016. 56. Pp. 131–135.
3. *Zhukov A.O., Gladyshev A.I., Prokhorov M.E., Zaverzaev A.A.* Processing and Analysis of Optical Non-Coordinate Information on Observed Objects // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing, Vol. 58(3). Pp. 281–290.
4. *Abramenko E.V., Gladyshev A.I., Evenenko A.V., Zhukov A.O., Zakharov A.I., Prokhorov M.E.* The method of constructing and substantiating the main performance characteristics of the on-board equipment complex of spacecraft for solving the problems of obtaining, transmitting and processing measurement information in the optical wavelength range // Defense Complex – Scientific and Technical Progress of Russia. 2 (134). Pp. 26–31.
5. *Libenson M.N., Yakovlev E.B., Shandybina G.D.* The interaction of laser radiation with matter. Lecture notes edited by V.P. Veiko. St. Petersburg: St. Petersburg State University ITMO, 2008. 141 p.
6. *Timchenko E.V.* Laser optics. Samara State Aerospace University, 2013. 134 p.
7. *Grishanov V.N., Oinonen A.A.* Modern laser measuring systems in the production cycle of space technology // Bulletin of the Samara State Aerospace University. 2012. 32(1). Pp. 24–35.
8. *Kalaev M.P., Telegin A.M., Voronov K.E. etc.* Investigation of optical glass characteristics under the influence of space factors // Computer Optics 2019. Vol. 43. Issue 5. Pp. 803–809.
9. *Voronov K.E., Grigoriev D.P., Telegin A.M.* Review of hardware for registration of particle impacts on the surface of a spacecraft (review) // Uspekhi prikladnoi fiziki. 2021. V. 9(3). Pp. 245–265.

¹ *Anatoliy I. Gladyshev.*

² *Evgeniy A. Shchelokov.*

³ *Aleksey M. Telegin.*

УДК 665.6/.7:502.171

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕРАБОТКИ НЕФТЕСОДЕРЖАЩИХ ОТХОДОВ ПО СИСТЕМНЫМ КРИТЕРИЯМ КАЧЕСТВА

М.Ю. Деревянов¹, Ю.Э. Плешивцева², А.А. Афиногентов³, А.Г. Мандра⁴, А.А. Пименов⁵

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: mder2007@mail.ru

***Аннотация.** Предлагается новый подход к решению задачи многокритериальной оптимизации системы переработки техногенных отходов нефтегазового комплекса. Задача оптимизации формулируется в виде задачи целочисленного математического программирования с ограничениями. Целевая функция в задаче оптимизации формируется с использованием набора оценок эффективности, полученных в результате многофакторного анализа ресурсо- и энергосбережения в системе переработки техногенных отходов предприятий нефтегазового комплекса на основе метода Data Envelopment Analysis (DEA). Задача решается в условиях принятых ограничений на максимальную длительность процесса переработки размещенных в заданной группе хранилищ отходов с помощью специализированных технологических установок. Для численного решения задачи многокритериальной оптимизации разработано проблемно-ориентированное программное обеспечение.*

***Ключевые слова:** техногенные отходы, многокритериальная оптимизация, Data Envelopment Analysis, ресурсосбережение, энергосбережение, экологическая безопасность, нефтегазовый комплекс*

Введение

В последние годы нефтегазовый комплекс (НГК) РФ оказывает наибольшее негативное влияние на экологию по сравнению с другими отраслевыми комплексами из-за загрязнения природной среды техногенными отходами (ТО) [1]. В составе ТО могут присутствовать нефтесодержащие отходы

¹ Деревянов Максим Юрьевич, доцент кафедры «Управление и системный анализ теплоэнергетических и социотехнических комплексов», кандидат технических наук, доцент.

² Плешивцева Юлия Эдгаровна, профессор кафедры «Управление и системный анализ теплоэнергетических и социотехнических комплексов», доктор технических наук, профессор.

³ Афиногентов Александр Александрович, доцент кафедры «Трубопроводный транспорт», кандидат технических наук, доцент.

⁴ Мандра Андрей Геннадьевич, доцент кафедры «Автоматика и управление в технических системах», кандидат технических наук, доцент.

⁵ Пименов Андрей Александрович, профессор кафедры «Газопереработка, водородные и специальные технологии», доктор технических наук, профессор.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-08-00353.

разнообразного углеводородного состава, высокомолекулярные смолисто-асфальтеновые вещества, буровые растворы и химические реагенты, широко применяемые при добыче и подготовке нефти, газа и газового конденсата к транспортировке [2]. В результате неправильного обращения с ТО не только загрязняются почва, пластовые и сточные воды, но и образуются соли и шламы. С 2016 по 2020 гг. только в секторе добычи нефти и природного газа НГК образовалось свыше 40 млн т ТО, из которых ежегодно подвергаются обезвреживанию и утилизации в среднем только 24,5 %, а остальные подлежат хранению в специальных хранилищах [3]. Высокие экологические риски, связанные с использованием для складирования углеводородных отходов плохо оборудованных шламовых амбаров, нефтесборников, хранилищ нефтезагрязнений разного состава, приводят к необходимости применения технологий переработки ТО с целью извлечения и повторного использования полезных компонентов. В России доля вторичного использования углеводородов, содержащихся в ТО, не превышает 10 %, тогда как в странах Европы и Северной Америки эта доля достигает 50 % [4–6]. Отсутствие комплексного подхода к организации системы переработки ТО предприятий НГК и низкая эффективность технологических процессов переработки являются основными причинами сложившейся ситуации.

Сложноструктурированный комплекс переработки ТО предприятий НГК представляет собой взаимосвязанную систему хранилищ углеводородных отходов и существующих технологических установок их переработки, расположенных в пределах одного региона России. Объекты комплекса переработки ТО имеют доступ к соответствующей технологической инфраструктуре. Мобильные или стационарные технологические установки обеспечивают переработку ТО, содержащихся в соответствующих хранилищах. Учитывая географическую и функциональную распределенность объектов системы, а также необходимость учета разнородных критериев экологической безопасности, ресурсного потенциала и энергетической эффективности, задачу оптимального управления переработкой ТО следует считать многокритериальной и требующей разработки нестандартных методов и нетривиальных подходов к ее решению.

Использование многокритериального подхода к решению проблем обращения с отходами исследовалось в обзорных статьях [7–10]. Однако эти исследования преимущественно ориентированы на твердые бытовые отходы, которые по объективным причинам уступают нефтесодержащим отходам по потенциалу преобразования их в энергию (англ. Waste-to-Energy). В рассмотренных работах используемые многокритериальные методы принятия решений отличаются небольшой вариативностью, поскольку опираются в основном на экспертные оценки.

Наиболее полный обзор многокритериальных методов принятия решений в области преобразования отходов в энергию включает анализ 153 статей, опубликованных в рецензируемых журналах в период с 1985 по 2020 гг. [11]. В анализируемых работах рассмотрены различные виды отходов (от органических до производственных) и широкий спектр методологий принятия решений (от экспертного метода анализа иерархий [12] до многокритериальных гибридных алгоритмов принятия решений [13]). Однако, по мнению авторов, область переработки ТО предприятий НГК в рассматриваемом обзоре представлена недостаточно полно как в части использования методологии DEA-

метода для принятия решений, так и в части применяемых технологий переработки промышленных отходов. Кроме того, в статье не рассматривается подробно комплексный подход к анализу систем переработки отходов.

Одним из подходов к многокритериальной оптимизации переработки ТО НГК является многофакторный анализ экологической безопасности, технико-экономической эффективности, ресурсо- и энергосбережения в системе переработки, основанный на методе Data Envelopment Analysis (DEA) [14]. Различные методики применения DEA-метода разработаны и подробно описаны авторами в [15–19].

В статье представлен новый подход к многокритериальной оптимизации по системным критериям качества сложноструктурированной системы комплексной переработки ТО предприятий НГК. На первом этапе предлагается решить на основе DEA-метода задачу многофакторного анализа экологической безопасности, ресурсо- и энергосбережения, по результатам которой определяются оценки эффективности системы переработки [18]. Полученные оценки эффективности используются на втором этапе в качестве исходных данных для постановки и решения задачи многокритериальной оптимизации сложноструктурированной системы комплексной переработки ТО стандартными оптимизационными методами. Предлагаемый подход является полностью оригинальным и не имеет известных авторам аналогов.

Анализ экологической безопасности, ресурсо- и энергосбережения системы переработки ТО на основе DEA-метода

В [19] описан общий подход к комплексной оценке эффективности системы переработки отходов на основе DEA-метода, который заключается в последовательном решении задач математического программирования (ЗМП) (табл. 1) с соответствующим формированием целевой функции и ограничений согласно моделям CCR и Super-efficiency метода DEA [20]. В данной работе используются оценки эффективности, полученные в результате решения ЗМП, сформулированной на основе модели Super-efficiency метода DEA:

$$F_z(X_z, Y_z) = \frac{\sum_{j=1}^J \bar{u}_{jz} y_{jz}}{\sum_{i=1}^H \bar{v}_{iz} x_{iz}} \rightarrow \max_{\bar{U}, \bar{V} \in \bar{G}}, \quad (1)$$

$$\frac{\sum_{j=1}^J \bar{u}_{jz} y_{jz}}{\sum_{i=1}^H \bar{v}_{iz} x_{iz}} \leq 1 \quad \forall \left(\begin{array}{l} z = \bar{1}, \bar{Z}; z \neq k; j = \bar{1}, \bar{J}; \\ i = \bar{1}, \bar{H}; \bar{u}_{jz} > 0; \bar{v}_{iz} > 0 \end{array} \right). \quad (2)$$

В ЗМП (1), (2) $\bar{U} = (\bar{u}_{jz})$, $j = \bar{1}, \bar{J}$, $\bar{V} = (\bar{v}_{iz})$, $i = \bar{1}, \bar{H}$ – векторы весовых коэффициентов для каждого z -го объекта сравнения $z = \bar{1}, \bar{Z}$, которые характеризуют относительный вклад в оценку S_z каждого из выходов y_{jz} , $j = \bar{1}, \bar{J}$, положительно влияющих на оценку F_z , и каждого из входов x_{iz} , $i = \bar{1}, \bar{H}$, отрицательно влияющих на оценку F_z ; \bar{u}_{jk} , $j = \bar{1}, \bar{J}$ и \bar{v}_{ik} , $i = \bar{1}, \bar{H}$ – весовые коэффициенты, полученные в ходе решения ЗМП (1)–(2) для выходных и входных параметров k -го объекта сравнения со значением оценки эффективности $F_k = 1$ (полученным в ходе решения соответствующей ЗМП, сформулированной на основе модели CCR метода DEA [19]); k – порядковый номер объекта

сравнения со значением оценки $F_k = 1$ в анализируемой группе, который исключается из решения ЗМП; $k = \overline{1, P}$, где P – число объектов со значением оценки эффективности $F_k = 1$.

Результатами решения ЗМП (1), (2) являются совокупности относительных оценок $F_z, z = \overline{1, Z}$, $z = \overline{1, N \times M}$. Для анализируемой системы переработки отходов каждый z -й объект сравнения $z = \overline{1, Z}$ представляет комбинацию m -й технологии, $m = \overline{1, M}$ переработки и n -го хранилища ТО, $n = \overline{1, N}$. Оценки объектов сравнения $F_z, z = \overline{1, Z}$ распределены на интервале $(0, \infty)$, и максимальная оценка F_z соответствует наилучшему объекту сравнения относительно целевой функции (1) в анализируемой группе.

Подход к оптимизации системы переработки ТО по системным критериям качества

Целью оптимизации системы переработки отходов ТО является выбор наилучших по величине относительной оценки $F_z, z = \overline{1, Z}$ комбинаций «хранилище ТО – технология переработки» в условиях различных ограничений, в качестве которых могут рассматриваться:

- ограничения на суммарное время работы одной технологической установки;
- ограничение по количеству вредных выбросов в окружающую среду;
- ограничение на расход энергии и др.

На основе оценок эффективности $F_z, z = \overline{1, Z}$ формулируется целевая функция (критерий оптимизации) системы переработки ТО, состоящей из $n = \overline{1, N}$ объектов хранения и $m = \overline{1, M}$ технологических установок для переработки ТО.

Для формирования комплексного критерия оптимизации набор оценок эффективности $F_z, z = \overline{1, Z}$ представляется в виде матрицы размерностью $N \times M$:

$$S = \{S_{nm}\} = \begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{1m} & \dots & S_{1M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{n1} & \dots & S_{nm} & \dots & S_{nM} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N1} & \dots & S_{Nm} & \dots & S_{NM} \end{bmatrix}, n = \overline{1, N}, m = \overline{1, M}, \quad (3)$$

в которой каждая n -я строка содержит набор оценок эффективности переработки отходов в n -м из N хранилищ с помощью M технологических установок анализируемой группы, а каждый m -й столбец матрицы представляет набор оценок эффективности переработки отходов в каждом из N хранилищ анализируемой группы с помощью m -й из M технологических установок. Алгоритм сопоставления индексов элементов набора оценок F_z индексам элементов матрицы S приведен в табл. 1.

**Алгоритм сопоставления индексов элементов набора оценок F_z
индексам элементов матрицы S**

Номер хранилища $n = \overline{1, N}$	1	...	n	...	N
Номер установки $m = \overline{1, M}$	1 ... m ... M		1 ... m ... M		1 ... m ... M
Номер объекта сравнения $F_z, z = \overline{1, Z}$	1 ... $1 \cdot m$... $1 \cdot M$		$1+(n-1) \cdot M$... $m+(n-1) \cdot M$... $M+(n-1) \cdot M$		$1+(N-1) \cdot M$... $m+(N-1) \cdot M$... $N \cdot M$

В работе [19] представлены постановки ЗМП для оценки эффективности системы переработки отходов, которые используются в соответствующем алгоритме многофакторного анализа комплексной эффективности системы переработки ТО, состоящем из пяти этапов. Решение каждой ЗМП, сформулированной на основе моделей CCR и Super-efficiency метода DEA, осуществляется стандартными оптимизационными методами целочисленного линейного программирования [21], которые реализуются с помощью разработанного авторами специализированного программного обеспечения [22]. Основные параметры, необходимые для формулировки ЗМП в виде (1), (2), приведены в табл. 2 [19].

На основе подхода, описанного в [19], получены численные значения оценок S_{nm}^5 экологической безопасности, ресурсо- и энергоэффективности технологий переработки ТО в каждом n -м из N хранилищ ТО с помощью каждой m -й из M технологических установок переработки. Кроме того, рассчитаны длительности переработки в каждом n -м из N хранилищ ТО с помощью каждой m -й из M технологических установок по следующей формуле:

$$t_{nm} = Q_n / q_m + T_m, \quad (4)$$

где Q_n – масса ТО в n -м хранилище, подлежащем переработке, $n = \overline{1, N}$ [тонн]; T_m – минимальное время развертывания (подготовки к использованию) m -й установки по переработке ТО [час]; q_m – производительность m -й установки по переработке ТО, $m = \overline{1, M}$ [т/час].

Параметры ЗМП на основе модели Super-efficiency в соответствии с алгоритмом многофакторного анализа комплексной эффективности системы переработки ТО

<p>Номер ЗМП (этапа): 1 Наименование ЗМП: Оценка оценки ресурсной ценности хранилищ ТО Параметры входа и выхода модели: x_{1n}^1 – средневзвешенное процентное содержание асфальтенов и смол в ТО n-го хранилища [% масс]; x_{2n}^1 – средневзвешенное процентное содержание минеральной части и механических примесей в ТО n-го хранилища [% масс]; x_{3n}^1 – средневзвешенное процентное содержание серы в ТО n-го хранилища [% масс]; x_{4n}^1 – средневзвешенное процентное содержание воды в ТО n-го хранилища [% масс]; y_{1n}^1 – средневзвешенное процентное содержание светлых нефтепродуктов в ТО n-го хранилища ТО [% масс]; y_{2n}^1 – отношение массы светлых нефтепродуктов к массе вредных примесей (асфальтенов и смол, минеральной части и механических примесей, серы, воды). Результат решения ЗМП 1: Оценки S_n^1 ресурсной ценности хранилищ ТО.</p>
<p>Номер ЗМП (этапа): 2 Наименование ЗМП: Оценка ресурсного потенциала хранилищ и технологий переработки ТО Параметры входа и выхода модели: x_{1nm}^2 – время утилизации ТО [ч]; x_{2nm}^2 – масса реагентов [т]; x_{3nm}^2 – расход топлива [т]; y_{1nm}^2 – масса полезных продуктов рециклинга [т]; $y_{2nm}^2 = S_n^1$ – оценка ресурсной ценности n-го объекта хранения, полученная в ходе решения ЗМП 1. Результат решения ЗМП 2: Оценки S_{nm}^2 ресурсного потенциала хранилищ и технологий переработки ТО.</p>
<p>Номер ЗМП (этапа): 3 Наименование ЗМП: Оценка ресурсо- и энергоэффективности хранилищ и технологий переработки ТО Параметры входа и выхода модели: x_{1nm}^3 – удельные энергетические затраты на доставку отхода или мобильной установки [руб./т]; x_{2nm}^3 – время доставки отходов к месту работы стационарных установок по переработке либо время доставки мобильных установок к месту расположения хранилища ТО [ч]; $y_{1nm}^3 = S_{nm}^2$ – оценки ресурсного потенциала хранилищ и технологий переработки ТО, полученные в ходе решения ЗМП 2. Результат решения ЗМП 3: Оценки S_{nm}^3 ресурсо- и энергоэффективности хранилищ и технологий переработки ТО.</p>

Номер ЗМП (этапа): 4

Наименование ЗМП: Оценка экологической безопасности хранилищ и технологий переработки ТО.

Параметры входа и выхода модели:

x_{1nm}^4 – валовый выброс парниковых газов (углекислого газа и метана) [т];

x_{2nm}^4 – валовый выброс сернистого ангидрида [т];

x_{3nm}^4 – валовый выброс в атмосферу сажи [т];

x_{4nm}^4 – масса образовавшейся золы [т];

x_{5nm}^4 – масса образовавшейся загрязненной воды [т];

$y_{1nm}^4 = y_{1nm}^2$ – масса полезных продуктов рециклинга [т], совпадающая с соответствующим выходным параметром ЗМП 2.

Результат решения ЗМП 4: Оценки S_{nm}^4 экологической безопасности хранилищ и технологий переработки ТО.

Номер ЗМП (этапа): 5

Наименование ЗМП: Комплексная оценка экологической безопасности, ресурсо- и энергоэффективности хранилищ и технологий переработки ТО.

Параметры входа и выхода модели:

x_{1nm}^5 – удельные энергетические затраты на доставку отхода или мобильной установки [руб./т];

x_{2nm}^5 – время доставки отходов к месту работы стационарных установок по переработке либо время доставки мобильных установок к месту расположения хранилища ТО [ч];

$y_{1nm}^5 = S_{nm}^2$ – оценки ресурсного потенциала хранилищ и технологий переработки ТО [19];

$y_{2nm}^5 = S_{nm}^4$ – оценки экологической безопасности хранилищ и технологий переработки ТО [19].

Результат решения ЗМП 5: Комплексные оценки S_{nm}^5 экологической безопасности, ресурсо- и энергоэффективности хранилищ и технологий переработки ТО.

Результаты расчета длительностей переработки могут быть представлены в виде матрицы размерностью $N \times M$, где строки матрицы содержат длительности работы всех M технологических установок для каждого n -го из N хранилищ ТО, а столбцы матрицы содержат длительности работы каждой m -й из M технологических установок для всех N хранилищ ТО:

$$t = \{t_{nm}\} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1m} & \dots & t_{1M} \\ t_{21} & t_{22} & \dots & t_{2m} & \dots & t_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{n1} & t_{n2} & \dots & t_{nm} & \dots & t_{nM} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ t_{N1} & t_{N2} & \dots & t_{Nm} & \dots & t_{NM} \end{bmatrix}, \quad n = \overline{1, N}, \quad m = \overline{1, M}. \quad (5)$$

На основе матрицы (5) далее формулируются наборы ограничений оптимизационной задачи.

Формирование системного критерия качества и формулировка задачи оптимизации

Задача оптимизации системы переработки ТО на достижение максимума выбранной целевой функции (критерия оптимизации) в условиях существующих ограничений может быть сформулирована в виде целочисленной задачи линейного программирования [23].

Требуется найти набор наилучших комбинаций «хранилище – технология переработки ТО» S_{nm} в виде матрицы целых чисел $\Lambda = \{\lambda_{nm}\}$

$$\lambda_{nm} = \{0, 1\}, n = \overline{1, N}, m = \overline{1, M}, \quad (6)$$

который обеспечивает максимум целевой функции φ , формируемой на множестве значений оценок эффективности S_{nm} , $n = \overline{1, N}$, $m = \overline{1, M}$. В (6) $\lambda_{nm} = 1$ означает выбор m -й технологии для переработки ТО в n -м хранилище, в противном случае $\lambda_{nm} = 0$. В качестве целевой функций φ предлагается рассмотреть следующую сумму линейных комбинаций оценок эффективности S_{nm} (из набора табл. 2) и значений параметров λ_{nm} :

$$\varphi = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M S_{nm} \cdot \lambda_{nm} \rightarrow \max, \quad (7)$$

где $S = \{S_{nm}\}$ – заранее известная матрица (3) оценок эффективности переработки ТО, а матрица целых чисел $\Lambda = \{\lambda_{nm}\}$, определяющая выбор m -й технологической установки для переработки ТО в n -м хранилище, является искомым решением задачи и имеет вид:

$$\Lambda \{\lambda_{nm}\} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \dots & \lambda_{1m} & \dots & \lambda_{1M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{n1} & \dots & \lambda_{nm} & \dots & \lambda_{nM} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{N1} & \dots & \lambda_{Nm} & \dots & \lambda_{NM} \end{bmatrix}, n = \overline{1, N}, m = \overline{1, M}. \quad (8)$$

Зададим ограничения задачи математического программирования в виде ограничений на максимальную длительность работы каждой из m технологических установок:

$$\sum_{n=1}^N t_{nm} \cdot \lambda_{nm} \leq b_m \quad (9)$$

или в виде ограничений на суммарную длительность работы всех m технологических установок:

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N t_{nm} \cdot \lambda_{nm} \leq B, \quad (10)$$

где $t = \{t_{nm}\}$ – заранее заданная в виде (5) матрица длительностей переработки ТО в каждом n -м из N хранилищ с помощью каждой m -й из M технологических установок.

Поскольку задачу оптимизации целесообразно сформулировать в условиях, когда для одного и того же хранилища может быть определена только одна технологическая установка, необходимо задать дополнительные ограничения:

$$\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \lambda_{nm} = N, \quad (11)$$

$$\sum_{m=1}^M \lambda_{nm} = 1, n = \overline{1, N}. \quad (12)$$

Ограничение (11) означает, что сумма всех значений искомых параметров λ_{nm} , $n = \overline{1, N}$, $m = \overline{1, M}$, всегда совпадает с числом N объектов хранения ТО, требующих переработки, т. е. в результате решения задачи оптимизации не только обеспечивается максимум целевой функции, но и гарантируется переработка всех ТО, размещенных во всех N хранилищах анализируемой системы. Ограничение (12) гарантирует, что в результате решения задачи для любого из N хранилищ будет выбрана лишь одна технологическая установка для переработки хранящихся в нем отходов.

В ЗМП на максимум целевой функции (7) при ограничениях (9), (10) и дополнительных условиях (11), (12), решение которой должно быть получено в виде (8), также заранее неизвестными являются значения достигаемых максимальных длительностей работы каждой m -й установки b_m^* , заведомо меньшие или равные соответствующим значениям ограничений b_m

$$\sum_{n=1}^N t_{nm} \cdot \lambda_{nm} = b_m^* \leq b_m \quad (13)$$

или достигаемой суммарной длительности работы всех m технологических установок:

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N t_{nm} \cdot \lambda_{nm} = B^* \leq B. \quad (14)$$

Представление решения ЗМП в виде (6) определяет сформулированную задачу математического программирования как задачу целочисленной оптимизации. Задача может быть решена с помощью специальных алгоритмов целочисленной оптимизации с использованием процедур симплекс-метода [24]. Проверка решений может быть проведена с использованием алгоритма последовательного перебора всех возможных комбинаций, однако при больших размерах матрицы решений (8) длительность итерационной процедуры перебора становится неоправданно большой. Для реализации решения задачи указанными способами было разработано специальное программное обеспечение, которое позволяет найти комбинации «хранилище – технология переработки ТО», обеспечивающие максимум целевой функции (7).

Постановки многокритериальной задачи оптимизации системы переработки ТО

Сформулированная в п. 3 задача оптимизации системы переработки ТО обеспечивает достижение экстремума целевой функции, сформированной на основе одной из оценок эффективности системы переработки ТО: ресурсной ценности S_{nm}^1 , ресурсного потенциала S_{nm}^2 , ресурсо- и энергоэффективности

S_{nm}^3 или экологической безопасности переработки S_{nm}^4 (см. табл. 2). В рамках подхода [18] на основе перечисленных частных оценок эффективности системы переработки ТО сформулирован критерий многофакторной оценки экологической безопасности, ресурсо- и энергоэффективности хранилищ и технологий переработки ТО и выполнен расчет комплексной оценки S_{nm}^5 с использованием метода DEA; параметры соответствующих ЗМП приведены в табл. 2.

Постановка задачи многокритериальной оптимизации системы переработки ТО в таком случае сводится к задаче линейного программирования (6)–(8) с ограничениями (9)–(12), для которой целевая функция (7) формируется на основе комплексной многофакторной оценки S_{nm}^5 экологической безопасности, ресурсо- и энергоэффективности хранилищ и технологий переработки ТО.

Особый интерес представляет получение решения задачи математического программирования, обеспечивающего минимальное время переработки ТО, которое определяется либо как время работы каждой m -й из M технологических установок

$$f_m = \sum_{n=1}^N t_{nm} \cdot \lambda_{nm} \rightarrow \min, m = \overline{1, M}, \quad (15)$$

либо как суммарное время работы всех технологических установок

$$f_{\Sigma} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N t_{nm} \cdot \lambda_{nm} \rightarrow \min. \quad (16)$$

В таком случае многокритериальная постановка задачи оптимизации системы переработки ТО формулируется как задача достижения максимума целевой функции (7) при минимальном значении критерия (15) или (16).

Пример решения задачи оптимизации системы переработки ТО

В качестве примера задачи оптимизации системы переработки ТО рассмотрим задачу поиска оптимальной комбинации $M = 5$ технологических установок для переработки ТО: МегаМакс (мобильная), Минералоль – Роштофф – Хандель, СОМРЕХ – НТР – 2,2, СОМРЕХ – НТР – 20, УПБШ-10С/УПБШ-10СД (мобильная), размещенных в $N = 16$ объектах хранения.

В качестве оценки эффективности переработки приняты комплексные оценки $S = \{S_{nm}^5\}, n = \overline{1, 16}, m = \overline{1, 5}$ экологической безопасности, ресурсо- и энергоэффективности хранилищ и технологий переработки ТО, полученные по алгоритму, приведенному в работе [18] на основе модели Super efficiency DEA метода. В задаче принято ограничение вида (10) на максимальное суммарное время работы всех технологических установок ($B = 13500$ часов) совместно с ограничениями (9) на максимальные длительности работы каждой технологической установки для всех пяти технологических установок ($b_1 = 2700, b_2 = 850, b_3 = 15000, b_4 = 12500, b_5 = 2700$ ч). В качестве целевой функция рассматривается функция (7), максимум которой обеспечивает набор искомых параметров $\Lambda = \{\lambda_{nm}\}$.

Результатом решения поставленной задачи оптимизации системы переработки ТО являются матрица $\Lambda = \{\lambda_{nm}\}$ целых чисел размерностью 16×5 ,
24

принимающих значения 0 либо 1, значение суммарной длительности работы системы B^* и длительности работы каждой технологической установки b_m^* .

В результате решения задачи оптимизации получено значение критерия эффективности $\varphi = 12.6$, значение суммарной длительности работы системы $B^* = 12365$ ч, длительности работы каждой технологической установки $b_1^* = 2644$ ч, $b_2^* = 109$ ч, $b_3^* = 3143$ ч, $b_4^* = 3944$ ч, $b_5^* = 2525$ ч, матрица $\Lambda = \{\lambda_{nm}\}$ оптимальных комбинаций технологических установок и объектов хранения ТО и соответствующие этим комбинациям значения оценок комплексной эффективности S_{nm}^5 (рис. 1). Суммарная длительность работы установок и длительности работы каждой из пяти технологических установок оказываются меньше заданных ограничений, при этом достигается максимум целевой функции (7).

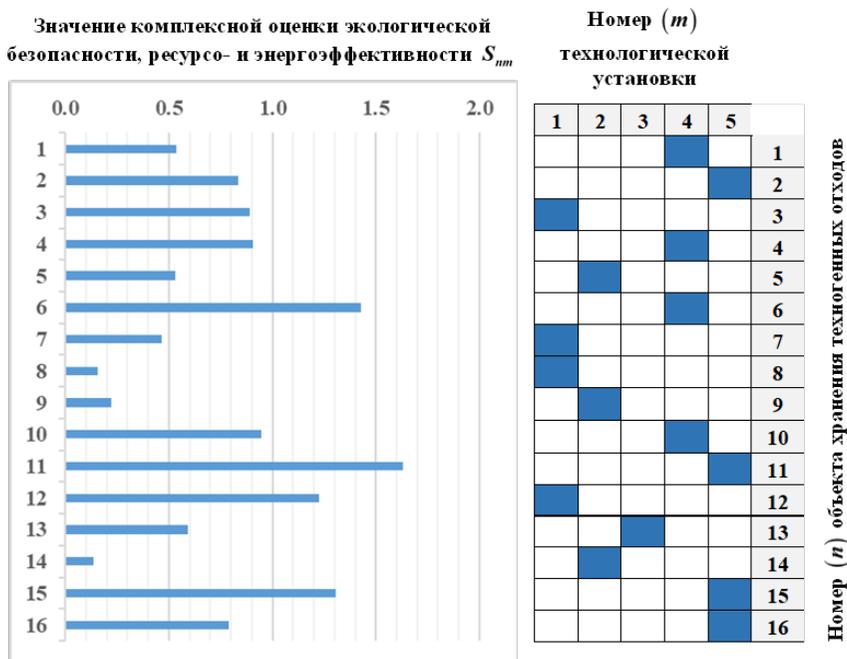


Рис. 1. Значения комплексной оценки экологической безопасности, ресурсо- и энергоэффективности S_{nm}^5 для оптимальных комбинаций «хранилище – технология переработки ТО»

На рис. 2 представлено Парето-оптимальное множество решений сформулированной выше задачи многокритериальной оптимизации системы с целью переработки ТО за минимальное суммарное время работы (16) при максимальном значении критерия (7), полученное с помощью разработанного авторами программного обеспечения [22].

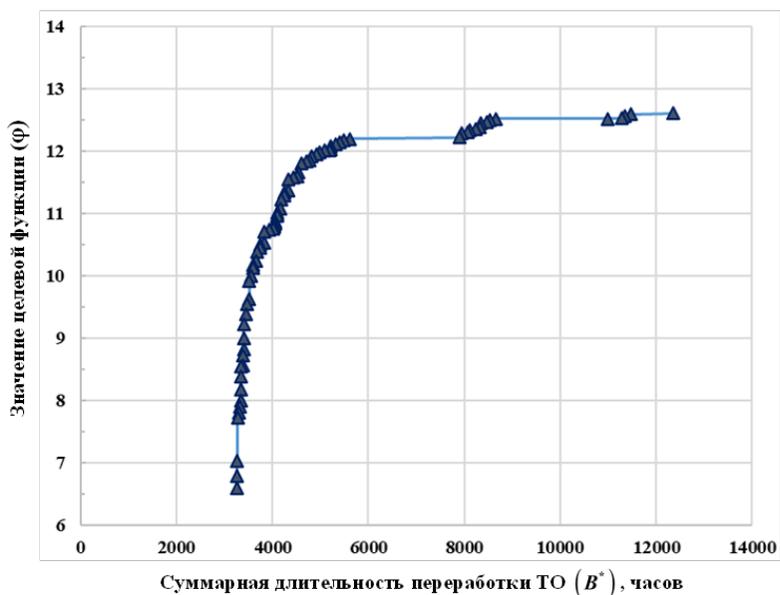


Рис. 2. Зависимость значений целевой функции ϕ задачи оптимизации системы переработки ТО от суммарной длительности работы системы B^*

Анализ решения показывает, что с уменьшением суммарной длительности работы системы B^* неравномерно снижается максимальная эффективность переработки ϕ . При этом выбор наилучшей комбинации B^* и ϕ является отдельной задачей, решение которой определяется в том числе технологическими ограничениями работы системы переработки ТО.

Выводы

В работе решена задача оптимизации системы переработки нефтесодержащих отходов НГК, которая сформулирована как задача целочисленного линейного программирования с ограничениями. В качестве целевой функции используется суммарная оценка, полученная на основе частных показателей эффективности переработки ТО в каждом n -м из N хранилищ с помощью каждой m -й из M технологических установок. Частные оценки ресурсной ценности, ресурсного потенциала, ресурсо- и энергоэффективности и экологической безопасности переработки рассчитываются путем решения задач математического программирования, сформулированных на основе Super Efficiency модели метода DEA. При решении задачи математического программирования рассматриваются ограничения на максимальные длительности работы отдельных технологических установок или ограничение на общее время переработки техногенных отходов, накопленных в хранилищах.

Многокритериальная постановка задачи оптимизации системы переработки ТО формулируется как задача выбора наилучшего по суммарной оценке эффективности варианта переработки накопленных в хранилищах техногенных отходов при минимальном времени работы всей системы либо при минимальном времени работы отдельной технологических установок. Установлена обратная

зависимость общей максимальной эффективности переработки от суммарной длительности работы системы.

Пример решения задачи оптимизации системы переработки ТО, включающей 5 технологических установок для переработки ТО, размещенных в 16 объектах хранения, демонстрирует эффективность разработанного оптимизационного подхода.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Булатов В.И., Исенбаева Н.О., Нанишвили О.А. Отходы нефтегазового комплекса как технологический индикатор геоэкологического состояния регионов России. Бюллетень науки и практики. 2021. № 7(8). С. 46–55.
2. Крапивский Е.И. Нефтешламы: уничтожение, утилизация, дезактивация. М.; Вологда: Инфра Инженерия, 2021. 432 с.
3. Отходы производства и потребления, окружающая среда: официальная статистика // Федеральная служба государственной статистики РФ. URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/11194> (14.03.2022).
4. Утилизация отходов – проблемы и пути решения: аналитический обзор. ФГБНУ «Научно-исследовательский институт – Республиканский исследовательский научно-консультационный центр экспертизы». Министерство образования и науки РФ, 2015. 27 с. URL: https://www.extech.ru/files/anr_2015/anr_5.pdf
5. Ossai I., Ahmed A., Hassan A. et al (2020). Remediation of soil and water contaminated with petroleum hydrocarbon: a review. *Envir Tech & Innov.* № 17. 100526.
6. Farraji H., Zaman N.Q., Mohajeri P. (2016). Waste Disposal: Sustainable Waste Treatments and Facility Siting Concerns. In H. Aziz, & S. Amr (Ed.), *Control and Treatment of Landfill Leachate for Sanitary Waste Disposal*. Pp. 43–74.
7. Soltani A., Hewage K., Reza B., Sadiq R. Multiple stakeholders in multi-criteria decision-making in the context of municipal solid waste management: a review. *Waste Manag.* 2015. № 35. Pp. 318–328.
8. Achilles C., Moussiopoulos N., Karagiannidis A., Baniyas G., Perkoulidis G. The use of multi-criteria decision analysis to tackle waste management problems: a literature review. *Waste Manag Res* 2013. № 31(2). Pp. 115–129.
9. Demesouka O.E., Vavatsikos A.P., Anagnostopoulos K.P. GIS-based multicriteria municipal solid waste landfill suitability analysis: a review of the methodologies performed and criteria implemented. *Waste Manag Res* 2014. № 32(4). Pp. 270–296.
10. Coelho Goulart M.L., Lange C.L., Coelho H.M. Multi-criteria decision making to support waste management: a critical review of current practices and methods. *Waste Manag. Res.* 2017. № 35(1). Pp. 3–28.
11. Vlachokostas Ch., Michailidou A.V., Achilles Ch. Multi-Criteria Decision Analysis towards promoting Waste-to-Energy Management Strategies: A critical review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Vol. 138. 2021. Pp.110563.
12. Olson D.L. (1996). *The Analytic Hierarchy Process*. In: *Decision Aids for Selection Problems*. Springer Series in Operations Research. Springer, New York, NY.
13. Liu H.-C., Wu J., Li P. Assessment of health-care waste disposal methods using a VIKOR-based fuzzy multi-criteria decision making method. *Waste Manag.* 2013. № 33 (12). Pp. 2744–2751.
14. Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E. Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operation Research*. 1978. № 6 (2). Pp. 429–444.
15. Derevyanov M., Pleshivtseva Y., Afinogentov A., Mandra A., Pimenov A. Simulation and Multi-Objective Evaluation of Reuse Potential of Waste Recycling System for Oil and Gas Industry. *Proceedings – 2019 21st International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP-2019)*. 2019. Pp. 429–434.
16. Pleshivtseva Yu.E., Derevyanov M.Yu., Kashirskikh D.V., Pimenov A.A., Kerov A.V., Tyran V.K. Comparative evaluation of the reuse value of storage for oil-contaminated waste based on DEA method. *Neftyanoe khozyaystvo – Oil Industry*. 2018. № 11. Pp. 139–144.
17. Derevyanov M.Y., Pleshivtseva Y.E., Afinogentov A.A. Development Approach to an Expert System for Efficiency Assessment of Waste Recycling in the Oil Industry Based on DEA Models *Proceedings – 2021 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2021*, 2021. Pp. 817–822.

18. *Derevyanov M.Y., Pleshivtseva Y.E., Afinogentov A.A.* Simulation and Evaluation of the Efficiency of Oil-contaminated Wastes Recycling System IOP Conference Series: Earth and Environmental Science this link is disabled, 2020, № 459(4), 042058.
19. *Derevyanov M.Yu., Pleshivtseva Yu.E., Afinogentov A.A., Kirpichenkov S.A., Mandra A.G. and Pimenov A.A.* Application of data envelopment analysis for multi-criteria evaluation of system for technogenic waste recycling in oil refining industry. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 1089, V International Scientific and Technical Conference "Energy Systems" (ICES 2020) 19th – 20th November 2020, Belgorod, Russia. 012023.
20. *Chen Y., Du J.* Super-Efficiency in Data Envelopment Analysis. In: Zhu J. (eds). Data Envelopment Analysis. International Series in Operations Research & Management Science. 2015. № 221. Springer, Boston, MA.
21. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. Пер. с англ. М.: Мир, 1985.
22. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ. Оптимизация сложно-структурированной системы комплексной переработки техногенных отходов предприятий нефтегазового комплекса / Ю.Э. Пleshivtseva, М.Ю. Деревянов, А.Г. Мандра., А.А. Афиногентов, А.А. Пименов (Россия). RU 2021664227; заявл. 24.08.2021; опубл. 01.09.2021.
23. *Шевченко В.Н., Золотых Н.Ю.* Линейное и целочисленное линейное программирование. Нижний Новгород: Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2004. 154 с.
24. *George B. Dantzig.* 1990. Origins of the simplex method. A history of scientific computing. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 141–151. <https://doi.org/10.1145/87252.88081>.

Статья поступила в редакцию 08 апреля 2022 г.

MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION OF THE SYSTEM FOR COMPLEX PROCESSING OF OIL CONTAMINATED WASTE REGARDING A SET OF SYSTEM QUALITY CRITERIA

*M.Yu. Derevyanov, Yu.E. Pleshivtseva, A.A. Afinogentov, A.G. Mandra, A.A. Pimenov**

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

Abstract. *The paper proposes a new approach to solving the multicriteria optimization problem for the system for processing man-made waste of the oil and gas complex. The optimization problem is formulated as an integer mathematical programming problem with constraints. The objective function in the optimization problem is formed using a set of efficiency assessments obtained as a result of a multivariate analysis of resource and energy savings in the system for processing industrial waste from oil and gas enterprises based on the Data Envelopment Analysis (DEA) method. As restrictions in the problem, constraints on the maximum duration of the process of processing waste placed in a given group of storage facilities with the help of specialized technological installations are considered. Problem-oriented software has been developed for the numerical solution of the problem of multiobjective optimization.*

Keywords: *technogenic waste, multi-criteria optimization, data envelopment analysis, resource saving, energy saving, environmental safety, oil and gas complex*

REFERENCES

1. *Bulatov V., Igenbaeva N., Nanishvili O.* Oil and Gas Complex Waste Products as Technological Indicator of Geocological Condition of Russia Regions. *Bulletin of Science and Practice*, 2021. 7(8), 46–55. (in Russian).
2. *Krapivsky E.* Oil sludge: destruction, recycling, decontamination. *Vologda: Infra Engineering*, 2021. P. 430 (in Russian).
3. Production and consumption wastes, environment: official statistics // Federal State Statistics Service of the Russian Federation, URL: <https://rosstat.gov.ru/folder/11194> (14.03.2022) (in Russian).
4. Waste management – problems and solutions: an analytical review. Federal State Budgetary Scientific Institution Research Institute – Republican research scientific and consulting center of expertise. https://www.extech.ru/files/anr_2015/anr_5.pdf. Accessed 21 Sept 2021. (in Russian).
5. *Ossai I., Ahmed A., Hassan A. et al.* Remediation of soil and water contaminated with petroleum hydrocarbon: a review. *Envir Tech & Innov*, 2020. 17. 100526.
6. *Farraji H., Zaman N.Q., Mohajeri P.* Waste Disposal: Sustainable Waste Treatments and Facility Siting Concerns. In H. Aziz, & S. Amr (Ed.), *Control and Treatment of Landfill Leachate for Sanitary Waste Disposal*, 2016. pp. 43–74.
7. *Soltani A., Hewage K., Reza B., Sadiq R.* Multiple stakeholders in multi-criteria decision-making in the context of municipal solid waste management: a review. *Waste Manag*, 2015. 35. 318–28.
8. *Achillas C., Moussiopoulos N., Karagiannidis A., Baniyas G., Perkoulidis G.* The use of multi-criteria decision analysis to tackle waste management problems: a literature review. *Waste Manag. Res*, 2013. 31(2). 115–29.

* *Maksim Yu. Derevyanov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Yuliya E. Pleshivtseva (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Aleksandr A. Afinogentov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Andrey G. Mandra (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Andrey A. Pimenov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

9. *Demesouka O.E., Vavatsikos A.P., Anagnostopoulos K.P.* GIS-based multicriteria municipal solid waste landfill suitability analysis: a review of the methodologies performed and criteria implemented. *Waste Manag. Res.* 2014. 32(4). 270–96.
10. *Coelho Goulart M.L., Lange C.L., Coelho H.M.* Multi-criteria decision making to support waste management: a critical review of current practices and methods. *Waste Manag. Res.* 2017. 35(1). 3–28.
11. *Vlachokostas Ch., Michailidou A.V., Achilles Ch.* Multi-Criteria Decision Analysis towards promoting Waste-to-Energy Management Strategies: A critical review, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Volume 138, 2021, 110563.
12. *Olson D.L.* The Analytic Hierarchy Process. In: *Decision Aids for Selection Problems*. Springer Series in Operations Research. Springer, New York, NY, 1996.
13. *Liu H.C., Wu J., Li P.* Assessment of health-care waste disposal methods using a VIKOR-based fuzzy multi-criteria decision making method. *Waste Manag.* 2013. 33 (12). 2744–51.
14. *Charnes A., Cooper W.W., Rhodes E.* Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operation Research*, 1978. Vol. 6 (2). Pp. 429–444.
15. *Derevyanov M., Pleshivtseva Y., Afinogentov A., Mandra A., Pimenov A.* Simulation and Multi-Objective Evaluation of Reuse Potential of Waste Recycling System for Oil and Gas Industry. Proceedings – 2019 21st International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP-2019), 2019. paper № 8976783. Pp. 429–434.
16. *Pleshivtseva Yu.E., Derevyanov M.Yu., Kashirskikh D.V., Pimenov A.A., Kerov A.V., Tyan V.K.* Comparative evaluation of the reuse value of storage for oil-contaminated waste based on DEA method. *Neftyanoe khozyaystvo – Oil Industry*. 2018. Vol. 11. Pp. 139–144.
17. *Derevyanov M.Y., Pleshivtseva Y.E., Afinogentov A.A.* Development Approach to an Expert System for Efficiency Assessment of Waste Recycling in the Oil Industry Based on DEA Models Proceedings – 2021 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2021, 2021. Pp. 817–822.
18. *Derevyanov M.Y., Pleshivtseva Y.E., Afinogentov A.A.* Simulation and Evaluation of the Efficiency of Oil-contaminated Wastes Recycling System IOP Conference Series: Earth and Environmental Science this link is disabled, 2020. 459(4). 042058.
19. *Derevyanov M.Yu., Pleshivtseva Yu.E., Afinogentov A.A., Kirpichenkov S.A., Mandra A.G. and Pimenov A.A.* Application of data envelopment analysis for multi-criteria evaluation of system for technogenic waste recycling in oil refining industry. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 1089, V International Scientific and Technical Conference "Energy Systems" (ICES 2020) 19th – 20th November 2020, Belgorod, Russia. 012023.
20. *Chen Y., Du J.* Super-Efficiency in Data Envelopment Analysis. In: *Zhu J. (eds). Data Envelopment Analysis*. International Series in Operations Research & Management Science. 2015. Vol. 221. Springer, Boston, MA.
21. *Gill F., Murray W., Wright M.* Practical optimization. Per. from English. Moscow, Mir, 1985 (in Russian).
22. Certificate No. 2021664227 Russian Federation. Optimization of a complex structured system of complex processing of technogenic waste of oil and gas complex enterprises / Pleshivtseva Yu.E., Derevyanov M.Yu., Mandra A.G., Afinogentov A.A., Pimenov A.A.; applicant and copyright holder of Samara State Technical University. uni. – No. 2021663386 ; application 24.08.2021; registration 01.09.2021. – 1 p. (in Russian).
23. *Shevchenko V.N., Zolotykh N.Yu.* Linear and integer linear programming. Nizhny Novgorod: Publishing House of the Nizhny Novgorod State University. N.I. Lobachevsky, 2004. 154 p. (in Russian).
24. *George B. Dantzig.* 1990. Origins of the simplex method. A history of scientific computing. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 141–151. <https://doi.org/10.1145/87252.88081>.

УДК 681.5.037

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА РОБАСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ ДАВЛЕНИЯ В СТАБИЛИЗАЦИОННОЙ КОЛОННЕ УСТАНОВКИ КАТАЛИТИЧЕСКОГО РИФОРМИНГА

А.М. Джамбеков¹, Б.С. Дмитриевский², А.А. Терехова²

¹Астраханский колледж вычислительной техники
Россия, 414056, г. Астрахань, пер. Смоляной, 2

²Тамбовский государственный технический университет
Россия, 392000, г. Тамбов, ул. Советская, 106/5, помещение 2

E-mail: azamat-121@mail.ru

***Аннотация.** Предложен учет влияния неконтролируемых возмущений на регулирование давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга изменением коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления на основе методов робастной устойчивости. Для описания задачи в общем виде получен общий вид полинома знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга. Цель исследования – определение максимального размаха изменения коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга, при котором сохраняется робастная устойчивость. Методы исследования – методы робастной устойчивости, теории автоматического управления. Рассмотрено семейство полиномов знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга с параметрами неопределенности, изменяющимися в квадрате. Задача определения области робастной устойчивости семейства полиномов сведена к определению областей устойчивости четырех реберных полиномов и пересечения всех областей для определения области робастной устойчивости семейства. В общем виде описана задача определения робастной устойчивости каждого реберного полинома. Для определения области робастной устойчивости семейства полиномов знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга заданы три полинома, включая номинальный. На основе общего описания задачи определен радиус устойчивости каждого реберного полинома с помощью графического критерия и построения годографа Цыпкина – Поляка. Результаты – на основе пересечения областей устойчивости четырех реберных полиномов определена область робастной устойчивости семейства полиномов знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления*

¹ Джамбеков Азамат Матифулаевич, кандидат технических наук, преподаватель.

² Дмитриевский Борис Сергеевич, профессор кафедры «Информационные процессы и управление», доктор технических наук.

² Терехова Анастасия Андреевна, аспирант.

в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга с радиусом устойчивости, равным 1,5. Заключение – данный результат может быть использован при разработке автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне установки каталитического риформинга и выборе настроек регуляторов.

Ключевые слова: каталитический риформинг, автоматическая система регулирования, семейство полиномов, реберный полином, робастная устойчивость, радиус устойчивости, множество неопределенности

Введение

Октановое число продуктовой смеси (стабильного катализата) на выходе из стабилизационной колонны (СК) блока стабилизации катализата (БСК) определяет качество всей цепочки процесса каталитического риформинга (КР), протекающего в установке КР [1, с. 8; 2, с. 9; 3, с. 90]. Для эффективного управления БСК помимо разработки эффективных алгоритмов управления, обеспечивающих достижение экономического или иного эффекта, необходимо обеспечение устойчивого режима работы автоматических систем регулирования (АСР) технологических параметров (температуры, давления, расхода и пр.) [4, с. 55; 5, с. 11]. Одним из основных технологических параметров БСК является давление в СК [6, с. 91; 7, с. 67]. На регулирование давления в СК оказывают влияние неконтролируемые возмущения: давление поступающего сырья (нестабильного катализата), перепад температуры в СК [8, с. 7; 9, с. 71].

Данные возмущения необходимо учитывать при разработке АСР давления в СК [10, с.107]. Коэффициенты полинома знаменателя передаточной функции АСР давления в СК постоянны [11, с.127]. В настоящей работе предложен учет влияния возмущений путем изменения коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции АСР давления в СК на основе методов робастной устойчивости [12, с. 76; 13, с. 5]. Предполагается, что данные коэффициенты изменяются под влиянием возмущений с течением времени [14, с. 757; 15, с. 172]. Важной является задача исследования робастной устойчивости АСР давления в СК [16, с. 18].

Цель исследования – определение максимального размаха изменения коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции АСР давления в СК установки КР, при котором сохраняется робастная устойчивость.

Методы исследования – методы робастной устойчивости, теории автоматического управления.

Постановка задачи

Для исследования робастной устойчивости АСР давления в СК рассмотрим типовую схему, представленную на рис. 1 [17, с. 40].

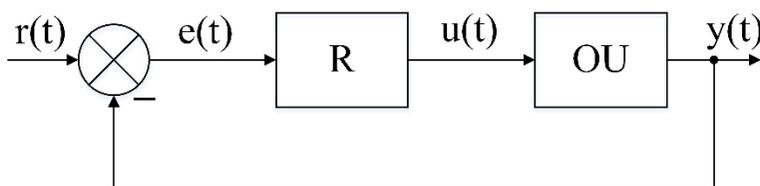


Рис. 1. Структурная схема АСР давления в СК

На рис. 1 используются обозначения: $r(t)$ – задающее воздействие; $e(t)$ – ошибка управления; $u(t)$ – управление; $y(t)$ – выход; R – регулятор (ПИД-регулятор); OU – объект управления (процесс в СК). В качестве регулируемого параметра $y(t)$ рассмотрено давление в СК. Задающим воздействием $r(t)$ является ступенчатое изменение положения (хода) регулирующего органа (здвижки) на линии (трубопроводе) сброса газов из емкости орошения СК [18, с. 878].

Полином знаменателя передаточной функции АСР давления в СК, определенной на основе экспериментальной переходной кривой для установки КР Л-35-11/1000, имеет вид

$$P(s) = 1 + 1,73s + 1,27s^2 + 0,61s^3. \quad (1)$$

Для описания задачи в общем виде получим общий вид полинома (1):

$$P(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3, \quad a_i > 0, \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad (2)$$

где a_i – постоянные коэффициенты.

Предполагается, что при воздействии возмущений коэффициенты полинома (2) изменяются с течением времени. Для робастной устойчивости АСР давления в СК при воздействии возмущений необходимо определить максимальный размах изменения коэффициентов полинома (2), при котором сохраняется робастная устойчивость, т. е. радиус устойчивости [19, с. 56].

Для рассмотрения наиболее общего случая изменения коэффициентов полинома имеет место следующее.

При изменении коэффициентов полином (2) преобразуется в семейство полиномов (3) знаменателя передаточной функции АСР давления в СК

$$\wp(s, \Xi) = \{P(s, \xi) = P_0(s) + \xi_1 P_1(s) + \xi_2 P_2(s), \quad |\xi_i| \leq \gamma, \quad i = 1, 2\} \quad (3)$$

с параметрами, изменяющимися в квадрате

$$\Xi = \{\xi \in R^2 : |\xi|_2 \leq \gamma\}, \quad (4)$$

где $\xi \in R^2$ – вектор неизвестных параметров, который принадлежит заданному множеству допустимых значений $\xi \in \Xi$ (множеству неопределенности); $P_0(s)$ – номинальный полином, равный (2); $|\xi|_2$ – евклидова норма вектора ξ

$$|\xi|_2 = \sqrt{|\xi_1|^2 + |\xi_2|^2}. \quad (5)$$

Одномерное семейство вида (6) носит название реберного полинома, количество полиномов для семейства (3) равно 4:

$$\{P(s, \xi) : |\xi_i| = \gamma, \quad i \neq k, \quad |\xi_k| \leq \gamma\}. \quad (6)$$

Вершинными полиномами называют полиномы вида (7), их количество для семейства (3) равно 4:

$$\{P(s, \xi) : \xi_i = \pm\gamma, \quad i = 1, 2\}. \quad (7)$$

Геометрически вершинные (6) и реберные (7) полиномы соответствуют вершинам и ребрам квадрата (4), т. е. реберный полином «соединяет» два «соседних» вершинных полинома (соответствующих соседним вершинам квадрата) (рис. 2) [20, с. 267].

На рис. 2 изображены четыре вершины: $A) \xi_1 = \xi_2 = \gamma$; $B) \xi_1 = \gamma, \quad \xi_2 = -\gamma$; $C) \xi_1 = \xi_2 = -\gamma$; $D) \xi_1 = -\gamma, \quad \xi_2 = \gamma$ и четыре ребра: $|\xi_1| = \gamma, \quad |\xi_2| \leq \gamma$ (AB), (CD); $|\xi_2| = \gamma, \quad |\xi_1| \leq \gamma$ (AD), (BC).

Пусть имеет место (8) и (9) и полином $P_0(s)$ устойчив:

$$\deg P_i \leq \deg P_0 = 3, \quad i = 1, 2, \quad (8)$$

$$\gamma(|a_3^1| + |a_3^2|) < |a_3^0|, \quad \gamma(|a_0^1| + |a_0^2|) < |a_0^0|, \quad (9)$$

где a_k^i ($k=0,3; i=1,2$) – коэффициенты при s^k полиномов $P_i(s)$ семейства (3).

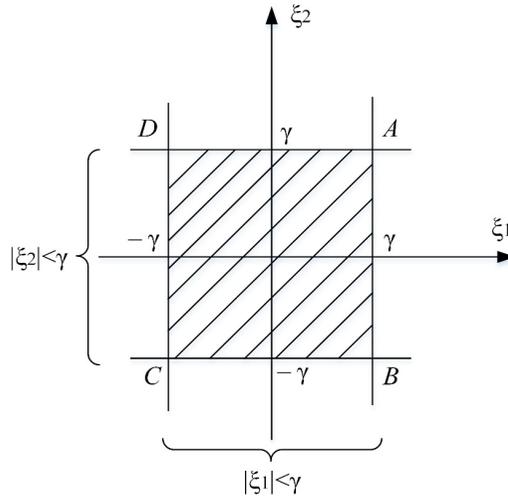


Рис. 2. Вершины и ребра множества неопределенности

Исходя из реберной теоремы для робастной устойчивости семейства (3) необходима и достаточна устойчивость всех реберных полиномов. При этом задача определения границ робастной устойчивости семейства (3) сводится к определению устойчивости четырех интервальных семейств полиномов (реберных полиномов). Пересечение всех областей устойчивости реберных полиномов дает область робастной устойчивости (4) семейства (3).

Задача заключается в определении области неопределенности (4) семейства полиномов знаменателя передаточной функции АСР давления в СК (3) при заданных полиномах $P_0(s)$ (устойчивого), $P_1(s)$, $P_2(s)$, робастной устойчивости четырех реберных полиномов и подтверждении (неподтверждении) выполнения (8), (9), на основании которого делаем вывод о робастной устойчивости (неустойчивости) семейства (3).

Для этого получим реберные полиномы для семейства (3).

Пусть полиномы $P_1(s)$, $P_2(s)$ в (3) заданы выражениями

$$P_1(s) = b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3, \quad b_i > 0, \quad i = 0,1,2,3, \quad (10)$$

$$P_2(s) = c_0 + c_1s + c_2s^2 + c_3s^3, \quad c_i > 0, \quad i = 0,1,2,3, \quad (11)$$

где $b_i > 0$, $c_i > 0$ – постоянные коэффициенты.

Исходя из (6) получим четыре реберных полинома. При $\zeta_1 = \pm\gamma$ получаем первый и второй реберные полиномы:

$$P_1(s, \zeta_2) = P_0(s) + \gamma P_1(s) + \zeta_2 P_2(s), \quad |\zeta_2| \leq \gamma, \quad (12)$$

$$P_2(s, \zeta_2) = P_0(s) - \gamma P_1(s) + \zeta_2 P_2(s), \quad |\zeta_2| \leq \gamma. \quad (13)$$

При $\zeta_2 = \pm\gamma$ получаем третий и четвертый реберные полиномы:

$$P_3(s, \zeta_1) = P_0(s) + \zeta_1 P_1(s) + \gamma P_2(s), \quad |\zeta_1| \leq \gamma, \quad (14)$$

$$P_4(s, \zeta_1) = P_0(s) + \zeta_1 P_1(s) - \gamma P_2(s), \quad |\zeta_1| \leq \gamma. \quad (15)$$

Опишем задачу определения робастной устойчивости каждого из четырех реберных полиномов.

Робастная устойчивость первого реберного полинома

В общем виде опишем задачу определения робастной устойчивости первого реберного полинома (12). С учетом (2), (10), (11) интервальное семейство полиномов (12) принимает вид

$$P_1(s, \xi_2) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + \gamma(b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3) + \xi_2(c_0 + c_1s + c_2s^2 + c_3s^3), |\xi_2| \leq \gamma. \quad (16)$$

Семейство (16) перепишем в виде

$$P_1(s, \xi_2) = a_0 + \gamma b_0 + \xi_2 c_0 + (a_1 + \gamma b_1 + \xi_2 c_1)s + (a_2 + \gamma b_2 + \xi_2 c_2)s^2 + (a_3 + \gamma b_3 + \xi_2 c_3)s^3, |\xi_2| \leq \gamma. \quad (17)$$

Семейство (17) представим в виде

$$P_1(s, \xi_2) = d_0(\xi_2) + d_1(\xi_2)s + d_2(\xi_2)s^2 + d_3(\xi_2)s^3, |\xi_2| \leq \gamma, \quad (18)$$

где $d_i(\xi_2) = a_i + \gamma b_i + \xi_2 c_i$ – коэффициенты семейства (18), зависящие от ξ_2 и γ .

Для семейства (18) получим номинальный полином

$$P_1^0(s) = d_0^0 + d_1^0s + d_2^0s^2 + d_3^0s^3, \quad (19)$$

где $d_i^0 = a_i$ – постоянные коэффициенты.

Исходя из (18), (19) получим неравенство

$$|d_i - d_i^0| = |\gamma b_i + \xi_2 c_i| \leq \gamma |b_i + c_i|, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (20)$$

С учетом (20) запишем интервальное семейство (18) в форме

$$\wp(s) = \{P(s) = d_0 + d_1s + d_2s^2 + d_3s^3 : |d_i - d_i^0| \leq \gamma \alpha_i, i = 0, 1, 2, 3\}, \quad (21)$$

где $\alpha_i = |b_i + c_i| \geq 0$ – масштабы изменения коэффициентов d_i ; γ – размах неопределенности.

Определим радиус устойчивости семейства (21).

Для этого необходимо ввести функции

$$U_0(\omega) = d_0^0 - d_2^0\omega^2, \quad V_0(\omega) = d_1^0 - d_3^0\omega^2, \quad R(\omega) = \alpha_0 + \alpha_2\omega^2, \quad T(\omega) = \alpha_1 + \alpha_3\omega^2$$

и построить годограф Цыпкина – Поляка

$$z(j\omega) = x(\omega) + jy(\omega) = \frac{U_0(\omega)}{R(\omega)} + j \frac{V_0(\omega)}{T(\omega)}, \quad 0 \leq \omega < \infty.$$

Исходя из графического критерия для робастной устойчивости семейства (21) необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$d_0^0 > \gamma \alpha_0, \quad d_3^0 > \gamma \alpha_3 \quad (22)$$

и годограф $z(j\omega)$ при изменении частоты от 0 до ∞ проходил последовательно через 3 квадранта против часовой стрелки и не пересекал квадрата с вершинами $(\pm\gamma, \pm\gamma)$.

Построив годограф $z(j\omega)$, определяем радиус устойчивости интервального семейства (12) по формуле

$$\gamma_{\max} = \min\{\gamma^*, \gamma_0, \gamma_3\},$$

где γ^* – размер наибольшего квадрата $\{|x(\omega)| \leq \gamma^*, |y(\omega)| \leq \gamma^*\}$, вписанного в годограф $z(j\omega)$; $\gamma_0 = d_0^0 / \alpha_0$, $\gamma_3 = d_3^0 / \alpha_3$.

Последние равенства вытекают из условия (22).

Аналогично опишем задачу определения робастной устойчивости для остальных реберных полиномов (13)–(15).

Робастная устойчивость второго реберного полинома

В общем виде опишем задачу определения робастной устойчивости второго реберного полинома (13). С учетом (2), (10), (11) интервальное семейство (13) принимает вид

$$P_2(s, \xi_2) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 - \gamma(b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3) + \xi_2(c_0 + c_1s + c_2s^2 + c_3s^3), \quad |\xi_2| \leq \gamma. \quad (23)$$

Семейство (23) перепишем в виде

$$P_2(s, \xi_2) = a_0 - \gamma b_0 + \xi_2 c_0 + (a_1 - \gamma b_1 + \xi_2 c_1)s + (a_2 - \gamma b_2 + \xi_2 c_2)s^2 + (a_3 - \gamma b_3 + \xi_2 c_3)s^3, \quad |\xi_2| \leq \gamma. \quad (24)$$

Семейство (24) представим в виде

$$P_2(s, \xi_2) = d_0(\xi_2) + d_1(\xi_2)s + d_2(\xi_2)s^2 + d_3(\xi_2)s^3, \quad |\xi_2| \leq \gamma, \quad (25)$$

где $d_i(\xi_2) = a_i - \gamma b_i + \xi_2 c_i$ – коэффициенты семейства (25), зависящие от ξ_2 и γ .

Для семейства (25) получим номинальный полином

$$P_2^0(s) = d_0^0 + d_1^0s + d_2^0s^2 + d_3^0s^3, \quad (26)$$

где $d_i^0 = a_i$ – постоянные коэффициенты.

Исходя из (25), (26) получим неравенство

$$|d_i - d_i^0| = |\gamma b_i - \xi_2 c_i| \leq \gamma |b_i - c_i|, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (27)$$

С учетом (27) запишем интервальное семейство (25) в форме

$$\wp(s) = \{P(s) = d_0 + d_1s + d_2s^2 + d_3s^3 : |d_i - d_i^0| \leq \gamma \alpha_i, i = 0, 1, 2, 3\}, \quad (28)$$

где $\alpha_i = |b_i - c_i| \geq 0$ – масштабы изменения коэффициентов d_i ; γ – размах неопределенности.

Определение радиуса устойчивости семейства (28) выполняется также, как и для семейства (21).

Робастная устойчивость третьего реберного полинома

В общем виде опишем задачу определения робастной устойчивости третьего реберного полинома (14). С учетом (2), (10), (11) интервальное семейство (14) принимает вид

$$P_3(s, \xi_1) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + \xi_1(b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3) + \gamma(c_0 + c_1s + c_2s^2 + c_3s^3), \quad |\xi_1| \leq \gamma. \quad (29)$$

Семейство (29) перепишем в виде

$$P_3(s, \xi_1) = a_0 + \xi_1 b_0 + \gamma c_0 + (a_1 + \xi_1 b_1 + \gamma c_1)s + (a_2 + \xi_1 b_2 + \gamma c_2)s^2 + (a_3 + \xi_1 b_3 + \gamma c_3)s^3, \quad |\xi_1| \leq \gamma. \quad (30)$$

Семейство (30) представим в виде

$$P_3(s, \xi_1) = d_0(\xi_1) + d_1(\xi_1)s + d_2(\xi_1)s^2 + d_3(\xi_1)s^3, \quad |\xi_1| \leq \gamma, \quad (31)$$

где $d_i(\xi_1) = a_i + \gamma c_i + \xi_1 b_i$ – коэффициенты семейства (31), зависящие от ξ_1 и γ .

Для семейства (31) получим номинальный полином

$$P_3^0(s) = d_0^0 + d_1^0 s + d_2^0 s^2 + d_3^0 s^3, \quad (32)$$

где $d_i^0 = a_i$ – постоянные коэффициенты.

Исходя из (31), (32) получим неравенство

$$|d_i - d_i^0| = |\xi_1 b_i + \gamma c_i| \leq \gamma |b_i + c_i|, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (33)$$

С учетом (33) запишем интервальное семейство (31) в форме

$$\wp(s) = \left\{ P(s) = d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + d_3 s^3 : |d_i - d_i^0| \leq \gamma \alpha_i, i = 0, 1, 2, 3 \right\}, \quad (34)$$

где $\alpha_i = |b_i + c_i| \geq 0$ – масштабы изменения коэффициентов d_i ; γ – размах неопределенности.

Определение радиуса устойчивости семейства (34) выполняется так же, как и для семейства (21).

Робастная устойчивость четвертого реберного полинома

В общем виде опишем задачу определения робастной устойчивости четвертого реберного полинома (15). С учетом (2), (10), (11) интервальное семейство (15) принимает вид

$$P_4(s, \xi_1) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + \xi_1 (b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3) - \gamma (c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + c_3 s^3), \quad |\xi_1| \leq \gamma. \quad (35)$$

Семейство (35) перепишем в виде

$$P_4(s, \xi_1) = a_0 + \xi_1 b_0 - \gamma c_0 + (a_1 + \xi_1 b_1 - \gamma c_1) s + (a_2 + \xi_1 b_2 - \gamma c_2) s^2 + (a_3 + \xi_1 b_3 - \gamma c_3) s^3, \quad |\xi_1| \leq \gamma. \quad (36)$$

Семейство (36) можно представить в виде

$$P_4(s, \xi_1) = d_0(\xi_1) + d_1(\xi_1)s + d_2(\xi_1)s^2 + d_3(\xi_1)s^3, \quad |\xi_1| \leq \gamma, \quad (37)$$

где $d_i(\xi_1) = a_i - \gamma c_i + \xi_1 b_i$ – коэффициенты семейства (37), зависящие от ξ_1 и γ .

Для семейства (37) получим номинальный полином

$$P_4^0(s) = d_0^0 + d_1^0 s + d_2^0 s^2 + d_3^0 s^3, \quad (38)$$

где $d_i^0 = a_i - \gamma c_i$ – постоянные коэффициенты.

Исходя из (37), (38) получим неравенство

$$|d_i - d_i^0| = |\xi_1 b_i - \gamma c_i| \leq \gamma |b_i - c_i|, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (39)$$

С учетом (39) запишем интервальное семейство (37) в форме

$$\wp(s) = \left\{ P(s) = d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + d_3 s^3 : |d_i - d_i^0| \leq \gamma \alpha_i, i = 0, 1, 2, 3 \right\}, \quad (40)$$

где $\alpha_i = |b_i - c_i| \geq 0$ – масштабы изменения коэффициентов d_i ; $\gamma > 0$ – размах неопределенности.

Определение радиуса устойчивости семейства (40) выполняется так же, как и для семейства (21).

Определение робастной устойчивости первого (12) и третьего (14) реберных полиномов совпадает: для обоих полиномов масштабы изменения коэффициентов равны $\alpha_i = |b_i + c_i|$. Также совпадает определение робастной

устойчивости второго (13) и четвертого (15) реберных полиномов: для обоих полиномов масштабы изменения коэффициентов равны $\alpha_i = |b_i - c_i|$.

Определим робастную устойчивость реберных полиномов знаменателя передаточной функции АСР давления в СК.

Робастная устойчивость реберных полиномов знаменателя передаточной функции автоматической системы регулирования давления в стабилизационной колонне

С учетом номинального полинома знаменателя передаточной функции АСР давления в СК (1) зададим полиномы (2), (10), (11):

$$\begin{aligned} P_0(s) &= 1 + 1,73s + 1,27s^2 + 0,61s^3, \\ P_1(s) &= 0,12 + 0,19s + 0,15s^2 + 0,08s^3, \\ P_2(s) &= 0,08 + 0,15s + 0,11s^2 + 0,04s^3. \end{aligned}$$

Не существует конкретных правил по выбору коэффициентов полиномов $P_1(s)$, $P_2(s)$. В данной работе они задаются в виде малых положительных чисел, примерно равных 10 % от значений коэффициентов полинома $P_0(s)$.

Необходимо определить область неопределенности семейства (3) в виде квадрата $\Xi = \{\xi \in R^2 : |\xi|_2 \leq \gamma\}$.

Определяем коэффициенты полиномов (2), (10), (11): $a_0=1, a_1=1,73, a_2=1,27, a_3=0,61; b_0=0,12, b_1=0,19, b_2=0,15, b_3=0,08; c_0=0,08, c_1=0,15, c_2=0,11, c_3=0,04$.

Исследуем робастную устойчивость первого (12) и третьего (14) реберных полиномов, которым соответствуют интервальные семейства (21) и (34) соответственно.

Получим коэффициенты номинальных полиномов (19), (32) для интервальных семейств (21), (34): $d_0^0=a_0=1, d_1^0=a_1=1,73, d_2^0=a_2=1,27, d_3^0=a_3=0,61$.

Определяем размах изменения коэффициентов семейства (21), (34):

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= |b_0 + c_0| = 0,2; \quad \alpha_1 = |b_1 + c_1| = 0,34; \\ \alpha_2 &= |b_2 + c_2| = 0,26; \quad \alpha_3 = |b_3 + c_3| = 0,12. \end{aligned}$$

Необходимо определить, возможна ли робастная устойчивость семейств полиномов (21), (34) с номинальными полиномами (19), (32).

Проверим, существует ли $\gamma > 0$, обеспечивающее выполнение неравенства (22):

$$1 > \gamma \cdot 0,2; \quad 0,61 > \gamma \cdot 0,12 \Rightarrow \gamma < \frac{1}{0,2} = 5; \quad \gamma < \frac{0,61}{0,12} = 5,08.$$

Таким образом, существует $0 < \gamma < 5$.

Введем величины

$$\begin{aligned} U_0(\omega) &= d_0^0 - d_2^0 \omega^2 = 1 - 1,27\omega^2, \\ V_0(\omega) &= d_1^0 - d_3^0 \omega^2 = 1,73 - 0,61\omega^2, \\ R(\omega) &= \alpha_0 + \alpha_2 \omega^2 = 0,2 + 0,26\omega^2, \\ T(\omega) &= \alpha_1 + \alpha_3 \omega^2 = 0,34 + 0,12\omega^2 \end{aligned}$$

и построим годограф Цыпкина – Поляка:

$$z(j\omega) = x(\omega) + jy(\omega) = \frac{U_0(\omega)}{R(\omega)} + j \frac{V_0(\omega)}{T(\omega)} = \frac{1 - 1,27\omega^2}{0,2 + 0,26\omega^2} + j \frac{1,73 - 0,61\omega^2}{0,34 + 0,12\omega^2}.$$

Найдем точки пересечения с осями:

$$\omega = 0: z(0) = 5 + j5,09,$$

$$\operatorname{Re}(z(j\omega)) = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{1,27}} \approx 0,89: z(0,89) \approx j2,87,$$

$$\operatorname{Im}(z(j\omega)) = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1,73}{0,61}} \approx 1,68: z(1,68) \approx -2,77,$$

$$\omega \rightarrow \infty: z(\infty) = -4,88 - j5,08.$$

Результаты моделирования представлены на рис. 3.

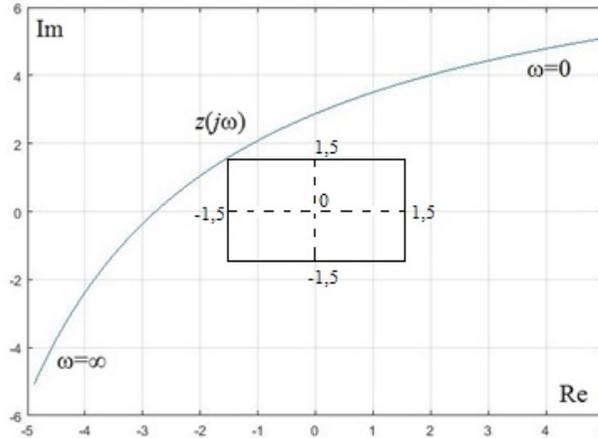


Рис. 3. Годограф Цыпкина – Поляка для первого и третьего реберных полиномов

Из рис. 3 видно, что существует квадрат со сторонами, равными $\gamma \in (0;5)$, вписанный в годограф $z(j\omega)$; значит, семейства полиномов (21), (34) обладают робастной устойчивостью.

Определяем радиус устойчивости интервальных семейств (21), (34):

$$\gamma_{\max} = \min\{\gamma^*; \gamma_0; \gamma_3\} = \min\{1,5; 5; 5,08\} \approx 1,5,$$

где $\gamma^* \approx 1,5$; $\gamma_0 = d_0^0/\alpha_0 = 5$, $\gamma_3 = d_3^0/\alpha_3 = 5,08$.

Квадрат со сторонами, равными радиусу устойчивости 1,5, показан на рис. 3.

Исследуем робастную устойчивость второго (13) и четвертого (15) реберных полиномов, которым соответствуют интервальные семейства (28) и (40) соответственно.

Получим коэффициенты номинальных полиномов (26), (38) для интервальных семейств (28), (40):

$$d_0^0 = a_0 = 1, d_1^0 = a_1 = 1,73, d_2^0 = a_2 = 1,27, d_3^0 = a_3 = 0,61.$$

Определяем размах изменения коэффициентов семейств (28), (40):

$$\alpha_0 = |b_0 - c_0| = 0,04; \alpha_1 = |b_1 - c_1| = 0,04;$$

$$\alpha_2 = |b_2 - c_2| = 0,04; \alpha_3 = |b_3 - c_3| = 0,04.$$

Необходимо определить, возможна ли робастная устойчивость семейств полиномов (28), (40) с номинальными полиномами (26), (38).

Проверим, существует ли $\gamma > 0$, обеспечивающее выполнение неравенства (22):

$$1 > \gamma \cdot 0,04; 0,61 > \gamma \cdot 0,04 \Rightarrow \gamma < \frac{1}{0,04} = 25; \gamma < \frac{0,61}{0,04} = 15,25.$$

Таким образом, существует $0 < \gamma < 15,25$.

Введем величины

$$U_0(\omega) = d_0^0 - d_2^0 \omega^2 = 1 - 1,27\omega^2,$$

$$V_0(\omega) = d_1^0 - d_3^0 \omega^2 = 1,73 - 0,61\omega^2,$$

$$R(\omega) = \alpha_0 + \alpha_2 \omega^2 = 0,04 + 0,04\omega^2,$$

$$T(\omega) = \alpha_1 + \alpha_3 \omega^2 = 0,04 + 0,04\omega^2$$

и построим годограф Цыпкина – Поляка

$$z(j\omega) = x(\omega) + jy(\omega) = \frac{U_0(\omega)}{R(\omega)} + j \frac{V_0(\omega)}{T(\omega)} = \frac{1 - 1,27\omega^2}{0,04 + 0,04\omega^2} + j \frac{1,73 - 0,61\omega^2}{0,04 + 0,04\omega^2}.$$

Найдем точки пересечения с осями:

$$\omega = 0: z(0) = 25 + j43,25,$$

$$\operatorname{Re}(z(j\omega)) = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{1,27}} \approx 0,89: z(0,89) \approx j17,39,$$

$$\operatorname{Im}(z(j\omega)) = 0 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1,73}{0,61}} \approx 1,68: z(1,68) \approx -16,9,$$

$$\omega \rightarrow \infty: z(\infty) = -31,75 - j15,25.$$

Результаты моделирования представлены на рис. 4.

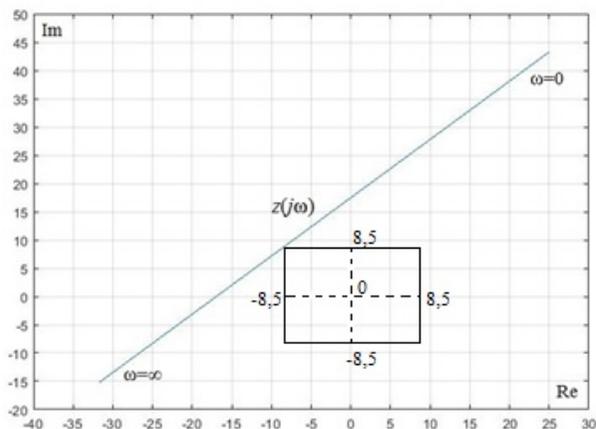


Рис. 4. Годограф Цыпкина – Поляка для второго и четвертого реберных полиномов

Из рис. 4 видно, что существует квадрат со сторонами, равными $\gamma \in (0; 15,25)$, вписанный в годограф $z(j\omega)$; значит, семейства полиномов (28), (40) обладают робастной устойчивостью.

Определяем радиус устойчивости интервальных семейств (28), (40):

$$\gamma_{\max} = \min\{\gamma^*; \gamma_0; \gamma_3\} = \min\{8,5; 25; 15,25\} \approx 8,5,$$

где $\gamma^* \approx 8,5$; $\gamma_0 = d_0^0/\alpha_0 = 25$, $\gamma_3 = d_3^0/\alpha_3 = 15,25$.

Квадрат со сторонами, равными радиусу устойчивости 8,5, показан на рис. 4.

Пересечение областей устойчивости четырех реберных полиномов дает радиус устойчивости семейства (3) $\gamma = 1,5$.

Поскольку выполняются условия (8), (9), полином $P_0(s)$ устойчив и четыре реберных полинома обладают робастной устойчивостью, делаем вывод о робастной устойчивости семейства полиномов (3) с параметрами неопределенности, изменяющимися в квадрате $\Xi = \{\xi \in R^2 : |\xi|_2 \leq 1,5\}$.

Заключение

Таким образом, на основе определения робастной устойчивости четырех реберных полиномов рассмотренное семейство полиномов знаменателя передаточной функции АСР давления в СК обладает робастной устойчивостью с радиусом устойчивости, равным 1,5. Данный результат может быть использован при разработке АСР давления в СК и выборе настроек регуляторов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ancheyta J.* Modeling and simulation of catalytic reactors for petroleum refining. Hoboken: Wiley, 2011. 528 p.
2. *Smith J.M.* Chemical engineering kinetics. St. Louis: McGraw-Hill, 1981. 676 p.
3. *Дерюгина О.П., Мечик С.В., Трапезников Е.А.* Процессы каталитического риформинга и компаундирования как способы повышения октанового числа в бензинах, применяемые в промышленных масштабах // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2020. № 3. С. 89–99.
4. *Gumen M.I.* Increasing of the efficiency of the reforming LG-35-11/300 // Petroleum Processing and Petrochemistry. 2001. № 11. P. 54–57.
5. *Pinheiro C.I.C., Fernandes J.L., Domingues L.* Catalytic cracking (FCC) process modeling, simulation and control // Industrial Engineering Chemistry Research. 2012. № 51 (1). P. 1–29.
6. *Weekman V.A.* Model of catalytic cracking conversion in fixed, moving and fluid-bed reactors // Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development. 1968. № 7 (1). P. 90–95.
7. *Mircea C., Agachi S., Marimoiu V.* Simulation and model predictive control of a UOP fluid catalytic cracking // Chemical Engineering and Processing. 2003. V. 42. P. 67.
8. *Шариков Ю.В., Ткачев И.В.* Анализ литературного обзора по моделированию процессов реакторного узла каталитического риформинга // Современные научные исследования и инновации. 2018. № 5 (85). С. 7.
9. *Дюсембаева А.А., Вершинин В.И.* Моделирование каталитического риформинга прямогонного бензина: влияние технологических параметров на состав продуктов риформинга // Катализ в промышленности. 2018. № 5. С. 70–75.
10. *Кузичкин А.А.* Статическая оптимизация процесса каталитического риформинга // Естественные и технические науки. 2017. № 10 (112). С. 106–112.
11. *Альмохсен М.А.К.* Модификация процесса каталитического риформинга бензиновой фракции // Вестник магистратуры. 2018. № 12–3 (87). С. 127–128.
12. *Ефремов В.В., Шелудько А.Г.* Расчет робастно-устойчивости автоматической системы регулирования температуры водообогреваемой спецодежды водолаза // Дизайн и технологии. 2013. № 34 (76). С. 75–79.
13. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С.* Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
14. *Nguang S.K.* Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2000. V. 45. № 4. P. 756–762.
15. *Wu L., Zhou W.* Delay-dependent robust stabilization for uncertain singular systems with discrete and distributed delays // Journal of Control Theory and Applications. 2008. № 6. P. 171–176.

16. *Хлебников М.В., Квинто Я.И.* Условия робастной устойчивости для семейства линейных дискретных систем с неопределенностями // Проблемы управления. 2020. № 5. С. 17–21.
17. *Цирлин А.М., Борисов Г.Б.* Робастная степень устойчивости и настройки регуляторов для технологических объектов с запаздыванием // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2021. № 10. С. 39–45.
18. *Ахроров А.А.У., Комилов М.З., Тиллоев Л.И., Кобиров А.Б.У.* Эффективность протекания процесса каталитического риформинга // Научный аспект. 2018. Т. 7. № 4. С. 877–879.
19. *Щеглова А.А.* К вопросу о сверхустойчивости интервального семейства дифференциально-алгебраических уравнений // Автоматика и телемеханика. 2021. № 2. С. 55–70.
20. *Гайворонский С.А., Езангина Т.А., Хожасев И.В., Несенчук А.А.* Определение вершинных полиномов для анализа степени робастной устойчивости интервальной системы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20. № 5. С. 266–273.

Статья поступила в редакцию 24 марта 2022 г.

DETERMINATION OF THE RADIUS OF ROBUST STABILITY OF THE AUTOMATIC PRESSURE CONTROL SYSTEM IN THE STABILIZATION COLUMN OF A CATALYTIC REFORMING UNIT

A.M. Dzhambekov¹, B.S. Dmitrievsky², A.A. Terekhova²

¹Astrakhan College of Computer Science
2, Smolyanoy lane, Astrakhan, 414056, Russian Federation

²Tambov State Technical University
106/5, room 2, Russia, Sovetskaya st., Tambov, 392000, Russian Federation

E-mail: azamat-121@mail.ru

Abstract. *It is proposed to take into account the influence of uncontrolled disturbances on the regulation of pressure in the stabilization column of a catalytic reforming unit by changing the coefficients of the denominator polynomial of the transfer function of the automatic pressure control system based on robust stability methods. To describe the problem in a general form, a general view of the polynomial of the denominator of the transfer function of the automatic pressure control system in the stabilization column of the catalytic reformer is obtained. The purpose of the study is to determine the maximum range of change in the coefficients of the polynomial of the denominator of the transfer function of an automatic pressure control system in the stabilization column of a catalytic reformer, at which robust stability is maintained. Methods - methods of robust stability, automatic control theory. A family of polynomials of the denominator of the transfer function of the automatic pressure control system in the stabilization column of a catalytic reformer with squared uncertainty parameters is considered. The problem of determining the area of robust stability of a family of polynomials is reduced to determining the areas of stability of four edge polynomials and the intersection of all areas to determine the area of robust stability of the family. In general, the problem of determining the robust stability of each edge polynomial is described. To determine the area of robust stability of the family of polynomials of the denominator of the transfer function of the automatic pressure control system in the stabilization column of the catalytic reformer, three polynomials, including the nominal one, are specified. Based on the general description of the problem, the radius of stability of each edge polynomial is determined using a graphical criterion and the construction of a Tsytkin-Polyak hodograph. Results - based on the intersection of the stability regions of four rib polynomials, the robust stability region of the family of polynomials of the denominator of the transfer function of the automatic pressure control system in the stabilization column of the catalytic reformer with a stability radius of 1.5 was determined. Conclusion - this result can be used in the development of an automatic pressure control system in the stabilization column of the catalytic reformer and the choice of regulator settings.*

Keywords: *catalytic reforming, automatic control system, family of polynomials, edge polynomial, robust stability, stability radius, uncertainty set*

REFERENCES

1. *Ancheyta J.* Modeling and simulation of catalytic reactors for petroleum refining. Hoboken: Wile. 2011. 528 p.

¹ *Azamat M. Dzhambekov (Ph.D.), Teacher.*

² *Boris S. Dmitrievsky (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

² *Anastasia A. Terekhova, Postgraduate Student.*

2. *Smith J.M.* Chemical engineering kinetics. – St. Louis: McGraw-Hill, 1981. 676 p.
3. *Deryugina O.P., Mechik S.V., Trapeznikov E.A.* Processes of catalytic reforming and compounding as ways to increase the octane number in gasoline, applied on an industrial scale // Oil and gas. 2020. No. 3. Pp. 89–99. (in Russian).
4. *Gumen M.I.* Increasing of the efficiency of the reforming LG-35-11/300 // Petroleum Processing and Petrochemistry. 2001. 11. Pp. 54–57.
5. *Pinheiro C.I.C., Fernandes J.L., Domingues L.* Catalytic cracking (FCC) process modeling, simulation and control. Industrial I Engineering Chemistry Research. 2012. 51(1). Pp. 1–29.
6. *Weekman V.A.* Model of catalytic cracking conversion in fixed, moving and fluid-bed reactors // Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development. 1968. 7 (1). Pp. 90–95.
7. *Mircea C., Agachi S., Marimoiu V.* Simulation and model predictive control of a UOP fluid catalytic cracking Chemical Engineering and Processing. 2003. V. 42. Pp. 67.
8. *Sharikov Yu.V., Tkachev I.V.* Analysis of the literature review on modeling the processes of the catalytic reforming reactor unit // Modern scientific research and innovation. 2018. 5 (85). Pp. 7. (in Russian).
9. *Dyusembaeva A.A., Vershinin V.I.* Simulation of catalytic reforming of straight-run gasoline: influence of technological parameters on the composition of reforming products // Catalysis in industry. 2018. 5. Pp. 70–75. (in Russian).
10. *Kuzichkin A.A.* Static optimization of the catalytic reforming process // Natural and technical sciences. 2017. 10 (112). Pp. 106 – 112. (in Russian).
11. *Almohsen M.A.K.* Modification of the process of catalytic reforming of the gasoline fraction // Bulletin of the Magistracy. 2018. 12-3(87). Pp. 127–128. (in Russian).
12. *Efremov V.V., Sheludko A.G.* Calculation of robust-stability of an automatic temperature control system for a water-heated diver's overalls // Design and Technologies. 2013. 34 (76). Pp. 75–79. (in Russian).
13. *Polyak B.T., Shcherbakov P.S.* Robust stability and control. M.: Nauka, 2002. 303 p. (in Russian).
14. *Nguang S.K.* Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems // IEEE Transactions on Automatic Control. 2000. V. 45, 4. Pp. 756–762.
15. *Wu L., Zhou W.* Delay-dependent robust stabilization for uncertain singular systems with discrete and distributed delays // Journal of Control Theory and Applications. 2008. 6. Pp. 171–176.
16. *Khlebnikov M.V., Kvinto Ya.I.* Robust stability conditions for a family of linear discrete systems with uncertainties // Control Problems. 2020. 5. Pp. 17–21. (in Russian).
17. *Tsirlin A.M., Borisov G.B.* Robust degree of stability and adjustment of controllers for technological objects with delay // Instruments and systems. Management, control, diagnostics. 2021. 10. Pp. 39–45.
18. *Akhrorov A.A.U., Komilov M.Z., Tilloev L.I., Kobilov A.B.U.* Efficiency of the catalytic reforming process // Scientific aspect. 2018. Vol. 7 (4). Pp. 877–879.
19. *Shcheglova A.A.* On the issue of superstability of an interval family of differential-algebraic equations // Automation and Telemechanics. 2021, 2. Pp. 55–70.
20. *Gaivoronsky S.A., Ezangina T.A., Khozhaev I.V., Nesenchuk A.A.* Definition of vertex polynomials for the analysis of the degree of robust stability of an interval system // Mechatronika, avtomatizatsiya, upravlenie. 2019. Vol. 20, 5. Pp. 266–273.

УДК 519.254

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА НЕЗАВИСИМОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ МЕТОДОМ РАСШИРЕННЫХ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

Д.В. Иванов^{1,2}, И.Л. Сандлер^{2,3}, А.Н. Дилигенская³

¹ Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
Россия, 443086, г. Самара, ул. Московское шоссе, 34

² Самарский государственный университет путей сообщения
Россия, 443066, г. Самара, ул. Свободы, 2 В

³ Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: dvi85@list.ru, i.sandler@samgups.ru, adiligenskaya@mail.ru

Аннотация. Рассмотрена задача идентификации параметров двигателя постоянного тока. Наличие погрешностей измерений токов и напряжений приводит к погрешностям как во входных, так и в выходных сигналах. Существующие методы идентификации параметров двигателя постоянного тока не учитывают наличие погрешностей как в выходных, так и во входных сигналах. В статье используется дискретная модель двигателя постоянного тока, ориентированная на использование в цифровых системах. Одним из достоинств этой модели является сведение задачи оценивания параметров к двум задачам пониженной размерности. Снижение размерности решаемых задач улучшает их обусловленность и снижает чувствительность к погрешностям измерений. Предложен новый способ идентификации параметров моделей двигателя постоянного тока. Оценки параметров находятся на основе расширенного метода инструментальных переменных. Для нахождения оценок предложено использование расширенных эквивалентных систем уравнений. Расширенные эквивалентные системы позволяют снизить числа обусловленности. Проведенные численные эксперименты показали преимущество предложенного алгоритма перед методом наименьших квадратов. Результаты работы могут быть применены при разработке систем предикативной диагностики. Применение предложенного метода идентификации параметров двигателя постоянного тока также позволяет снизить требования к измерительным устройствам за счет меньшей чувствительности к погрешностям измерения.

^{1,2} Иванов Дмитрий Владимирович, ¹доцент кафедры «Безопасность информационных систем»; ²доцент кафедры «Мехатроника, автоматизация и управление на транспорте», кандидат физико-математических наук, доцент.

^{2,3} Сандлер Илья Львович, ²старший преподаватель кафедры «Мехатроника, автоматизация и управление на транспорте», ³старший преподаватель кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

³ Дилигенская Анна Николаевна, профессор кафедры «Автоматика и управление в технических системах», доктор технических наук, доцент.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 0778-2020-0005.

Ключевые слова: двигатель постоянного тока, инструментальные переменные, метод наименьших квадратов, ошибки в переменных

Введение

Несмотря на широкое применение электрической сети переменного тока, электропривод на базе двигателя постоянного тока независимого возбуждения применяется довольно часто. Промышленные и транспортные отрасли не обходятся без привода постоянного тока, который обеспечивает точное регулирование частоты вращения. В отличие от привода переменного тока он обладает практически линейной регулировочной и механической характеристикой, большой величиной пускового момента, возможностью использования генераторного и двигательного режимов, а также возможностью увеличения КПД при полной и неполной нагрузке. Применительно к транспортной отрасли он устанавливается в электровозах, кранах, вращающихся опрокидывателях и в других подвижных механизмах. Использование привода постоянного тока в производственных станках при регулировании частоты вращения в широком диапазоне остается актуальным.

Применение электропривода, основанное на показателях эксплуатационной надежности, в составе с электродвигателем постоянного тока независимого возбуждения на сегодняшний день не обходится без средств диагностики технического состояния оборудования. Для повышения эффективности работы электропривода необходимо совершенствование систем диагностики. Одним из распространенных способов мониторинга является использование методов идентификации электромагнитных параметров двигателя.

Существует много методов идентификации параметров двигателей постоянного тока. Метод наименьших квадратов представлен в [1, 2], алгебраический метод идентификации в [3], метод моментов и метод Пасека в [4], методы идентификации по переходной характеристике в [5]. Идентификация двигателей постоянного тока с помощью нейронных сетей рассмотрена в [6], применение генетических алгоритмов в [7]. В большинстве случаев модели двигателей представлены в непрерывном времени и не учитывают влияния измерительного шума.

Применение методов полных наименьших квадратов и инструментальных переменных позволяет учитывать измерительный шум. Применение метода полных наименьших квадратов для оценивания параметров двигателя постоянного тока с независимым возбуждением предложено в [8].

В статье предложен способ оценивания параметров двигателя постоянного тока методом расширенных инструментальных переменных. Полученные результаты могут быть использованы для апробирования разработанного метода на основе сравнения с известными результатами.

Постановка задачи

Для идентификации электродвигателей постоянного тока с независимым возбуждением математическая модель может быть представлена в следующем виде:

$$u^{(e)} = i^{(e)} R^{(e)} + L^{(e)} \frac{di^{(e)}}{dt}, \quad (1)$$

$$u^{(s)} = i^{(s)} R^{(s)} + L^{(s)} \frac{di^{(s)}}{dt} + m\Phi\omega, \quad (2)$$

где $u^{(\epsilon)}$, $i^{(\epsilon)}$ – напряжение и ток обмотки возбуждения; $R^{(\epsilon)}$, $L^{(\epsilon)}$ – активное сопротивление и индуктивность обмотки возбуждения; $u^{(\jmath)}$, $i^{(\jmath)}$ – напряжение и ток обмотки якоря; $R^{(\jmath)}$, $L^{(\jmath)}$ – активное сопротивление и индуктивность цепи якоря; m – конструктивный коэффициент машины; Φ – результирующий магнитный поток; ω – частота вращения якоря.

Введем новые коэффициенты:

$$a_1 = \frac{1}{R^{(\epsilon)}}, a_2 = \frac{L^{(\epsilon)}}{R^{(\epsilon)}}, a_3 = \frac{1}{R^{(\jmath)}}, a_4 = \frac{L^{(\jmath)}}{R^{(\jmath)}}, a_5 = \frac{m\Phi}{R^{(\jmath)}}. \quad (3)$$

Запишем уравнения (1) и (2), используя коэффициенты (3):

$$i^{(\epsilon)} = a_1 u^{(\epsilon)} - a_2 \frac{di^{(\epsilon)}}{dt}, \quad (4)$$

$$i^{(\jmath)} = a_3 u^{(\jmath)} - a_4 \frac{di^{(\jmath)}}{dt} - a_5 \omega. \quad (5)$$

Получив оценки вектора параметров $\hat{a} = (\hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 \hat{a}_4 \hat{a}_5)^T$, можно получить оценки физических параметров двигателя постоянного тока:

$$R^{(\epsilon)} = \frac{1}{a_1}, L^{(\epsilon)} = \frac{a_2}{a_1}, T^{(\epsilon)} = a_4, R^{(\jmath)} = \frac{1}{a_3}, L^{(\jmath)} = \frac{a_4}{a_3}, \Phi = \frac{a_5}{ma_3}. \quad (6)$$

Поскольку параметры идентифицируются в цифровом виде, удобно перейти от дифференциальных уравнений к разностным уравнениям.

Запишем уравнения (4), (5) в дискретной форме:

$$i_k^{(\epsilon)} = a_1 u_k^{(\epsilon)} - a_2 D i_k^{(\epsilon)}, \quad (7)$$

$$i_k^{(\jmath)} = a_3 u_k^{(\jmath)} - a_4 D i_k^{(\jmath)} - a_5 \omega_k. \quad (8)$$

В реальных задачах токи, напряжения и угловая скорость вращения наблюдаются с погрешностями измерений $\xi_k^{(i\epsilon)}$, $\xi_k^{(i\jmath)}$, $\xi_k^{(u\epsilon)}$, $\xi_k^{(u\jmath)}$, $\xi_k^{(\omega)}$, $\xi_k^{(Di\epsilon)}$, $\xi_k^{(Di\jmath)}$:

$$\tilde{i}_k^{(\epsilon)} = i_k^{(\epsilon)} + \xi_k^{(i\epsilon)}, \tilde{i}_k^{(\jmath)} = i_k^{(\jmath)} + \xi_k^{(i\jmath)}, \quad (9)$$

$$\tilde{u}_k^{(\epsilon)} = u_k^{(\epsilon)} + \xi_k^{(u\epsilon)}, \tilde{u}_k^{(\jmath)} = u_k^{(\jmath)} + \xi_k^{(u\jmath)}, \tilde{\omega}_k = \omega_k + \xi_k^{(\omega)} \quad (10)$$

$$D\tilde{i}_k^{(\epsilon)} = D i_k^{(D\epsilon)} + \xi_k^{(Di\epsilon)}, D\tilde{i}_k^{(\jmath)} = D i_k^{(D\jmath)} + \xi_k^{(Di\jmath)}. \quad (11)$$

Будем предполагать, что помехи в уравнениях (9)–(11) имеют нулевое среднее.

Задача идентификации электромагнитных параметров двигателя постоянного тока может быть сформулирована следующим образом: необходимо определить оценки вектора коэффициентов $\hat{a} = (\hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 \hat{a}_4 \hat{a}_5)^T$ из уравнений (7), (8) по зашумленным последовательностям (9), (10), (11).

Расширенные инструментальные переменные (РИП)

Рассмотрим алгоритм идентификации параметров двигателя постоянного тока по уравнениям (7)–(11). Запишем уравнения в форме линейной регрессии:

$$\tilde{i}_k^{(\epsilon)} = \mathbf{a}_\epsilon^T \boldsymbol{\Phi}_k^{(\epsilon)} + \varepsilon_k^{(\epsilon)}, \quad (12)$$

$$\tilde{i}_k^{(я)} = \mathbf{a}_я^T \boldsymbol{\Phi}_k^{(я)} + \varepsilon_k^{(я)}, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Phi}_k^{(\varepsilon)} &= \left(\tilde{u}_k^{(\varepsilon)} \quad D\tilde{i}_k^{(\varepsilon)} \right)^T, \quad \mathbf{a}_\varepsilon = (a_1 \quad -a_2)^T, \quad \varepsilon_k^{(\varepsilon)} = \tilde{i}_k^{(\varepsilon)} - a_1 \tilde{u}_k^{(\varepsilon)} + a_2 D\tilde{i}_k^{(\varepsilon)}, \\ \boldsymbol{\Phi}_k^{(я)} &= \left(\tilde{u}_k^{(я)} \quad D\tilde{i}_k^{(я)} \quad \omega_k \right)^T, \quad \mathbf{a}_я = (a_3 \quad -a_4 \quad -a_5)^T, \\ \varepsilon_k^{(я)} &= \tilde{i}_k^{(я)} - a_3 \tilde{u}_k^{(я)} + a_4 D\tilde{i}_k^{(я)} + a_5 \omega_k. \end{aligned}$$

Наличие погрешностей измерений токов и напряжений и угловой скорости приводит к тому, что погрешности присутствуют как в правой, так и в левой части уравнений (12) и (13). Невязки в (12) и (13) являются функциями от коэффициентов \mathbf{a}_ε , $\mathbf{a}_я$. При наличии погрешностей в правой и левой части применение обычного метода наименьших квадратов приводит к смещенным оценкам, что отрицательно сказывается на их точности.

Если погрешности в уравнениях (9)–(11) являются «белым шумом», для оценки векторов коэффициентов может быть применен полный метод наименьших квадратов [9]. Для решения задачи полных наименьших квадратов разработаны эффективные численные алгоритмы [10–13].

Условие белозвучности помех на практике выполняется далеко не всегда. В случае, если известны автокорреляционные функции помех, может быть применен обобщенный метод полных наименьших квадратов [13]. Стоит отметить, что априорное знание значений автокорреляционных функций помех на практике встречается достаточно редко.

Альтернативным методом оценивания параметров при наличии помех в правой и левой частях уравнений является метод инструментальных переменных. Метод инструментальных переменных строится на предположении, что необходимо подобрать такие векторы $\boldsymbol{\Psi}_k^{(\varepsilon)}$, $\boldsymbol{\Psi}_k^{(я)}$, для которых выполнены условия:

$$\mathbf{A1.} \quad \mathbf{E} \left(\boldsymbol{\Psi}_k^{(\varepsilon)} \varepsilon_k^{(\varepsilon)} \right) = 0, \quad \mathbf{E} \left(\boldsymbol{\Psi}_k^{(я)} \varepsilon_k^{(я)} \right) = 0, \quad \text{где } \mathbf{E} \text{ — оператор математического ожидания.}$$

$$\mathbf{A2.} \quad \text{Матрицы } \mathbf{R}_{\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Phi}}^{(\varepsilon)} = \mathbf{E} \left(\boldsymbol{\Psi}_k^{(\varepsilon)} \left(\boldsymbol{\Phi}_k^{(\varepsilon)} \right)^T \right), \quad \mathbf{R}_{\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Phi}}^{(я)} = \mathbf{E} \left(\boldsymbol{\Psi}_k^{(я)} \left(\boldsymbol{\Phi}_k^{(я)} \right)^T \right) \text{ не являются}$$

сингулярными.

Выбор векторов инструментальных переменных, удовлетворяющих предположениям **A1**, **A2**, в общем случае является сложной задачей.

A3. Автокорреляционные функции шумов имеют конечное число ненулевых значений. Без потери общности будем предполагать, что число ненулевых значений в автокорреляционных функциях одинаково:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \left(\xi_k^{(i\varepsilon)} \xi_{k-m}^{(i\varepsilon)} \right) &= r_m^{(i\varepsilon)}, \quad \mathbf{E} \left(\xi_k^{(iя)} \xi_{k-m}^{(iя)} \right) = r_m^{(iя)}, \\ \mathbf{E} \left(\xi_k^{(u\varepsilon)} \xi_{k-m}^{(u\varepsilon)} \right) &= r_m^{(u\varepsilon)}, \quad \mathbf{E} \left(\xi_k^{(uя)} \xi_{k-m}^{(uя)} \right) = r_m^{(uя)}, \quad \mathbf{E} \left(\xi_k^{(\omega)} \xi_{k-m}^{(\omega)} \right) = r_m^{(\omega)}, \\ \mathbf{E} \left(\xi_k^{(Di\varepsilon)} \xi_{k-m}^{(Di\varepsilon)} \right) &= r_m^{(Di\varepsilon)}, \quad \mathbf{E} \left(\xi_k^{(Diя)} \xi_{k-m}^{(Diя)} \right) = r_m^{(Diя)}, \quad m = 1, M. \end{aligned}$$

При выполнении предположения **A3** задержанные на M отсчетов регрессионные векторы могут быть использованы в качестве векторов инструментальных переменных

$$\boldsymbol{\Psi}_k^{(\varepsilon)} = \boldsymbol{\Phi}_{k-M}^{(\varepsilon)}, \quad \boldsymbol{\Psi}_k^{(j)} = \boldsymbol{\Phi}_{k-M}^{(j)}. \quad (14)$$

Для улучшения точности оценок необходимо, чтобы размерности векторов инструментальных переменных были больше размерностей соответствующих регрессионных векторов $\dim \boldsymbol{\Psi}_k^{(\varepsilon)} > 2$, $\dim \boldsymbol{\Psi}_k^{(j)} > 3$.

Данная модификация получила название метода расширенных инструментальных переменных. Нахождение оценок методом расширенных инструментальных переменных предполагает решение переопределенной системы линейных алгебраических уравнений. Оценки векторов $\hat{\mathbf{a}}_j$, $\hat{\mathbf{a}}_\varepsilon$ параметров могут быть найдены как решения систем нормальных уравнений

$$\hat{\mathbf{a}}_j = \left(\left(\hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(j)} \right)^T \hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(j)} \right)^{-1} \left(\hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(j)} \right)^T \hat{\mathbf{r}}_{\Psi i}^{(j)}, \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{a}}_\varepsilon = \left(\left(\hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(\varepsilon)} \right)^T \hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(\varepsilon)} \right)^{-1} \left(\hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(\varepsilon)} \right)^T \hat{\mathbf{r}}_{\Psi i}^{(\varepsilon)}, \quad (16)$$

где $\hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(j)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Psi}_k^{(j)} \left(\boldsymbol{\Phi}_k^{(j)} \right)^T$, $\hat{\mathbf{r}}_{\Psi i}^{(j)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Psi}_k^{(j)} \tilde{z}_k^{(j)}$, $\hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(\varepsilon)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Psi}_k^{(\varepsilon)} \left(\boldsymbol{\Phi}_k^{(\varepsilon)} \right)^T$,

$$\hat{\mathbf{r}}_{\Psi i}^{(\varepsilon)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\Psi}_k^{(\varepsilon)} \tilde{z}_k^{(\varepsilon)}.$$

Для уменьшения чисел обусловленности (15) и (16) в [14] предложено использовать эквивалентную нормальной, расширенную систему [15]. Запишем уравнения (15) и (16) в виде эквивалентных нормальным, расширенных систем:

$$\left(\begin{array}{c|c} k_j \mathbf{I}_3 & \hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(j)} \\ \hline \left(\hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(j)} \right)^T & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} k_j^{-1} \mathbf{e} \\ \hat{\mathbf{a}}_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{r}}_{\Psi i}^{(j)} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$$\left(\begin{array}{c|c} k_\varepsilon \mathbf{I}_2 & \hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(\varepsilon)} \\ \hline \left(\hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(\varepsilon)} \right)^T & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} k_\varepsilon^{-1} \mathbf{e}_\varepsilon \\ \hat{\mathbf{a}}_\varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{r}}_{\Psi i}^{(\varepsilon)} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где $k_j = \frac{\sqrt{2}}{\mu_{\min}^{(j)}}$, $k_\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{\mu_{\min}^{(\varepsilon)}}$, $\mu_{\min}^{(j)}$, $\mu_{\min}^{(\varepsilon)}$ – минимальные собственные числа матриц

$\hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(j)}$, $\hat{\mathbf{R}}_{\Psi\Phi}^{(\varepsilon)}$; $\mathbf{I}_3, \mathbf{I}_2$ – единичные матрицы.

Полученные системы могут быть решены стандартными способами решения систем линейных уравнений, например на основе LU -разложения [9].

Численный эксперимент

Идентификация параметров на основе уравнений (17) и (18) была реализована в MATLAB и сравнена с методом наименьших квадратов. Значения токов и напряжений получены с помощью модели двигателя постоянного тока в MATLAB Simulink (рис. 1, 2).

Электромагнитные параметры электродвигателя: $R^{(e)} = 240 \text{ Ом}$,
 $L^{(e)} = 120 \text{ Гн}$, $R^{(a)} = 0.6 \text{ Ом}$, $L^{(a)} = 0.012 \text{ Гн}$, $\Phi = 0.9 \text{ Вб}$.
 Данному набору параметров соответствует вектор истинных параметров
 $\mathbf{a} = (0.0042 \quad 0.500 \quad 1.667 \quad 0.020 \quad 3.000)^T$.

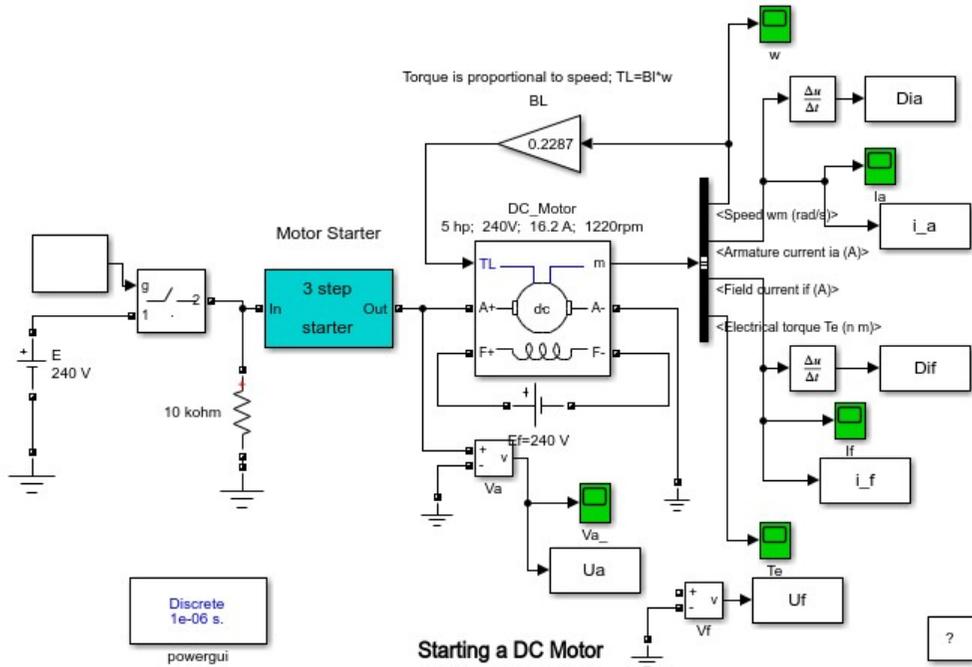


Рис. 1. Имитационная модель двигателя постоянного тока с независимой обмоткой возбуждения

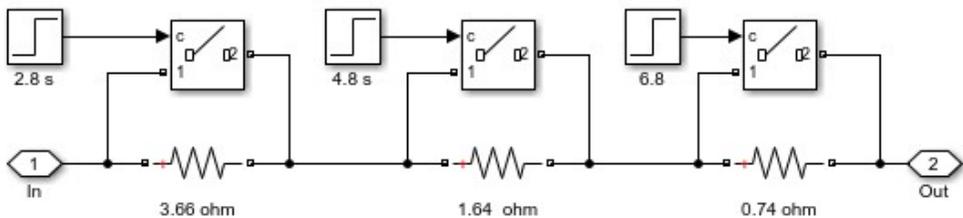


Рис. 2. Имитационная модель стартера двигателя постоянного тока с независимой обмоткой возбуждения

Результаты моделирования двигателя постоянного тока без измерительного шума представлены на рис. 3–5.

Частота дискретизации $f_d = 1000 \text{ Гц}$.

Для оценки качества модели использовалось среднеквадратическое отклонение оценок коэффициентов от истинных значений:

$$\delta a_j = \sqrt{\frac{\|\hat{a}_j - a_j\|^2}{\|a_j\|^2}} \cdot 100\%.$$

Результаты численного эксперимента для различных отношений «шум – сигнал» $\gamma = \sigma_{noise} / \sigma_{signal}$ приведены в табл. 1–3.

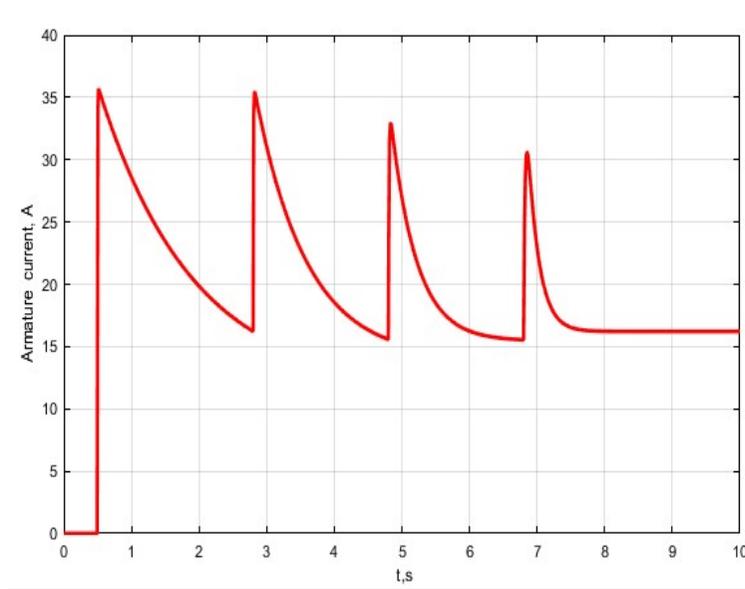


Рис. 3. Ток якоря

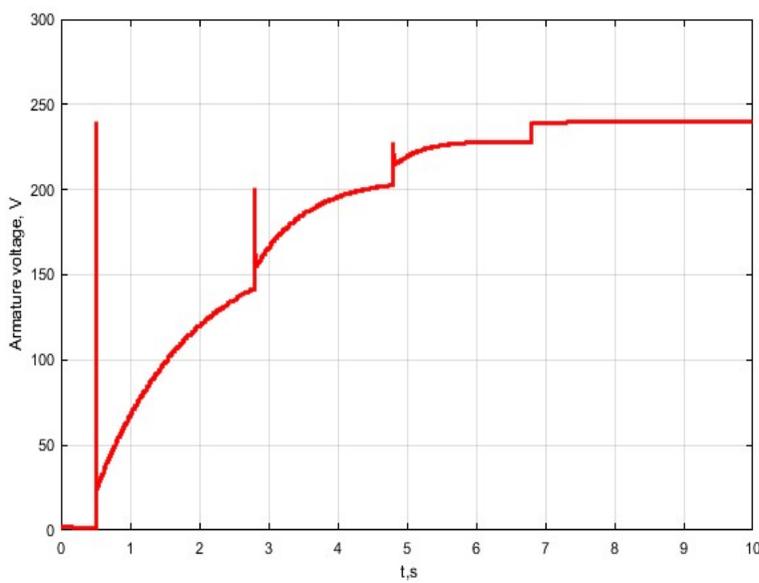


Рис. 4. Напряжение якоря

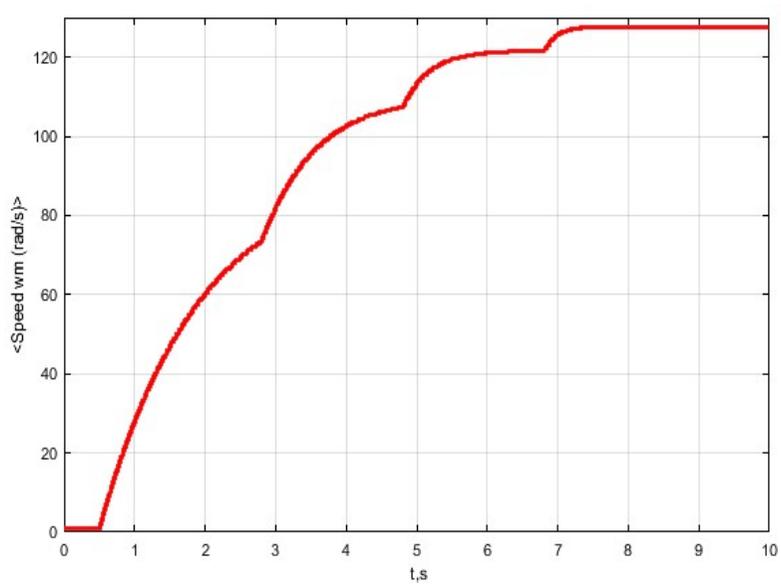


Рис. 5. Скорость вращения вала

Таблица 1

**Среднеквадратическое отклонение оценок коэффициентов
и электромагнитных параметров от истинных значений для $\gamma = 10^{-14}$**

Параметр	Истинное значение	$\delta a_{\text{мнк}}, \%$	$\delta a_{\text{лмнк}}, \%$	$\delta a_{\text{рун}}, \%$
a_1	0.0042	$1.1649 \cdot 10^{-9}$	$1.1646 \cdot 10^{-9}$	$8.2386 \cdot 10^{-10}$
a_2	0.500	0.0038	0.0038	0.0033
a_3	1.667	0.0011	0.0011	$6.6782 \cdot 10^{-4}$
a_4	0.020	0.0669	0.0669	0.0598
a_5	3.000	0.0011	0.0011	$6.7912 \cdot 10^{-4}$
$R^{(e)}$	240.00	$1.1649 \cdot 10^{-9}$	$1.1646 \cdot 10^{-9}$	$8.2386 \cdot 10^{-10}$
$L^{(e)}$	120.00	0.0038	0.0038	0.0033
$R^{(я)}$	0.6000	0.0011	0.0011	$6.6782 \cdot 10^{-4}$
$L^{(я)}$	0.0120	0.0680	0.0680	0.0605
Φ	0.900	$3.2042 \cdot 10^{-5}$	$3.2042 \cdot 10^{-5}$	$1.1295 \cdot 10^{-5}$

Таблица 2

**Среднеквадратическое отклонение оценок коэффициентов
и электромагнитных параметров от истинных значений для $\gamma = 10^{-2}$**

Параметр	Истинное значение	$\delta a_{\text{мнк}}, \%$	$\delta a_{\text{лмнк}}, \%$	$\delta a_{\text{рпн}}, \%$
a_1	0.0042	0.0051	0.0061	0.0149
a_2	0.500	$2.6439 \cdot 10^4$	$2.8370 \cdot 10^4$	$2.0005 \cdot 10^5$
a_3	1.667	2.9354	0.2695	2.0489
a_4	0.020	2.0255	4.3441	1.5261
a_5	3.000	3.1129	0.2960	2.1754
$R^{(\epsilon)}$	240.00	0.0051	0.0061	0.0148
$L^{(\epsilon)}$	120.00	$2.6438 \cdot 10^4$	$2.8368 \cdot 10^4$	$2.0002 \cdot 10^5$
$R^{(\gamma)}$	0.6000	3.0242	0.2702	2.0917
$L^{(\gamma)}$	0.0120	0.9374	4.0856	3.6498
Φ	0.900	0.1829	0.0266	0.1291

Таблица 3

**Среднеквадратическое отклонение оценок коэффициентов
и электромагнитных параметров от истинных значений для $\gamma = 10^{-1}$**

Параметр	Истинное значение	$\delta a_{\text{мнк}}, \%$	$\delta a_{\text{лмнк}}, \%$	$\delta a_{\text{рпн}}, \%$
a_1	0.0042	0.0667	0.1718	0.3277
a_2	0.500	$1.0448 \cdot 10^5$	$3.1821 \cdot 10^5$	$3.63 \cdot 10^6$
a_3	1.667	73.0831	12.5333	17.4251
a_4	0.020	80.5966	91.0145	57.2558
a_5	3.000	77.2674	13.0529	18.2012
$R^{(\epsilon)}$	240.00	0.2845	0.1893	0.0339
$L^{(\epsilon)}$	120.00	$1.1845 \cdot 10^6$	$1.0019 \cdot 10^6$	$3.6825 \cdot 10^6$
$R^{(\gamma)}$	0.6000	252.4508	6.1845	4.2744
$L^{(\gamma)}$	0.0120	261.4864	220.1770	283.6652
Φ	0.900	14.5416	0.6109	0.0209

Результаты эксперимента показали, что параметр a_2 в режиме нормальной работы электродвигателя не получается определять с достаточной точностью. Так как этот параметр связан с индуктивностью обмотки возбуждения, он может быть определен другими средствами измерений. Оценки остальных параметров, полученные методами полных наименьших квадратов и расширенных инструментальных переменных, оказываются точнее, чем оценки, полученные с помощью обыкновенных наименьших квадратов. Метод расширенных инструментальных переменных показывает лучшие результаты, чем метод полных наименьших квадратов. Это говорит о том, что метод инструментальных переменных более устойчив к погрешности аппроксимации производной.

Выводы

В статье предложен способ оценивания параметров двигателя постоянного тока с независимым возбуждением на основе метода расширенных инструментальных переменных. Для нахождения решения задачи расширенных инструментальных переменных используется расширенная система уравнений, эквивалентная нормальной. Данный подход позволяет уменьшить число обусловленности по сравнению с нормальной системой уравнений, не прибегая к разложениям Холецкого или LDL^T [9]. Численные эксперименты показали высокую точность предложенного подхода.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ruderman M., Krettek J., Hoffman F. and Betran T.* Optimal state space control of DC motor // IFAC Proceedings. Vol. 42(2), 5796–5801, (2008). DOI: 10.3182/20080706-5-KR-1001.00977.
2. *Krneta R., Antic S., Stojanovic D.* Recursive least square method in parameters identification of DC motors models // Facta Universitatis, 18(3), 467–478 (2005).
3. *Mamani G., Becedas J., Feliu-Batlle V.* On-line fast algebraic parameter and state estimation for a DC motor applied to adaptive control // Proceedings of the World Congress on Engineering. Ed. by S.I. Ao et al. Newswood Limited, London, 2008. Pp. 1006–1012.
4. *Hadef M., Mekideche M.R.* Moments and Pasek's methods for parameter identification of a DC motor // J. Zhejiang Univ. Sci., 12, 124–131 (2011). DOI: 10.1631/jzus.C0910795.
5. *Wu W.* DC Motor Parameter Identification Using Speed Step Responses // Modelling and Simulation in Engineering, Article ID 189757, (2012) DOI: 10.1155/2012/189757.
6. *Rubaai A., Kotaru R.* Online identification and control of a dc motor using learning adaptation of neural networks // IEEE Transactions on Industry Applications. 36(3), 935–942 (2000). DOI: 10.1109/28.845075.
7. *Jesenik M., Hamler A., Trbušić M., Trlep M.* The Use of Evolutionary Methods for the Determination of a DC Motor and Drive Parameters Based on the Current and Angular Speed Response // Mathematics. 8(8), 1269 (2020). DOI:10.3390/math8081269.
8. *Ivanov D.V., Sandler I.L., Chertykovtseva N.V. etc.* Identification of Parameters of DC Motor of Independent Excitation by Noisy Data // Proceedings – 2021 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2021. 2021. Pp. 194–198.
9. *Golub G.H., Van Loan C.F.* Matrix Computations. Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1996.
10. *Zhdanov A.I., Shamarov P.A.* Direct projection method in the problem of complete least squares // Autom. Remote Control. 61(4), 610–620 (2000).
11. *Ivanov D.V.* Identification of linear dynamic systems of fractional order with errors in variables based on an augmented system of equations // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физ.-мат. науки, 25:3 (2021), 508–518.
12. *Ivanov D., Zhdanov A.* Symmetrical Augmented System of Equations for the Parameter Identification of Discrete Fractional Systems by Generalized Total Least Squares // Mathematics 9, 2021, 24: 3250. <https://doi.org/10.3390/math9243250>

13. *Van Huffel S., Vandewalle J.* Analysis and properties of the generalized total least squares problem $AX \approx B$, when some or all columns in A are subject to error // *SIAM J. matrix anal. appl.* 10(3), 294–315 (1989).
14. *Ivanov D.V., Zhdanov A.I.* Numerically stable algorithm for identification of linear dynamical systems by extended instrumental variables // *J. Phys.: Conf. Ser.* 1745, 012077, (2021). DOI: 10.1088/1742-6596/1745/1/012077
15. *Björck Å.* Iterative refinement of linear least squares solutions I // *BIT Numerical Mathematics*, 7. 257–278 (1967). <https://doi.org/doi:10.1007/BF01939321>

Статья поступила в редакцию 01 февраля 2022 г.

IDENTIFICATION OF THE SEPARATELY EXCITED DC MOTOR WITH EXTENDED INSTRUMENTAL VARIABLES

D.V. Ivanov^{1,2}, I.L. Sandler^{2,3}, A.N. Diligenskaya³

¹Samara National Research University

34, Moskovskoe shosse st., Samara, 443086, Russian Federation

²Samara State University of Transport

2 B, Svobody st., Samara, 443066, Russian Federation

³Samara State Technical University

244, Molodogvardeyskay st., Samara, 443100, Russian Federation

E-mail: dvi85@list.ru, i.sandler@samgups.ru, adiligenskaya@mail.ru

Abstract. *The problem of identifying the parameters of a DC motor is considered. The presence of measurement errors of currents and voltages leads to errors in both input and output signals. Existing methods for identifying the parameters of a DC motor do not take into account the presence of errors in both the output and input signals. A discrete model of a DC motor designed for use in digital systems is explored. One of the advantages of this model is the reduction of the problem of parameter estimation to two reduced dimension problems. Reducing the dimension of the problems being solved improves their conditionality and reduces sensitivity to measurement errors. A new method for identifying the parameters of DC motor models is proposed. Parameter estimates are found based on the extended method of instrumental variables. To find estimates, the use of extended equivalent systems of equations is proposed. Extended equivalent systems make it possible to reduce the condition numbers. The conducted numerical experiments showed the advantage of the proposed algorithm over the least squares. The results of the work can be applied in the development of predictive diagnostic systems. The use of the proposed method for identifying the parameters of a DC motor also makes it possible to reduce the requirements for measuring devices due to less sensitivity to measurement errors.*

Keywords: *DC motor, instrumental variables, least squares, errors in variables*

REFERENCES

1. Ruderman M., Krettek J., Hoffman F. and Betran T. Optimal state space control of DC motor // IFAC Proceedings. Vol. 42(2), 5796–5801 (2008). DOI: 10.3182/20080706-5-KR-1001.00977.
2. Krneta R., Antic S., Stojanovic D. Recursive least square method in parameters identification of DC motors models // Facta Universitatis, 18(3), 467–478 (2005).
3. Mamani G., Becedas J., Feliu-Batlle V. On-line fast algebraic parameter and state estimation for a DC motor applied to adaptive control // Proceedings of the World Congress on Engineering. Ed. by S.I. Ao et al. Newswood Limited, London, 2008. Pp. 1006–1012.
4. Hadeif M., Mekideche M.R. Moments and Pasek's methods for parameter identification of a DC motor // J. Zhejiang Univ. Sci., 12, 124–131 (2011). DOI: 10.1631/jzus.C0910795.
5. Wu W. DC Motor Parameter Identification Using Speed Step Responses // Modelling and Simulation in Engineering, Article ID 189757, (2012) DOI: 10.1155/2012/189757.
6. Rubaai A., Kotaru R. Online identification and control of a dc motor using learning adaptation of neural networks // IEEE Transactions on Industry Applications. 36(3), 935–942 (2000). DOI: 10.1109/28.845075.
7. Jesenik M., Hamler A., Trbušić M., Trlep M. The Use of Evolutionary Methods for the Determination of a DC Motor and Drive Parameters Based on the Current and Angular Speed Response // Mathematics. 8(8), 1269 (2020). DOI:10.3390/math8081269.

^{1,2} Dmitry V. Ivanov (Ph.D. (Phys&Math)), Associate Professor.

^{2,3} Ilya L. Sandler, Senior Lecturer.

³ Anna N. Diligenskaya (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.

8. *Ivanov D.V., Sandler I.L., Chertykovtseva N.V. etc.* Identification of Parameters of DC Motor of Independent Excitation by Noisy Data // Proceedings - 2021 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2021. 2021. Pp. 194–198.
9. *Golub G.H., Van Loan C.F.* Matrix Computations. Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1996.
10. *Zhdanov A.I., Shamarov P.A.* Direct projection method in the problem of complete least squares // Autom. Remote Control. 61(4), 610–620 (2000).
11. *Ivanov D.V.* Identification of linear dynamic systems of fractional order with errors in variables based on an augmented system of equations // Vestnik SamGTU. Seria: Fiz.-math. nauki, 25(3), 2021, 508–518.
12. *Ivanov D., Zhdanov A.* Symmetrical Augmented System of Equations for the Parameter Identification of Discrete Fractional Systems by Generalized Total Least Squares // Mathematics 9, 2021, 24: 3250. <https://doi.org/10.3390/math9243250>
13. *Van Huffel S., Vandewalle J.* Analysis and properties of the generalized total least squares problem $AX \approx B$, when some or all columns in A are subject to error // SIAM J. matrix anal. appl. 10(3), 294–315 (1989).
14. *Ivanov D.V., Zhdanov A.I.* Numerically stable algorithm for identification of linear dynamical systems by extended instrumental variables // J. Phys.: Conf. Ser. 1745, 012077, (2021). DOI: 10.1088/1742-6596/1745/1/012077
15. *Björck Å.* Iterative refinement of linear least squares solutions I // BIT Numerical Mathematics, 7. 257–278, (1967). <https://doi.org/doi:10.1007/BF01939321>

УДК 517.9

СИНТЕЗ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ СПЕКТРАЛЬНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

В.А. Коваль¹, О.Ю. Торгашова², М.А. Соломин³

Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.
Россия, 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77

E-mail: koval.va@yandex.ru, olgatorg@gmail.com, solomin75@gmail.com

***Аннотация.** Предложено решение задачи синтеза системы управления распределенным нестационарным объектом, описываемым дифференциальным уравнением с частными производными с использованием аппарата линейных матричных неравенств. Система описывается вектором спектральной характеристики, компоненты которого представляют собой амплитуды мод разложения функции состояния в ряд Фурье по пространственной координате и времени. Вектор спектральной характеристики удовлетворяет бесконечной системе линейных алгебраических уравнений, которая получена для исходного дифференциального уравнения с частными производными спектральным методом. Для спектрального представления объекта в пространственно-временной области сформулированы критерии устойчивости, стабилизируемости и детектируемости. Предложена процедура синтеза регулятора, основу которой составляет решение задачи стабилизации при полной информации и по измеряемому выходу с использованием наблюдателя. Получено выражение для определения нестационарного матричного коэффициента передачи регулятора.*

***Ключевые слова:** распределенная система, ряд Фурье, спектральный метод, линейное матричное неравенство, синтез регулятора*

Введение

Распределенные системы управления в настоящее время получили широкое распространение. Особенностью таких систем является то, что для них учитывается зависимость состояния объекта не только от времени, но и от пространственных переменных. Для решения задач анализа и синтеза в распределенных системах управления разработаны различные методы, например методы теории оптимального управления, приводящие к интегральным, интегро-дифференциальным и дифференциальным уравнениям в частных производных [1–7]. Следует также выделить структурную теорию распределенных систем, позволяющую представить решение задачи в виде интеграла, связывающего вход и выход системы и содержащего функцию Грина

¹ Коваль Владимир Александрович, доктор технических наук, профессор.

² Торгашова Ольга Юрьевна, доктор технических наук, доцент.

³ Соломин Максим Андреевич, аспирант.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-38-90193.

[8, 9]. Недостатком этих методов является то, что все они приводят к уравнениям, содержащим производные или интегралы по пространственной координате. Частотные методы, в которых выполняется пространственно-частотная декомпозиция системы на отдельные контуры [10, 11], также имеют ограничение – предположение о том, что объект управления представляет собой недиспергируемую среду.

Отличительной особенностью спектрального метода является возможность перехода от исходного описания системы дифференциальным, интегральным или интегро-дифференциальным уравнением в частных производных к бесконечной системе уравнений, записанной относительно вектора спектральной характеристики. Спектральная характеристика представляет собой вектор, составленный из амплитуд пространственных мод разложения в ряд Фурье функции, описывающей состояние объекта. В случае разложения в ряд по пространственной переменной получаем бесконечную систему дифференциальных уравнений, в правую часть которой аддитивно входят граничные условия и другие внешние воздействия. Для такого представления системы могут применяться известные методы синтеза [12]. Для нестационарного объекта предлагается осуществлять разложение в ряд не только по пространственной переменной, но и по времени [13]. В этом случае получим бесконечную систему алгебраических уравнений, в которую также аддитивно входят граничные и начальные условия. Ниже будем называть такое спектральное представление пространственно-временным.

В работе сформулированы критерии устойчивости, стабилизируемости и детектируемости объекта управления на основе представления его математической модели в спектральной форме по пространственным переменным и времени. Для доказательства критериев использована теория линейных матричных неравенств [14], которая позволяет учесть параметрическую неопределенность объекта, источником которой являются неточность представления математической модели объекта управления и ограничение размерности бесконечных матриц, используемых при проведении вычислений спектральным методом. Исследованы вопросы сходимости полученных решений. Предложена процедура синтеза и найдено матричное представление передаточного коэффициента оптимального нестационарного регулятора.

Постановка задачи

Рассмотрим тепловой объект управления, описываемый нестационарным уравнением с частными производными, безразмерное представление которого имеет вид

$$\frac{\partial \theta(\xi, \tau)}{\partial \tau} = \alpha_0(\xi, \tau)\theta(\xi, \tau) + \alpha_1(\xi, \tau)\frac{\partial \theta(\xi, \tau)}{\partial \xi} + \alpha_2(\xi, \tau)\frac{\partial^2 \theta(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} + f(\xi, \tau),$$

$$\xi \in (0, 1), \tau > 0, \quad (1)$$

функция состояния которого $\theta(\xi, \tau)$ зависит от безразмерных пространственной и временной переменных ξ, τ , $\alpha_0(\xi, \tau), \alpha_1(\xi, \tau), \alpha_2(\xi, \tau)$ – известные коэффициенты, в общем случае зависящие от пространственной переменной ξ и времени τ , $f(\xi, \tau)$ – внешнее возмущение.

Начальные условия имеют вид

$$\theta(\xi, 0) = \theta_0(\xi), \xi \in [0, 1]. \quad (2)$$

Граничные условия определяются выражением

$$\Gamma_1[\theta(\xi, \tau)]_{\xi=0} = \theta_1(\tau), \quad \Gamma_2[\theta(\xi, \tau)]_{\xi=1} = \theta_2(\tau), \quad \tau \geq 0, \quad (3)$$

в котором запись $\Gamma_1[\theta(\xi, \tau)]_{\xi=0}$, $\Gamma_2[\theta(\xi, \tau)]_{\xi=1}$ обозначает операторы граничных условий. Будем считать, что управление объектом осуществляется с границ, то есть функции $\theta_1(\tau)$, $\theta_2(\tau)$ являются составляющими вектора управляющих воздействий:

$$u(\tau) = \text{colon}(\theta_1(\tau), \theta_2(\tau)). \quad (4)$$

Введем в рассмотрение вектор измеряемых переменных

$$y(\tau) = \text{colon}(\theta(\xi_1, \tau), \theta(\xi_2, \tau), \dots, \theta(\xi_r, \tau)), \quad (5)$$

где $y(\tau) \in R^r$ – вектор измеряемых выходов, представляющий собой вектор значений функции $\theta(\xi, \tau)$ в точках $\xi_i, i = \overline{1, r}$, r – количество измерительных устройств.

Для объекта управления (1)–(5) требуется синтезировать регулятор в форме линейной обратной связи по выходу:

$$u(\tau) = W_{uy}(\tau)y(\tau), \quad (6)$$

где $W_{uy}(\tau)$ – матрица передаточных коэффициентов, которая вследствие нестационарности объекта в общем случае зависит от времени τ .

Процедуру синтеза регулятора будем строить исходя из ограничения

$$J \leq \delta^2, \quad \delta^2 \rightarrow \min, \quad J = \int_0^1 \int_0^1 q \theta^2(\xi, \tau) d\xi d\tau, \quad q = \text{const}, \quad q > 0. \quad (7)$$

С применением спектрального метода рассматриваемая задача может быть сведена к задаче полуопределенного программирования. Ниже получим спектральную форму представления задачи.

Спектральное представление объекта в пространственно-временной области

Для решения задачи используется спектральное представление объекта управления. Представим функцию $\theta(\xi, \tau)$ в виде ряда Фурье по системе ортонормированных функций $\{P(h_1, \xi)\}, \{L_{h_2-1}(\tau)\} (h_1, h_2 = \overline{1, \infty})$ по пространственной и временной переменным:

$$\begin{aligned} \theta(\xi, \tau) &= \sum_{h_1=1}^{\infty} \sum_{h_2=1}^{\infty} \Phi_{\theta}(h_1, h_2) P(h_1, \xi) L_{h_2-1}(\tau) \delta; \\ \Phi_{\theta}(h_1, h_2) &= \int_0^1 \int_0^1 \theta(\xi, \tau) P(h_1, \xi) L_{h_2-1}(\tau) d\xi d\tau. \end{aligned} \quad (8)$$

В качестве системы разложения по переменной ξ использована система тригонометрических функций $\{P(h_1, \xi)\} (h_1 = \overline{1, \infty})$, ортонормированная на интервале $\xi \in [0, 1]$, по переменной τ – система функций Лагерра $\{L_{h_2-1}(\tau)\} (h_2 = \overline{1, \infty})$, ортонормированная на интервале $\tau \in [0, \infty)$ [15].

Согласно [12, 13] спектральное представление объекта управления (1)–(3)

в пространственно-временной области будет иметь вид

$$P_{01}\Phi_\theta + \Gamma_{01}^{00} = P_{\alpha_0}\Phi_\theta + P_{\alpha_1}(P_{10}\Phi_\theta + \Gamma_{10}^{00} + \Gamma_{10}^{01}) + \\ + P_{\alpha_2}(P_{20}\Phi_\theta + \Gamma_{20}^{10} + \Gamma_{20}^{11} + \Gamma_{20}^{00} + \Gamma_{20}^{01}) + \Phi_f, \quad (9)$$

где $\Phi_\theta \in R^{n_1 n_2}$, $n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – вектор спектральной характеристики функции $\theta(\xi, \tau)$, взятой по временной и пространственной переменным; P_{01} – операционная матрица дифференцирования первого порядка по переменной τ ; $\Gamma_{01}^{00} \in R^{n_1 n_2}$, $n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – вектор спектрального представления начальных условий; P_{10}, P_{20} – операционные матрицы дифференцирования первого порядка и второго порядка соответственно по переменной ξ ; $\Gamma_{10}^{00}, \Gamma_{10}^{01} \in R^{n_1 n_2}$, $n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – векторы спектрального представления граничных условий первого рода на границах $\xi = 0, \xi = 1$ соответственно (на значение ξ указывает второй символ верхнего индекса); $\Gamma_{20}^{00}, \Gamma_{20}^{01}, \Gamma_{20}^{10}, \Gamma_{20}^{11} \in R^{n_1 n_2}$, $n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – векторы спектрального представления граничных условий второго рода на границах $\xi = 0, \xi = 1$; $P_{\alpha_0}, P_{\alpha_1}, P_{\alpha_2}$ – операционные матрицы сомножителей $\alpha_0(\xi, \tau), \alpha_1(\xi, \tau), \alpha_2(\xi, \tau)$ соответственно; $\Phi_f \in R^{n_1 n_2}$, $n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – вектор спектральной характеристики функции $f(\xi, \tau)$. Выражения для вычисления операционных матриц приводятся в [13, 16].

Выражение (9) представляет собой бесконечную систему алгебраических уравнений, составленную относительно вектора спектральной характеристики Φ_θ в пространственно-временной области. Это выражение можно записать в виде

$$A\Phi_\theta = \Phi_\theta + B\Phi_u + \Phi_f, \\ A = P_{01} - P_{\alpha_1}P_{10} - P_{\alpha_2}P_{20} - P_{\alpha_0}, \quad \Phi_\theta = -\Gamma_{01}^{00}, \quad (10) \\ B\Phi_u = P_{\alpha_1}(\Gamma_{10}^{00} + \Gamma_{10}^{01}) + P_{\alpha_2}(\Gamma_{20}^{10} + \Gamma_{20}^{11} + \Gamma_{20}^{00} + \Gamma_{20}^{01}).$$

В выражении $B\Phi_u$ вектор Φ_u может быть выделен в явном виде

$$B_1 = -(P_{\alpha_1} + P_{\alpha_2})[P(\xi) \otimes I_{n_2}]_{\xi=0}, \quad B_2 = (P_{\alpha_1} + P_{\alpha_2})[P(\xi) \otimes I_{n_2}]_{\xi=1}, \\ B_3 = P_{\alpha_2} \left[\frac{\partial P(\xi)}{\partial \xi} \otimes I_{n_2} \right]_{\xi=0}, \quad B_4 = P_{\alpha_2} \left[\frac{\partial P(\xi)}{\partial \xi} \otimes I_{n_2} \right]_{\xi=1}, \quad (11)$$

$$P(\xi) = colon \{P(1, \xi), P(2, \xi), \dots\}, \quad \Phi_u = colon \{\Phi_{\theta_0^0}, \Phi_{\theta_1^0}, \Phi_{\theta_0^1}, \Phi_{\theta_1^1}\}.$$

Относительную погрешность представления квадратично-интегрируемой функции $\theta(\xi, \tau)$ рядом Фурье будем оценивать выражением

$$\Delta_{N_1 N_2} = \frac{\int_0^1 \int_0^1 \left[\bar{\theta}(\xi, \tau) - \sum_{h_1=1}^{N_1} \sum_{h_2=1}^{N_2} \Phi_\theta(h_1, h_2) P(h_1, x) L_{h_2-1}(\tau) \right]^2 d\xi d\tau}{\int_0^1 \int_0^1 \bar{\theta}^2(\xi, \tau) d\xi d\tau}, \quad (12)$$

где $\bar{\theta}(\xi, \tau)$ – решение, удовлетворяющее (1)–(3). Это решение может быть получено аналитически или численным методом.

Количество мод разложения N_1, N_2 для выполнения вычислительных процедур будем выбирать в соответствии с критерием

$$\Delta_{N_1 N_2} < \eta, \quad (13)$$

где η задается исходя из требований к точности пространственно-временного спектрального представления объекта.

С учетом спектрального представления объекта эквивалентная формулировка задачи (7) будет иметь вид

$$\Phi_0^T Q \Phi_0 \leq \delta^2, \quad Q = qI, \quad q > 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min, \quad (14)$$

где I – здесь и далее единичная матрица соответствующей размерности.

Анализ пространственно-временного спектрального представления объекта (9)–(11) и сравнение с решением, полученным аналитически или численным методом [17], позволяют определить необходимое количество спектральных мод для достижения заданной точности η . Далее будем полагать, что N_1, N_2 найдены, и использовать усеченные матрицы для описания объекта управления в пространственно-временной области и решения задачи синтеза.

Критерий устойчивости спектрального представления в пространственно-временной области

Пусть движение объекта (1)–(3) обусловлено только ненулевым начальным состоянием, функции граничных условий и внешнего воздействия равны нулю: $\theta_0^1(\tau) = 0, \theta_1^1(\tau) = 0, (\Phi_{\theta_0^1} = 0, \Phi_{\theta_1^1} = 0), f(\xi, \tau) (\Phi_f = 0)$. Спектральное представление (10) имеет вид

$$A \Phi_\theta = \Phi_0, \quad (15)$$

где $\Phi_\theta \in R^{n_1 n_2}, n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – неизвестный вектор спектральной характеристики, взятой по переменным τ, ξ ; $\Phi_0 \in R^{n_1 n_2}, n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – числовой вектор начальных условий; A – квадратная числовая $(n_1 n_2) \times (n_1 n_2)$ -матрица.

Вектор Φ_θ можно определить из выражения (15):

$$\Phi_\theta = A^{-1} \Phi_0. \quad (16)$$

Введем в рассмотрение эллипсоид, внутри которого должен находиться устойчивый объект управления (15), удовлетворяющий условию (14):

$$\mathcal{E} = \left\{ \Phi_\theta \in R^{n_1 n_2}; \Phi_0^T (A P A^T)^{-1} \Phi_0 \leq \delta^2 \right\}, \quad P = Q^{-1} = q^{-1} I, \quad P \succ 0, \quad (17)$$

$$\delta^2 \rightarrow \min.$$

Введем определение устойчивости системы (15).

Определение 1. Пространственно-временное спектральное представление (15) является устойчивым, если спектральная характеристика Φ_θ находится внутри эллипсоида (17), для которого величина δ^2 конечна.

Принимая во внимание связь (14) и (7), можно утверждать, что смысл определения устойчивости заключается в ограниченности энергии функции, описывающей состояние объекта управления. Таким образом, можно утверждать, что члены ряда более высокого порядка оказывают все меньшее влияние на решение, то есть $\lim_{n_1, n_2 \rightarrow \infty} q \Phi_\theta^2(n_1, n_2) = 0$.

Задача (17) представляет собой задачу полуопределенного программирования и может быть переписана в виде

$$\delta^2 - \Phi_0^T (APA^T)^{-1} \Phi_0 \geq 0, \delta^2 \rightarrow \min. \quad (18)$$

В соответствии с леммой Шура [14] будем иметь:

$$\begin{bmatrix} \delta^2 & \Phi_0^T \\ \Phi_0 & APA^T \end{bmatrix} \square 0, \delta^2 \rightarrow \min. \quad (19)$$

Для решения этой задачи может быть использован пакет YALMIP, разработанный для использования в системе Matlab [18].

Проверка условия определения 1 заключается в решении задачи (19) при увеличении n_1, n_2 и может быть сформулирована в форме критерия.

Утверждение 1. Критерий устойчивости системы (15). Пространственно-временное представление объекта (15) является устойчивым, если задача полуопределенного программирования (19) имеет решение и последовательности, составленные из $\hat{\delta}^2(n_1, n_2)$ при увеличении n_1, n_2 , имеют конечный предел.

Существование предела может быть установлено с применением алгоритма.

Алгоритм 1.

1. Задать начальные значения

$$n_1 = n_{10}, n_2 = n_{20}$$

и конечные значения

$$n_1 = N_1, n_2 = N_2.$$

В качестве n_{10}, n_{20} можно выбрать, например, $n_{10} = n_{20} = 1$. Выбор конечных значений N_1, N_2 определяется конкретно для каждого случая и может корректироваться в процессе вычислений.

2. Решить задачу полуопределенного программирования (19) с матрицами Φ_0, A , размерности которых соответствуют n_1, n_2 .

3. Увеличить n_2 на единицу.

Если $n_2 \leq N_2$, то перейти к пункту 2, иначе установить $n_2 = n_{20}$ и перейти к пункту 4.

4. Увеличить n_1 на единицу.

Если $n_1 \leq N_1$, то перейти к пункту 2, иначе перейти к пункту 5.

5. Составить из

$\delta^2(n_1, n_2)$ ($n_1 = \overline{n_{10}, N_1}, n_2 = \overline{n_{20}, N_2}$) числовые подпоследовательности, где для каждого n_1 индекс n_2 меняется в порядке возрастания, или наоборот, для каждого n_2 индекс n_1 меняется в порядке возрастания.

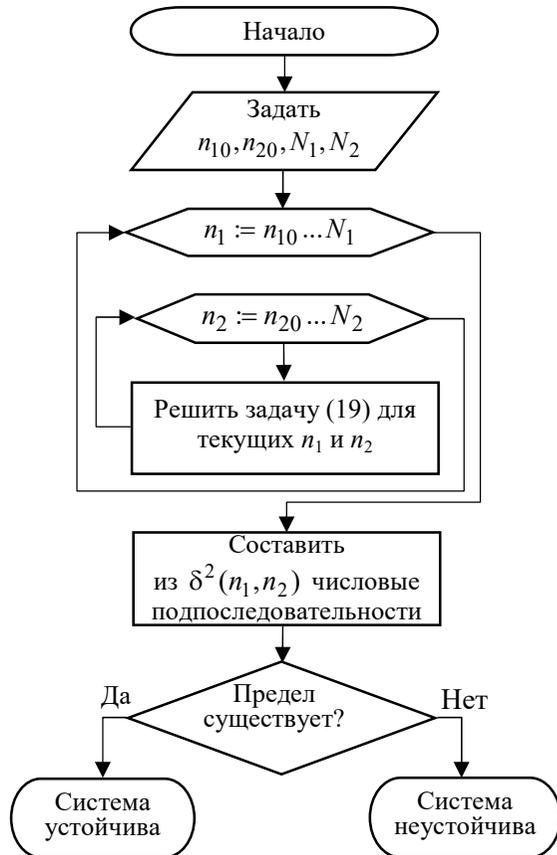


Рис. 1. Блок-схема алгоритма 1

6. По составленным подпоследовательностям проверить существование предела. Если предел существует, то пространственно-временное представление объекта (4)–(6) является устойчивым.

Блок-схема алгоритма 1 представлена на рис. 1.

Замечание 1. Матричное неравенство в задаче (19), решение которой позволяет судить об устойчивости, является линейным. При использовании данного неравенства в задаче построения обратной связи по вектору Φ_θ матрица A замкнутой системы будет содержать неизвестную матрицу регулятора и матричное неравенство окажется квадратичным относительно этой матрицы. Модифицируем неравенство из (19) таким образом, чтобы матричное неравенство являлось линейным.

В силу $P^{-1} = Q \succ 0$ выполняется $APA^T \succ 0$. В этом случае можно записать

$$APA^T \succ A + A^T - Q. \quad (20)$$

Доказательство данного утверждения приводится в [15]:

$$0 \prec (A - P^{-1})P(A - P^{-1})^T \prec APA^T - A - A^T + P^{-1}, \quad (21)$$

откуда следует (20).

Замена матричного блока APA^T в выражении (19) в соответствии с (21) позволяет сформулировать задачу полуопределенного программирования следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \delta^2 & \Phi_0^T \\ \Phi_0 & A + A^T - Q \end{bmatrix} \square 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min. \quad (22)$$

Решением задачи (22) является оценка сверху квадрата нормы вектора амплитуд пространственно-временных мод системы $\hat{\delta}^2$.

Стабилизация для системы с полной информацией

Рассмотрим задачу стабилизации линейного объекта в пространственно-временной спектральной форме представления (10) при условии, что известна полная информация о системе. Будем полагать, что управление осуществляется по принципу обратной связи, то есть

$$\Phi_u = K\Phi_\theta. \quad (23)$$

Запишем уравнение замкнутой системы:

$$(A - BK)\Phi_\theta = \Phi_0. \quad (24)$$

Для системы (24) определим эллипсоид

$$\mathcal{E} = \left\{ \Phi_\theta \in R^{n_1 n_2}; \Phi_0^T (\tilde{A}P\tilde{A}^T)^{-1} \Phi_0 \leq \delta^2 \right\}, \quad \tilde{A} = A - BK, \quad (25)$$

$$P = Q^{-1} = q^{-1}I, \quad P \succ 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min,$$

внутри которого должна находиться устойчивая замкнутая система (24).

Задача синтеза регулятора по критерию (25) может быть сформулирована в форме задачи полуопределенного программирования:

$$\begin{bmatrix} \delta^2 & \Phi_0^T \\ \Phi_0 & A + A^T - BK - K^T B^T - Q \end{bmatrix} \square 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min, \quad (26)$$

откуда определяется матрица регулятора K и оценка сверху квадрата нормы

вектора амплитуд пространственно-временных мод замкнутой системы $\hat{\delta}^2$.

Определение 2. Пространственно-временное спектральное представление (24) является стабилизируемым, если существует такая матрица K , для которой спектральное представление (24) является устойчивым.

Утверждение 2. Критерий стабилизируемости системы (24). Пространственно-временное спектральное представление системы (24) является стабилизируемым, если существует такая матрица K , для которой задача полуопределенного программирования (26) имеет решение $K, \hat{\delta}^2$ и последовательности, составленные из $\hat{\delta}^2(n_1, n_2)$ ($n_1 = \overline{n_{10}, N_1}, n_2 = \overline{n_{20}, N_2}$), имеют конечный предел.

Проверка утверждения 2 может быть выполнена по следующему алгоритму.

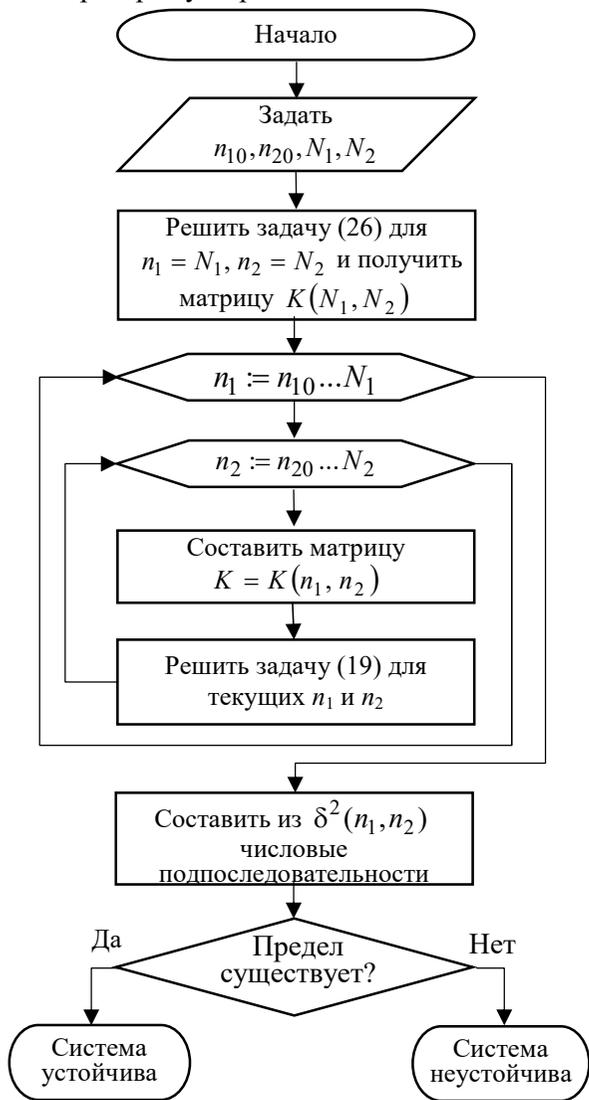


Рис. 2. Блок-схема алгоритма 2

Алгоритм 2.

1. Задать конечные значения $n_1 = N_1, n_2 = N_2$. Задать начальные значения $n_1 = n_{10}, n_2 = n_{20}$, например $n_{10} = n_{20} = 1$.
2. Решить задачу (26), получить $K(N_1, N_2), \delta^2(N_1, N_2)$.
3. Установить начальные значения $n_1 = n_{10}, n_2 = n_{20}$.
4. Составить матрицу K из строк и столбцов матрицы $K(N_1, N_2)$ с учетом новых размерностей $n_1 \leq N_1, n_2 \leq N_2$. Вычислить матрицу $\tilde{A} = A - BK$. Решить задачу (19) с вычисленной матрицей \tilde{A} . Определить $\delta^2(n_1, n_2)$.
5. Увеличить n_2 на единицу. Если $n_2 \leq N_2$, то перейти к пункту 4, иначе установить $n_2 = n_{20}$ и перейти к пункту 6.
6. Увеличить n_1 на единицу. Если $n_1 \leq N_1$, то перейти к пункту 4, иначе перейти к пункту 7.
7. Составить из $\delta^2(n_1, n_2)$ ($n_1 = \overline{n_{10}, N_1}, n_2 = \overline{n_{20}, N_2}$) числовые подпоследовательности, где для

каждого n_1 индекс n_2 меняется в порядке возрастания, или наоборот, для

каждого n_2 индекс n_1 меняется в порядке возрастания.

8. Для составленных подпоследовательностей проверить существование предела. Если предел существует, то представление объекта (15), (23) в пространственно-временной области является устойчивым.

Блок-схема алгоритма 2 представлена на рис. 2.

Замечание 2. Для распределенной системы (1)–(3) вектор Φ_θ заранее неизвестен, что делает невозможным практическое применение регулятора (23). Оценить вектор Φ_θ можно с помощью наблюдателя.

Замечание 3. Для выполнения пункта 4 алгоритма 2 сокращение порядка достигается умножением на матрицу

$$T = \begin{bmatrix} I_{n_1} & 0_{(N_1-n_1) \times n_1} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} I_{n_2} & 0_{(N_2-n_2) \times n_2} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

В этом случае матрицы системы более низкого порядка определяются следующим образом:

$$A(n_1, n_2) = T^T A(N_1, N_2) T, \quad \begin{bmatrix} B(n_1, n_2) & 0_{(n_1 n_2) \times (N_1 - n_1)} \end{bmatrix} = T^T B(N_1, N_2),$$

$$\begin{bmatrix} K(n_1, n_2) \\ [*]_{(N_1 - n_1) \times (n_1 n_2)} \end{bmatrix} = K(N_1, N_2) T, \quad (28)$$

где $0_{(n_1 n_2) \times (N_1 - n_1)}$ – нулевой матричный блок соответствующих размерностей, который следует отбросить; $[*]_{(N_1 - n_1) \times (n_1 n_2)}$ – ненулевой матричный блок соответствующих размерностей, который следует отбросить.

Стабилизация по измеряемому выходу с использованием наблюдателя

Рассмотрим систему

$$A\Phi_\theta = \Phi_\theta, \quad \Phi_y = C\Phi_\theta, \quad (29)$$

где $\Phi_\theta \in R^{n_1 n_2}$, $n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – вектор спектральной характеристики, взятой по переменным τ, ζ ; $\Phi_0 \in R^{n_1 n_2}$, $n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – числовой вектор начальных условий; A – квадратная числовая $(n_1 n_2) \times (n_1 n_2)$ -матрица, $n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$; $\Phi_y \in R^{m_1}$, $n_1 = \overline{1, \infty}$ – вектор амплитуд временных мод функций $\theta_k(\tau) = \theta(\xi_k, \tau)$, в точках измерения $k = \overline{1, r}$, r – количество точек измерения; C – числовая $(r n_1) \times (n_1 n_2)$ -матрица.

Будем называть наблюдателем систему

$$A\hat{\Phi}_\theta = L(\Phi_y - C\hat{\Phi}_\theta), \quad \Phi_y = C\hat{\Phi}_\theta, \quad (30)$$

в уравнение которой входит рассогласование выхода Φ_y и его оценки $C\hat{\Phi}_\theta$. Матрица L неизвестна и подлежит определению.

Невязка $e = \Phi_\theta - \hat{\Phi}_\theta$ должна удовлетворять уравнению

$$(A + LC)e = \Phi_0. \quad (31)$$

Для системы (31) требуется решить задачу выбора матрицы L при условии

$$e^T Q_e e \leq \delta^2, \quad Q_e = q_e I, \quad \delta^2 \rightarrow \min. \quad (32)$$

Для этого следует решить задачу полуопределенного программирования:

$$\begin{bmatrix} \delta^2 & \Phi_0^T \\ \Phi_0 & A + A^T + LC + C^T L^T - Q_e \end{bmatrix} \square 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min. \quad (33)$$

Уравнение (33) можно рассматривать как систему с матрицами A^T, C^T , замкнутую обратной связью, пропорциональной вектору невязки e с матричным коэффициентом $-L^T$.

Сформулируем определение детектируемости системы (29).

Определение 3. Спектральное представление (29) в пространственно-временной области является стабилизируемым, если существует такая матрица L , для которой спектральное представление (31) является устойчивым.

Утверждение 3. Критерий детектируемости системы (29). Спектральное представление системы (29) в пространственно-временной области является детектируемым, если существует такая матрица L , для которой задача полуопределенного программирования (33) имеет решение L, δ^2 и последовательности, составленные из $\hat{\delta}^2(n_1, n_2)$ ($n_1 = \overline{n_{10}, N_1}, n_2 = \overline{n_{20}, N_2}$), имеют конечный предел.

Проверка утверждения 3 может быть выполнена по алгоритму 3, дуальному по отношению к алгоритму 2.

Алгоритм 3.

1. Задать конечные значения $n_1 = N_1, n_2 = N_2$. Эти значения могут быть оценены по алгоритму 1 либо быть выбраны «достаточно большими». Задать начальные значения $n_1 = n_{10}, n_2 = n_{20}$, например $n_{10} = n_{20} = 1$.

2. Решить задачу (33), получить $L(N_1, N_2), \delta^2(N_1, N_2)$.

3. Установить начальные значения $n_1 = n_{10}, n_2 = n_{20}$.

4. Составить матрицу L из строк и столбцов матрицы $L(N_1, N_2)$ с учетом новых размерностей n_1, n_2 . Вычислить матрицу $\tilde{A} = A + LC$. Решить задачу (19) с вычисленной матрицей \tilde{A} . Определить $\delta^2(n_1, n_2)$. Вернуться к пункту 3.

5. Увеличить n_2 на единицу. Если $n_2 \leq N_2$, то перейти к пункту 4, иначе установить $n_2 = n_{20}$ и перейти к пункту 6.

6. Увеличить n_1 на единицу.

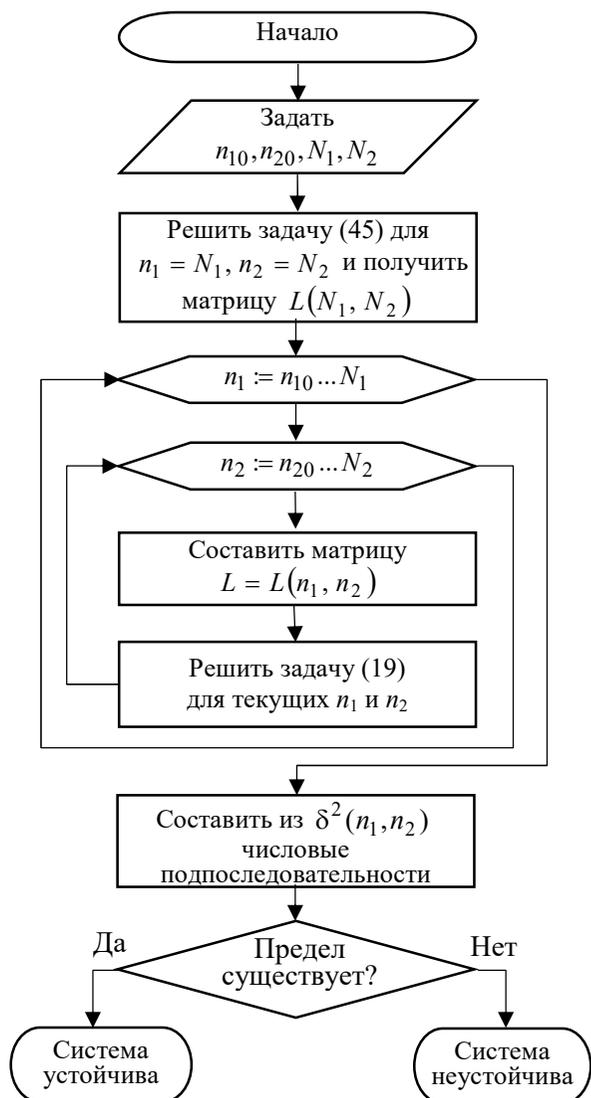


Рис. 3. Блок-схема алгоритма 3

Если $n_1 \leq N_1$, то перейти к пункту 4, иначе перейти к пункту 7.

7. Составить из $\delta^2(n_1, n_2) \left(\overline{n_1 = n_{10}, N_1}, \overline{n_2 = n_{20}, N_2} \right)$ числовые подпоследовательности, где для каждого n_1 индекс n_2 меняется в порядке возрастания, или наоборот, для каждого n_2 индекс n_1 меняется в порядке возрастания.

8. Для составленных подпоследовательностей проверить существование предела. Если предел существует, то пространственно-временное представление объекта (30) является устойчивым.

Блок-схема алгоритма 3 представлена на рис. 3.

Замечание 4. Для выполнения пункта 4 алгоритма 3 сокращение порядка достигается умножением на матрицу

$$T = \begin{bmatrix} I_{n_1} & 0_{(N_1-n_1) \times n_1} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} I_{n_2} & 0_{(N_2-n_2) \times n_2} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

В этом случае матрицы системы более низкого порядка определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} A(n_1, n_2) &= T^T A(N_1, N_2) T, \\ \begin{bmatrix} L(n_1, n_2) & [*]_{(n_1 n_2) \times (N_1 - n_1)} \end{bmatrix} &= T^T L(N_1, N_2) \begin{bmatrix} C(n_1, n_2) \\ 0_{(N_1 - n_1) \times (n_1 n_2)} \end{bmatrix} = C(N_1, N_2) T, \end{aligned} \quad (35)$$

где $0_{(N_1 - n_1) \times (n_1 n_2)}$ – нулевой матричный блок соответствующих размерностей, который следует отбросить; $[*]_{(n_1 n_2) \times (N_1 - n_1)}$ – ненулевой матричный блок соответствующих размерностей, который следует отбросить.

Синтез регулятора

Рассмотрим объект вида

$$A\Phi_\theta = B\Phi_u + G\Phi_w, \quad \Phi_y = C\Phi_\theta, \quad (36)$$

где $\Phi_\theta \in R^{n_1 n_2}$, $n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – вектор спектральной характеристики функции $\theta(\xi, \tau)$, взятой по переменным ξ, τ ; $\Phi_u \in R^{2n_1}$, $n_1 = \overline{1, \infty}$ – вектор спектральной характеристики управления (4), взятой по переменной τ ; $G\Phi_w = \Phi_f$ – вектор спектральной характеристики возмущения; $\Phi_y \in R^{m_1}$, $n_1 = \overline{1, \infty}$ – вектор, составленный из спектральных характеристик компонент вектора измеряемых переменных $y(\tau)$, взятых по переменной τ в точках измерения $\xi_i, i = \overline{1, r}$, r – количество точек измерения; A, B, C, G – числовые матрицы, матрица A имеет размерность $(n_1 n_2) \times (n_1 n_2)$, $B - (n_1 n_2) \times (2n_1)$, $C - (m_1) \times (n_1 n_2)$, размерность матрицы G определяется размерностью вектора Φ_w (в случае возмущения, аддитивного управлению, будем иметь размерность $(n_1 n_2) \times (2n_1)$). Будем полагать, что энергия возмущения ограничена: $\|\Phi_w\|_2^2 \leq \varepsilon^2$.

Дополним объект (36) регулятором

$$A\hat{\Phi}_\theta = B\hat{\Phi}_u + L(\hat{\Phi}_y - C\hat{\Phi}_\theta), \quad \hat{\Phi}_u = K\hat{\Phi}_\theta, \quad (37)$$

представляющим совокупность обратной связи по состоянию и наблюдающего устройства.

Составим уравнение замкнутой системы относительно вектора $\bar{\Phi} = colon\{\Phi_\theta, e\}$, где e – невязка, удовлетворяющая выражению (31):

$$\begin{bmatrix} A-BK & BK \\ 0 & A+LC \end{bmatrix} \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} G \\ G \end{bmatrix} \Phi_w, \quad (38)$$

или

$$\bar{A} \bar{\Phi} = \bar{G} \Phi_w. \quad (39)$$

Задача (22), сформулированная для системы (39), будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} \delta^2 & \Phi_w^T \bar{G}^T \\ \bar{G} \Phi_w & \bar{A} + \bar{A}^T - \bar{Q} \end{bmatrix} \square 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min, \quad \bar{Q} = \text{diag} \{Q, Q_e\}. \quad (40)$$

С использованием леммы Шура задача (40) может быть переписана в более удобном виде. Для этого представим ее в следующей эквивалентной записи:

$$(\bar{A} + \bar{A}^T - \bar{Q}) - \delta^{-2} \bar{G} \Phi_w \Phi_w^T \bar{G}^T \square 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min. \quad (41)$$

В силу того, что справедливо неравенство $\Phi_w \Phi_w^T \square \|\Phi_w\|^2 I_{2n_1}$, перепишем (41) в виде

$$(\bar{A} + \bar{A}^T - \bar{Q}) - \varepsilon^2 \delta^{-2} \bar{G} \bar{G}^T \square 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min, \quad (42)$$

или в силу леммы Шура

$$\begin{bmatrix} \frac{\delta^2}{\varepsilon^2} I_{2n_1} & \bar{G}^T \\ \bar{G} & \bar{A} + \bar{A}^T - \bar{Q} \end{bmatrix} \square 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min. \quad (43)$$

Отметим, что размерность блока $\frac{\delta^2}{\varepsilon^2} I_{2n_1}$ соответствует размерности вектора Φ_w . Если выбрать возмущение $\|\Phi_w\|^2 \leq 1$, то задача (43) принимает вид

$$\begin{bmatrix} \delta^2 I_{2n_1} & \bar{G}^T \\ \bar{G} & \bar{A} + \bar{A}^T - \bar{Q} \end{bmatrix} \square 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min, \quad (44)$$

или с учетом структуры матриц расширенной системы (38)

$$\begin{bmatrix} \delta^2 I_{2n_1} & G^T & G^T \\ G & A + A^T - BK - K^T B^T - Q & BK \\ G & K^T B^T & A + A^T + LC + C^T L^T - Q_e \end{bmatrix} \square 0, \quad \delta^2 \rightarrow \min. \quad (45)$$

Теорема 1. Пусть K, L, δ^2 – решение задачи (45), и пусть последовательности, составленные из $\delta^2(n_1, n_2)$ ($n_1 = \overline{n_{10}, N_1}, n_2 = \overline{n_{20}, N_2}$), имеют предел. Тогда регулятор (37) стабилизирует объект (36).

Алгоритм 4 исследования устойчивости замкнутой системы на основе пространственно-временного спектрального представления (36), (37) (рис. 4).

1. Задать конечные значения $n_1 = N_1, n_2 = N_2$. Задать начальные значения $n_1 = n_{10}, n_2 = n_{20}$, например $n_{10} = n_{20} = 1$.
2. Решить задачу (45), получить $K(N_1, N_2), L(N_1, N_2), \delta^2(N_1, N_2)$.
3. Установить начальные значения $n_1 = n_{10}, n_2 = n_{20}$.
4. Составить матрицы K, L из строк и столбцов матриц $K(N_1, N_2), L(N_1, N_2)$ с учетом новых размерностей $n_1 \leq N_1, n_2 \leq N_2$.

Вычислить матрицу $\bar{A} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A + LC \end{bmatrix}$. Решить задачу (22) с вычисленной матрицей \bar{A} . Определить $\delta^2(n_1, n_2)$.

5. Увеличить n_2 на единицу. Если $n_2 \leq N_2$, то перейти к пункту 4, иначе установить $n_2 = n_{20}$ и перейти к пункту 6.

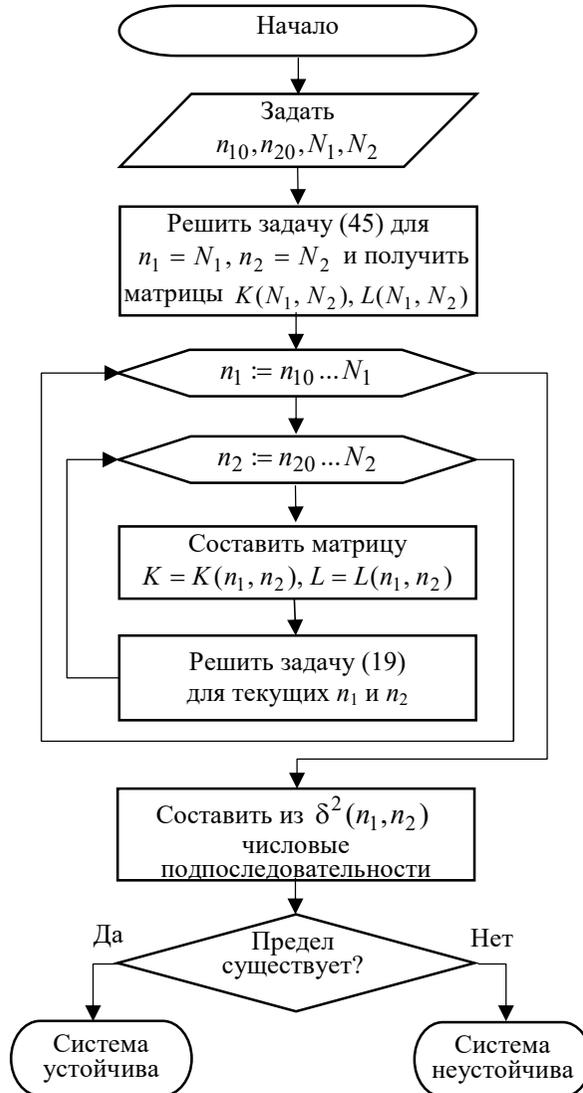


Рис. 4. Блок-схема алгоритма 4

6. Увеличить n_1 на единицу. Если $n_1 \leq N_1$, то перейти к пункту 4, иначе перейти к пункту 7.

7. Составить из $\delta^2(n_1, n_2)$ ($n_1 = \overline{n_{10}, N_1}, n_2 = \overline{n_{20}, N_2}$) числовые подпоследовательности, где для каждого n_1 индекс n_2 меняется в порядке возрастания, или наоборот, для каждого n_2 индекс n_1 меняется в порядке возрастания.

8. Для составленных подпоследовательностей проверить существование

предела. Если предел существует, то пространственно-временное представление системы (36), (37) является устойчивым.

Замечание 5. Конечные значения N_1, N_2 могут быть оценены по алгоритму 1 либо быть выбраны «достаточно большими». Обычно точность решения в 3–5 % обеспечивается при учете 7–9 членов ряда по каждой из координат.

Замечание 6. Решением задачи синтеза является оценка сверху величины δ^2 . Согласно (13), величина δ^2 ограничивает $\|\Phi_\theta\|^2$. Пусть решение задачи (45) существует и найденный регулятор обеспечивает устойчивость замкнутой системы. О качестве найденного решения позволяет судить анализ переходных процессов в системе с найденным законом управления. Если качество переходных процессов неудовлетворительное, то следует задать величину δ^2 больше, чем получено при решении задачи (45), и найти K, L из решения линейного матричного неравенства, входящего в (45), для выбранного δ^2 .

Замечание 7. Для выполнения пункта 4 алгоритма 4 сокращение порядка достигается умножением на матрицу

$$T = \begin{bmatrix} I_{n_1} & 0_{(N_1-n_1) \times n_1} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} I_{n_2} & 0_{(N_2-n_2) \times n_2} \end{bmatrix}. \quad (46)$$

В этом случае матрицы системы более низкого порядка определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} A(n_1, n_2) &= T^T A(N_1, N_2) T, \\ \begin{bmatrix} B(n_1, n_2) & 0_{(n_1 n_2) \times (N_1 - n_1)} \end{bmatrix} &= T^T B(N_1, N_2), \\ \begin{bmatrix} L(n_1, n_2) & [*]_{(n_1 n_2) \times (N_1 - n_1)} \end{bmatrix} &= T^T L(N_1, N_2), \begin{bmatrix} C(n_1, n_2) \\ 0_{(N_1 - n_1) \times (n_1 n_2)} \end{bmatrix} = C(N_1, N_2) T, \\ \begin{bmatrix} K(n_1, n_2) \\ [*]_{(N_1 - n_1) \times (n_1 n_2)} \end{bmatrix} &= K(N_1, N_2) T, \end{aligned} \quad (47)$$

где $0_{(n_1 n_2) \times (N_1 - n_1)}$, $0_{(N_1 - n_1) \times (n_1 n_2)}$ – нулевые матричные блоки соответствующих размерностей, которые следует отбросить; $[*]_{(n_1 n_2) \times (N_1 - n_1)}$, $[*]_{(N_1 - n_1) \times (n_1 n_2)}$ – ненулевые матричные блоки соответствующих размерностей, которые следует отбросить.

Замечание 8. Построение данного регулятора выполнено в спектральной области представления. Для применения данного регулятора следует записать его в форме коэффициента передачи от измеряемого выхода к управляющему входу.

Определение матрицы передаточных коэффициентов регулятора

Получим матрицу передаточных коэффициентов регулятора, выразив из первого уравнения (37) $\hat{\Phi}_\theta$ и подставив во второе:

$$\Phi_u = K(A - BK + LC)^{-1} L \Phi_y. \quad (48)$$

Осуществим переход от векторов спектральных характеристик Φ_u, Φ_y , взятых по переменной τ , к исходным переменным $u(\tau), y(\tau)$. Вектор спектральных характеристик управляющих входов составлен из амплитуд спектральных мод функций граничных условий. Вектор спектральных

характеристик измеряемых выходов Φ_y составлен из амплитуд временных мод функций $\theta_k(\tau) = \theta(\xi_k, \tau)$, в точках измерения $k = \overline{1, r}$, r – количество точек измерения, то есть $\Phi_y = colon \{ \Phi_{y_1}, \Phi_{y_2}, \dots, \Phi_{y_r} \}$.

Обобщим вектор $u(\tau)$ на случай m управляющих входов: $\Phi_u = colon \{ \Phi_{u_1}, \Phi_{u_2}, \dots, \Phi_{u_m} \}$.

Для управляющих входов и измеряемых выходов справедливы следующие выражения:

$$\begin{aligned} u_i(\tau) &= \sum_{h_2=1}^{\infty} \Phi_{u_i}(h_2) L_{h_2-1}(\tau), \quad i = \overline{1, m}, \\ y_k(\tau) &= \sum_{h_2=1}^{\infty} \Phi_{y_k}(h_2) L_{h_2-1}(\tau), \quad k = \overline{1, r}. \end{aligned} \quad (49)$$

Векторно-матричная запись (49) имеет вид

$$u = M_u(\tau) \Phi_u, \quad y = M_y(\tau) \Phi_y \quad (50)$$

или

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_0(\tau) & L_1(\tau) & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & L_0(\tau) & L_1(\tau) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{u_1}(1) \\ \Phi_{u_1}(2) \\ \dots \\ \Phi_{u_m}(1) \\ \Phi_{u_m}(2) \\ \dots \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_0(\tau) & L_1(\tau) & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & L_0(\tau) & L_1(\tau) & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{y_1}(1) \\ \Phi_{y_1}(1) \\ \dots \\ \Phi_{y_r}(1) \\ \Phi_{y_r}(1) \\ \dots \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (51)$$

откуда можно получить выражения для матриц $M_u(\tau)$, $M_y(\tau)$:

$$M_u(\tau) = I_m \otimes \begin{bmatrix} L_0(\tau) \\ L_1(\tau) \\ \dots \end{bmatrix}, \quad M_y(\tau) = I_r \otimes \begin{bmatrix} L_0(\tau) \\ L_1(\tau) \\ \dots \end{bmatrix}. \quad (52)$$

Подставим (52) в (48):

$$u(\tau) = M_u(\tau) K (A - BK + LC)^{-1} L M_y^+(\tau) y(\tau), \quad (53)$$

где $M_y^+(\tau) = M_y^T(\tau) [M_y(\tau) M_y^T(\tau)]^{-1}$ – псевдообратная матрица.

Нетрудно показать, что $M_y^+(\tau)$ определяется выражением

$$M_y^+(\tau) = \frac{1}{\sum_{h_2=1}^{\infty} L_{h_2-1}^2(\tau)} \left(I_r \otimes \begin{bmatrix} L_0(\tau) \\ L_1(\tau) \\ \dots \end{bmatrix} \right). \quad (54)$$

Из (53) следует, что матрица коэффициентов передачи регулятора определяется выражением

$$W_{uy}(\tau) = M_u(\tau)K(A - BK + LC)^{-1}LM_y^+(\tau). \quad (55)$$

Анализ выражения (55) показывает, что в случае нестационарного объекта матричный коэффициент передачи регулятора, построенного по принципу обратной связи, зависит от времени.

Пример. Рассмотрим задачу управления объектом, который описывается уравнением теплопроводности в безразмерном виде с переменным коэффициентом $k(\tau)$ [13]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta(\xi, \tau)}{\partial \tau} &= 2.5714 \frac{\partial^2 \theta(\xi, \tau)}{\partial \xi^2} - k(\tau)\theta(\xi, \tau), \quad \xi \in (0, 1), \tau \in (0, \infty), \\ k(\tau) &= 10.5 \begin{cases} 2\tau, & \tau \in [0, 0.4), \\ 1.33(1-\tau), & \tau \in [0.4, 0.6), \\ 0.53, & \tau \in [0.6, \infty), \end{cases} = \\ &= 10.5 \{2\tau(1(\tau) - 1(\tau - 0.4)) + 1.33(1-\tau)(1(\tau - 0.4) - 1(\tau - 0.6)) + 0.53 \cdot 1(\tau - 0.6)\}. \end{aligned} \quad (56)$$

В качестве управления будем использовать значение переменной θ на левой границе:

$$\theta(\xi, \tau)|_{\xi=0} = \theta_1(\tau). \quad (57)$$

Начальные условия нулевые:

$$\theta(\xi, \tau)|_{\tau=0} = 0, \quad \xi \in [0, 1]. \quad (58)$$

На левой границе действует возмущение, аддитивное с управлением:

$$w(\tau) = e^{-0.7\tau} \cdot 1(\tau), \quad (59)$$

которое удовлетворяет условию ограниченности нормы $\|\Phi_w\|_2^2$.

Измерение осуществляется в двух точках: $\xi_1 = 0.05$, $\xi_2 = 0.95$.

Требуется синтезировать регулятор для решения задачи стабилизации, чтобы ошибка регулирования в каждой точке пространства не превышала 5 % от номинального значения температуры, что в относительных единицах составляет 0,05.

Спектральное представление объекта имеет вид (36). Для получения спектрального представления использовались система функций Лагерра и система тригонометрических функций

$$P(\xi) = \{1, \sqrt{2} \cos(\pi\xi), \sqrt{2} \cos(2\pi\xi), \sqrt{2} \cos(3\pi\xi), \dots\}. \quad (60)$$

Анализ спектрального представления объекта (56)–(58) при граничных условиях второго рода выполнен в [13]. Полученное решение сравнивалось

с решением данной задачи, представленным в [19]. Была вычислена относительная погрешность по выражению (12). В качестве $\bar{\theta}(\xi, \tau)$ использовалось решение в форме ряда, составленного из 9 членов, представленное в [19]. Относительная погрешность $\Delta_{N_1 N_2}$, вычисленная для $N_1 = N_2 = 7$, составила $\Delta_{N_1 N_2} = 0.001$.

Выполним синтез регулятора в соответствии с теоремой 1. Решим задачу полуопределенного программирования (45). При решении задачи будем считать, что весовые матрицы $Q = Q_e = I$. Решим задачу синтеза для случая $N_1 = N_2 = 15$ и исследуем устойчивость решения. Результаты исследования устойчивости для $n_1 = 5, 15$ функций разложения по переменной τ отображены в таблице. Проведенные вычисления показывают, что выбранные подпоследовательности имеют конечный предел.

Исследование существования предела подпоследовательностей $\delta^2(n_1, 5), \delta^2(n_1, 15)$

n_1	n_2	$\delta^2(n_1, n_2) \cdot 10^{-4}$	$\frac{\delta^2(n_1, n_2)}{\delta^2(n_1 - 1, n_2 - 1)}$	n_1	n_2	$\delta^2(n_1, n_2) \cdot 10^{-4}$	$\frac{\delta^2(n_1, n_2)}{\delta^2(n_1 - 1, n_2 - 1)}$
1	5	0,5082	0	1	15	0,7459	0
2	5	2,5843	5,0849	2	15	0,2105	0,2822
3	5	3,9043	1,5107	3	15	0,1892	0,8988
4	5	2,2341	0,5722	4	15	0,1920	1,0150
5	5	2,4205	1,0834	5	15	0,2366	1,2319
6	5	2,2300	0,9213	6	15	0,2664	1,1260
7	5	2,3348	1,0470	7	15	0,3225	1,2107
8	5	2,3267	0,9965	8	15	0,3552	1,1016
9	5	2,3864	1,0257	9	15	0,3969	1,1173
10	5	2,4060	1,0082	10	15	0,4189	1,0554
11	5	2,4202	1,0059	11	15	0,4333	1,0345
12	5	2,4244	1,0017	12	15	0,4404	1,0164
13	5	2,4018	0,9907	13	15	0,4301	0,9764
14	5	2,3841	0,9926	14	15	0,4268	0,9923
15	5	2,3420	0,9823	15	15	0,4040	0,9466

Исходя из анализа подпоследовательностей выберем $N_1 = 13, N_2 = 5$. Значение нормы вектора пространственно-временной спектральной характеристики Φ_0 замкнутой системы (38) при заданном внешнем возмущении (59) составляет $\|\Phi_0\| = 0,0036$. График функции $\theta(\xi, \tau)$, соответствующий вектору Φ_0 , может быть получен по выражению

$$\theta(\xi, \tau) = \sum_{h_1=1}^{N_1} \sum_{h_2=1}^{N_2} \Phi_0(h_1, h_2) P(h_1, \xi) L_{h_2-1}(\tau). \quad (61)$$

Этот график соответствует идеальному случаю, когда динамика объекта неявно учитывается в представлении функции рядом Фурье. Для моделирования

динамического поведения объекта дифференциальным уравнением получим матрицу передаточных коэффициентов регулятора (55):

$$W_{wy}(\tau) = \frac{1}{\sum_{h_2=1}^{N_2} L_{h_2-1}^2(\tau)} [W_{wy11}(\tau) \quad W_{wy12}(\tau)], \quad (62)$$

где

$$\begin{aligned} W_{wy11}(\tau) &= L_0(\tau)\{109,014L_0(\tau)+10,903L_1(\tau)+1,721L_2(\tau)+0,920L_3(\tau)+0,155L_4(\tau)\}+ \\ &+ L_1(\tau)\{13,051L_0(\tau)+48,055L_1(\tau)+0,368L_2(\tau)+2,535L_3(\tau)+1,003L_4(\tau)\}+ \\ &+ L_2(\tau)\{2,815L_0(\tau)+1,256L_1(\tau)+45,536L_2(\tau)-0,030L_3(\tau)-0,005L_4(\tau)\}+ \\ &+ L_3(\tau)\{-16,903L_0(\tau)-4,367L_1(\tau)-1,933L_2(\tau)+35,416L_3(\tau)-7,522L_4(\tau)\}+ \\ &+ L_4(\tau)\{-4,832L_0(\tau)-0,982L_1(\tau)-0,891L_2(\tau)-0,975L_3(\tau)+44,316L_4(\tau)\}, \\ W_{wy12}(\tau) &= L_0(\tau)\{-0,832L_0(\tau)-0,195L_1(\tau)-0,032L_2(\tau)-0,012L_3(\tau)-0,002L_4(\tau)\}+ \\ &+ L_1(\tau)\{-0,219L_0(\tau)+0,233L_1(\tau)-0,007L_2(\tau)-0,025L_3(\tau)-0,011L_4(\tau)\}+ \\ &+ L_2(\tau)\{-0,044L_0(\tau)-0,004L_1(\tau)+0,315L_2(\tau)-0,002L_3(\tau)-0,002L_4(\tau)\}+ \\ &+ L_3(\tau)\{0,034L_0(\tau)+0,016L_1(\tau)-0,011L_2(\tau)+0,352L_3(\tau)+0,019L_4(\tau)\}+ \\ &+ L_4(\tau)\{0,008L_0(\tau)+0,008L_1(\tau)+0,008L_2(\tau)+0,008L_3(\tau)+0,323L_4(\tau)\}, \\ L_{h_2-1}(\tau) & (h_2 = \overline{1, 5}) - \text{первые 5 функций Лагерра.} \end{aligned}$$

Моделирование системы (56), (62) выполнено в Matlab. Динамика объекта учтена при моделировании уравнения (56) системой дифференциальных уравнений – спектральным представлением по пространственной переменной ξ , полученным с учетом 15 членов разложения в ряд по системе функций (60).

Графики переходных процессов представлены на рис. 5.

Для функции $\theta(\xi, \tau)$ системы (56), (61) по выражению (8) был найден вектор Φ_θ и получено значение нормы, которое составило $\|\Phi_\theta\| = 0,0068$. Сравнение полученных результатов, представленных на рис. 5а и 5б, и значений $\|\Phi_\theta\|$ выявило увеличение минимизируемого показателя $\|\Phi_\theta\|$, что объясняется выделением регулятора (61) и моделированием системы с учетом динамики объекта.

Заключение

1. Для линейного пространственно распределенного нестационарного динамического объекта управления получено представление в спектральной области – бесконечная система алгебраических уравнений, составленная относительно неизвестных амплитуд пространственно-временных мод разложения в ряд Фурье функции, описывающей состояние объекта. В данное представление аддитивно входят векторы амплитуд временных мод управляющих и возмущающих воздействий.

2. Предложено описание объекта управления как эллипсоида. В случае нулевых граничных и ненулевых начальных условий эллипсоид имеет вид $\mathcal{E} = \{\Phi \in R^{n_1 n_2} : \Phi_0^T (AA^T)^{-1} \Phi_0 \leq \delta^2\}$, где Φ_0 – вектор начальных условий, $n_1, n_2 = \overline{1, \infty}$ – количество функций разложения по временной и пространственной переменным соответственно, A – матрица пространственно-

временного спектрального представления объекта, δ^2 – величина, ограничивающая квадрат нормы вектора пространственно-временной спектральной характеристики $\|\Phi\|_2^2$.

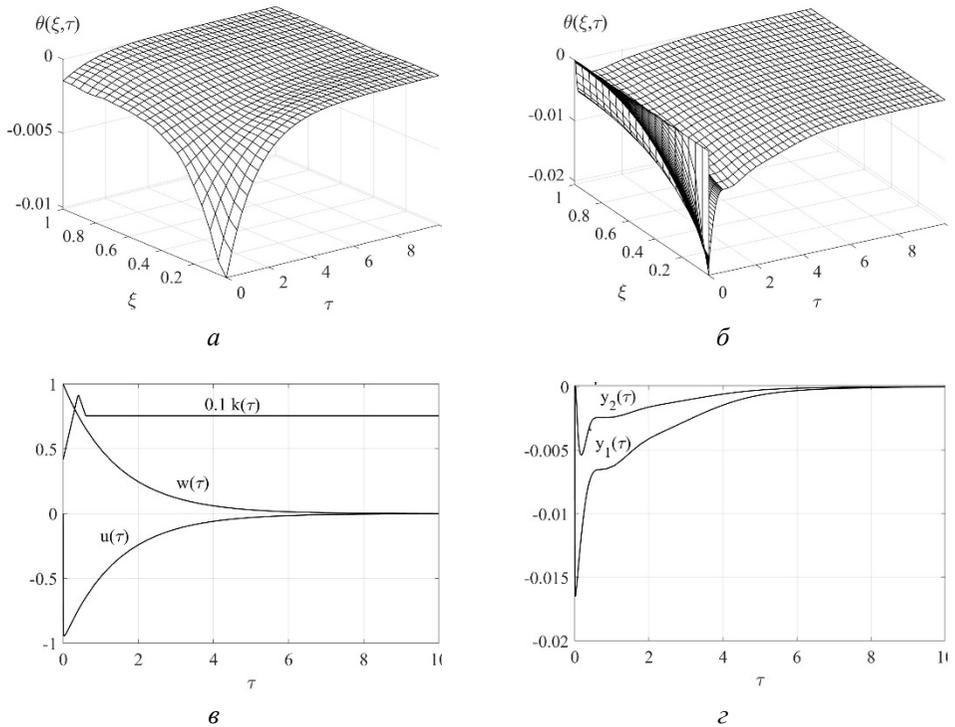


Рис. 5. Результаты анализа: *a* – функция $\theta(\xi, \tau)$, полученная по выражению (61); *б* – функция $\theta(\xi, \tau)$, полученная при моделировании динамической системы (56), (62); *в* – управление $u(\tau)$, возмущение $w(\tau)$, коэффициент $k(\tau)$; *з* – переходные процессы по переменным $y_1(\tau)$, $y_2(\tau)$

Данное представление позволяет сформулировать определение устойчивости и использовать его для получения критерия устойчивости.

3. На основе представления объекта эллипсоидом предложено определение устойчивости, позволяющее использовать аппарат линейных матричных неравенств. В соответствии с данным определением формулируется критерий устойчивости, основу которого составляет решение задачи полуопределенного программирования с ограничением в форме линейного матричного неравенства. Данная формулировка открывает возможность получения условия устойчивости в робастной постановке.

4. Сформулирован критерий устойчивости, основанный на решении задачи полуопределенного программирования при возрастании количества пространственно-временных мод разложения функции в ряд Фурье и исследовании существования предела последовательности величин δ^2 , ограничивающих квадрат нормы вектора пространственно-временной спектральной характеристики $\|\Phi\|_2^2$. Формулировка критерия устойчивости

в форме задачи полуопределенного программирования позволяет использовать данный критерий для решения задач анализа и синтеза в робастной постановке.

5. Для пространственно-временного спектрального представления линейного нестационарного распределенного объекта предложены критерии стабилизируемости и детектируемости.

6. Для линейного нестационарного распределенного объекта предложена процедура синтеза регулятора по выходу с наблюдателем. Получено выражение для определения нестационарного матричного коэффициента передачи регулятора, построенного по принципу обратной связи.

7. Выполнена проверка полученных теоретических результатов: решен численный пример. Исследована устойчивость объекта с использованием пространственно-временного спектрального представления. В соответствии с приведенным алгоритмом выбрано количество временных и пространственных мод разложения в ряд Фурье для функции, описывающей состояние исходного распределенного объекта. Решена задача синтеза регулятора и исследована устойчивость решения. Получен нестационарный матричный передаточный коэффициент регулятора. Выполнен анализ динамической системы с найденным регулятором.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Дегтярев Г.Л., Сиразетдинов Т.К.* Теоретические основы автоматизированного управления упругими космическими аппаратами. М.: Машиностроение, 1986.
2. *Дегтярев Г.Л., Сиразетдинов Т.К.* Синтез оптимального управления в системах с распределенными параметрами при неполном измерении состояния (обзор) // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1983. № 2. С. 123–136.
3. *Сиразетдинов Т.К.* Оптимизация систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1977.
4. *Сиразетдинов, Т.К.* Устойчивость систем с распределенными параметрами. Новосибирск: Наука, 1987.
5. *Рапопорт Э.Я.* Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. М.: Высшая школа, 2009.
6. *Егоров А.И.* Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. М.: Наука, 1978.
7. *Лионс Ж.-Л.* Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М.: Мир, 1972.
8. *Бутковский А.Г.* Структурная теория распределенных систем. М.: Наука, 1977.
9. *Рапопорт Э.Я.* Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. М.: Высшая школа, 2003.
10. *Першин И.М.* Синтез систем с распределенными параметрами. Пятигорск: РИА-КМВ, 2002.
11. *Рей У.* Методы управления технологическими процессами. М.: Мир, 1983.
12. *Коваль В.А.* Спектральный метод анализа и синтеза распределенных систем: учеб. пособие. Саратов: СГТУ, 2010. 145 с.
13. *Koval V.A., Torgashova O.Y., Solomin M.A.* Solution of the Analysis Problem of a Machine Assembly Distributed System with Time-Dependent Heat Transfer Coefficient // Applied Sciences, 2021. Vol. 11 (11). Pp. 5016.
14. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С.* Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. М.: ЛЕНАНД, 2014.
15. *Солодовников В.В., Дмитриев А.Н., Егунов Н.Д.* Спектральные методы расчета и проектирования систем управления. – М.: Машиностроение, 1986.
16. *Солодовников В.В., Семенов В.В.* Спектральная теория нестационарных систем управления. М.: Наука, 1974.
17. *Boyd J.P.* Chebyshev and Fourier spectral methods. Courier Corporation, 2001.
18. *Lofberg J.* YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB // 2004 IEEE

- international conference on robotics and automation (IEEE Cat. No. 04CH37508). IEEE, 2004. P. 284–289.
19. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел: пер. с англ. М.: Наука, 1964.

Статья поступила в редакцию 11 февраля 2022 г.

DISTRIBUTED NONSTATIONARY CONTROL SYSTEM SYNTHESIS ON A BASIS OF SPECTRAL REPRESENTATION IN SPACE-TIME DOMAIN

V.A. Koval'¹, O.Yu. Torgashova², M.A. Solomin³

Yuri Gagarin Saratov State Technical University of Saratov
77, Polytechnicheskaya st., Saratov, 410054, Russian Federation

E-mail: koval.va@yandex.ru, olgatorg@gmail.com, solomin75@gmail.com

Abstract. *It is proposed, based on the spectral representation of the system, to solve the problem of synthesis of a distributed control plant described by PDE, using LMI technique. The system is described by a spectral characteristic vector with the amplitudes of the space-time modes of the Fourier series as components. The spectral characteristic vector is satisfied to an infinite SLAE composed for an initial PDE using the spectral method. For the spectral plant representation in space-time domain the stability, controllability, and observability criteria are formulated. The procedure of control synthesis on the basis of solving of stabilization problem with full information and observation problem is proposed. The expression for time-dependent matrix regulator gain is received.*

Keywords: *Distributed system, Fourier series, spectral method, LMI, synthesis*

REFERENCES

1. *Degtyarev G.L., Sirazetdinov T.K.* Teoreticheskie osnovy avtomatizirovannogo upravleniya uprugimi kosmicheskimi apparatami. M.: Mashinostroenie, 1986. (in Russian).
2. *Degtyarev G.L., Sirazetdinov T.K.* Sintez optimal'nogo upravleniya v sistemah s raspredelennymi parametrami pri nepolnom izmerenii sostoyaniya (obzor) // Izv. AN SSSR. Tekhnicheskaya kibernetika. 1983. № 2. C. 123–136. (in Russian).
3. *Sirazetdinov T.K.* Optimizatsiya sistem s raspredelennymi parametrami. M.: Nauka, 1977. (in Russian).
4. *Sirazetdinov T.K.* Ustojchivost' sistem s raspredelennymi parametrami. Novosibirsk: Nauka, 1987. (in Russian).
5. *Rapoport E.Ya.* Optimal'noe upravlenie sistemami s raspredelennymi parametrami. M.: Vysshaya shkola, 2009. (in Russian).
6. *Egorov A.I.* Optimal'noe upravlenie teplovymi i diffuzionnymi processami. M.: Nauka, 1978. (in Russian).
7. *Lions J.L.* Controle optimal de systemes gouvernes par des equations aux derivees partielles. Paris, Dunod, Gauthier-Villars, 1968. 426 pp.
8. *Butkovskij A.G.* Strukturnaya teoriya raspredelennyh sistem. M.: Nauka, 1977. (in Russian).
9. *Rapoport E.Ya.* Strukturnoe modelirovanie ob'ektov i sistem upravleniya s raspredelennymi parametrami. M.: Vysshaya shkola, 2003. (in Russian).
10. *Pershin I.M.* Sintez sistem s raspredelennymi parametrami. Pyatigorsk: RIA-KMV, 2002. (in Russian).
11. *Ray W.H.* Advanced process control. New York etc., 1981.
12. *Koval' V.A.* Spektral'nyj metod analiza i sinteza raspredelennyh sistem: uchebnoe posobie. Saratov: SGTU, 2010. 145 s. (in Russian).
13. *Koval' V.A., Torgashova O.Y., Solomin M.A.* Solution of the Analysis Problem of a Machine Assembly Distributed System with Time-Dependent Heat Transfer Coefficient // Applied Sciences, 2021. Vol. 11 (11). Pp. 5016.

¹ *Vladimir A. Koval' (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

² *Olga Yu. Torgashova (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

³ *Maxim A. Solomin, Postgraduate Student.*

14. *Polyak B.T., Hlebnikov M.V., Shcherbakov P.S.* Upravlenie linejnymi sistemami pri vneshnih vozmushcheniyah: Tekhnika linejnyh matrichnyh neravenstv. M.: LENAND, 2014. (in Russian).
15. *Solodovnikov V.V., Dmitriev A.N., Egupov N.D.* Spektral'nye metody rascheta i proektirovaniya sistem upravleniya. M.: Mashinostroenie, 1986. (in Russian).
16. *Solodovnikov V.V., Semenov V.V.* Spektral'naya teoriya nestacionarnykh sistem upravleniya. M.: Nauka, 1974.
17. *Boyd J.P.* Chebyshev and Fourier spectral methods. Courier Corporation, 2001.
18. *Lofberg J.* YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB // 2004 IEEE international conference on robotics and automation (IEEE Cat. No. 04CH37508). IEEE, 2004. Pp. 284–289.
19. *Karlsru G., Eger D.* Thermal conductivity of solids. M: Science, 1964.

УДК 621.391

СЕТИ ETHERNET С ДЕТЕРМИНИРОВАННЫМИ ЗАДЕРЖКАМИ***Б.Я. Лихтциндер***¹Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
Россия, 443100, г. Самара, ул. Льва Толстого, 23

E-mail: lixt@psuti.ru

Аннотация. Работа посвящена новой технологии, обеспечивающей получение малых и предсказуемых задержек передачи данных в промышленных сетях Ethernet. Проводится разделение трафика на критичный и некритичный к задержкам. Рассмотрены особенности функционирования TSN. Рассмотрены принцип действия и архитектура таких сетей. Показано, что снижение затрат может быть достигнуто за счет наличия только одной сети, которая отвечает требованиям детерминированного сетевого взаимодействия и совместима с современными решениями Ethernet. Приведены примеры и показано, что детерминированные сети могут быть использованы для создания систем жесткого реального времени. Особенно это относится к автоматическим системам регулирования и управления, включающим цепи обратной связи. Ключевые особенности TSN, обеспечивающие гарантированные сроки доставки сообщения, – это синхронизация времени передачи трафика и планирование. Коммутатор TSN представлен в виде двух подсистем, одна из которых выполняет стандартные функции Ethernet, а вторая обеспечивает логику управления TSN. Рассмотрен пример циклического управления трафиком по расписанию. Показана перспективность использования технологии TSN в сетях управления промышленной автоматикой.

Ключевые слова: трафик, детерминированные задержки, управление, коммутаторы, сети, цикличность

Введение

Сегодня мир переживает новый подъем цифровой трансформации, которая требует от производителей переосмысления существующих моделей промышленной автоматизации. Цифровая трансформация открывает новые возможности для автоматизации и производства. Индустрия 4.0, как еще называют эту новую волну цифровой трансформации, коренным образом меняет мировую экономику.

По мере усложнения систем они становятся все более распределенными, и объединяют их телекоммуникационные сети. Широкое распространение и положительные качества сетей Ethernet сделали их чрезвычайно привлекательными при организации связи между различными устройствами промышленной автоматизации. Однако, несмотря на высокую производительность, присущий им метод случайного доступа к общим сетевым ресурсам не

¹ Лихтциндер Борис Яковлевич, профессор кафедры «Мультисервисные сети и информационная безопасность», доктор технических наук, профессор.

обеспечивает гарантированных длительностей сетевых задержек, что для ряда систем управления технологическими процессами совершенно недопустимо.

В заводской среде существуют обычные ПК, на которых сотрудники выполняют свою работу, а также оборудование, управляемое компьютерами. Сотрудникам необходим доступ к локальной сети для работы в Интернете и интрасети. Оборудование использует сеть для связи с компьютером, управляющим им. Необходимость в подключенном оборудовании и обычных ПК может сильно различаться. Машины могут быть критически важны с точки зрения безопасности, в то время как сотрудникам требуется обычное подключение к локальной сети и для них важна в основном пропускная способность. Эти примеры использования требуют лучших решений, чем те, которые имеются на сегодняшний день. Снижение затрат может быть достигнуто за счет наличия только одной сети, которая отвечает требованиям детерминированного сетевого взаимодействия и совместима с современными решениями.

Локальные сети обычно использовались для подключения компьютеров к Интернету или внутри сети компании для подключения компьютеров друг к другу и к серверам. Поэтому возникла необходимость в отдельной сети для удовлетворения требований к детерминистской связи, например на заводах в автомобильной промышленности. Детерминизм может быть определен следующим образом: «Физическая система ведет себя детерминированно, если, учитывая начальное состояние в момент t и набор будущих синхронизированных входов, вытекают будущие состояния, а также значения и время будущих выходов» [1]. Это означает, что поведение сети можно предсказать. Детерминированные сети предсказуемы. Для предсказуемости необходимо, чтобы данные каждый раз проходили через сеть так, как ожидалось. Например, если два реплицированных компонента имеют одинаковое начальное состояние, они завершатся примерно в одно и то же время [1]. Для достижения этой цели в сети не должно быть трафика, блокирующего критичные по времени данные. Для удовлетворения этих требований необходимо зарезервировать некоторую полосу пропускания. Это означает нулевые потери при перегрузке и гарантированную задержку [2]. Благодаря гарантиям и тому, что детерминированная сеть предсказуема, потеря пакета расценивается как отказ оборудования. Детерминированные сети могут быть использованы для создания систем жесткого реального времени.

Чем больше возможностей требуется от системы, тем большее число компонентов она должна включать, и все они должны работать синхронно друг с другом, особенно в системах, критичных ко времени задержки, иначе вся система не будет работать. Особенно это относится к автоматическим системам регулирования и управления, включающим цепи обратной связи. Хорошо известно, к каким пагубным последствиям приводит наличие запаздывания в цепях обратной связи таких систем. Они не только теряют качество и точность, но при определенных условиях могут потерять и устойчивость процесса управления. Это в полной мере, например, относится к автоматизации управления транспортом.

Уровень безопасности программного обеспечения автомобиля определяется тем, насколько неуправляемым будет автомобиль, если данное программное обеспечение выйдет из строя [3].

Автономные транспортные средства, которые полагаются на быструю обработку данных от множества различных датчиков (оптических, LIDAR, приближения, GPS, инерционных и т. д.), могут иметь несколько различных устройств, обрабатывающих эти данные, соединенных сетью связи. В какой-то момент проанализированные данные от различных датчиков объединяются для принятия решений (объединение данных).

Объединение данных требует, чтобы все данные либо были одинакового времени, либо имели известный момент появления. Это также требует точной синхронизации времени между всеми устройствами сбора данных. Большинство распределенных систем, критичных ко времени, нуждаются в той или иной форме синхронизации времени. Синхронизация позволяет детерминировать возникающие задержки. Появилось множество протоколов различных производителей, направленных на обеспечение гарантированных сетевых задержек. Это привело к невозможности совместной работы оборудования различных производителей или к неоправданно большим затратам на приобретение специальных шлюзов, обеспечивающих такую совместную работу. Ситуация изменилась с появлением сетей с управляемыми задержками (Tim-Sensitive Nets – сети, чувствительные к задержкам), которые все более активно начинают внедряться в промышленную автоматизацию. Эти сети, совместимые с Ethernet, способны передавать высокоприоритетные пакеты с минимально возможными задержками. Они совместили в себе все положительные свойства сетей Ethernet с возможностью получения детерминированной задержки сетей TDM, предоставляя абсолютный приоритет пакетам, наиболее чувствительным к задержкам. Появился ряд стандартов, дополняющих существующие стандарты Ethernet, в которых предусматривается получение детерминированных задержек в сетях Ethernet за счет жесткой синхронизации по времени и управления потоками трафика на основе расписания. Переключение потоков в TSN осуществляется за счет введения в коммутаторы Ethernet дополнительных аппаратных средств в виде программируемых логических матриц (ПЛИМ). Необходимость получения детерминированных задержек привела также к созданию подобных беспроводных сетей.

1. Технология TSN

1.1. Гетерогенные сети

При создании сети или проектировании системы, использующей сеть, сеть должна быть выбрана в соответствии с требованиями к ней. Однако во многих случаях требуется наличие сети Ethernet, поскольку она используется для соединения компьютеров. Другие компоненты, например оборудование на заводе, могут иметь более строгие требования, и это означает необходимость в двух сетях. Как показано на рис. 1а, сеть содержит только ПК и является однородной. Сеть на рис. 1б – это сеть управления, где один компьютер управляет четырьмя промышленными роботами. Сеть должна быть детерминированной, например из соображений безопасности. Проще и дешевле иметь только одну сеть, поэтому возникает необходимость в гетерогенных сетях (разнородных). Сеть должна иметь протокол, отвечающий требованиям всех устройств, показанных на рис. 1б. Даже если в сети примера есть только один тип устройства – промышленный робот, которому требуется детерминированная сеть, вся сеть должна быть детерминированной.

Ранние сети стандарта Ethernet не могли гарантировать доставку данных

и имели значительные задержки. В результате в отраслях, требующих высокой надежности и доступности, были разработаны собственные специализированные сетевые решения (например, модифицированные сети Ethernet и полевые шины) для промышленных систем управления и автоматизации. Чтобы удовлетворить требования промышленных приложений к высокой доступности и малой задержке, традиционные технологии Ethernet с негарантированной доставкой должны были развиваться и становиться более детерминированными. TSN – это, по сути, следующий этап эволюции стандартных технологий Ethernet, отвечающий перспективным требованиям.

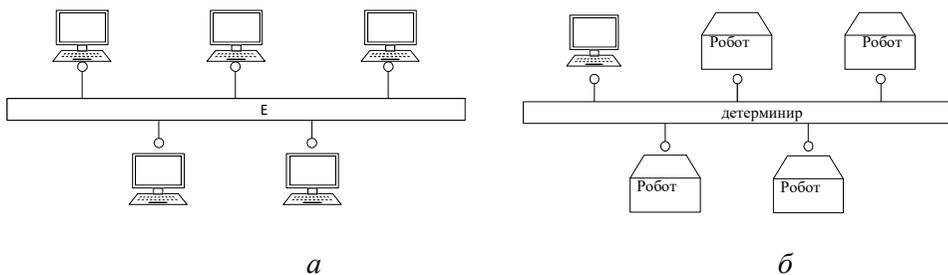


Рис. 1. Две разные сети, необходимые в заводской среде:
а – сеть Ethernet; *б* – детерминированная сеть

1.2. Создание TSN

TSN представляет собой набор стандартов, обеспечивающих детерминированный обмен сообщениями по стандартным сетям Ethernet. Согласно определению Института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике (IEEE), TSN включает в себя форму управления сетевым трафиком, которая гарантирует строго определенное значение задержек при сквозной передаче данных. Следовательно, все устройства в сетях TSN должны синхронизироваться друг с другом и использовать единый сервер времени для обеспечения обмена данными в режиме реального времени в промышленных системах. Хотя стандарты TSN изначально разработаны IEEE, важно понимать, что TSN выходит за рамки основных стандартов IEEE и включает в себя упорный совместный труд многих международных организаций и компаний.

Ethernet как технология так же широко используется в промышленности, как и в домашних хозяйствах. Впервые он был представлен в 1980 г., а после его первой стандартизации в 1983 г. рабочей группой Института инженеров по электротехнике и электронике (IEEE) он почти заменил все другие технологии проводных локальных сетей (LAN). Начальная скорость, которую он мог достичь, составляла 10 Мбит/с. С тех пор было внесено много улучшений и введены новые стандарты. В 2017 г. скорость Ethernet достигла 400 Гбит/с. Набор всех этих стандартов, которые определяют Ethernet, – это IEEE 802.3. Они определяют физический уровень и уровни канала передачи данных Media Access Control (MAC) проводной сети. Эти два уровня также известны как первые два уровня модели взаимодействия открытых систем (OSI). IEEE 802.3 – это рабочая группа проекта IEEE 802, и все стандарты, определенные в этом проекте, относятся к локальным сетям (LAN) и городским сетям (MAN). Рабочая группа IEEE 802.1 определяет мосты LAN/MAN и управление ими. Частью этой группы является рабочая группа Time-Sensitive Networking (TSN) [4] – это бывшая

рабочая группа IEEE, и чтобы расширить работу, эта группа задач была переименована в Time-Sensitive Networking Task Group в 2012 г.

Ключевые особенности TSN, обеспечивающие гарантированные сроки доставки сообщения, – это синхронизация времени и трафика и планирование. Они определены стандартами 802.1AS и 802.1Qbv соответственно. Все устройства, участвующие в сети TSN, синхронизированы с глобальным временем и знают о сетевом расписании, которое определяет, как расставлены приоритеты сообщений при пересылке с каждого коммутатора.

Стандарт IEEE 802.1, как это показано на рис. 2, использует несколько очередей на выходе каждого порта коммутатора. Там сообщения хранятся до тех пор, пока выходы не откроются (во временном интервале) и не пропустят сообщения из очереди для передачи инфекции. Своевременный выпуск сообщений гарантирует, что задержки в сети можно будет детерминистически предсказать. Это позволяет объединить в одной той же сети критически важный и некритический трафики.

Этот стандарт помещает сообщения в разные классы в зависимости от их приоритета и использует формиратели трафика для прогнозирования и предотвращения перегрузки портов коммутатора. Чтобы обеспечить априорную передачу сообщений и прерывание некритических сообщений, были внесены две поправки: 802.1Qbv и 802.1Qbu. Первая поправка вводит запланированный трафик, а вторая вводит приоритет кадра. Эти две поправки являются ключевыми средствами обеспечения связи в реальном времени в сетях TSN. Стандарты IEEE 802.1Qbv и IEEE 802.1QAS использовались для обеспечения запланированной синхронизации трафика и времени соответственно. Итак, технология Time-Sensitive Networking (TSN) решает проблему отсутствия поддержки систем реального времени в локальных сетях. Она является расширением стандарта IEEE 802.1Q и известна как 802.1Qbv. TSN создана для работы, когда трафик содержит до 75 % данных, критичных ко времени, а остальные являются best-effort [5]. Следовательно, она позволяет одной сети заменить несколько сетей с различными требованиями и таким образом обеспечить более простые сетевые решения и сократить расходы.

1.3. Принцип действия TSN

Для того чтобы передача данных могла быть приоритетной, должны существовать определенные правила. Для 802.1Q правила пиритизации определяются типами трафика и назначением данных. Имеются различные приоритеты и типы трафика, которому назначается приоритет. Существует максимум восемь приоритетов, поскольку метка, определяющая приоритет, содержит 3 бита. Все преобразования трафика в TSN производятся в выходных портах коммутаторов.

На рис. 2 показана модель со всеми различными частями исходящего порта.

Вводимые данные поступают и помещаются в исходящий порт. Данные проходят через блок выбора очереди (a) и помещаются в нужную очередь (b). Алгоритм выбора передачи (TSA) выбирает (c), какие данные взять из очереди, и если следующий шлюз Gate (e) открыт, то они могут быть переданы. Открытые шлюзы определяются списком управления шлюзами (d). Выбор передачи TS (f) выбирает, какие данные должны быть переданы с выхода данных (g). Как показано на рис. 2, существует несколько очередей для обслуживания различных классов трафика. Таким образом, всего существует максимум 8 очередей, по

одной для каждого класса трафика. Если очередей меньше восьми, каждая очередь может содержать данные от нескольких типов классов трафика. TSA решает, в каком порядке будут передаваться данные из очереди. Даже если TSA выбрала некоторые данные для дальнейшей передачи, шлюзы, следующие за ними, могут заблокировать передачу. Благодаря этому можно отдать приоритет не самому приоритетному типу трафика, а неким другим данным. *Шлюзы являются краеугольным камнем TSN.* Каждый шлюз может находиться в открытом или закрытом состоянии. Управление ими осуществляется с помощью списка управления шлюзами. Операции в списке управления шлюзами заключаются в открытии или закрытии определенных шлюзов. Селектор передачи принимает кадр с наивысшим приоритетом, который может быть выбран для передачи [6]. Если шлюз перед селектором передачи закрыт, то он будет действовать так, как будто данные для передачи отсутствуют.

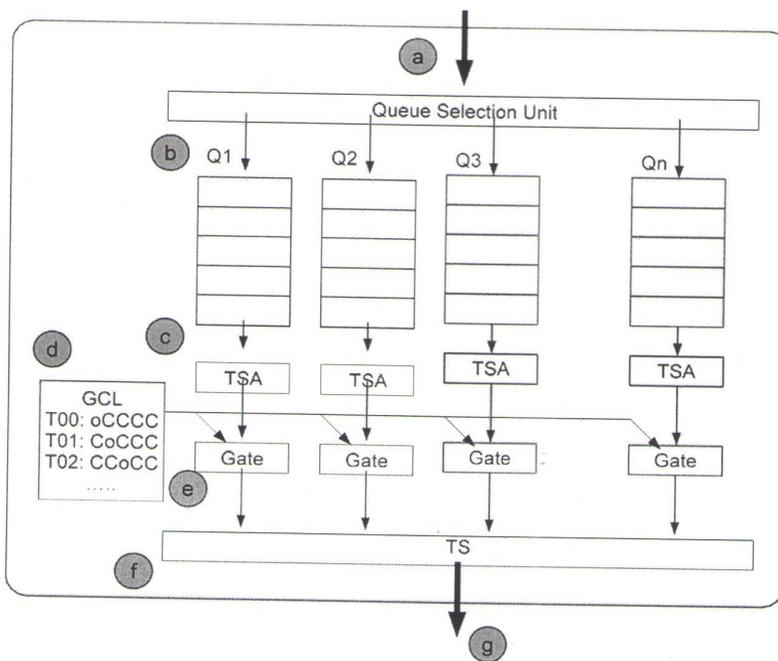


Рис. 2. Модель с различными частями исходящего порта

Передача трафика производится в соответствии с различными алгоритмами. Дисциплина обслуживания передачи может быть не простой «первым пришел – первым ушел» (FIFO). Применяются алгоритмы с относительными и абсолютными приоритетами. Особое значение приобретает возможность предварительного резервирования временных окон передачи на основе расписания для циклического трафика и резервирования на основе упреждения. Дисциплина обслуживания может быть определена производителем.

Особое значение при реализации TSN приобретают вопросы синхронизации. Синхронизация позволяет произвести планирование открытия проходов таким образом, чтобы создавались открытые соединения с минимальными задержками прохождения трафика по всему пути от источника к получателю.

1.4. Архитектура TSN

Архитектура управления средствами промышленной автоматизации является иерархической (рис. 3).

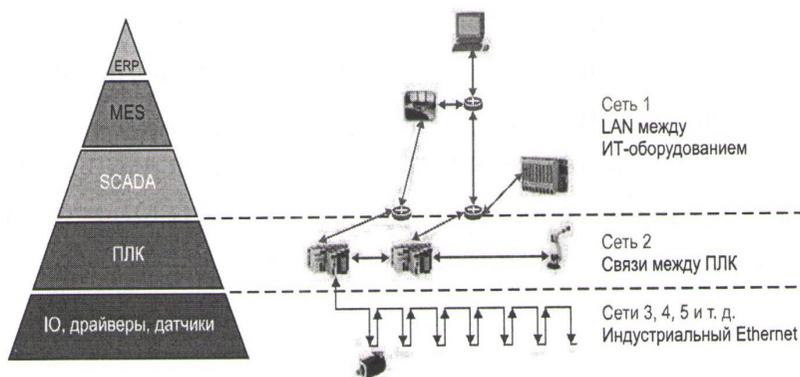


Рис. 3. Архитектура управления средствами промышленной автоматизации

Приложения, ответственные за планирование ресурсов предприятия ERP (Enterprise Resource Planning), находятся на самом верху иерархии и обеспечивают общее управление и планирование работы бизнес-процесса, вплоть до автоматизированных систем управления технологическими процессами (MES – Manufacturing Execution System), которые контролируют непосредственно производственный процесс [7]. Непосредственный производственный процесс управляется специализированными контроллерами, получающими информацию от различных датчиков и управляющими различными исполнительными механизмами, находящимися на самом нижнем уровне иерархии. Различные уровни соединяются телекоммуникационными сетями и предъявляют к ним различные требования. На высоких уровнях требуется большая пропускная способность, в то время как нижние уровни нуждаются в детерминированном поведении и передаче данных с малой вариацией временной задержки. Технология TSN позволяет объединить указанные разрозненные системы. Перед разработчиками TSN встала задача сохранить все преимущества сетей Ethernet, но обеспечить возможность гарантированной передачи данных в течение заданного промежутка времени. Поэтому любая система, применяемая в TSN, может быть представлена в виде объединения двух подсистем (рис. 4). На первой подсистеме показаны входной и выходной порты, подуровень MAC и система коммутации, предусмотренные обычными стандартами Ethernet. Реализация функций TSN предусматривает весьма жесткую синхронизацию всех узлов сети. Поэтому предусмотрено программное обеспечение, обеспечивающее синхронизацию, в соответствии со стандартом IEEE 802.1AS. Подсистема, обозначенная как TSN, предусматривает введение дополнительного программного обеспечения, часть из которого (CUC) доступна пользователю и позволяет настроить работу системы в соответствии с задачами технологического процесса. Часть программного обеспечения, недоступная пользователю, осуществляет сопряжение обеих подсистем. Реализуется управление, как правило, с использованием комбинированного процессора и программируемой логики архитектуры FPGA (Field Programmable Gate Array), которые подключены к высокоскоростному каналу. Фактически сеть состоит из двух различных узлов – сетевых коммутаторов (NS) и конечных

систем (ES). На рис. 4 показан узел типа NS. Конечные системы либо отправляют, либо получают данные, но не передают их. Сетевые коммутаторы только передают данные, но не потребляют, не создают и не изменяют их.

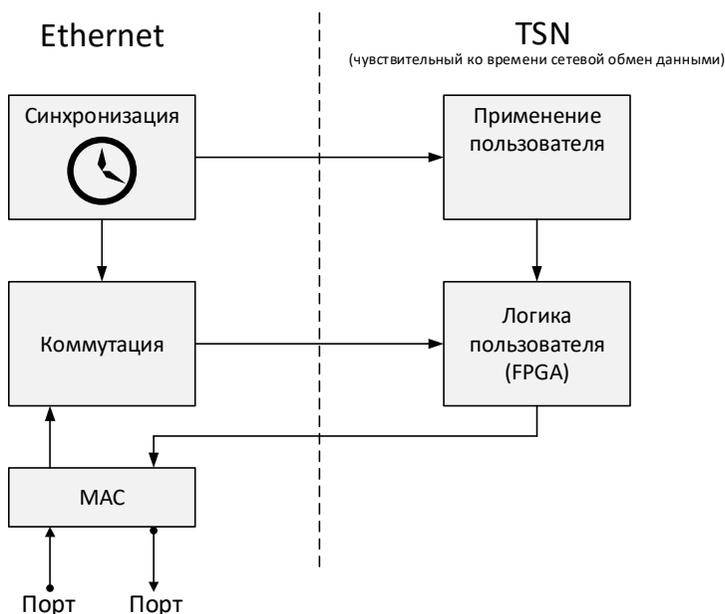


Рис. 4. Подсистемы TSN

Соединение с другими узлами осуществляется через исходящий порт. Каждый исходящий порт имеет свои собственные очереди, и каждый порт подключен только к одному другому узлу. Поэтому в каждом узле может быть более одного исходящего порта. Количество принимающих и передающих портов может отличаться. Одной из важных частей TSN являются часы внутри узла.

2. Планирование графика

Вопросам получения трафика с детерминированными задержками посвящено значительное количество зарубежных публикаций, краткий обзор которых приведен в [11].

Планирование критического трафика в детерминированных сетях с использованием программируемых систем было предложено Штайнером в [12]. Работы [13, 14] включали планирование приоритетных задач, выполняемых на узлах конечных систем.

Планирование передачи ограниченного по скорости трафика с разными классами критичности в TTEthernet при оптимизации сквозной задержки изучалась в [15]. Задачи планирования с оптимизацией и без нее для других технологий, таких как PROFINET, FlexRa9 и TTP, были рассмотрены в [16, 17, 18, 19]. Методы определения наихудшего случая сквозных задержек для незапланированных сетей (например, AFDX или AVB) были разработаны, например, в [20–22].

Асинхронный класс трафика введен в [23] в контексте TSN, где цель состоит в том, чтобы предложить возможности композиционного анализа связи, поддерживая схему сквозного прохождения трафика между выходными портами

по маршруту. Этот подход рассматривает поведение стандартных потоков AVB в предположении, что все синхронизированные ворота очередей выходных портов открыты одновременно. Существует значительное число промышленных устройств и технологических процессов, работающих в циклических режимах, когда информационные потоки возникают в определенных местах и должны доставляться получателям в строго регламентированные промежутки времени. В работе [24] вводится класс трафика с гарантией доставки в реальном времени, называемый «планируемый (Scheduled) график (ST)», который еще называют «трафиком высокой критичности». Технология TSN позволяет создать сквозной открытый путь для передачи таких потоков, обеспечив исключение влияния на их задержку со стороны других, менее срочных потоков.

Такой трафик возникает в сетях, объединяющих циклически работающие устройства и системы. Весь цикл работы таких устройств разделяется на равные между собой слоты, измеряемые временными тактами (тиками). Целью планирования является определение временных слотов, в течение которых указанный трафик должен проходить через выходные порты коммутаторов, и, следовательно, для него должны быть открыты сквозные проходы от источника возникновения трафика до всех его получателей.

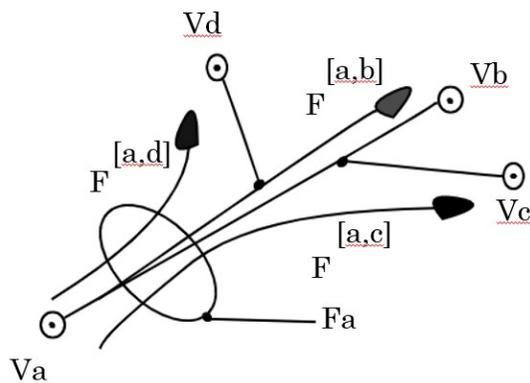


Рис. 5. Фрагмент потоков в сети

Параметры сети

На рис. 5 изображен фрагмент сети, где все конечные узлы рассматриваются как вершины графа и обозначаются как v_a, v_b, v_c, v_d .

Рассматриваемая сеть работает по полнодуплексным многоскоростным физическим каналам и моделируется как направленный граф $G(V, L)$, где узлами (коммутаторами и конечными системами) является множество вершин графа (V), связи между узлами являются двунаправленными и представляют ребра графа $L \subset (V \times V)$. Вершины графа соответствуют следующим устройствам: V_e – конечные системы; V_s – коммутаторы; V_{e+s} – все устройства.

Каналы, представляемые направленными ребрами, обозначаются как $[v_a, v_b] \subset L, [v_b, v_a] \subset L$. Физическая связь между узлами v_a и v_b приводит к двум направлениям логических каналов, каждый из которых обозначается упорядоченным кортежем, а именно $[V_a, V_b]$ и $[V_b, V_a]$ соответственно.

Путь от отправителя v_a к получателю v_b , маршрутизируемый через промежуточные узлы $v_1, v_2 \dots v_n$, обозначим через кортеж $s_i = [[v_a, v_1], [v_1, v_2], \dots, v_n, v_b]$.

Физическая связь $[v_a, v_b]$ определится набором величин $\langle [v_a, v_b]..s, [v_a, v_b]..d, [v_a, v_b]..mt, [v_a, v_b]..c \rangle$, где $[v_a, v_b]..s$ – скорость в канале, $[v_a, v_b]..d$ – объявленная задержка, $[v_a, v_b]..mt$ – слот времени (макротик), $[v_a, v_b]..c$ – количество доступных очередей в канале (в порту).

Параметры трафика

Планируемый трафик возникает в источнике v_a и передается в конечные вершины v_b, v_c, v_d . Весь поток трафика, исходящего из вершины v_a , обозначим через F_a . Указанный поток представляет сумму составляющих потоков, поступающих от источника v_a ко всем получателям v_b, v_c, v_d .

Обозначим составляющие потоки через $F^{[a,b]}$, $F^{[a,c]}$, $F^{[a,d]}$ соответственно. Индекс $[a,b]$ обозначает канал, первая буква которого соответствует номеру выходного порта источника, а вторая – номеру выходного порта промежуточного коммутатора или конечного получателя. В этом разделе мы пользуемся обозначениями, принятыми в работе [1].

Потоки образуют в выходных портах коммутаторов очереди. Конфигурация очереди $G(Q)$ характеризуется следующими параметрами:

$$G(Q) = (N; N_u; N_{prio}),$$

где N – общее количество очередей на порте; N_u – количество очередей, работающих в запланированном отрезке времени ТТ; N_{prio} – количество оставшихся очередей с приоритетами (запланированные очереди всегда имеют наивысший приоритет).

Набор параметров, определяющих конфигурацию всей системы, определяется как $(G(Q); G(E))$.

Поскольку любой исходящий порт подключен только к одному звену, можно установить эквивалентность между портом и связанным с ним каналом. Следовательно, можно обращаться к переменной $[v_a, v_b]:c$ как к количеству исходящих очередей, присутствующих в соответствующем порту.

Определим время передачи кадра между двумя узлами через длину кадра и скорость соединения, которая представляет скорость передачи по физическому сетевому кабелю. Например, при передаче по каналу со скоростью 1 Гбит/с фрейма Ethernet IEEE 802.1Q размером 1542 байта время передачи будет $12,36 \mu$ sec.

Объявленная дополнительная задержка обусловлена задержкой распространения по физической среде, зависящей от расстояния.

Макротик определяет размер дискретной единицы времени, характеризующей степень детализации временных событий, которые протекают по данному каналу.

Несмотря на то, что поток F_a имеет несколько составляющих, без уменьшения общности можно рассмотреть лишь одну из его составляющих $F^{[a,b]}$, проходящих по каналу $[v_a, v_b]$.

В модели различают поток и экземпляр потока, проходящего через канал. Экземпляр потока, проходящего через канал $[v_a, v_b]$, обозначим через $s_i^{[v_a, v_b]}$.

Экземпляр $s_i \subset S$ потока, исходящего от узла v_a к получателю v_b , проходящий через промежуточные коммутаторы $v_a, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n$, обозначим через $s_i = [[v_a, v_1], [v_1, v_2], \dots, [v_{n-1}, v_n], [v_n, v_b]]$.

Множество допустимых максимальных и минимальных сквозных задержек, длин кадров в байтах и периоды действия экземпляра s_i обозначим через $\langle s_i.e2e, s_i.L, s_i.T \rangle$ соответственно.

Переменную экземпляра очереди в порту i , соответствующую каналу $[v_a, v_b]$, обозначим через $s_i^{[v_a, v_b]}.p$. Наличие очереди является синонимом того, что в пределах данного выходного порта i соответствующего устройства имеется приоритетный поток.

Поскольку размер данных может превышать размер MTU – Ethernet, каждый экземпляр потока фреймов не должен превышать этот размер.

Каждый составляющий поток может состоять из нескольких потоков, имеющих наивысший приоритет. Обозначим через $F_i^{[a,b]} \subset F^{[a,b]}$ набор фреймов $f_{ij}^{[a,b]}$ из экземпляра потока $s_i^{[a,b]}$. Кроме того, первый и последний кадры этого набора, заказанные по расписанию, указанному по ссылке, обозначим как $f_{i1}^{[a,b]}$ и $last(F_i^{[a,b]})$ соответственно. Фреймы из набора $f_{ij}^{[a,b]} \subset F_i^{[a,b]}$ различают на

основании данных пула переменных $\langle f_{i,j}^{[v_a,b]}.p, f_{i,j}^{[v_a,b]}.T, f_{i,j}^{[v_a,b]}.L \rangle$, где

$f_{i,j}^{[v_a,b]}.p \in [0, f_{i,j}^{[v_a,b]}.T]$ – установлен в макротиках длины кадра в канале,

$f_{i,j}^{[v_a,b]}.T = \left[\frac{s_i.T}{[v_a, v_b].mt} \right]$ – период времени нахождения потока в канале $[V_a, V_b]$,

$f_{i,j}^{[v_a,b]}.L = \left[\frac{L_i[v_a, v_b, s]}{[v_a, v_b].mt} \right]$ – продолжительность передачи кадра в макротиках

в канале $[V_a, V_b]$.

Принятые обозначения могут быть использованы при моделировании и планировании трафика TSN.

3. Циклическое обслуживание трафика по расписанию

Многие процессы, требующие передачи информации, носят циклический характер. Моменты появления кадров, несущих срочную информацию, в определенных участках сети для таких процессов заранее предопределены, и передача кадров может осуществляться по заранее запрограммированному расписанию [1]. Однако наряду с таким трафиком существует трафик весьма высокой критичности, появление которого носит случайный характер и не может быть запланировано в строго установленные интервалы времени. Примером

такого трафика являются кадры, сигнализирующие о возникновении предаварийной ситуации, или управляющие сигналы, предотвращающие такую ситуацию. Эти кадры имеют самый высокий приоритет, и если они поступят в очередь в период передачи высокочритичного ранее запланированного трафика, то должны быть обслужены первыми. В остальные периоды указанный трафик обнаруживается в процессе циклического опроса очередей по расписанию.

Расписание задается в виде последовательности очередей [8] ($g = 1, 2 \dots G$). Номер очереди равен $1, \dots, H$. Расписание носит циклический характер, где G – длина цикла. Например, последовательность 1, 3, 1, 4, 2, 1, 3, 1, 4, 2... свидетельствует, что первой обслуживается очередь с номером 1, длина цикла равна 5, а последняя очередь в цикле имеет номер 2. В течение цикла очередь с номером 1 будет обслужена 2 раза, а остальные – по одному разу. Всего различных классов очередей 4. В одной очереди могут находиться пакеты различных соединений, имеющих одинаковый приоритет (приоритеты соединений устанавливаются заранее).

Обозначим через g_h число обращений к очереди с номером h в течение одного цикла (в рассмотренном примере $g_1 = 2$). Величину $\pi_h = \frac{g_h}{G}$ можно назвать вероятностью обращения к h той очереди. Обозначим через h^* номер очереди, число обращений к которой в цикле максимально. В нашем примере $h^* = 1$. Подциклом называют обращения к очередям, заключенные между двумя последовательными обращениями к очереди h^* , включая одно обращение к этой очереди. Значение g_{h^*} определяет число подциклов в расписании. Расписание представляется в виде матрицы (табл. 1). Число строк в матрице равно числу подциклов в расписании, а число столбцов – числу различных групп соединений (числу очередей на рис. 5).

Если в подцикле $i = 1 \dots g_{h^*}$ должно производиться обращение к данной очереди, $h = 1, \dots, H$, то элемент $s_{ik} = 1$, в противном случае $s_{ik} = 0$. Здесь число единиц в каждом столбце g_h равно числу обращений к соответствующей этому столбцу очереди h в течение одного цикла.

Расписание

Очереди		1	2	3	4
Подциклы в цикле	№ 1	1	0	1	0
	№ 2	1	1	0	1

Процесс управления обработкой заявок по расписанию, представленный в [8, 9], заключается в следующем: из матрицы S выбирается строка S_g , соответствующая очередному подциклу. В строке единицами отмечены классы заявок, которые могут быть обслужены в данном подцикле. Если заявки указанных классов отсутствуют, то производится переход к следующему очередному подциклу расписания. Если заявки классов, обслуживаемых в данном подцикле, имеются, то они обслуживаются в порядке следования этих классов в подцикле, а затем осуществляется переход к следующему подциклу.

Введем следующие обозначения: весь трафик разделим на классы $h (h=1, \dots, H)$ согласно приоритетам. В соответствии с технологическим процессом в сети должно образовываться множество соединений $[A]$. Для передачи трафика h должно образовываться подмножество $[A_h]$ соединений $a_{ih} (i=1, \dots, I_h)$. Каждое соединение a_{ih} в данный момент времени обеспечивает передачу только одного класса трафика h с интенсивностью λ_{ih} . В сети имеется множество портов P . Любой порт p_j с номером $j (j=1, \dots, J)$ имеет по N выходов p_{jh} . Каждый выход предназначен для передачи трафика только одного класса h .

Процесс передачи является циклическим, весь цикл разделяется на временные слоты, в течение каждого из которых может передаваться трафик только одного класса h (рис. 6). Если в соответствии с технологическим процессом в течение данного слота должна производиться передача трафика класса h , то в сети из всего запланированного множества соединений выделяется подмножество соединений A_h , обеспечивающих одновременную передачу указанного трафика. Это подмножество характеризуется матрицей, столбцы которой соответствуют соединениям, а каждая строка соответствует одному из выходных портов $p_j (j=1, \dots, J)$ коммутаторов сети. Каждый порт p_j характеризуется интенсивностью μ_j , с которой может обрабатываться проходящий через него трафик. Столбцы матрицы соединений содержат единицы в клетках тех портов, которые задействованы в данном соединении, а единицы в строках матрицы свидетельствуют о том, что соответствующие выходы p_{ih} класса h должны быть открыты в течение всего рассматриваемого слота времени. Одновременно определяется загрузка r_{ij} каждого выхода p_j трафиком соединения $a_i = \frac{\lambda_i}{\mu_j}$. Суммируя загрузку от всех соединений, трафик

которых проходит через рассматриваемый выход, получим суммарную загрузку данного выходного порта, как это показано на рис. 6.

Значения этой загрузки могут быть использованы для управления потоками трафика. Управление открытием выходов портов каждого из коммутаторов может происходить на основании информации, получаемой от всей сети, поэтому наиболее целесообразным следует считать централизацию функций управления в едином устройстве, которое получает данные от всех коммутаторов и на основании заложенной в этом устройстве программы расписания определяет выходы портов всех коммутаторов, которые должны быть активированы в течение данного слота времени. При организации TSN на коммутируемом в данный момент выходе порта коммутатора присутствует трафик только одного класса. Однако очередь одного класса может содержать кадры чувствительного к задержкам трафика нескольких различных приоритетов.

При подключении данного выхода очередь находящихся в нем кадров будет обслуживаться согласно указанным приоритетам, и первыми из этой очереди будут переданы кадры, имеющие наивысший приоритет. Мы уже отмечали, что, например, кадры, свидетельствующие о возможности возникновения аварийной ситуации, имеют наивысший приоритет, должны обладать наименьшей

задержкой и поэтому должны опрашиваться в течение цикла опроса наибольшее число раз.

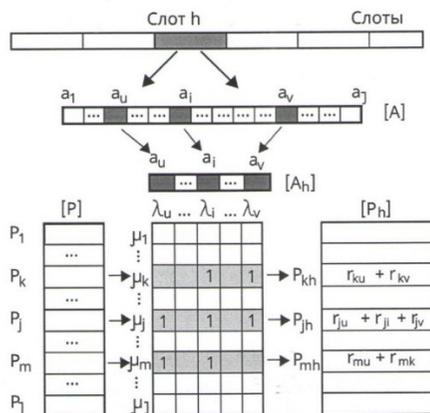


Рис. 6. Выбор открытия выходов в течение слота h

Но кадры данного типа возникают крайне редко и большая часть временных слотов опроса указанного трафика окажутся пустыми, что привело бы к крайне нерациональному использованию пропускной способности канала. Для улучшения пропускной способности наряду с рассматриваемым трафиком, имеющим наивысший приоритет, в очереди размещают другие виды чувствительного к задержкам трафика, имеющие меньший приоритет. Именно поэтому предусматривается возможность размещения в одном классе трафика кадров, имеющих различные приоритеты.

Заключение

TSN представляют новую технологию, обеспечивающую получение детерминистских свойств обычными сетями Ethernet. Технология уже прошла основные этапы научных исследований и стандартизации и в настоящее время широко внедряется в промышленную автоматику [10]. Однако, несмотря на достаточно жесткую стандартизацию, имеется весьма широкое поле деятельности для разработки алгоритмов и программного обеспечения пользователей. Каждый технологический процесс, обеспечиваемый TSN, специфичен и требует тщательной подготовки программного обеспечения пользователей. В настоящее время ряд компаний разрабатывают специальное программное обеспечение, позволяющее автоматизировать указанный процесс, и работы в этом направлении еще много.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Kopetz H.* Real-time systems: design principles for distributed embedded applications. Springer Verlag, 2011.
2. *Finn N.* Detnet problem statement. <http://www.ietf.org/proceedings/91/slides/slides-91-detnet-9.pptx>
3. *Redmill F.* Understanding safety integrity levels. MEASUREMENT and CONTROL, 32(7): 197–200, 1999.
4. *Society I.C.* IEEE 802.1Q Standard. IEEE, 2014. Audio Video Bridging (AVB).

5. *Fiedler M., Hossfeld T., Tran-Gia P.* A generic quantitative relationship between quality of experience and quality of service // IEEE NETWORK, 24(2): 36–41, 2010.
6. *Frances F., Fraboul C., Grieu J.* Using network calculus to optimize the AFDX network. In Proc. ERTS (2006).
7. *Тейлор А., Запке М.* TSN: конвергентные сети для улучшения работы ПоТ. Интернет вещей.
8. Основы теории вычислительных систем: Учеб. пособие для вузов. Под ред. С.А. Майорова. М.: Высшая школа, 1978. 408 с.
9. *Лихтцундер Б.Я.* Особенности TSN // Вестник связи. 2021. 7. С. 32–41.
10. *Brooks' S., Uludag E.* Time-Sensitive Networking: From Theory to implementation in Industrial Automation // White Paper, Intel, WP-01279-1.0. Pp. 1–7.
11. *Silviu S., Craciunas R., Oliver S., Chmelik M. Steiner W.* TTEch Computertechnik AG Schonbrunner StraBe 7, 1040 Vienna, Austria. Presented at the 24th International Conference on Real – Time Networks and Systems (RTNS), ACM, 2016.
12. *Steiner W.* An evaluation of SMT-based schedule synthesis for time-triggered multi-hop networks // In Proc. RTSS (2010), IEEE Computer Society.
13. *Craciunas S.S., Serna Oliver R.* SMT-based task and network-level static schedule generation for time-triggered networked systems // In Proc. RTNS (2014), ACM.
14. *Craciunas S.S., Serna Oliver R.* Combined task- and network-level scheduling for distributed time-triggered systems // Real-Time Systems 52, 2 (2016), 161(200).
15. *Tamas-Selicean D., Pop P., Steiner W.* Synthesis of communication schedules for TTEthernet-based mixed-criticality systems // In Proc. CODES+ISSS (2012), ACM.
16. *Hanzalek Z., Burget P., Sucha P.* Pro_net IO IRT message scheduling // In Proc. ECRTS (2009), IEEE.
17. *Huang J., Blech J.O., Raabe A., Buckl C., Knoll A.* Static scheduling of a time-triggered network-on-chip based on SMT solving // In Proc. DATE (2012), IEEE.
18. *Pop P., Eles P., Peng Z.* Schedulability-driven communication synthesis for time triggered embedded systems // Real-Time Syst. 26, 3 (2004), 297 (325).
19. *Zeng H., Zheng W., Di Natale M., Ghosal A., Giusto P., Sangiovanni-Vincentelli A.* Scheduling the xray bus using optimization techniques // In Proc. DAC (2009), ACM.
20. *Bauer H., Scharbarg J., Fraboul C.* Improving the worst-case delay analysis of an AFDX network using an optimized trajectory approach // Industrial Informatics, IEEE Transactions on 6, 4 (2010).
21. *Diemer J., Thiele D., Ernst R.* Formal worst-case timing analysis of ethernet topologies with strict-priority and AVB switching // In Proc. SIES (2012), IEEE Computer Society.
22. *Frances F., Fraboul C., Grieu J.* Using network calculus to optimize the AFDX network // In Proc. ERTS (2006).
23. *Specht J., Samii S.* Urgency-based scheduler for time-sensitive switched ethernet networks. In Proc. ECRTS (2016), IEEE Computer Society.
24. *Alderisi G., Patti G., Bello L.L.* Introducing support for scheduled traffic over IEEE audio video bridging networks // In Proc. ETFA (2013), IEEE Computer Society.

Статья поступила в редакцию 05 марта 2022 г.

ETHERNET NETWORKS WITH DETERMINISTIC DELAYS

*B.Ya. Lichtsinder*¹

Volga State University Telecommunications and Informatics
23, L. Tolstogo st., Samara, 443100, Russian Federation

E-mail: lixt@psuti.ru

Abstract. *The work is devoted to a new technology that provides low and predictable data transmission delays in industrial Ethernet networks. The traffic is divided into critical and non-critical to delays. The features of TSN functioning are considered. The operating principle and architecture of such networks are considered. It is shown that cost reduction can be achieved by having only one network that meets the requirements of deterministic networking and is compatible with modern Ethernet solutions. Examples are given and it is shown that deterministic networks can be used to create hard real-time systems. This is especially true for automatic regulation and control systems that include feedback circuits. The key features of TSN that provide guaranteed message delivery times are traffic transmission time synchronization and scheduling. The TSN switch is presented as two subsystems, one of which performs standard Ethernet functions, and the second provides the TSN control logic. An example of cyclic traffic control according to the schedule is considered. The prospects of using TSN technology in industrial automation control networks are shown.*

Keywords: *traffic, deterministic delays, control, switches, networks, cyclicity*

REFERENCES

1. *Kopetz H.* Real-time systems : design principles for distributed embedded applications. Springer Verlag, 2011.
2. *Finn N.* Detnet problem statement. <http://www.ietf.org/proceedings/91/slides/slides-91-detnet-9.pptx>
3. *Redmill F.* Understanding safety integrity levels. MEASUREMENT and CONTROL, 32(7): 197–200, 1999.
4. *Society I.C.* IEEE 802.1Q Standard. IEEE, 2014. Audio Video Bridging (AVB).
5. *Fiedler M., Hossfeld T., Tran-Gia P.* A generic quantitative relationship between quality of experience and quality of service // IEEE NETWORK, 24(2): 36–41, 2010.
6. *Frances F., Fraboul C., Grieu J.* Using network calculus to optimize the AFDX network. In Proc. ERTS (2006).
7. *Tejlor A., Zapke M.* TSN: konvergentnye seti dlya uluchsheniya raboty IIoT. Internet veshchej.
8. *Osnovy teorii vychislitel'nyh sistem.* Uchebnoe posobie dlya vuzov. Pod red. *S.A. Majorova*. M.: Vysshaya shkola, 1978. 408 s. [In Russian].
9. *Lihtcinder B.Ya.* Osobennosti TSN // Vestnik svyazi. 2021. 7. C. 32–41. [In Russian].
10. *Brooks' S., Uludag E.* Time-Sensitive Networking: From Theory to implementation in Industrial Automation // White Paper, Intel, WP-01279-1.0. Pp. 1–7.
11. *Silviu S., Craciunas R., Oliver S., Chmelik M.* Steiner W.TT Tech Computertechnik AG Schonbrunner StraBe 7, 1040 Vienna, Austria. Presented at the 24th International Conference on Real – Time Networks and Systems (RTNS), ACM, 2016.
12. *Steiner W.* An evaluation of SMT-based schedule synthesis for time-triggered multi-hop networks // In Proc. RTSS (2010), IEEE Computer Society.
13. *Craciunas S.S., Serna Oliver R.* SMT-based task and network-level static schedule generation for time-triggered networked systems // In Proc. RTNS (2014), ACM.
14. *Craciunas S.S., Serna Oliver R.* Combined task- and network-level scheduling for distributed time-triggered systems // Real-Time Systems 52, 2 (2016), 161(200).

¹ *Boris Ya. Lichtsinder (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

15. *Tamas-Selicean D., Pop P., Steiner W.* Synthesis of communication schedules for TTEthernet-based mixed-criticality systems // In Proc. CODES+ISSS (2012), ACM.
16. *Hanzalek Z., Burget P., Sucha P.* Pro_net IO IRT message scheduling // In Proc. ECRTS (2009), IEEE.
17. *Huang J., Blech J.O., Raabe A., Buckl C., Knoll A.* Static scheduling of a time-triggered network-on-chip based on SMT solving // In Proc. DATE (2012), IEEE.
18. *Pop P., Eles P., Peng Z.* Schedulability-driven communication synthesis for time triggered embedded systems // Real-Time Syst. 26, 3 (2004), 297 (325).
19. *Zeng H., Zheng W., Di Natale M., Ghosal A., Giusto P., Sangiovanni-Vincentelli A.* Scheduling the exray bus using optimization techniques // In Proc. DAC (2009), ACM.
20. *Bauer H., Scharbarg J., Fraboul C.* Improving the worst-case delay analysis of an AFDX network using an optimized trajectory approach // Industrial Informatics, IEEE Transactions on 6, 4 (2010).
21. *Diemer J., Thiele D., Ernst R.* Formal worst-case timing analysis of ethernet topologies with strict-priority and AVB switching // In Proc. SIES (2012), IEEE Computer Society.
22. *Frances F., Fraboul C., Grieu J.* Using network calculus to optimize the AFDX network // In Proc. ERTS (2006).
23. *Specht J., Samii S.* Urgency-based scheduler for time-sensitive switched ethernet networks. In Proc. ECRTS (2016), IEEE Computer Society.
24. *Alderisi G., Patti G., Bello L.L.* Introducing support for scheduled traffic over IEEE audio video bridging networks // In Proc. ETFA (2013), IEEE Computer Society.

Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы

УДК 681.518

СТРУКТУРА И АЛГОРИТМЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ОСЕВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ВАЛА В РАДИАЛЬНО- УПОРНОМ ПОДШИПНИКЕ ТУРБОНАСОСНОГО АГРЕГАТА ЖИДКОСТНОГО РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ НК-33

В.А. Белослудцев¹, С.Ю. Боровик², М.М. Кутейникова³, Ю.Н. Секисов⁴

Институт проблем управления сложными системами РАН –
обособленное подразделение ФГБУН
Самарского федерального исследовательского центра РАН
Россия, 443020, г. Самара, ул. Садовая, 61

E-mail: m.kuteynikova@mail.ru

***Аннотация.** Рассматривается задача ранней диагностики состояния радиально-упорного подшипника турбонасосного агрегата жидкостного реактивного двигателя НК-33. Целью диагностики является выявление начальной стадии интенсивного износа подшипника, что позволяет спрогнозировать катастрофическое разрушение узла и предотвратить развитие аварийной ситуации силовой установки в целом. Существенным ограничением при разработке соответствующих методов диагностики являлся запрет на внесение в конструкцию изделия каких-либо изменений по числу и размерам используемых датчиков при обязательном сохранении имеющихся функций контроля частоты вращения ротора турбонасоса. Авторами было предложено решение, основанное на замене используемых в настоящее время в системах контроля параметров турбонасосного агрегата индукционных датчиков частоты вращения на одновитковые вихретоковые датчики с чувствительными элементами в виде отрезка проводника. Такой подход позволил осуществить мониторинг осевого смещения вала в радиально-упорном подшипнике, связанного с износом подшипника, и сохранить функцию измерения частоты вращения вала турбонасоса неизменной. В статье приводится краткое описание реализованного подхода к ранней диагностике состояния подшипникового узла турбонасосного агрегата НК-33 на основе измерения осевого смещения вала в подшипнике. В основе технических решений, реализующих указанный подход, лежат оригинальные одновитковые*

¹ Белослудцев Виктор Александрович, ведущий конструктор лаборатории систем сбора и обработки многомерной информации.

² Боровик Сергей Юрьевич, ведущий научный сотрудник лаборатории систем сбора и обработки многомерной информации, доктор технических наук.

³ Кутейникова Марина Михайловна, старший научный сотрудник лаборатории систем сбора и обработки многомерной информации, кандидат технических наук.

⁴ Секисов Юрий Николаевич, главный научный сотрудник лаборатории систем сбора и обработки многомерной информации, доктор технических наук.

вихретоковые датчики особой конструкции со смещенными чувствительными элементами и нестандартные преобразователи их выходных сигналов в сочетании со стандартными средствами аналого-цифрового преобразования (внешними модулями АЦП L-Card E14-440 российского производства) и ПЭВМ, обеспечивающей управление сбором, преобразованиями и отображением информации. Предлагается структурно-функциональная схема такой системы контроля и рассматривается обобщенный алгоритм ее функционирования.

Ключевые слова: жидкостный реактивный двигатель, турбонасосный агрегат, радиально-упорный подшипник, износ, осевые перемещения вала, предотвращение аварийной ситуации, одновитковый вихретоковый датчик, кластерные методы, система контроля, структурно-функциональная схема, алгоритм функционирования

Введение

Жидкостные реактивные двигатели (ЖРД) являются основным типом силовых установок, используемых в ракетно-космической технике. Очевидно, что высокая стоимость, а зачастую и уникальность запусков предъявляют особые требования к надежности как самих ракетоносителей, так и их двигательных установок.

По признанию многих специалистов в области ракетостроения, одним из самых надежных ракетных двигателей является ЖРД НК-33, разработанный еще в середине 60-х годов в конструкторском бюро академика Н.Д. Кузнецова [1, 2]. Это в том числе стало одной из причин высокого интереса представителей зарубежных аэрокосмических фирм к данному виду силовых установок. Так, два модифицированных НК-33 в американской версии AJ-26 использовались в 2013–2014 гг. в качестве двигателей первой ступени на ракетах-носителях «Антарес» [3]. Параллельно с зарубежными программами рассматриваются и отечественные проекты новых ракет-носителей «Ямал», «Аврора», «Союз-2-3», также предусматривающих использование модифицированных двигателей НК-33 [2].

Следует отметить, что большинство современных ЖРД, включая НК-33, работают на двухкомпонентном топливе. Поэтому одним из основных узлов двигателя является турбонасосный агрегат (ТНА), который обеспечивает подачу и смешение жидких компонентов ракетного топлива. Очевидно, что разрушения элементов ТНА в процессе эксплуатации силовой установки могут привести к катастрофическим последствиям как для нее самой, так и для ракетоносителя в целом.

В свою очередь, критически важным узлом ТНА, испытывающим значительные механические нагрузки, является радиально-упорный подшипник (РУП), который обеспечивает взаимное положение ротора турбонасоса и статора, воспринимает осевое давление ротора и не допускает его перемещений в направлении собственной оси. Значительные осевые нагрузки, действующие на ротор ТНА в процессе функционирования силовой установки, могут привести к разрушению внутренней поверхности упорного подшипника и выходу его из строя даже несмотря на применение специальных разгрузочных устройств и приспособлений. Об этом, в частности, как раз и свидетельствуют результаты расследования НАСА аварии ракеты Antares 28.10.2014 [4]. Поэтому решение задачи обеспечения надежного функционирования ТНА, а также раннего обнаружения разрушения элементов его конструкции, способных привести к взрыву двигателя, носит первостепенный характер.

По мере истирания внутренней поверхности РУП происходит смещение вала ротора в направлении действия осевой силы, и контроль такого смещения на протяжении всего цикла работы ЖРД является эффективным способом оценки состояния ТНА. Важно также отметить, что НК-33 и все его элементы имеют законченное исполнение. В этой связи одним из принципиальных требований разработчиков силовой установки к системе контроля состояния РУП является недопустимость внесения каких-либо изменений в конструкцию ТНА при полном сохранении уже имеющейся функции определения частоты вращения ротора турбонасоса.

Среди всей совокупности существующих на сегодняшний день преобразователей перемещений, которые так или иначе могут использоваться для решения указанной задачи, вихретоковые датчики представляются наиболее эффективными и востребованными [5, 6]. Причиной тому являются неоспоримые преимущества таких преобразователей, связанные прежде всего с их невосприимчивостью к наличию загрязнений внешней среды, способностью работать в условиях воздействия вибраций, агрессивных жидкостей, электромагнитных полей и т. п.

В работе [7] предлагается метод измерения осевых перемещений вала в РУП ТНА, обеспечивающий контроль износа подшипника и полностью удовлетворяющий предъявляемым требованиям и ограничениям. В основе метода лежат одновитковые вихретоковые датчики (ОВТД) особой конструкции со смещенными в торцевой части датчика чувствительными элементами (ЧЭ) в виде отрезка проводника. Подобного рода первичные преобразователи в различных модификациях применяются на протяжении более чем тридцати лет в задачах экспериментальных исследований проточной части газотурбинных двигателей [6, 8–11], где были подтверждены метрологические характеристики и высокая надежность датчиков в экстремальных условиях их функционирования, свойственных ракетно-космической технике. В свою очередь, в работе [12] приводится описание метода измерения частоты вращения и ускорения ротора турбокомпрессора на основе аналогичных ОВТД, что обеспечивает выполнение еще одного требования, предъявляемого к системе контроля состояния РУП со стороны разработчиков двигательной установки. Поэтому вполне очевидным является использование ОВТД для решения рассматриваемой задачи ранней диагностики износа РУП ТНА двигателя НК-33.

В статье на основе структурно-функциональной схемы и обобщенного алгоритма функционирования предлагаются принципы построения систем контроля осевых смещений вала в РУП, обеспечивающих раннее обнаружение износа подшипникового узла. Основу аппаратной части систем составляют уже упомянутые оригинальные ОВТД особой конструкции и преобразователи их выходных сигналов в сочетании со стандартными средствами аналого-цифрового преобразования (предполагается использовать внешний модуль АЦП L-Card E14-440 российского производства [13]) и ПЭВМ, обеспечивающая управление сбором, преобразованиями и отображением информации. При этом рассмотрению структуры и алгоритма предшествует краткое описание реализуемого подхода, которое необходимо для понимания особенностей функционирования системы.

Контроль осевого смещения и частоты вращения ротора ТНА в РУП с помощью ОВТД

В существующих конструкциях ТНА НК-33 предусмотрен блок измерения частоты (БИЧ) вращения вала, который содержит два штатных датчика частоты вращения (ДЧВ) типа ИС-445 (основной и дублирующий) и измерительный диск с двумя диаметрально противоположными выступами. Для решения рассматриваемой в статье задачи контроля осевого смещения вала в РУП ТНА с одновременным сохранением функции измерения частоты вращения вала в работе [7] было предложено модифицировать БИЧ путем замены штатных ДЧВ на специально разработанные ОВТД, идентичные ИС-445 по габаритам и установочным размерам. При этом в связи с особенностями функционирования ОВТД также потребовалась замена измерительного диска, изготовленного из магнитной стали, на аналогичный диск из немагнитного материала, который обладает теми же прочностными и массогабаритными характеристиками, что и исходный. Указанные изменения в конструкции блока являются допустимыми с точки зрения разработчиков силовой установки.

Два ОВТД, установленные на корпусе ТНА, образуют распределенный кластер датчиков и позволяют реализовать один из методов измерения радиальных и осевых перемещений элементов силовых конструкций, описания которых можно найти в работах [9, 10, 14, 15]. В то же время размещение ОВТД в тех же установочных отверстиях, что и штатные ДЧВ, не позволяет расположить датчики на корпусе агрегата с взаимным смещением относительно центральной плоскости вращения измерительного диска на расстояние, равное половине ожидаемого осевого смещения вала, как того требует реализация соответствующего метода измерения. Поэтому потребовалась модификация конструкции ОВТД. В частности, новые ОВТД были выполнены с ассиметричным расположением ЧЭ в торцевой части датчика, при этом геометрический центр (г. ц.) ЧЭ был смещен относительно центральной оси датчика на расстояние, равное $\frac{1}{2}$ от ожидаемого диапазона осевого перемещения вала в РУП [7]. Кроме того, в отличие от «классического» подхода, при котором информационным параметром является радиальный зазор, а осевые смещения вала относятся к мешающим факторам, в рассматриваемом случае, наоборот, осевое смещение – это информационный параметр, а изменения радиального зазора между ЧЭ датчиков и выступом измерительного диска – мешающий фактор.

На рис. 1 схематически представлено положение ЧЭ ОВТД₁ и ОВТД₂ относительно одного из выступов измерительного диска. ЧЭ ориентированы параллельно длинной стороне торцевой части выступа. При этом г. ц. ЧЭ ОВТД₁ смещен относительно г. ц. установочного отверстия на величину, равную $-\frac{1}{2}\Delta x$, а г. ц. ЧЭ ОВТД₂ – на величину $+\frac{1}{2}\Delta x$, где Δx – диапазон возможных осевых смещений вала в РУП.

Если осевое смещение вала отсутствует, то выступ измерительного диска перекрывает ЧЭ обоих ОВТД в равной пропорции. При неизменном РЗ прохождение выступом зон чувствительности ОВТД₁ и ОВТД₂ приведет к одинаковым изменениям выходных параметров (эквивалентных индуктивностей) датчиков. Появление осевого смещения приведет к тому, что выступ измерительного диска окажется ближе к ЧЭ одного из ОВТД и площадь

перекрытия выступом диска этого ЧЭ увеличится, а второго, соответственно, пропорционально уменьшится. При прочих равных условиях изменения выходных параметров ОВТД₁ и ОВТД₂ при прохождении выступом диска зон их чувствительности также будут разными – эквивалентная индуктивность датчика, ЧЭ которого в большей степени будет перекрыт торцевой частью выступа диска, уменьшится, а второго, соответственно, увеличится. Совокупная обработка сигналов, соответствующих указанным изменениям эквивалентных индуктивностей ОВТД₁ и ОВТД₂, позволяет определить искомые осевые смещения вала в РУП.

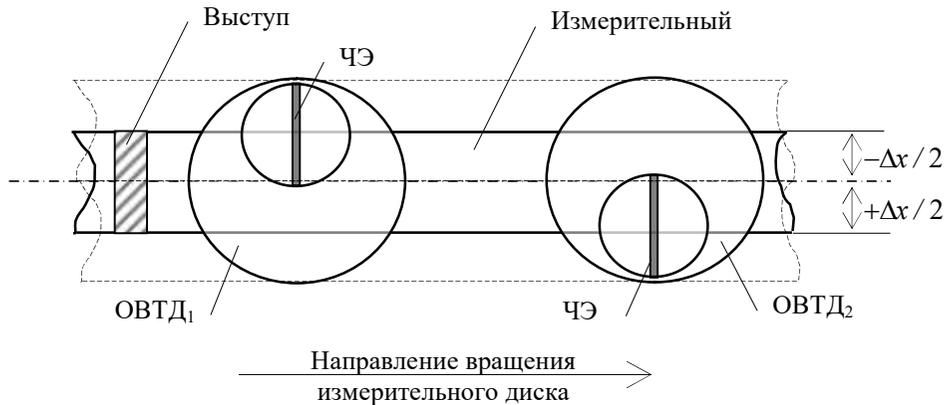


Рис. 1. Положение ЧЭ ОВТД₁ и ОВТД₂ относительно измерительного диска

В свою очередь, для определения частоты вращения измерительного диска и формирования соответствующих сигналов (основного и дублирующего) для штатной системы мониторинга ТНА вычисляются временные интервалы между экстремальными значениями соседних сигналов, соответствующих прохождению выступами измерительного диска под ЧЭ каждого ОВТД. Способ определения скоростей и ускорений диска с дискретной наружной поверхностью (лопаточное колесо, шестерня, диск с выступами и т. д.) достаточно подробно рассмотрен в [12] и здесь не приводится.

Структурно-функциональная схема системы

Обобщенная структурно-функциональная схема системы контроля осевых перемещений вала в РУП ТНА двигателя НК-33, реализующей приведенный ранее подход, представлена на рис. 2.

Два идентичных по своим параметрам ОВТД₁ и ОВТД₂ образуют распределенный кластер, размещаемый в тех же посадочных местах, что и соответствующие ДЧВ в штатном БИЧ. Через тоководы и согласующие трансформаторы ЧЭ датчиков подключаются каждый к своему преобразователю сигналов, основу которых составляют индивидуальные измерительные цепи (ИЦ), построенные по дифференциальной схеме и реализующие метод первой производной [8]. Метод первой производной обеспечивает фиксацию производной тока в момент подачи импульса питания на ИЦ с датчиком, когда изменения эквивалентной индуктивности ОВТД $L_3(t) = L_0 - \Delta L(t)$, связанные с прохождением торцевой части выступа измерительного диска под ЧЭ датчика, имеют наибольшую величину.

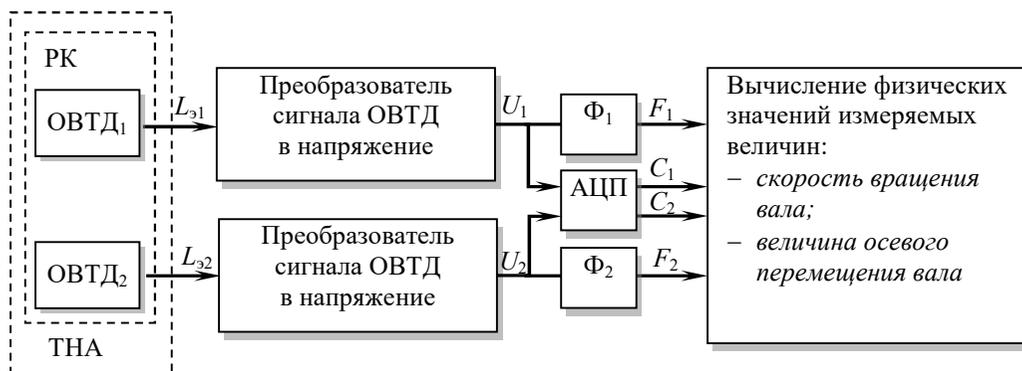


Рис. 2. Обобщенная структурно-функциональная схема системы контроля осевых перемещений и определения скорости вращения вала в РУП

Дифференциальное включение ОВТД позволяет выделить в аналоговом выходном сигнале ИЦ только информативную часть изменений эквивалентной индуктивности $\Delta L(t)$, исключив неинформативную составляющую L_0 . Традиционно такие ИЦ строятся на основе моста Блумлейна [8] или неравновесного моста с операционным усилителем в режиме дифференцирования [9, 10]. При этом в одно плечо мостовой схемы включается рабочий ОВТД, а во второе – либо аналогичный ОВТД, выполняющий компенсационные функции, либо его имитатор в виде катушки индуктивности, величина которой равна собственной индуктивности рабочего ОВТД L_0 [11, 16]. Учитывая невозможность размещения дополнительных датчиков на корпусе ТНА, в рассматриваемом случае применим только вариант дифференциальной ИЦ с имитатором ОВТД (на рис. 2 имитаторы ОВТД не показаны).

Помимо ИЦ каждый преобразователь содержит усилитель-нормализатор, обеспечивающий согласование напряжений U_1 и U_2 на выходе ИЦ с последующими устройствами аналого-цифрового преобразования и обработки сигналов. Нормализованные напряжения U_1 и U_2 с выходов преобразователей сигналов ОВТД подаются на многоканальный аналого-цифровой преобразователь (АЦП). В последнем случае предполагается использовать внешний модуль E14-440 фирмы L-Card [13], который содержит АЦП 14 бит/400 кГц для подключения до 16 дифференциальных каналов и имеет программно управляемую настройку параметров сбора данных. Кроме того, в модуле имеется собственный цифровой сигнальный процессор ADSP-2185M [17], что позволяет реализовывать специализированные алгоритмы обработки сигналов в реальном времени на уровне программирования DSP. Связь модуля с другими устройствами осуществляется через стандартный USB-интерфейс версии 2.0. Это обеспечивает его легкую интеграцию с ПЭВМ с предустановленным специализированным ПО, реализующим заявленные функции системы контроля. Впоследствии, при реализации бортового варианта системы, ПЭВМ может быть заменена на одноплатную ЭВМ или микропроцессорный модуль со встроенными АЦП. Параллельно с аналого-цифровым преобразованием напряжения U_1 и U_2 поступают на индивидуальные формирователи сигналов Φ_1 и Φ_2 , на выходе которых формируются короткие прямоугольные импульсы F_1 и F_2 ,

соответствующие моментам прохождения выступами измерительного диска под ЧЭ ОВТД₁ и ЧЭ ОВТД₂ соответственно.

В блоке вычисления физических значений измеряемых величин (может быть реализован в ПЭВМ или в микропроцессорном блоке для бортового варианта системы) осуществляется обработка цифровых кодов C_1 , C_2 , соответствующих изменениям индуктивностей ЧЭ ОВТД₁ и ОВТД₂ при прохождении выступом измерительного диска зон чувствительности датчиков. Здесь же осуществляется вычисление и анализ осевого смещения вала на каждом обороте измерительного диска, что позволяет непрерывно следить за износом РУП и по заданным уставкам формировать соответствующие сигналы в блок мониторинга ТНА о состоянии подшипникового узла. При этом осевые смещения вычисляются на основе предварительно снятых градуировочных характеристик (ГХ) измерительных каналов, представляющих собой зависимости цифровых кодов, соответствующих эквивалентным индуктивностям ОВТД (напряжениям на выходе соответствующих), от радиального зазора между выступом и ЧЭ, а также осевого смещения вала (координат x , y):

$$\begin{cases} C_1 = f_1(x, y); \\ C_2 = f_2(x, y). \end{cases} \quad (1)$$

Решению системы уравнений (1) предшествует предварительная аппроксимация ГХ полиномиальными функциями двух переменных или кусочно-линейная (кусочно-полиномиальная) интерполяция. Обычно искомые координаты вычисляются с помощью алгоритма на основе метода Ньютона [9]. Для немонотонных ГХ могут быть использованы также и специализированные алгоритмы вычисления координат по аналогии с [18].

В свою очередь, измеряя интервалы времени между двумя соседними импульсами $F_{1,i-1}$ и $F_{1,i}$ ($F_{2,i-1}$ и $F_{2,i}$) (блок вычисления физических значений измеряемых величин), можно определить частоту вращения вала ТНА. Указанная операция также может быть реализована в ПЭВМ или, как это было предложено в [12], на уровне отдельного микропроцессорного модуля.

Обобщенный алгоритм функционирования системы

Программная реализация рассматриваемого подхода может быть осуществлена на основе комбинации алгоритмов определения радиальных и осевых смещений торцов лопаток с помощью распределенного кластера ОВТД [9] и вычисления угловых скоростей и ускорений по торцам рабочих лопаток компрессора (турбины) ГТД [12]. Из представленной выше (рис. 2) структурно-функциональной схемы видно, что для получения искомой информации необходимо выполнение следующих операций:

1. Нормализация и преобразование в цифровой код сигналов ОВТД₁ и ОВТД₂.
2. Предварительная обработка полученных значений кодов, которая обычно включает терморекоррекцию и выделение экстремальных значений кодов в измерительных каналах системы.
3. Расчет физического значения осевого перемещения вала в РУП и определение частоты его вращения.
4. Сопоставление фактического значения осевых смещений с максимально допустимым и формирование соответствующего сигнала в систему управления двигателем.

Следует отметить, что традиционно реализуемые в системах измерения многокоординатных смещений торцов лопаток и лопастей авиационных и наземных ГТД [9] алгоритмы сбора, преобразования и обработки измерительной информации, как правило, предполагают, что все операции выполняются последовательно в старт-стопном режиме без серьезных ограничений во времени и повышенных требований к быстродействию применяемых технических средств системы. Рассматриваемый же случай предполагает принципиально непрерывный режим опроса ОВТД и вычисления искомых диагностических параметров, а потому существенно возрастают требования к вычислительным ресурсам и динамическим характеристикам системы. Для улучшения динамических характеристик алгоритмов в работе [19] предлагается использовать так называемое «квазипараллельное» выполнение нескольких операций в темпе опроса измерительных преобразователей. Данный подход применим и в рассматриваемом случае. При этом вычислительные операции должны осуществляться во временном промежутке, равном примерно половине периода вращения измерительного диска между моментами появления выступов в зоне чувствительности обоих ОВТД.

Блок-схема алгоритма общего функционирования системы контроля осевых смещений и определения скорости вращения вала в РУП представлена на рис. 3. Запуск процедур сбора и обработки измерительной информации о диагностических параметрах подшипникового узла начинается после ввода исходных данных (конфигурация используемых технических средств, ГХ измерительных каналов системы, уставки по допустимым осевым смещениям) и инициализации используемых АЦП (блоки 2–3). Цикл опроса ОВТД и вычислений физических значений осевых смещений осуществляется в основном теле алгоритма (блоки 4–14), который реализован в виде трех независимых потоков выполнения, два из которых (блоки 4–7 и 8–11) идентичны по своему программному наполнению и обеспечивают управление сбором, преобразованиями и вычислениями в каждом из измерительных каналов системы. Третий поток (блоки 12–14) осуществляет интеграцию результатов преобразования, вычисление физических значений осевых смещений вала (блок 12), сопоставление полученного результата с заданными установками (блок 13) и формирование соответствующего сигнала оповещения системе автоматического управления двигателем (блок 14).

При реализации алгоритма на верхнем уровне в ПЭВМ управление процедурами опроса измерительных каналов с ОВТД₁ и ОВТД₂ (блоки 4, 8) осуществляется программными средствами, реализованными в фирменном ПО L-Card, которое обеспечивает формирование во внутренней памяти ПЭВМ буфера FIFO, содержащего последовательности кодов для первого и второго измерительных каналов системы. При появлении очередного цифрового отсчета кода ($C_{1,i}$ или $C_{2,i}$) происходит его сопоставление с допустимым уровнем шумовой составляющей (блоки 5, 9), и если величина кода превышает этот уровень, запускается процедура поиска и фиксации экстремума кода и момента времени, соответствующего его появлению (блоки 6, 10). При этом может использоваться процедура амплитудного детектирования экстремумов кодов, аналогичная той, описание которой приведено в [20]. По интервалам времени между обнаружениями текущего и предыдущего экстремумов (между сформированными импульсами F_{i-1} , F_i) вычисляются значения частоты вращения вала отдельно в каждом канале системы (блоки 7, 11). Останов работы алгоритма

(блок 15) осуществляется, соответственно, либо по команде оператора, либо по сигналу от системы аварийного отключения двигателя.

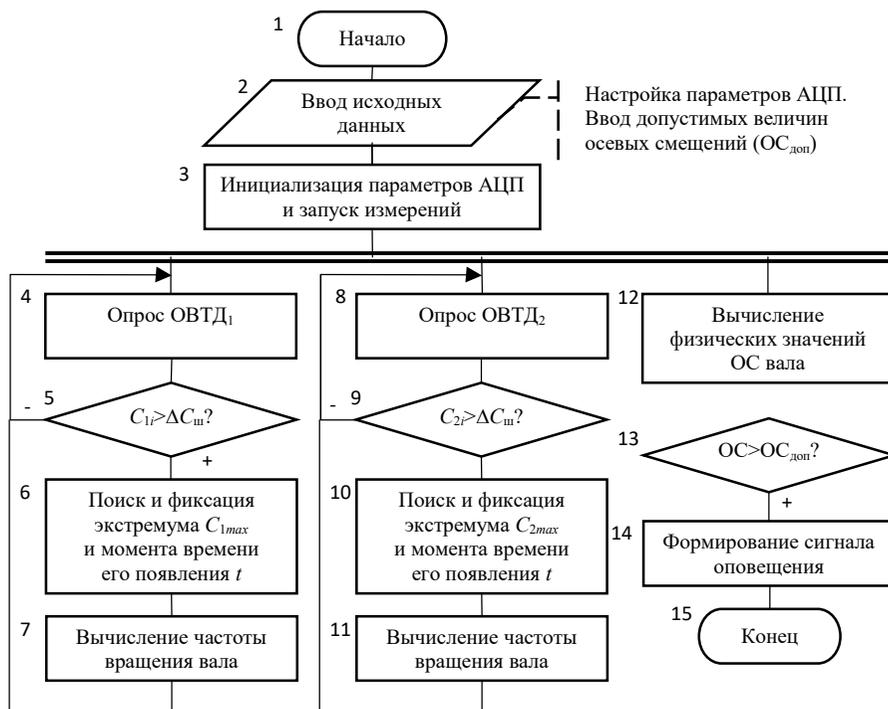


Рис. 3. Блок-схема алгоритма общего функционирования системы контроля осевых перемещений и определения скорости вращения вала в РУП

Реализация алгоритма на микропроцессорном уровне не отличается от рассмотренного выше варианта по последовательности операций, однако потребует разработки соответствующего внутреннего ПО микропроцессорного блока системы контроля.

Заключение

В статье рассмотрен подход к созданию системы контроля осевых перемещений вала в РУП ТНА ЖРД НК-33 на основе применения ОВТД с ЧЭ в виде отрезка проводника, направленный на раннюю диагностику износа подшипникового узла и, как следствие, на повышение надежности и безопасности эксплуатации силовой установки в целом. Особенностью подхода является замена используемых в существующем БИЧ ДЧВ на оригинальные ОВТД, идентичные с последними по размерам и способам установки на корпусе ТНА. При этом функция определения частоты вращения вала ТНА с учетом основного и резервного каналов измерения осталась неизменной.

Предложены принципы построения систем контроля износа РУП на уровне структурно-функциональной схемы и обобщенного алгоритма функционирования системы контроля. В структурно-функциональной схеме два ОВТД, установленные взамен ранее используемых ДЧВ, образуют т.н. распределенный кластер датчиков, который позволяет реализовать в системе метод измерения радиальных и осевых перемещений элементов конструкций

силовых установок по аналогии с тем, как это было сделано применительно к газотурбинным двигателям. Дополнение традиционной схемы, реализующей кластерный метод измерения радиальных и осевых смещений, формирователями прямоугольных импульсов при прохождении выступами измерительного диска под ЧЭ каждого ОВТД с учетом дальнейшего вычисления временного интервала между соседними импульсами относительно одного и того же ЧЭ, позволило выполнить условие сохранения функции измерения частоты вращения вала ТНА, которая в настоящее время используется в системе управления ЖРД.

Предложен обобщенный алгоритм функционирования системы, который в отличие от существующих подходов, предполагающих старт-стопный режим запуска процессов измерения, ориентирован на непрерывный сбор данных о величине осевого смещения вала в РУП и частоте вращения ротора ТНА. При этом основной цикл опроса измерительных каналов с ОВТД и вычислений физических значений искомых диагностических параметров реализован в виде трех независимых потоков выполнения, два из которых идентичны по своему программному наполнению и обеспечивают управление сбором, преобразованиями и вычислениями в каждом из измерительных каналов системы, а третий поток осуществляет интеграцию результатов, сопоставление его с заданными уставками и формирование соответствующего сигнала оповещения оператору или (в перспективе) системе автоматического управления двигателем. В общем случае алгоритм функционирования системы инвариантен к вычислительным средствам, используемым для его реализации, и может быть воплощен как в ПЭВМ, так и в отдельных микропроцессорных модулях при переходе к бортовому варианту системы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Тресвятский С.Н., Федорченко Д.Г., Данильченко В.П.* Жидкостный ракетный двигатель НК-33-1 многократного применения для современных ракет-носителей легкого, среднего и тяжелого классов // Академические чтения по космонавтике: Тр. XXX конф. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. С. 337–341.
2. *Тресвятский С.Н., Федорченко Д.Г., Данильченко В.П.* Космические двигатели СНТК имени Н.Д. Кузнецова // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2006. № 2–1. С. 16–22.
3. Antares Launch Vehicle. Antares Overview. <https://web.archive.org/web/20130922012950/http://www.orbital.com/NewsInfo/MissionUpdates/Orb-D1/files/9%20Antares%20Overview.pdf> (accessed June 23, 2022).
4. NASA Independent Review Team Orb-3 Accident Investigation Report. Executive Summary. https://www.nasa.gov/sites/default/files/atoms/files/orb3_irt_execsumm_0.pdf (accessed June 23, 2022).
5. *Герасимов В.Г., Клюев В.В., Шатерников В.Е.* Методы и приборы электромагнитного контроля / Под ред. В.Е. Шатерникова. М.: Спектр, 2010. 256 с.
6. *Borovik S., Sekisov Y.* Single-Coil Eddy Current Sensors and Their Application for Monitoring the Dangerous States of Gas-Turbine Engines // Sensors. 2020. No. 20. P. 2107.
7. *Belosludtsev V., Borovik S., Danilchenko V., Sekisov Y.* Wear Diagnostics of the Thrust Bearing of NK-33 Turbo-Pump Unit on the Basis of Single-Coil Eddy Current Sensors // Sensors 2021. No. 21. P. 3463.
8. Методы и средства измерения многомерных перемещений элементов конструкций силовых установок / Под ред. Ю.Н. Секисова, О.П. Скобелева. Самара: Самарский научный центр РАН, 2001. 188 с.
9. Кластерные методы и средства измерения деформаций статора и координат смещений торцов лопаток и лопастей в газотурбинных двигателях / под общ. ред. О.П. Скобелева. М.: Машиностроение, 2011. 298 с.
10. Кластерные методы и средства измерения радиальных зазоров в проточной части турбины / под общ. ред. О.П. Скобелева. М.: Инновационное машиностроение, 2018. 224 с.

11. Методы и средства измерения и обработки информации о радиальных зазорах в проточной части ГТД с самокомпенсацией температурных воздействий на датчик / под общ. ред. *О.П. Скобелева*. Самара: Новая техника, 2021. 142 с.
12. *Белопухов В.Н., Боровик С.Ю.* Система измерения ускорений лопаточного колеса компрессора и турбины с использованием одновиткового вихретокового датчика и микроконтроллера // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Тр. XIV междунар. конф. Самара: СамНЦ РАН, 2012. С. 607–611.
13. *Гарманов А.В.* Преобразователи напряжения измерительные L-CardE20-10, E20-10-1, E20-10-D, E20-10-D-1, E20-10-D-1, E20-10-D-1-I. Руководство пользователя. М.: ЗАО «Л-Кард», 2021. 79 с.
14. *Беленький Л.Б., Боровик С.Ю., Райков Б.К., Секисов Ю.Н., Скобелев О.П., Тулупова В.В.* Методы измерения смещений торцов лопаток в компрессорах и турбинах на основе распределенных кластеров датчиков. Ч. 1. Обоснование предлагаемых методов и их описание // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 4. С. 16–19.
15. *Беленький Л.Б., Боровик С.Ю., Райков Б.К., Секисов Ю.Н., Скобелев О.П., Тулупова В.В.* Методы измерения смещений торцов лопаток в компрессорах и турбинах на основе распределенных кластеров датчиков. Ч. 2. Реализуемость методов // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 5. С. 21–30.
16. *Белопухов В.Н., Боровик С.Ю., Кутейникова М.М., Подинов П.Е., Секисов Ю.Н., Скобелев О.П.* Измерение радиальных зазоров в газотурбинном двигателе с самокомпенсацией температурных воздействий на одновитковый вихретоковый датчик // Датчики и системы. 2019. № 4. С. 39–46.
17. DSP Microcomputer ADSP-2185M. <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADSP-2185M.pdf> (accessed June 23, 2022).
18. *Кутейникова М.М., Секисов Ю.Н.* Алгоритм вычисления радиальных и осевых смещений торцов лопаток // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Тр. XII междунар. конф. Самара: СамНЦ РАН, 2010. С. 323–327.
19. *Боровик С.Ю., Райков Б.К., Секисов Ю.Н., Скобелев О.П., Тулупова В.В.* Способ квази-параллельных измерений и вычислений координатных составляющих многомерных перемещений торцов лопаток // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Тр. V междунар. конф. Самара: СамНЦ РАН, 2003. С. 506–511.
20. А.с. 1550608 SU, МКИ H03K5/153. Устройство для фиксации момента прохождения задним фронтом импульса заданного уровня / *Белопухов В.Н., Малов А.Н., Подвигин В.Н.*; опубл. 15.03.90. Бюл. № 10.

Статья поступила в редакцию 25 марта 2022 г.

STRUCTURE AND OPERATING ALGORITHMS OF THE SYSTEM FOR MONITORING OF THE SHAFT'S AXIAL DISPLACEMENT IN COMBINED JOURNAL-AND-THRUST BEARING OF THE TURBO-PUMP UNIT OF LIQUID-PROPELLANT ROCKET ENGINE NK-33

V.A. Belosludtsev¹, S.Y. Borovik², M.M. Kuteynikova³, Y.N. Sekisov⁴

Samara Federal Research Scientific Center RAS
Institute for the Control of Complex Systems RAS
61, Sadovaya st., Samara, 443020, Russian Federation

E-mail: m.kuteynikova@mail.ru

Abstract. The problem of early wear diagnostics of the combined journal-and-thrust bearing of the turbo-pump unit of the liquid-propellant rocket engine NK-33 is considered. The main purpose of the diagnostics is to identify the initial stage of the bearing's intensive wear. This allows to detect timely the catastrophic destruction of the unit and to prevent the development of emergency destruction of the power plant in general. The significant limitation of the appropriate diagnostic methods was the strict requirements of the inadmissibility of any changes on the number and dimensions of the sensors used in the product body while the existing functions of the turbopump rotor rotation speed monitoring should remain unchanged. The authors proposed a solution based on the replacement of the inductive RPM sensors that are currently used in the turbopump unit parameter monitoring systems with single-coil eddy current sensors with sensitive elements in the form of a conductor segment. This approach made it possible to monitor the axial displacement of the shaft in the combined journal-and-thrust bearing associated with the wear of the assembly and to keep the function of the measuring of the turbopump shaft rotational speed unchanged. The article provides a brief description of the implemented approach to early diagnosis of the condition of the bearing assembly of the NK-33 turbopump unit based on the measurement of the axial displacement of the shaft in the bearing. The technical solutions that implement the approach are based on the use of original single-coil eddy current sensors of a special design with shifted sensing elements, the non-standard converters of their output signals in combination with standard analog-to-digital converters (external modules of the Russian-made L-Card E14-440 ADC) and a PC that provides the control of the data acquisition, processing and visualization. A structural and functional scheme of the control system and its generalized operation algorithm are proposed.

Keywords: *liquid-propellant jet engine, turbo-pump unit, journal-and-thrust bearing, wear, shaft's axial displacement, preventing of the emergency destruction, single-coil eddy current sensor, cluster methods, monitoring system, structural and functional scheme, operation algorithm*

REFERENCES

1. *Tresvyatskiy S.N., Fedorchenko D.G., Danilchenko V.P.* Liquid rocket reusable engine NK-33-1 for modern light, medium and heavy class launch vehicles // Proceedings of the XXX Academic Readings on Space Science, Moscow, Russia, 2006. P. 337–341. (In Russian).

¹ *Viktor A. Belosludtsev, Leading Designer.*

² *Sergey Y. Borovik (Dr. Sci. (Techn.)), Leading Scientist.*

³ *Marina M. Kuteynikova (Ph.D. (Techn.)), Senior scientist.*

⁴ *Yuriy N. Sekisov (Dr. Sci. (Techn.)), Chief Scientist.*

2. *Tresvyatskiy S.N., Fedorchenko D.G., Danilchenko V.P.* Liquid propellant rocket engines designed by N.D. Kuznetsov Company // *Vestn. Samara Univ. Aerosp. Mech. Eng.* 2006. No. 2–1. P. 16–22. (In Russian).
3. Antares Launch Vehicle. Antares Overview. <https://web.archive.org/web/20130922012950/http://www.orbital.com/NewsInfo/MissionUpdates/Orb-D1/files/9%20Antares%20Overview.pdf> (accessed June 23, 2022).
4. NASA Independent Review Team Orb–3 Accident Investigation Report. Executive Summary. https://www.nasa.gov/sites/default/files/atoms/files/orb3_irt_execsumm_0.pdf (accessed June 23, 2022).
5. *Gerasimov V.G., Klyuev V.V., Shaternikov V.E.* Methods and Devices for Electromagnetic Control. Moscow: Spektr, 2010. 256 pp. (In Russian).
6. *Borovik S., Sekisov Y.* Single-Coil Eddy Current Sensors and Their Application for Monitoring the Dangerous States of Gas-Turbine Engines // *Sensors.* 2020. 20. P. 2107.
7. *Belosludtsev V., Borovik S., Danilchenko V., Sekisov Y.* Wear Diagnostics of the Thrust Bearing of NK-33 Turbo-Pump Unit on the Basis of Single-Coil Eddy Current Sensors // *Sensors* 2021. 21. P. 3463.
8. Methods and Tools for Measuring Multidimensional Displacements of Structural Components of Power Plants / *Sekisov Y.N., Skobelev O.P., Eds.* Samara: Izd. SamNTs RAN, 2001, 188 pp. (In Russian).
9. Cluster Methods and Tools for Measuring Stator Deformations and Displacement Coordinates of Blade Tips and Blades in Gas Turbine Engines / *Skobelev O.P., Ed.*; Moscow: Izd. Mashinostroenie, 2011. 298 pp. (In Russian).
10. Cluster Methods and Tools for Measuring Radial Clearances in Turbine Flow Section / *Skobelev O.P., Ed.*, Moscow: Izd. Innovatsionnoe Mashinostroenie, 2018, 224 pp. (In Russian).
11. Methods and Tools for the Processing of the Information About Radial Clearances in GTE Flow Section with Self-Compensation of Temperature Effect on the Sensor / *Skobelev O.P., Ed.*, Samara: Izd. Novaya Tekhnika, 2021, 142 pp. (In Russian).
12. *Belopukhov V.N., Borovik S.Y.* System for the measuring the angle accelerations of the blade wheel of a compressor or turbine on the basis of single-coil eddy-current sensor and microcontroller // *Proceedings of the XIV International Conference “Complex Systems: Control and Modelling Problems”*, Samara, Russia, 2012. P. 607–611. (In Russian).
13. *Garmanov A.V.* Voltage Measuring Converters L-CardE20-10, E20-10-1, E20-10-D, E20-10-D-1, E20-10-D-I, E20-10-D-1-I. User’s Guide. Moscow: ZAO «L-Card», 2021. 79 pp. (In Russian).
14. *Belenki L.B., Borovik S.Y., Raykov B.K., Sekisov Y.N., Skobelev O.P., Tulupova V.V.* Methods for Measuring Blasé Tips Displacements in Compressors and Turbines on the base of Distributed Sensors’ Clusters. Part 1. Justification and description of the proposed methods // *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, 4. P. 16–19. (In Russian).
15. *Belenki L.B., Borovik S.Y., Raykov B.K., Sekisov Y.N., Skobelev O.P., Tulupova V.V.* Methods for Measuring Blasé Tips Displacements in Compressors and Turbines on the base of Distributed Sensors’ Clusters. Part 2. Method feasibility // *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2009, 5. P. 21–30. (In Russian).
16. *Belopukhov V.N., Borovik S.Y., Kuteynikova M.M., Podlipnov P.E., Sekisov Y.N., Skobelev O.P.* Method for radial clearance measuring in a gas turbine engine with self-compensation of temperature effects on the sensor // *Datchiki i Sistemy*, 2018, 4. P. 53–59. (In Russian).
17. DSP Microcomputer ADSP-2185M. <https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADSP-2185M.pdf> (accessed June 23, 2022).
18. *Kuteynikova M.M., Sekisov Y.N.* Blade Tips Radial Clearances and Axial Displacements Calculation Algorithm // *Proceedings of the XII International Conference “Complex Systems: Control and Modelling Problems”*, Samara, Russia, 2010. P. 323–327. (In Russian).
19. *Borovik S.Y., Raykov B.K., Sekisov Y.N., Skobelev O.P., Tulupova V.V.* Method for Quasi-Parallel Measurements and Calculations of the Coordinates of the Blades Tips Multidimensional Movements // *Proceedings of the V International Conference “Complex Systems: Control and Modelling Problems”*, Samara, Russia, 2003. P. 506–511. (In Russian).
20. *Belopukhov V.N., Malov A.N., Podvigin V.N.* Device for fixing the moment when the back edge of the pulse passes a given level / Author’s certificates of the USSR no. 4332427/24-21, 1990. (In Russian).

УДК 621.373.876

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ МНОГОПОЗИЦИОННОГО КОНТРОЛЯ КРУПНОГАБАРИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛАЗЕРНОГО ТРЕКЕРА

Н.А. Сазонникова¹, Р.В. Уклеин²

¹ Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

² Ракетно-космический центр «Прогресс» (АО «РКЦ «Прогресс»)
Россия, 443009, г. Самара, ул. Земеца, 18

E-mail: nasazonnikova@yandex.ru

Аннотация. Лазерные трекеры являются перспективными бесконтактными средствами контроля геометрических параметров крупногабаритных изделий аэрокосмической техники. В тех случаях, когда невозможно проведение контроля всего изделия с помощью одного лазерного трекера с фиксированной позицией, применяется многопозиционный контроль. В данной работе рассмотрены принципы многопозиционного контроля геометрии крупногабаритных изделий при использовании лазерного трекера в качестве средства измерения. В качестве объекта контроля рассматривается цилиндрическая обечайка диаметром 4100 мм, высотой 1560 мм и толщиной 24 мм, сваренная из трех сегментов. Определены координаты расположения стоянок трекера и опорных точек из условий их полной видимости и минимальной погрешности измерений. Построена математическая модель измерительной системы для многопозиционного контроля крупногабаритной обечайки, определяющая взаимосвязь между координатами точек, измеренными с разных стоянок лазерного трекера. Для системы контроля крупногабаритной обечайки определены координаты опорных точек измерительной системы и координаты стоянок трекера, позволяющие минимизировать число неизвестных параметров в математической модели. Проведен расчет максимально допустимой погрешности выбранной измерительной системы. Для подтверждения основных положений математической модели были проведены экспериментальные исследования. Измерено 276 точек на наружной поверхности образующей макета крупногабаритной обечайки. Для определения отклонения поверхности от теоретического контура в программном обеспечении *SpatialAnalyzer* была построена цифровая модель теоретического контура сборки. Было произведено сравнение измеренных контрольных точек с поверхностью цифровой модели. Результаты проведенных экспериментальных исследований подтвердили основные положения математической модели и показали, что погрешность измерительной системы соответствует требуемым значениям

Ключевые слова: лазерный трекер, обечайка, САД-модель, опорные точки, мультилатерация

¹ Сазонникова Надежда Александровна, профессор кафедры «Техносферная безопасность и сертификация производств», доктор технических наук, доцент.

² Уклеин Роман Владимирович, инженер-конструктор отдела подготовки и проведения специальных испытаний.

На производстве для контроля геометрических параметров изделий, к которым предъявляются высокие метрологические требования, используются шаблоны и калибры. Это бесшкальные инструменты, предназначенные для сравнения размеров детали с эталонным значением. Но они имеют ряд недостатков. Во-первых, они не позволяют оценить величину отклонения размера от номинального значения, а позволяют проводить только качественный анализ. Во-вторых, их точность не всегда удовлетворяет требуемой. Также для контроля каждого изделия требуется свой инструмент, и это затрудняет контроль крупногабаритных изделий, особенно в аэрокосмической промышленности [1].

В работе [2] показано, что для контроля геометрических параметров крупногабаритных обечаек в процессе производства целесообразно использовать оптико-электронные измерительные системы. В данном случае используется обработка растровых изображений (теневой метод) для оценки размеров и формы оболочки. Результатом измерений является профилограмма обечайки. Погрешность ее регистрации не превышает 1 %. Возможна дальнейшая автоматизация процесса измерений с использованием промышленного робота. Параметры оптической системы выбираются исходя из параметров процесса контроля [3].

Появление лазерных трекеров позволило усовершенствовать и автоматизировать процесс контроля крупногабаритных конструкций [4]. При этом возможны различные схемы контроля: однопозиционный контроль (при относительно небольших размерах изделия), а также многопозиционный контроль. Многопозиционный контроль проводится в том случае, если невозможно выполнить измерения с помощью одного трекера с жестко зафиксированной позицией. Так как одновременное применение нескольких лазерных трекеров существенно увеличивает стоимость проводимых измерений, целесообразно проводить измерения использованием нескольких стоянок одного трекера при последовательном расположении одного лазерного трекера на нескольких позициях. Однако при этом возникает проблема привязки координат точек, полученных с разных стоянок трекера [5–7]. С другой стороны, применение многопозиционного контроля (мультилатерации) создает избыточную информацию по координатам контролируемых точек, которая может быть использована для повышения точности измерений [5, 7]. Если каждая точка контролируется не менее чем с двух позиций трекера, то для оценки координат достаточно только измерения дальности трекером (без определения угловых координат) [7]. Так, при контроле крупногабаритной плоскости применение двухпозиционного контроля позволяет контролировать отклонение от плоскостности с неопределенностью, не превышающей 1,4 мкм [8]. При проведении измерений с помощью лазерного трекера погрешность измерения дальности и углов возрастает пропорционально расстоянию до объекта контроля как в режиме интерферометра, так и в режиме абсолютного дальномера. Поэтому целесообразно размещать трекер как можно ближе к контролируемому изделию. С другой стороны, объект контроля должен быть в пределах требуемого угла зрения трекера ($\pm 20^\circ$) [4]. При многопозиционном контроле снижение расстояния от объекта контроля до трекера приводит к увеличению числа требуемых стоянок трекера и усложнению процесса обработки информации [6]. Поэтому в каждом конкретном случае требуется проводить выбор оптимальной конфигурации измерительной системы.

Погрешность проводимых измерений также зависит от расположения стоянок трекера относительно контролируемого изделия, конструкции и расположе-

ния дополнительных приспособлений, используемых для размещения сферических отражателей (SMR) [9].

В данной работе в качестве объекта контроля рассматривается цилиндрическая обечайка (рис. 1) диаметром 4100 мм, высотой 1560 мм и толщиной 24 мм, сваренная из трех сегментов. Масса объекта составляет 110 кг.

Цель работы – разработка математической модели измерительной системы многопозиционного контроля для контроля геометрических параметров крупногабаритной обечайки.

Требования по точности определения координат контролируемых точек определяются исходя из допустимого отклонения точек от требуемого контура, которое должно составлять не более ± 3 мм. При этом требуемая точность определения каждой точки – не хуже 0,1 мм. Поэтому погрешность измерительной системы не должна превышать хотя бы половины этого значения.

Одной из основных задач при проведении многопозиционного контроля является установление взаимосвязи между результатами измерений, полученными с разных стоянок трекера. Чтобы узнать точное расположение стоянок трекера в общей системе координат, достаточно использовать только информацию о дальности от каждой стоянки до опорных точек (точки, необходимые для привязки стоянок трекера). Теоретическая основа для этого – метод трилатерации, когда используются три станции, или, в общем случае, мультилатерация [4, 7].

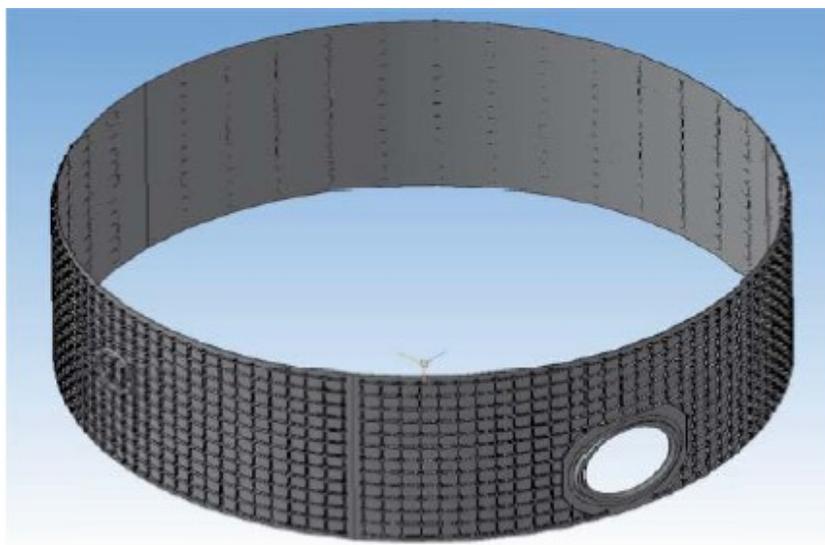


Рис. 1. Объект испытаний

Для осуществления привязки результатов измерений с разных стоянок трекера можно предположить, что одна из стоянок трекера находится в начале координат (рис. 2а). Положение второй стоянки определяет ось x , то есть второй трекер расположен на известном расстоянии X_2 от этой оси. Предполагается, что третья стоянка находится в известной координате на плоскости XY ($X_3; Y_3; 0$). Затем координаты (x, y, z) цели R можно определить из системы трех уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = d_1^2, \\ (x - X_2)^2 + y^2 + z^2 = d_2^2, \\ (x - X_3)^2 + (y - Y_3)^2 + z^2 = d_3^2, \end{cases} \quad (1)$$

где x, y, z – координаты точки в системе координат, соответствующей первой стоянке трекера; d_1, d_2, d_3 – расстояния от первой, второй и третьей стоянок трекера до цели.

Система уравнений (1) включает в себя три известные величины: d_1, d_2 и d_3 , которые представляют собой три измеренных расстояния от каждой из стоянки трекера (S_i) до одной опорной точки (R). Как правило, невозможно точно определить местоположения стоянок трекера относительно друг друга. Добавление 4-го трекера вместе с большим количеством целевых местоположений приводит к большему количеству известных параметров, чем неизвестных, что позволяет одновременно определять местоположение цели и трекера [2]. На рис. 2б имеется 6 неизвестных параметров, связанных с положением 4 стоянок трекера, и 3 неизвестных параметра, связанных с каждой целью R_i . Существует 4 известных расстояния, связанных с каждой целью R_i (одно известное расстояние от каждой стоянки трекера до цели). Если есть 6 целей, то есть 24 неизвестных параметра, подлежащих определению, поэтому необходимо решить систему из 24 уравнений.

Таким образом, координаты 6 целей могут быть определены вместе с координатами трекеров. Эта самокалибровка, то есть возможность определять точное местоположение трекера в общей системе координат, является ключом к реализации мультilaterации на практике. Использование более 6 целей (с 4 трекерами) обеспечивает избыточность, тем самым повышая точность определения координат объекта.

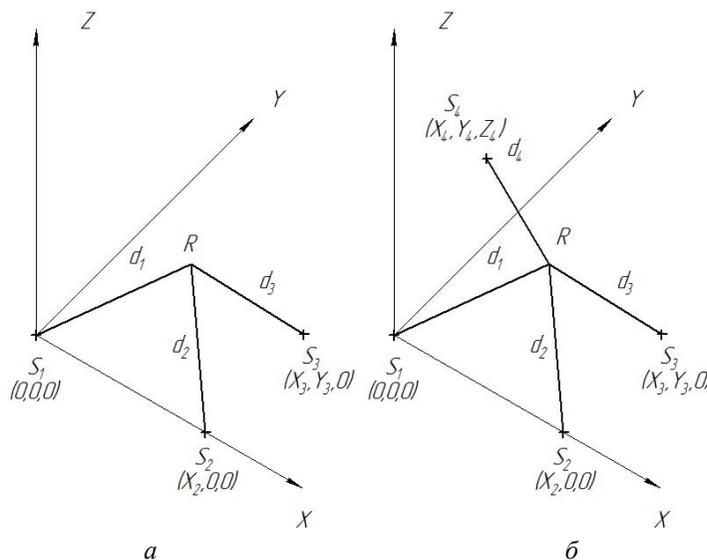


Рис. 2. Трилатерация (а); мультilaterация с четырьмя стоянками трекеров (б)

Имея четыре стоянки лазерного трекера, для осуществления мультилатерации мы должны задать шесть опорных точек, чтобы составить 6 систем уравнений и определить положения этих точек вместе с положениями стоянок трекера.

Взаимосвязь между координатами цели, измеренной с четырех стоянок трекера, определяется системой уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = d_1^2, \\ (x - X_2)^2 + y^2 + z^2 = d_2^2, \\ (x - X_3)^2 + (y - Y_3)^2 + z^2 = d_3^2, \\ (x - X_4)^2 + (y - Y_4)^2 + (z - Z_4)^2 = d_4^2. \end{cases} \quad (2)$$

Расстояния d_1 , d_2 , d_3 и d_4 показаны на рис. 2.

Эту систему уравнений можно представить в следующем виде, подставив первое уравнение в остальные:

$$-2 \begin{bmatrix} X_2 & 0 & 0 \\ X_3 & Y_3 & 0 \\ X_4 & Y_4 & Z_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_2^2 - d_1^2 - X_2^2 \\ d_3^2 - d_1^2 - X_3^2 - Y_3^2 \\ d_4^2 - d_1^2 - X_4^2 - Y_4^2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Отсюда видно, что координата Z_4 не может быть равна нулю при существовании обратной матрицы коэффициентов в левой части уравнения. То есть для решения задачи мультилатерации четвертая стоянка трекера не должна занимать плоскость, определяемую тремя другими стоянками. Это допущение, которое необходимо сделать, чтобы реализовать метод мультилатерации.

В то время как неопределенность в измерениях дальности отдельного лазерного трекера может быть небольшой, то есть порядка нескольких микрометров, неопределенность в измеряемой координате точки в некоторых случаях может быть значительно большей. Повышенная неопределенность может быть результатом неоптимальной геометрии измерения; пример представлен на рис. 3а [4]. Рассмотрим два трекера T_1 и T_2 , с известным расстоянием d друг от друга. Предположим, что существует некоторая неопределенность в измерениях дальности до каждой из трех целей от двух трекеров. Эта неопределенность показана в виде кольцевой области с центром в номинальном целевом положении. Область перекрытия между кольцами от двух стоянок является областью неопределенности в целевой координате. Два кольца для цели A пересекаются таким образом, чтобы обеспечить небольшую зону неопределенности. В случае целей B и C дальномерные оси трекеров параллельны или почти параллельны, в результате чего два кольца пересекаются, образуя большую зону неопределенности. Также для случая 3D-измерений показано, что погрешность измерения наименьшая, когда трекеры расположены в тетраэдрическом порядке, а мишени окружены трекерами (см. рис. 3б).

Хотя тетраэдрическая конфигурация измерительной системы и обладает самой высокой точностью, в нашем случае она непрактична, потому что обечайка имеет форму круга и будет правильно проводить измерения с четырех равноудаленных стоянок, которые находятся в одной плоскости. Если разместить одну из стоянок трекера значительно выше остальных, это скажется на его точности измерения. В этом случае целесообразно принять за начало системы координат положение одной из опорных точек, как это показано на рис. 4 [4].

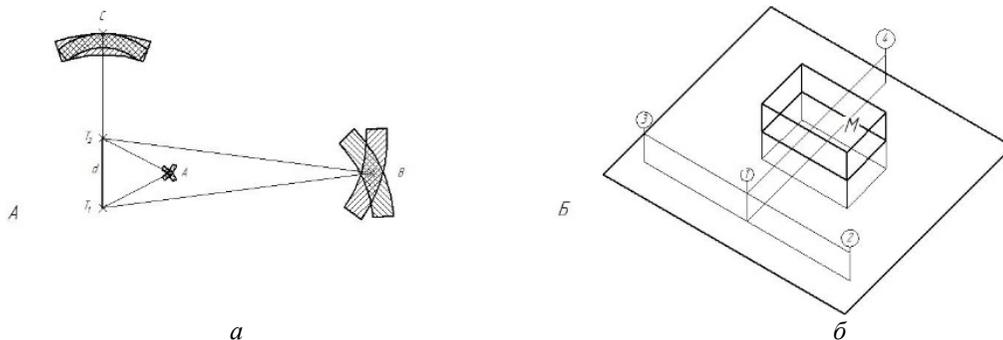


Рис. 3. Область неопределенности для трех целевых объектов (а); равносторонне-тетраэдрическое расположение трекеров (1–4) с заключенным внутри объектом измерения M (б)

Исходя из этого схема измерения рассматриваемого образца должна предполагать, что все стоянки трекера должны располагаться в одной плоскости для достижения оптимальной конфигурации измерительной системы. Тогда система уравнений для расстояний от каждой из стоянок трекера до точек на поверхности обечайки и до опорных точек примет такой вид:

$$\begin{cases} \sqrt{(X_j - x_i)^2 + (Y_j - y_i)^2 + (Z_j - z_i)^2} = L_j + l_{ij}; \\ \sqrt{(X_j - x_{rk})^2 + (Y_j - y_{rk})^2 + (Z_j - z_{rk})^2} = L_j + l_{kj}, \end{cases} \quad (4)$$

$i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2, \dots, 6,$

где L_{ij} – расстояние между j -й стоянкой трекера и i -й измеряемой точкой на объекте; l_{kj} – расстояние между k -й опорной точкой и j -й стоянкой трекера; L_j – расстояние между первой опорной точкой и j -й стоянкой трекера. L_j может быть выражено так:

$$L_j = \sqrt{(X_j - x_{r1})^2 + (Y_j - y_{r1})^2 + (Z_j - z_{r1})^2}, \quad (5)$$

где x_{r1} , y_{r1} и z_{r1} – координаты первой опорной точки, соответствующей началу системы координат.

Координаты местоположения стоянки лазерного трекера $S_j(X_j, Y_j, Z_j)$, измеренные точки (x_i, y_i, z_i) и опорные точки (x_{rk}, y_{rk}, z_{rk}) , называемые параметрами системы, неизвестны и требуют определения в процессе измерения трекера [5].

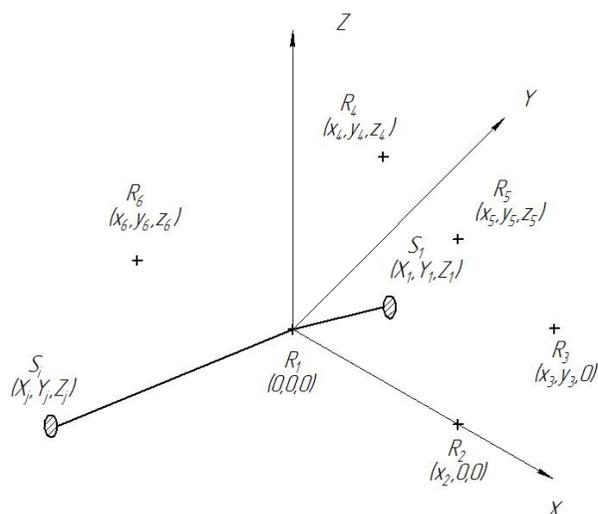


Рис. 4. Схема мультilaterации с началом координат в опорной точке

Определение координат опорных точек, координат стоянок трекера

В данном разделе будет рассмотрен выбор параметров измерительной системы для многопозиционного контроля крупногабаритной обечайки. При этом стоянки трекера должны являться вершинами воображаемого квадрата. Располагаться они должны на одном расстоянии от обечайки. Зная оптимальный диапазон углов измерения ($\pm 20^\circ$) [6], можно определить расстояние от стоянок трекера до обечайки.

Радиус обечайки: $R = 2050 \text{ мм} \Rightarrow c = 2\pi R = 12880,5 \text{ мм}$.

Длина участка, который берет на себя один трекер, равна $\frac{c}{4} = 3220 \text{ мм}$.

Примем этот участок за прямую, как хорду, соответствующей дуге 3220 мм при радиусе 2050 мм. Длина этой хорды будет $l = 2R \cdot \sin \alpha = 2900 \text{ мм}$, где $\alpha = 45^\circ$.

Тогда из равнобедренного треугольника с известными углом в 40° и противолежащей ему стороной найдем медиану, которая и будет искомым расстоянием от трекера до обечайки:

$$\operatorname{tg} 20^\circ = \frac{l}{2x} \Rightarrow \frac{1450}{x} = 0,364 \Rightarrow x = 3,98 \text{ м}. \quad (6)$$

Расстояние от трекера до края обечайки будет равно 3,98 м. Желательно взять его немного больше, допустим 4,5 м, чтобы значение в критических точках получалось измеренным с двух стоянок и соответственно усредненным, тогда уменьшится погрешность в этих точках. В таком случае трекер должен располагаться чуть выше края обечайки – на высоте 1600 мм, чтобы все опорные точки попадали в поле зрения трекера, а обечайка попадала в наилучший диапазон измерения по высоте.

На рис. 5 изображено расположение стоянок лазерного трекера относительно цилиндрической обечайки.

Точка *A* показывает градусный ряд, в котором все измерительные точки будут лежать на границе поля обзора трекеров. В этих точках погрешность измерения координат будет максимальной [4]. В данном случае таких точек 36 (по 9

точек в каждом из 4 градусных рядов). Такой шаг был взят исходя из требований точности определения отклонений от требуемого контура – погрешность определения деформаций в каждой контрольной точке должна быть не более 50 мкм исходя из производительности измерений и возможности учета внесения деформаций в объект, т. е. учета дополнительной погрешности измерений.

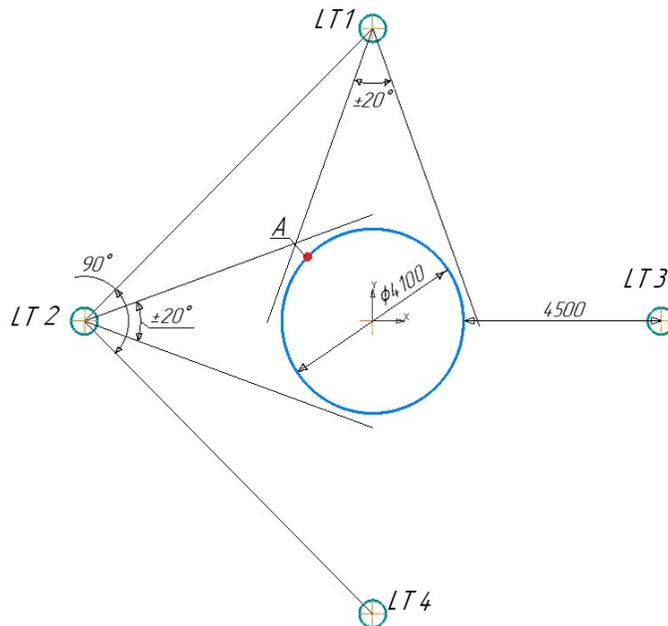


Рис. 5. Расположение стоянок трекера (вид сверху)

За начало координат измерительной системы (основная система координат) было принято положение первой опорной точки R_1 . Для того чтобы однозначно определить координаты контролируемых точек на обечайке, необходимо создать привязку четырех систем координат, связанных с четырьмя стоянками трекера. Для этого в процессе измерения обечайки нужно измерить и расстояние до опорных точек, чтобы в дальнейшем привязать системы координат стоянок трекера к основной системе координат. Тогда возможно определить координаты измеренных точек обечайки в единой системе координат. Для упрощения дальнейших расчетов желательно располагать стоянки трекера вдоль общих осей [7].

Для начала нужно определить положение опорных точек. Так как геометрия объекта не позволяет взять эти точки на обечайке или на уровне пола, то нужно будет устанавливать их дополнительно на специальных штативах. Для четырех стоянок трекера, как было показано ранее, необходимо будет установить 6 отражателей, чтобы добиться самоопределения их координат. Установить их надо выше обечайки, так, чтобы они попадали в поле видения всех четырех трекеров, и при этом необходимо будет соблюдать допущения, рассмотренные в том же пункте.

Расположение опорных точек $R_i(x_i; y_i; z_i)$ и стоянок трекера $LT_j(x_j; y_j; z_j)$ приведено на общей схеме на рис. 6 и 7.

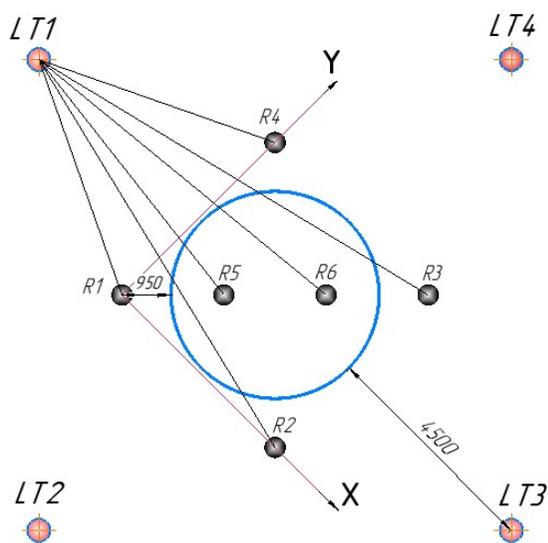


Рис. 6. Конфигурация измерительной системы – вид сверху

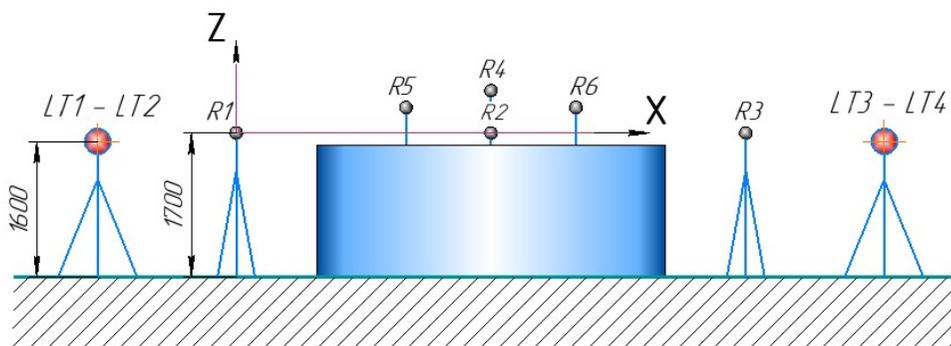


Рис. 7. Конфигурация измерительной системы – вид спереди

Условия расположения опорных точек (отражателей):

- все отражатели должны быть видны со всех четырех стоянок трекера;
- отражатели R_1 , R_2 и R_3 образуют плоскость, а остальные отражатели должны находиться вне этой плоскости.

Исходя из этого были выбраны координаты расположения элементов системы в единой системе координат:

$$\begin{aligned}
 &R_1(0; 0; 0); R_2(4300; 0; 0); R_3(4300; 4300; 0); R_4(0; 4300; 500); \\
 &R_5(1400; 1400; 300); R_6(2800; 2800; 300); LT_1(-4428; 2121; -100); \\
 <_2(2121; -4428; -100); LT_3(8670; 2121; -100); LT_4(2121; 8670; -100).
 \end{aligned}$$

Так как трекер проводит измерения в полярной системе координат (измеряется расстояние и два угла), то все его измерения необходимо будет перевести в декартову систему с помощью системы уравнений вида

$$\begin{cases} X_m = l_m \cdot \cos(\alpha_m) \cdot \sin(\beta_m), \\ Y_m = l_m \cdot \sin(\alpha_m) \cdot \sin(\beta_m), \\ Z_m = l_m \cdot \cos(\beta_m), \end{cases} \quad (7)$$

где α_m – горизонтальный угол, β_m – вертикальный угол, l_m – расстояние от трекера до цели (рис. 8).

Это уравнение необходимо будет применить для каждой измеренной точки.

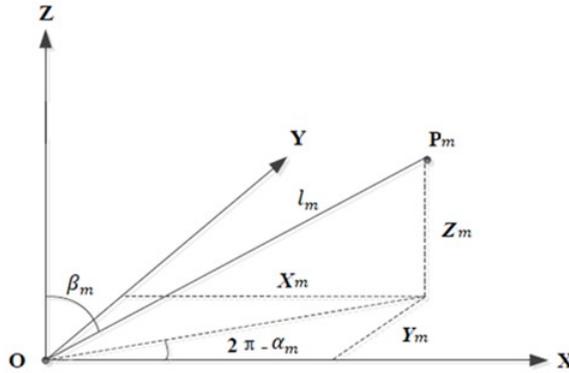


Рис. 8. Связь полярной и декартовой систем координат

После проведения измерений со всех четырех позиций трекера мы имеем все данные, чтобы составить систему уравнений методом мультилатерации и определить точные координаты стоянок трекера. Таким образом можно будет привязать все измерения к одной системе координат.

Ниже записана система, состоящая из 24 уравнений, определяющая взаимосвязь между координатами точек и определяемыми расстояниями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{(X_1 - 0)^2 + (Y_1 - 0)^2 + (Z_1 - 0)^2} = L_{11}; \\ \sqrt{(X_1 - x_{r2})^2 + (Y_1 - 0)^2 + (Z_1 - 0)^2} = L_{12}; \\ \sqrt{(X_1 - x_{r3})^2 + (Y_1 - y_{r3})^2 + (Z_1 - 0)^2} = L_{13}; \\ \sqrt{(X_1 - x_{r4})^2 + (Y_1 - y_{r4})^2 + (Z_1 - z_{r4})^2} = L_{14}; \\ \sqrt{(X_1 - x_{r5})^2 + (Y_1 - y_{r5})^2 + (Z_1 - z_{r5})^2} = L_{15}; \\ \sqrt{(X_1 - x_{r6})^2 + (Y_1 - y_{r6})^2 + (Z_1 - z_{r6})^2} = L_{16}; \\ \sqrt{(X_2 - 0)^2 + (Y_2 - 0)^2 + (Z_2 - 0)^2} = L_{21}; \\ \dots \\ \sqrt{(X_4 - x_{r6})^2 + (Y_4 - y_{r6})^2 + (Z_7 - z_{r6})^2} = L_{46}, \end{array} \right. \quad (8)$$

где (X_i, Y_i, Z_i) – координаты стоянок трекера, $i = (1, 2, 3, 4)$; (x_{rj}, y_{rj}, z_{rj}) – координаты опорных точек, $j = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$; L_{ij} – расстояние от i -й стоянки трекера до j -й опорной точки.

В этой системе уравнений имеется 24 известных параметра – L_{ij} и 24 неизвестных параметра – (X_i, Y_i, Z_i) , (x_{rj}, y_{rj}, z_{rj}) . Решая эту систему уравнений в любой удобной программе, мы определяем координаты стоянок трекера и координаты шести опорных точек в единой системе координат.

После проведения всех измерений и осуществления метода мултилатерации имеются: координаты измеренных точек обечайки (x_{kj}, y_{kj}, z_{kj}) в системе координат трекера; координаты опорных точек (x_{rj}, y_{rj}, z_{rj}) в системе координат трекера; координаты стоянок трекера в единой системе координат (X_i, Y_i, Z_i) ; координаты опорных точек (x_r, y_r, z_r) в единой системе координат. Итоговая задача – определить координаты измеренных точек обечайки (x_k, y_k, z_k) в единой системе координат.

Расчет максимально допустимой погрешности системы контроля

В данной системе контроля есть несколько элементов, каждый из которых вносит вклад в суммарную погрешность.

Как следует из уравнения (7), погрешности измерения этих координат будут зависеть от погрешностей этих параметров и будут выражаться так:

$$u_x = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial x}{\partial l} \right)^2 \Delta l^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha} \right)^2 \Delta \alpha^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \beta} \right)^2 \Delta \beta^2 \right]}; \quad (9)$$

$$u_y = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial y}{\partial l} \right)^2 \Delta l^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right)^2 \Delta \alpha^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \beta} \right)^2 \Delta \beta^2 \right]}; \quad (10)$$

$$u_z = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial z}{\partial l} \right)^2 \Delta l^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \beta} \right)^2 \Delta \beta^2 \right]}. \quad (11)$$

Так как инструментальные погрешности недетерминированы, т. е. являются случайной величиной, нельзя рассчитать их значения, но можно рассчитать максимально возможную неопределенность измерений исходя из значений, приведенных в документации на трекер [8]. Отсюда видно, что точность определения этих параметров зависит от расстояния до контролируемого объекта. Следовательно, зная конфигурацию системы, расстояние от стоянок трекера до обечайки, можно рассчитать инструментальные максимально возможные погрешности элементов трекера.

Расстояние от стоянки трекера до ближайшей точки на обечайке равно 4500 мм, а расстояние до самой дальней контролируемой точки можно найти как гипотенузу в прямоугольном треугольнике, где катет – это половина хорды l . Тогда это расстояние будет равно 5300 мм.

Максимально допустимая погрешность измерения расстояния равна $\varepsilon_i = \pm 10$ мкм или $\pm 0,7$ мкм/м. За максимально допустимую погрешность измерений при-

нимается наибольшая из этих двух величин на соответствующем расстоянии. Поэтому на расстоянии 5,3 м ее значение можно принять за $\varepsilon_i = \pm 10$ мкм.

Максимально допустимое значение погрешности измерения углов равно $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = \pm 3,5$ мкм/м, тогда на расстоянии 5,3 м она будет равна $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = \pm 18,5$ мкм = 0,72.

Рассчитав погрешности измерения координат, можно рассчитать максимально допустимую суммарную погрешность измерения точки трекером с помощью формулы

$$u_1 = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}. \quad (12)$$

С учетом уравнения (7) можно записать:

$$\frac{\partial x}{\partial l} = \frac{\partial l_m \cdot \cos \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial l} = \cos \alpha_m \cdot \sin \beta_m = \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ = 0,32;$$

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \frac{\partial l_m \cdot \cos \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial \alpha} = \frac{10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ}{18,5} = 0,173;$$

$$\frac{\partial x}{\partial \beta} = \frac{\partial l_m \cdot \cos \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial \beta} = \frac{10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ}{18,5} = 0,173;$$

$$u_x = \sqrt{\left((0,32)^2 \cdot 10^2 + (0,173)^2 \cdot 18,5^2 + (0,173)^2 \cdot 18,5^2 \right)} = 5,5 \text{ мкм};$$

$$\frac{\partial y}{\partial l} = \frac{\partial l_m \cdot \sin \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial l} = \sin \alpha_m \cdot \sin \beta_m = \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ = 0,12;$$

$$\frac{\partial y}{\partial \alpha} = \frac{\partial l_m \cdot \sin \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial \alpha} = \frac{10 \cdot \sin 20^\circ \cdot \sin 20^\circ}{18,5} = 0,06;$$

$$\frac{\partial y}{\partial \beta} = \frac{\partial l_m \cdot \sin \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial \beta} = \frac{10 \cdot \sin 20^\circ \cdot \sin 20^\circ}{18,5} = 0,06;$$

$$u_y = \sqrt{\left((0,12)^2 \cdot 10^2 + (0,06)^2 \cdot 18,5^2 + (0,06)^2 \cdot 18,5^2 \right)} = 1,98 \text{ мкм};$$

$$\frac{\partial z}{\partial l} = \frac{\partial l_m \cdot \cos \beta_m}{\partial l} = \cos 20^\circ = 0,94;$$

$$\frac{\partial z}{\partial \beta} = \frac{\partial l_m \cdot \cos \beta_m}{\partial \beta} = \frac{10 \cdot \cos 20^\circ}{18,5} = 0,5;$$

$$u_z = \sqrt{\left((0,94)^2 \cdot 10^2 + (0,5)^2 \cdot 18,5^2 \right)} = 13,2 \text{ мкм}.$$

Тогда рассчитанная максимально допустимая неопределенность измерения точки трекера будет равна

$$u_1 = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = \sqrt{5,5^2 + 1,98^2 + 13,2^2} = \pm 14,4 \text{ мкм}. \quad (13)$$

Это значение было рассчитано с учетом того, что процесс измерения проводится в помещении при нормальных условиях: $t_B = +20^\circ \text{C}$.

Максимально допустимое значение пространственной погрешности (с учетом и дальности, и угла), которое значится в документации на трекер, составляет

$$u_1 = \pm (10 + 0,5 \text{ мкм/м}) = \pm 12,6 \text{ мкм}.$$

Таким образом, максимально допустимое значение пространственной погрешности данной системы и значение, которое указано в документации, практи-

чески совпадают, но самое главное, что данная измерительная система удовлетворяют требуемой точности.

Экспериментальные исследования

С помощью выбранной конфигурации измерительной системы были проведены измерения геометрических параметров для крупногабаритной обечайки.

Измерено 276 точек на наружной поверхности образующей макета обечайки бака. Для определения отклонения поверхности от теоретического контура в программном обеспечении Spatial Analyzer была построена цифровая модель теоретического контура сборки. Было произведено сравнение измеренных контрольных точек с поверхностью цифровой модели.

На рис. 9–12 показаны векторы отклонений от действительного размера. Знак «←» в значении отклонения означает, что вектор отклонения направлен внутрь обечайки. Максимальное отклонение от оси обечайки составило +1,541 мм; внутрь – 4,187 мм.

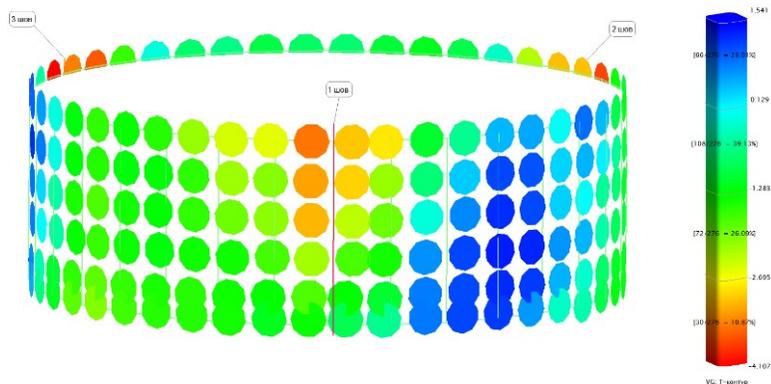


Рис. 9. Векторная схема отклонений контрольных точек от цилиндра со стороны первого шва

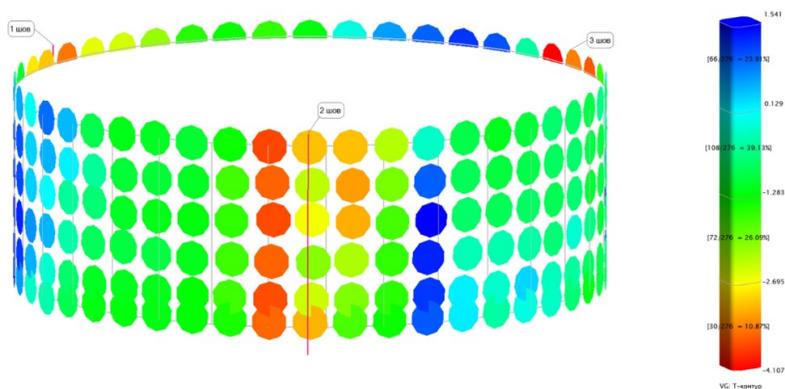


Рис. 10. Векторная схема отклонений контрольных точек от цилиндра со стороны второго шва

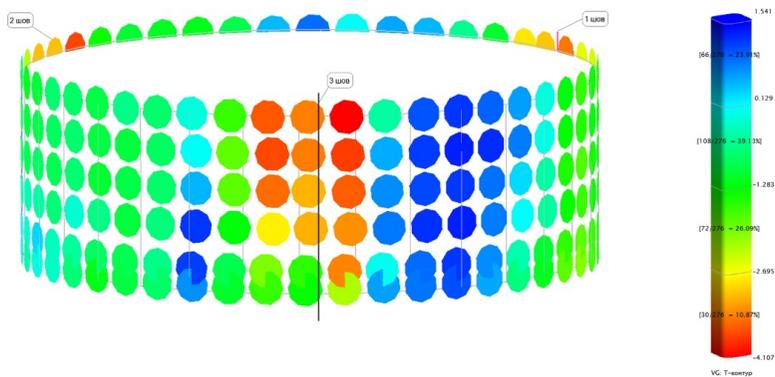


Рис. 11. Векторная схема отклонений контрольных точек от цилиндра со стороны третьего шва

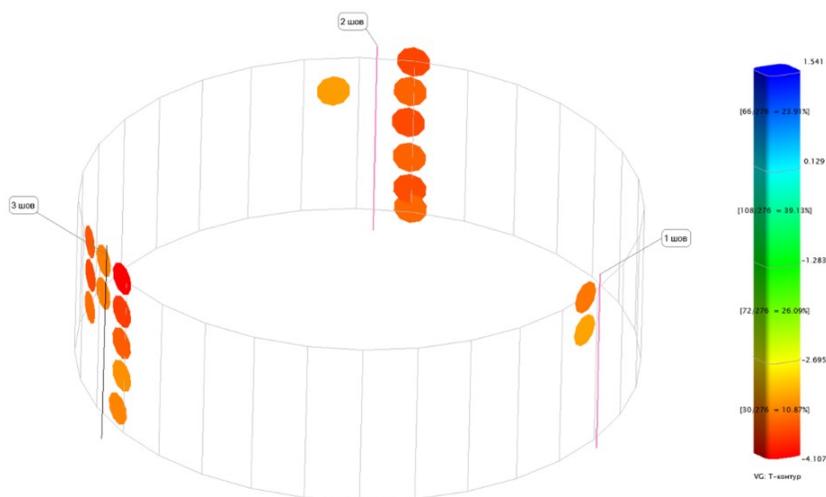


Рис. 12. Векторы, вышедшие за пределы допуска

Значение погрешности, полученное практическим методом, составило порядка 50 мкм. Разница между расчетными и практическими значениями погрешности связана с тем, что при рассмотрении теоретических подходов не учитывались факторы окружающей среды, которые вносят дополнительную неопределенность. Исходя из требований конструкторской документации измерения точек должны производиться с погрешностью не более 100 мкм/точку; принимая во внимание указанное ранее, можно заключить, что результаты проведенных измерений валидны, тем самым уменьшается вероятность ошибки, полученной в ходе измерений.

Заключение

Выбранная в данном исследовании система стоянок лазерного трекера позволяет достигнуть наилучшего обзора объекта измерений и провести дополнительные измерения «проблемных» зон на границах обзора трекера. Указанный в работе вариант расположения опорной сети упрощает проведение расчетов, связанных с определением систематической погрешности и возможных ошибок, при локализации лазерного трекера. Процесс локализации лазерного трекера ос-

нован на принципе мультилатерации, т. е. при проведении измерений необходимо знать координаты минимум трех постоянных точек в пространстве; в данной измерительной системе их 6. Каждая из этих точек измеряется с некоторой неопределенностью, и при сопоставлении координат в единой системе координат, полученной путем привязки стоянок лазерных трекеров, возможно оценить эти отклонения как по осям, так и суммарно относительно каждой из 6 имеющихся точек. Максимальное такое отклонение мы и принимаем за погрешность локализации. Исходя из расчетов, полученных с учетом математической модели, значение максимально допустимой неопределенности измерения и максимально допустимое значение пространственной погрешности составили 14,4 и 12,6 мкм соответственно, что также удовлетворяет условиям поставленной задачи.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Кирилин А.Н., Анишаков Г.П., Ахметов Р.Н. и др.* Космическое аппаратостроение: научно-технические исследования и практические разработки. ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс». Самара: АГНИ, 2011. 280 с.
2. *Шилин А.Н.* Анализ методов и схем измерения геометрических параметров обечаек в процессе их формообразования // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2002. № 8. С.24–28.
3. *Сницарук Д.Г., Шилин А.Н.* Система технического зрения робота для контроля геометрических параметров обечаек // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2019. № 8. С. 36–43.
4. *Muralikrishnan B., Phillips S., Sawyer D.* Laser Trackers for Large Scale Dimensional Metrology: A Review // Precision Engineering. V. 44 (2016). Pp. 13–28.
5. *Takatsuji T., Goto M., Kirita A., Kurosawa T., Tanimura Y.* The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in laser trilateration // IOP Meas. Sci. Technol.; 11(5). 2000. Pp. 477–483.
6. *Han Wang, Zhongxi Shao, Zhaoyan Fan, Zhenyu Han.* Configuration optimization of laser tracker stations for position measurement in error identification of heavy-duty machine tools // Meas. Sci. Technol. 30 (2019) 045009 (12 pp).
7. *Aguado S., Pérez P., Albajez J.A., Santolaria J.* Configuration Optimisation of Laser Tracker Location on Verification Process // Design and Manufacturing Engineering Department. 2019. 13 p.
8. *Muelaner J.E.* Uncertainty of measurement for large product verification: evaluation of large aero gas turbine engine // Meas. Sci. Technol. 27 (2016) 115003 (12 pp).
9. *Jie Li, Jie Yang, Shibin Wu & Xuedong Cao.* Flatness measurement of large flat with two station laser trackers // International Journal of Optomechatronics. 2018. 12 (1). Pp. 53–62.
10. API. API Radian 3D Laser Tracker Systems Brochure. Available online: <https://apisensor.com/products/3d-laser-tracker-systems/radian/> (accessed on 15 April 2021).

Статья поступила в редакцию 19 мая 2022 г.

MATHEMATICAL MODEL OF LASER TRACKER MEASURING SYSTEM FOR MULTIPLE CONTROL OF LARGE CONSTRUCTIONS

N.A. Sazonnikova¹, R.V. Uklein²

¹ Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

² JSC Space Rocket Center «Progress»
18, Zemet st., Samara, 443009, Russian Federation

E-mail: nasazonnikova@yandex.ru

Abstract. *Laser trackers are widely used to non-contact measure large-scale aerospace products. If it is impossible to inspect the entire product with a single laser tracker with a fixed position, multi-station inspection is used. This paper aims to describe the multi-station control of large-sized products geometry with using a laser tracker as a measuring tool. A three-segment welded cylindrical shell with a diameter of 4100 mm, a height of 1560 mm and a thickness of 24 mm is considered as an object of control. The coordinates of laser tracker and enhanced referring system points are determined from the conditions of their full visibility and the minimum measurement error. A mathematical model of the measuring system for large shell multi-station control for determining the relationship between the coordinates of points measured from different stations of the laser tracker is constructed. The reference points coordinates and laser tracker station coordinates of the measuring system are established in order to minimize the number of mathematical model unknown variables. The calculation results of the of the selected measuring system maximum allowable error was carried out. The experimental studies were carried out to confirm the main mathematical model assumptions. 276 points on the outer surface of the large shell were measured with laser tracker. To determine the deviation of the surface from the theoretical contour, a digital model of the theoretical contour of the assembly was built in the Spatial Analyzer software. The measured control points were compared with the surface of the digital model. The results of the experimental studies confirmed the main mathematical model approaches and showed that the error of the measuring system corresponds to the required values.*

Keywords: *laser tracker, shell, CAD model, reference point, multilateration*

REFERENCES

1. Kirilin A.N., Anshakov G.P., Akhmetov R.N. Kosmicheskoe apparatostroenie: nauchno tekhnicheskie issledovaniya I prakticheskie razrabotki. SSERSC «TsSKB–Progress». Samara: AGNI, 2011. 280 p. [In Russian].
2. Shilin A.N. Analysis of methods and schemes for measuring geometric parameters of shells in the process of their shaping // Priborysistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika. 2002. № 8. Pp. 24–28. [In Russian].
3. Snitsaruk D.G., Shilin A.N. The robot's vision system for controlling the geometric parameters of the shells // Priborysistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika. 2019. № 8. Pp. 36–43. [In Russian].
4. Muralikrishnan B., Phillips S., Sawyer D. Laser Trackers for Large Scale Dimensional Metrology: A Review // Precision Engineering. V. 44 (2016). Pp. 13–28.
5. Takatsuji T., Goto M., Kirita A., Kurosawa T., Tanimura Y. The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in laser trilateration // IOP Meas. Sci. Technol.; 11(5). 2000. Pp. 477–483.

¹ Nadezhda A. Sazonnikova (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.

² Roman V. Uklein, Design Engineer.

6. *Han Wang, Zhongxi Shao, Zhaoyan Fan, Zhenyu Han.* Configuration optimization of laser tracker stations for position measurement in error identification of heavy-duty machine tools // *Meas. Sci. Technol.* 30 (2019) 045009 (12 pp).
7. *Aguado S., Pérez P., Albajez J.A., Santolaria J.* Configuration Optimisation of Laser Tracker Location on Verification Process // *Design and Manufacturing Engineering Department.* 2019. 13 p.
8. *Muelaner J.E.* Uncertainty of measurement for large product verification: evaluation of large aero gas turbine engine // *Meas. Sci. Technol.* 27 (2016) 115003 (12pp).
9. *Jie Li, Jie Yang, Shibin Wu & Xuedong Cao.* Flatness measurement of large flat with two station laser trackers // *International Journal of Optomechatronics.* 2018. 12(1). Pp. 53–62.
10. API. API Radian 3D Laser Tracker Systems Brochure. Available online:<https://apisensor.com/products/3d-laser-tracker-systems/radian/> (accessed on 15 April 2021).

Электротехника

УДК 621.31

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЙ В СОСТАВЕ АВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ НА ОСНОВЕ ВОЗОБНОВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ

Е.Е. Миргородская¹, Н.П. Митяшин², И.И. Артюхов³

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.
Россия, 410054, г. Саратов, ул. Политехническая, 77

E-mail: mee85@inbox.ru, mityashinnp@mail.ru, ivart54@mail.ru

***Аннотация.** Предлагается решение задачи определения оптимального расположения нескольких электростанций в некотором регионе. Эти станции получают первичную энергию от возобновляемых источников, таких как солнечные панели и ветряные турбины. При этом в условие задачи входит наличие информации о нескольких перспективных участках данного региона для размещения таких электростанций, а также о величине и распределении нагрузок. Разработанный алгоритм решения задачи выбора оптимального местоположения электростанций состоит из нескольких этапов. Содержание первого этапа алгоритма заключается в ранжировании возможных площадок для расположения электростанций с помощью локальных критериев, в качестве которых предложены удельная расчетная стоимость создания электростанции, удаленность предполагаемого расположения электростанции от нагрузок и населенных пунктов. Второй этап алгоритма состоит в формировании множества возможных наборов площадок для размещения электростанций. На заключительном этапе алгоритма осуществляется их ранжирование с помощью системных критериев, которые оценивают эти наборы площадок для расположения электростанций как систему электроснабжения. В качестве системных критериев предложены расчетная стоимость создания системы электроснабжения на основе электростанций, обустроенных на площадках оцениваемого набора, удельная расчетная стоимость создания электростанций, примененная к набору электростанций с линиями электропитания как к автономной системе энергоснабжения, а также средний рейтинг площадок. При этом лицо, принимающее решение, после ознакомления со значениями системных критериев устанавливает по каждому из них критические границы. Результатом работы алго-*

¹ Миргородская Екатерина Евгеньевна, доцент кафедры «Системотехника и управление в технических системах», к.т.н., доцент.

Митяшин Никита Петрович, профессор кафедры «Системотехника и управление в технических системах», д.т.н., профессор.

Артюхов Иван Иванович, профессор кафедры «Электроэнергетика и электротехника», д.т.н., профессор.

ритма является совокупность перспективных наборов площадок для расположения нескольких электростанций в заданном регионе, оценки которых по системным критериям наилучшим образом соответствуют предпочтениям лица, принимающего решение. Особенностью предлагаемого подхода является участие лица, принимающего решение, во всех этапах проектирования.

Ключевые слова: *многокритериальная оптимизация, местоположение, автономная система электроснабжения, возобновляемая энергия, площадка, центр нагрузки, алгоритм*

Введение

Возобновляемая энергетика на основе солнечной, ветровой, приливной и других источников первичной энергии, заменяющая тепловые и атомные электростанции, вызывает все более возрастающий интерес вследствие экологических проблем, а также необходимости избежать катастроф техногенного происхождения. Одной из важных задач, решение которых связано с этим, является проблема обоснованного выбора альтернативных вариантов местоположения электростанций.

Определение альтернативных вариантов местоположения электростанций должно производиться на основе обоснованных методик, учитывающих большое число факторов. Местоположение электростанции должно удовлетворять требованиям, состоящим в возможности обеспечения безопасности населения и защиты окружающей среды как при нормальной эксплуатации, так и с учетом процессов, явлений и факторов природного и техногенного происхождения. При выборе места размещения электростанции большую роль играют также экономические, логистические, культурные, экологические и другие факторы.

Таким образом, выбор площадки для размещения электростанций является многокритериальной задачей. В работах по рассматриваемой тематике большое внимание уделяется выбору критериев и методик оптимизации. В работе [1] в качестве критериев использовались метеорологические характеристики, текущее электропотребление и установленная мощность электростанции, а при оптимизации применялось суммирование критериев с учетом весовых коэффициентов, определяемых на основе экспертных оценок. В работах [2–5] используются методы многокритериальной аксиоматической теории полезности, анализа иерархий, а также их комбинации. В качестве критериев используются требования, перечисленные выше. В частности, в работе [4] при выборе местоположения электростанции учитывались географические и метеорологические особенности местности.

В настоящей работе обсуждаются и решаются задачи определения оптимального расположения гибридных микрогрид (ГМГ) при заданном множестве центров нагрузок в данном регионе. ГМГ строится из нескольких источников генерации, получающих первичную энергию разной физической природы, и прежде всего на основе солнечных батарей, микротурбин и ветрогенераторов [6–9]. При этом в условии задачи входит наличие информации о нескольких перспективных площадках для строительства ГМГ. Считаются известными расчетные значения производительности и стоимости строительства электростанции для каждой такой площадки. Известны также места расположения центров нагрузок и их мощности.

В работе [10] приводится методика оптимального выбора расположения одной ГМГ при заданном множестве центров нагрузок. В случае, когда центры на-

грузок разброшены на достаточно обширной территории, создание единственного центра генерации может быть нецелесообразным, в частности, из-за значительной протяженностей линий передачи генерированной энергии. При этом возникает задача определения оптимального выбора размещения не одного, а нескольких центров расположения.

Постановка основной задачи

Задается множество перспективных площадок Ξ некоторого региона для обустройства ГМГ с целью энергоснабжения множества H центров нагрузок.

Для каждой площадки s_j из Ξ задаются расчетная мощность p_j и расчетная стоимость ρ_j обустройства ГМГ, построенных на данной площадке.

Для каждого центра нагрузок h_i из H задается требуемая мощность g_i .

Кроме этого, должны быть рассчитаны стоимости r_{ji} всех линий электропередачи от каждой площадки s_j до всех центров нагрузки h_i с учетом требуемых мощностей g_i .

Предполагается, что число площадок m существенно превосходит число центров нагрузок n , а их суммарная мощность также превосходит суммарную мощность центров нагрузок.

Необходимо найти оптимальный набор площадок D из Ξ , обеспечивающий электроснабжение центров нагрузок H .

Множество критериев, оценивающих качество наборов площадок из Ξ с точки зрения обеспечения электроснабжения множества нагрузок, в данной оптимизационной задаче целесообразно разделить на две группы: группу локальных критериев (оценивающих отдельные площадки s_j) и группу системных критериев (оценивающих наборы площадок D в целом как потенциальных систем электроснабжения нагрузок H).

Алгоритм решения основной задачи

Алгоритм решения поставленной задачи содержит несколько этапов.

Содержание этапа 1 алгоритма решения задачи состоит в ранжировании возможных пунктов местоположения ГМГ с помощью локальных критериев. Под локальными критериями здесь понимаются критерии, оценивающие степень целесообразности использования каждого пункта s_j для размещения в нем ГМГ для питания нагрузок Ξ . В качестве таких критериев мы рассматриваем следующие показатели.

Критерий φ_1 , рассчитываемый как отношение расчетной стоимости создания ГМГ в данном пункте s_j к ее расчетной производительности:

$$\varphi_{1,j} = \rho_j / p_j,$$

где ρ_j и p_j – стоимость создания и мощность ГМГ, полученные в результате предварительных расчетов или экспертных оценок. Эту величину можно назвать удельной расчетной стоимостью создания ГМГ.

Критерий φ_2 , оценивающий удаленность предполагаемого расположения s_j от нагрузок Ξ . В работе этот критерий рассчитывается как расстояние от точки s_j до медианы «центра мощности» M нагрузок Ξ . Координаты M целесообразно рассчитывать с учетом номинальных значений потребляемых мощностей нагрузок g_i [10].

Наличие в составе ГМГ ветроустановок и микротурбин вводит ограничения на их расположение относительно населенных пунктов. Поэтому введен критерий φ_3 , оценивающий удаленность площадок для обустройства ГМГ от населен-

ных пунктов. Значение этого критерия целесообразно устанавливать экспертно в диапазоне от 0 до 1 с учетом экологических норм, причем $\varphi_3(s_j)$ имеет тем большее значение, чем дальше от населенного пункта находится площадка и чем больше предполагаемая мощность ГМГ.

Введенные локальные критерии φ_1 и φ_2 имеют различный технико-экономический смысл и задаются с помощью различных единиц измерения. Большинство методов многокритериальных задач оптимизации требуют перехода к безразмерным нормализованным аналогам критериев. В настоящей работе применен метод нормализации, описанный в [11] и модернизированный в работах [12, 13]. Этот метод основан на введении некоторых границ в области изменения каждого критерия, задаваемых в результате анализа значений, которые принимаются заданными альтернативами с учетом предпочтений лица, принимающего решение (ЛПР).

Пусть для некоторого критерия φ_i для всех возможных пунктов s_j из Ξ известны значения $\varphi_{i,j}$, $j = \overline{1, m}$, причем $\varphi_{i,0}$ – наилучшее, а $\varphi_{i,p}$ – наихудшее значения из всех $\varphi_{i,j}$ (т. е. для минимизируемого критерия это соответственно минимальное и максимальное, а для максимизируемого – соответственно максимальное и минимальное). Тогда при нормализации каждое s_j получает оценку $\mu_{i,j}$ из диапазона от 0 до 1 тем большую, чем лучше значение соответствующего ненормализованного критерия $\varphi_{i,j}$, рассчитываемое по формуле

$$\mu_{i,j} = \frac{(\mu_{i,0} - \mu_{i,p})\varphi_{i,j} + \mu_{i,p}\varphi_{i,0} - \mu_{i,0}\varphi_{i,p}}{\varphi_{i,0} - \varphi_{i,p}},$$

где $\mu_{i,0}$ и $\mu_{i,p}$ – назначенные ЛПР нормализованные значения, соответствующие ненормализованным значениям и $\varphi_{i,p}$, причем $0 \leq \mu_{i,p} < \mu_{i,0} \leq 1$.

Оптимальное и критическое значения φ_i^+ и φ_i^- , используемые в [11], для которых их нормализованные аналоги имеют там значения 1 и 0, равны

$$\varphi_i^+ = \frac{(1 - \mu_{i,0})\varphi_{i,0} - (1 - \mu_{i,p})\varphi_{i,p}}{\mu_{i,0} - \mu_{i,p}}, \quad \varphi_i^- = \frac{\mu_{i,0}\varphi_{i,p} - \mu_{i,p}\varphi_{i,0}}{\mu_{i,0} - \mu_{i,p}}.$$

Процесс нормализации поясняется рис. 1.

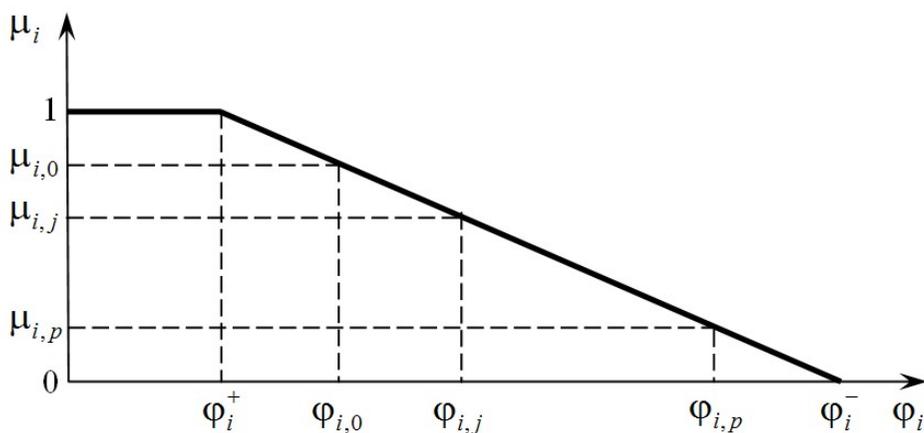


Рис. 1. Нормализация значений минимизируемого критерия φ_i

Рекомендуемое значение величины $\mu_{i,0}$ следует считать равным 0,9, что позволяет при уточнении наилучшего ненормализованного значения воспользоваться первоначальной шкалой нормализации.

Для величины $\mu_{i,p}$ выбирается значение из диапазона 0,3–0,5, причем меньшему значению соответствует более высокое требование к эффективности отбираемых ГМГ.

Поскольку критерий φ_3 по определению имеет нормализованный вид, то с целью унификации обозначений далее полагаем $\mu_3(s_j) = \varphi_3(s_j)$.

Применим эту методику к нормализации критерия φ_1 . Задание нормализованных значений $\mu_{1,0}$ и $\mu_{1,p}$, соответствующих значениям $\varphi_{1,0}$ и $\varphi_{1,p}$, следует согласовать со средней удельной расчетной стоимостью $\varphi_{1,m}$ создания ГМГ в регионах с климатическими, экономическими и экологическими условиями, аналогичными таковыми в рассматриваемой задаче. Поэтому величину $\varphi_{1,0}$ следует выбрать близкой к $\varphi_{1,m}$.

Ранжирование точек множества Σ на основании критериев μ_1 , μ_2 и μ_3 имеет целью выделение наиболее перспективных пунктов для размещения ГМГ и удаление из этого множества наихудших площадок с точки зрения требования ЛППР. Ранжирование производится в предлагаемом алгоритме с помощью следующего обобщенного критерия:

$$\mu(s_j) = \min(\mu_1(s_j), \mu_2(s_j), \mu_3(s_j)),$$

где более высокий ранг получают альтернативы, имеющие большие значения критерия $\mu(s_j)$.

Для удаления наихудших пунктов s_j ЛППР назначается минимально допустимое значение критерия μ , далее обозначаемое через μ_{\min} . Таким образом, из множества Ξ удаляются все пункты, для которых $\mu(s_j) < \mu_{\min}$.

Величина μ_{\min} может корректироваться на последующих этапах выполнения алгоритма.

После возможного удаления число элементов в Ξ изменяется. Для дальнейшего необходимо перенумеровать элементы в Ξ так, чтобы новая нумерация соответствовала результатам ранжирования по локальным критериям. Число элементов во множестве Σ будем по-прежнему обозначать через m .

Этап 2 алгоритма состоит в формировании множества возможных наборов пунктов для размещения ГМГ, питающих нагрузку из Ξ . Очевидно, что число таких наборов равно 2^m .

Каждому такому набору сопоставим m -разрядный двоичный код d_k , j -й разряд которого определяется как

$$\delta_{k,j} = \begin{cases} 1, & s_j \in \Sigma \\ 0, & s_j \notin \Sigma \end{cases}.$$

В соответствии с принятым обозначением номер разряда j совпадает с рангом элемента s_j во множестве Σ .

Номер k рассматриваемого набора удобно считать равным десятичному значению кода, т. е.

$$k = \sum_{j=0}^{m-1} \delta_{k,j+1} \cdot 2^j,$$

а сам набор обозначить как D_k .

Суммарная расчетная мощность набора площадок D_k равна

$$P(D_k) = \sum_{j=1}^m p_j \cdot \delta_{k,j}.$$

Нас могут интересовать только те наборы, мощность которых соответствует суммарной расчетной мощности G нагрузок Ξ , равной

$$G = \sum_{i=1}^n g_i.$$

Поскольку расчетные значения мощностей могут содержать погрешности, то целесообразно рассматривать только те наборы, для которых $P(D_k) \geq 1.2G$.

В процессе выполнения алгоритма значение коэффициента может быть изменено.

Этап 3 заключается в ранжировании наборов из Ξ с помощью системных критериев, которые оценивают наборы D_k для расположения ГМГ как систем электроснабжения нагрузки Ξ .

В качестве первого системного критерия Ψ_1 целесообразно использовать расчетную стоимость создания системы электроснабжения нагрузок H на основе ГМГ, обустроенных в пунктах набора, входящих в данный набор.

Очевидно, что значение этого критерия $\Psi_1(D_k)$ является суммой двух слагаемых

$$\Psi_1(D_k) = \Psi_{1,1}(D_k) + \Psi_{1,2}(D_k),$$

где первое слагаемое $\Psi_{1,1}(D_k)$ является суммарной расчетной стоимостью строительства ГМГ набора D_k , т. е.

$$\Psi_{1,1}(D_k) = \sum_{j=1}^m \rho_j \cdot \delta_{k,j},$$

где ρ_j – расчетная мощность строительства ГМГ на площадке s_j . Второе слагаемое $\Psi_{1,2}(D_k)$ является минимальным значением стоимости строительства линий электропередач, соединяющих ГМГ из набора D_k и центры нагрузок H . Для получения значения $\Psi_{1,2}(D_k)$ необходимо определить оптимальное распределение нагрузок из Ξ по пунктам s_j , входящим в этот набор с точки зрения суммарной стоимости соответствующих линий электропередачи. Для нахождения этого оптимального распределения необходимо решать вспомогательную задачу, формулировка и алгоритм решения которой описаны ниже.

В качестве второго системного критерия $\Psi_2(D_k)$ рассмотрим отношение расчетной стоимости создания системы электроснабжения нагрузок H на основе ГМГ набора к ее расчетной мощности

$$\Psi_2(D_k) = \frac{\Psi_1(D_k)}{P(D_k)}.$$

Этот критерий аналогичен локальному критерию ϕ_1 , однако применим к набору ГМГ с ЛЭП для питания нагрузок H как к автономной системе энергоснабжения.

Третий системный критерий $\Psi_3(D_k)$ рассчитывается как сумма рейтингов площадок ГМГ, входящих в набор D_k , деленная на число таких площадок. Таким образом, $\Psi_3(D_k)$ является средним рейтингом площадок из D_k .

Поскольку информация о площадках Σ носит предварительный характер, то выбор единственного оптимального с точки зрения этой информации набора площадок является нецелесообразным.

Ввиду этого результатом работы алгоритма следует считать некоторую совокупность перспективных наборов, оценки которых по системным критериям наилучшим образом соответствуют предпочтениям ЛПР.

Отбор такой совокупности наборов площадок Δ предлагается по ранее упомянутой методике, описанной, например, в [11]. Согласно этой методике ЛПР после ознакомления со значениями системных критериев Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 устанавливает по каждому из них критические значения, обозначаемые далее через $\tilde{\Psi}_1, \tilde{\Psi}_2, \tilde{\Psi}_3$.

Интерес представляют те наборы площадок D_k , для которых для всех трех критериев выполняется условие

$$\Psi_i(D_k) > \tilde{\Psi}_i, i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Рассмотрим случай, когда число площадок, для которых выполняется последнее условие с точки зрения ЛПР, слишком велико.

В этом случае ЛПР предоставляется возможность ужесточить требования, к значениям критических границ. Это может повысить качество отобранных наборов и сократить их число.

В противоположном случае может оказаться, что число наборов площадок, удовлетворяющих требованиям (1), либо пусто, либо мало с точки зрения ЛПР. В этом случае приходится смягчать требования (1), ухудшая значения $\tilde{\Psi}_i$.

В обоих случаях ЛПР добивается приемлемого числа наборов площадок из Δ , перспективных для обустройства на их основе автономной системы электропитания (АСЭ) нагрузок H .

Преимущество такого метода оптимизационного выбора состоит в его интерактивности, т. е. возможности участия ЛПР в процессе отбора альтернатив, а также учета его предпочтений.

Окончательный выбор набора площадок D_{opt} может быть осуществлен после более тщательных исследований площадок, входящих в выделенную совокупность наборов Δ , позволяющих уточнить первоначальные расчетные значения мощностей p_j и стоимостей строительства r_j .

Постановка вспомогательной задачи

При расчете системного критерия Ψ_1 было необходимо предварительно найти для данного набора D_k такое распределение центров нагрузки между питающими их ГМГ, при котором соответствующие ЛЭП имели бы минимальную суммарную стоимость. Для нахождения такого распределения необходимо для каждого D_k решать вспомогательную задачу, состоящую в следующем. Решение такой задачи представляет интерес, если число n центров нагрузок h_i значительно превосходит число m ГМГ, причем суммарная мощность ГМГ существенно выше общей мощности центров нагрузок.

Рассматривается множество D , состоящее из m ГМГ s_j , и множество H , содержащее из n центров нагрузок h_i . Известны номинальные генерируемые мощности p_j и номинальные мощности потребления g_i центров нагрузки, а также стоимости $r_{i,j}$ строительства ЛЭП, связывающих центры нагрузок h_i с ГМГ s_j , обеспечивающих передачу мощности g_i .

Необходимо найти распределение центров нагрузки из H между питающими их ГМГ из D . Это распределение можно задать с помощью матрицы Q , элементы $q_{i,j}$ которой равны 1, если центру h_i назначена ГМГ s_j , 0 – в противном случае.

На распределение Q накладываются следующие условия:

1. Каждый центр нагрузки h_i получает питание от единственной ГМГ, т. е.

$$\sum_{j=1}^m q_{i,j} = 1. \quad (2)$$

2. Для каждого ГМГ s_j выполняется ограничение по мощности

$$\sum_{i=1}^n q_{i,j} g_i \leq p_j. \quad (3)$$

3. Суммарная стоимость ЛЭП имеет минимальное значение

$$R = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l q_{i,j} r_{i,j} \rightarrow \min.$$

Эвристический алгоритм решения подобной оптимизационной задачи описан в работе [11]. Он основан на последовательном решении нескольких задач о назначении [12].

Пример решения основной задачи

Рассмотрим сформулированную в начале статьи задачу на примере следующих исходных данных.

В некотором регионе имеется 21 центр нагрузки общей мощностью 2057 кВт. На рис. 2 показано распределение мощностей по этим центрам.

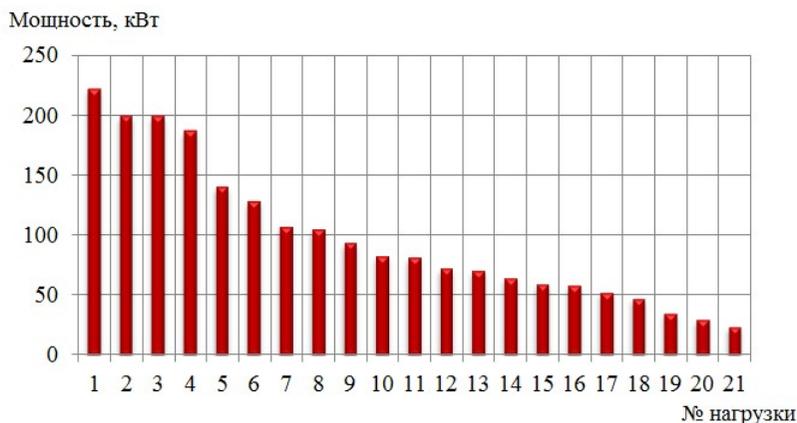


Рис. 2. Распределение мощности центров нагрузки

Для питания этих нагрузок планируется создать несколько электростанций на основе возобновляемых первичных источников энергии. В связи с этим рассмотрено 11 перспективных районов данного региона. Предварительные исследования позволили получить расчетную мощность p и расчетную стоимость ρ размещения станции для каждой из них. В табл. 1 эти значения представлены во втором и третьем столбцах.

В табл. 1 также приведены результаты ранжирования данных 11 площадок по трем рассмотренным в работе локальным критериям, нормированные значения которых представлены в столбцах μ_1 , μ_2 , μ_3 . Интегральный показатель μ по-

звolyает исключить недопустимые области и определить ранги остальных шести областей, представленных в последнем столбце этой таблицы.

На основе шести выбранных площадок можно сформировать всего 56 вариантов распределения 21 центра нагрузок, в каждом из которых выполняются условия (2) и (3), т. е. реализуется соответствие мощностей нагрузок мощностям питающих их ГМГ. Из этого числа допустимых по мощности вариантов с помощью системных критериев, предложенных в работе, выбраны три перспективных варианта реализации систем АСЭ. Каждый из этих вариантов содержит три ГМГ, расположенные на площадках, получивших ранги от 1 до 6.

Номера вариантов определяются десятичными значениями двоичных кодов, разряды которых равны рангам площадок, входящих в соответствующий набор. Таким образом, множество с номером 50 содержит ГМГ и площадки с номерами 10, 7 и 4, которые имеют ранги 2, 5 и 6 в соответствии с табл. 1.

Таблица 1

Рейтинг по территориям

№ п/п	p , кВт	ρ , тыс. руб.	μ_1	μ_2	μ_3	μ	Ранг
1	745	39 040	0,90	0,49	0,60	0,49	3
2	810	50 560	0,76	0,72	0	0	–
3	795	55 680	0,66	0,89	0,90	0,66	1
4	900	52 480	0,82	0,81	0,40	0,40	5
5	750	58 240	0,55	0,63	0	0	–
6	810	56 960	0,65	0,90	0	0	–
7	750	42 880	0,87	0,74	0,35	0,35	6
8	900	70 400	0,62	0,54	0,31	0,31	–
9	600	46 080	0,76	0,56	0,46	0,46	4
10	780	56 960	0,93	0,62	0,52	0,52	2
11	500	45 440	0,30	0,30	0	0	–

В табл. 2 приведены оценки перспективных множеств по системным критериям Ψ_1 , Ψ_2 и Ψ_3 в соответствующих столбцах. Значение критерия Ψ_1 оценивает общую стоимость системы электроснабжения на соответствующем наборе территорий. При отборе наборов по этому критерию ограничение было сделано на уровне 243 200 тыс. руб. В 5-м и 6-м столбцах данной таблицы представлены составляющие этой стоимости, затраченные на оборудование самой электростанции $Pr(S)$ и линии передачи электроэнергии к соответствующим им потребителям $Pr(L)$.

Таблица 2

Полученные результаты

№	Ψ_1 , тыс. руб.	Ψ_2	Ψ_3	$Pr(S)$, тыс. руб.	$Pr(L)$, тыс. руб.	P_f , кВт
50	228 416	1,74	4,33	170 240	58 176	413
26	233 920	1,78	3,67	152 320	81 600	413
49	242 688	1,84	4,00	168 960	73 728	428

Ограничение по удельной стоимости системы электроснабжения (критерий Ψ_2) осуществлялось на уровне 2, а по среднему значению рангов множества областей (критерий Ψ_3) – на уровне 5.

В табл. 2 представлен окончательный выбор с множествами, для которых соблюдаются ограничения по всем трем системным критериям. В последнем столбце данной таблицы приведены значения свободной мощности, т. е. запаса мощности, который оценивает возможность развития нагрузок региона.

Результаты работы алгоритма также содержат оптимальное распределение центров нагрузки по множеству питающих их станций и по стоимости линий передачи. На рис. 3 показано такое распределение для варианта с номером 50. Красным цветом отмечен набор электростанций, зеленым – набор центров нагрузок.

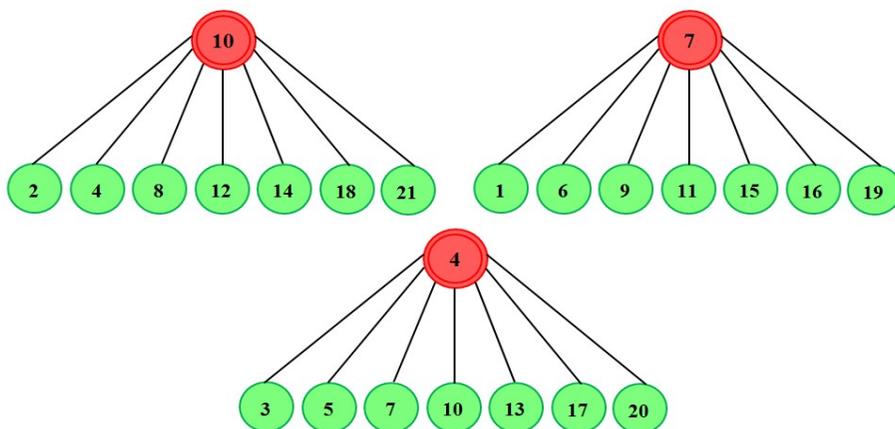


Рис. 3. Распределение нагрузок по питающим их электростанциям

Окончательный выбор можно будет сделать после более тщательного изучения этих трех рекомендуемых наборов.

Выводы

В статье ставится задача многокритериального выбора местоположения в данном регионе электростанций, использующих возобновляемые источники первичной энергии. Исходной информацией являются данные о перспективных площадках для возможного размещения электростанций, величине и распределении нагрузок в рассматриваемом регионе. Для решения задачи предложены критерии оценки отдельных площадок, а также их наборов как основы для организации автономных систем электроснабжения. Разработан алгоритм многокритериального выбора местоположения электростанций и построения систем электроснабжения. Особенностью предлагаемого подхода является возможность участия ЛПР на всех этапах проектирования, а также его применения для решения подобных задач, в том числе при разработке гибких систем электроснабжения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ахмед З.А., Павлюченко Д.А., Лесс В.М. Математическая модель оптимального размещения гибридной электростанции с комбинированным циклом // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2021. № 23 (1). С. 18–32.

2. *Панкратьев П.С.* Размещение тепловой электростанции в районе с децентрализованным электроснабжением в условиях многокритериальности, с учетом неточно выраженных предпочтений лиц, принимающих решение // Вестник ИрГТУ. 2019. Т. 23. № 2. С. 320–334.
3. *Артёмьев А.Ю., Шакиров В.А., Яковкина Т.Н.* Многокритериальный выбор районов для размещения ветровых электрических станций // Системы. Методы. Технологии. 2016. № 3 (31). С. 116–122.
4. *Панкратьев П.С.* Размещение тепловой электростанции в районе с децентрализованным электроснабжением с учетом многих критериев // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2018. № 2 (38). С. 89–96.
5. *Шакиров В.А., Панкратьев П.С.* Выбор пункта строительства электростанции в условиях риска методом анализа иерархий // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2014. № 4 (44). С. 141–147.
6. *Ranganathan P., Nygard K.E.* A distributed linear programming models in a smart grid. Cham: Springer, 2017. 213 p.
7. *Jiménez-Fernández S., Camacho-Gómez C., Mallol-Poyato R., Fernández J.C., Ser J.D., Portilla-Figueras A., Salcedo-Sanz S.* Optimal microgrid topology design and siting of distributed generation sources using a multi-objective substrate layer coral reefs optimization algorithm // Sustainability. 2019. Vol. 11 (1). Pp. 169–190.
8. *Saharia B.J., Brahma H., Sarmah N.* A review of algorithms for control and optimization for energy management of hybrid renewable energy systems // Journal of Renewable and Sustainable Energy. 2018. Vol. 10. Pp. 1–41.
9. *Schütz T., Hu X., Fuchs M., Müller D.* Optimal design of decentralized energy conversion systems for smart microgrids using decomposition methods // Energy. 2018. Vol. 156. Pp. 250–263.
10. *Статников П.Б., Мамусов Н.Б.* Многокритериальное проектирование машин. М.: Знание, 1989. 48 с.
11. *Mirgorodskaya E., Mityashin N., Tomashevskiy Yu., Petrov D., Vasiliev D.* A technique for multicriteria structural optimization of a complex energy system based on decomposition and aggregation // Studies in Systems, Decision and Control. 2021. Vol. 337. Pp. 194–208.
12. *Wagner H.M.* Principles of operations research: with applications to managerial decisions. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1975. 1039 p.

Статья поступила в редакцию 16 июня 2022 г.

DETERMINATION OF THE OPTIMAL LOCATION OF POWER PLANTS AS A PART OF AN AUTONOMOUS POWER SUPPLY SYSTEM BASED ON RENEWABLE ENERGY SOURCES

*E.E. Mirgorodskaya*¹, *N.P. Mityashin*², *I.I. Artyukhov*³

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov
77, Polytechnicheskaya st., Saratov, 410054, Russian Federation

E-mail: mee85@inbox.ru, mityashinnp@mail.ru, ivart54@mail.ru

Abstract. *The paper proposes the problem solution of optimal location determining of several power stations in some region. These stations receive primary energy from renewable sources, such as solar panels and wind turbines. At the same time, the condition of the problem includes the availability of information on several perspective areas in this region for the placement of such power stations, as well as information of values and distribution of loads. The developed algorithm for solving of the optimal location selection problem of power stations consists of several stages. The content of the first stage of the algorithm is ranking of possible areas for the location of power stations using local criteria, which are proposed as the specific estimated cost of station arrangement, the remoteness of the proposed location of the power station from loads and settlements. The second stage of the algorithm consists in a set formation of possible areas for the location of stations. And at the final stage of the algorithm, they are ranked using system criteria that evaluate these sets of areas for the location of power stations as a power supply system. The estimated cost of a power supply system arrangement based on power stations, located on areas of the rated set, the specific estimated cost of power stations arrangement, applied to the set of power stations with power lines as an autonomous power supply system, as well as the average rating of areas are proposed as system criteria. In this case, the decision maker, after familiarizing with values of system criteria, sets critical boundaries for each of them. The result of the algorithm is a certain totality of prospective sets for the location of several power stations in a given region, estimates of which according to system criteria are the best correspond to preferences of the decision maker. A feature of the proposed approach is the participation of the decision maker at all stages of design.*

Keywords: *multicriteria optimization, location, autonomous power supply system, renewable energy, area, load center, algorithm*

REFERENCES

1. *Akhmed Z.A., Pavlyuchenko D.A., Less V.M.* Mathematical model of optimal placement of a hybrid power plant with a combined cycle // *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Problemy energetiki*. 2021. no. 23(1). Pp. 18–32 (In Russian).
2. *Pankrat'yev P.S.* Thermal power plant location in the region with decentralized power supply under multi-attribute conditions considering imprecisely expressed preferences of decision makers // *Vestnik IRGTU*. 2019. Vol. 23, no 2. Pp. 320–334 (In Russian).

¹ *Ekaterina E. Mirgorodskaya (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*

² *Nikita P. Mityashin (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

³ *Ivan I. Artyukhov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.*

3. *Artem'yev A.Yu., Shakirov V.A., Yakovkina T.N.* Criteria-based choice of areas for siting the wind power plants // *Sistemy. Metody. Tekhnologii*. 2016. no. 3 (31). Pp. 116–122 (In Russian).
4. *Pankrat'yev P.S.* Location of a thermal power plant in a district with decentralized electricity supply taking into account many criteria // *Sovremennyye tekhnologii. Sistemnyy analiz. Modelirovaniye*. 2018. no. 2 (38). Pp. 89–96 (In Russian).
5. *Shakirov V.A., Pankrat'yev P.S.* A choice of the power plant construction site location under conditions of risk with analytic hierarchy process // *Sovremennyye tekhnologii. Sistemnyy analiz. Modelirovaniye*. 2014. no. 4 (44). Pp. 141–147 (In Russian).
6. *Ranganathan P., Nygard K.E.* A distributed linear programming models in a smart grid. Cham: Springer, 2017. 213 p.
7. *Jiménez-Fernández S., Camacho-Gómez C., Mallol-Poyato R., Fernández J.C., Ser J.D., Portilla-Figueras A., Salcedo-Sanz S.* Optimal microgrid topology design and siting of distributed generation sources using a multi-objective substrate layer coral reefs optimization algorithm // *Sustainability*. 2019. Vol. 11 (1). Pp. 169–190.
8. *Saharia B.J., Brahma H., Sarmah N.* A review of algorithms for control and optimization for energy management of hybrid renewable energy systems // *Journal of Renewable and Sustainable Energy*. 2018. Vol. 10. Pp. 1–41.
9. *Schütz T., Hu X., Fuchs M., Müller D.* Optimal design of decentralized energy conversion systems for smart microgrids using decomposition methods // *Energy*. 2018. Vol. 156. Pp. 250–263.
10. *Stanikov R.B., Matusov N.B.* Mnogokriterial'noye proyektirovaniye mashin [Multicriteria machine design]. Moscow, Znaniye, 1989. 48 pp. (In Russian).
11. *Mirgorodskaya E., Mityashin N., Tomashevskiy Yu., Petrov D., Vasiliev D.* A technique for multicriteria structural optimization of a complex energy system based on decomposition and aggregation // *Studies in Systems, Decision and Control*. 2021. Vol. 337. Pp. 194–208.
12. *Wagner H.M.* Principles of operations research: with applications to managerial decisions. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1975. 1039 p.

УДК 621.3.05 (004.414.2)

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНОГО МЕСТА УСТАНОВКИ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ СИММЕТРИРОВАНИЯ В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОМ КОМПЛЕКСЕ С НАЛИЧИЕМ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

**В.В. Романова¹, А.Г. Батухтин¹, С.В. Хромов¹, К.В. Суслов²,
М.В. Кобылкин¹**

¹Забайкальский государственный университет
Россия, 672039, г. Чита, ул. Александрo-Заводская, 30

²Иркутский национальный исследовательский технический университет
Россия, 664074, г. Иркутск, Лермонтова, 83

E-mail: romanova181@mail.ru

Аннотация. Работа посвящена развитию методического подхода коррекции уровня питающего напряжения в электрической сети путем разработки алгоритмизированного метода определения рационального места установки технических средств симметрирования в электротехническом комплексе с наличием электродвигательной нагрузки. Разработанный метод позволяет реализовать процессы, направленные на обеспечение эффективного функционирования электротехнического комплекса с наличием электродвигательной нагрузки в условиях некачественного питающего напряжения. Предложенный метод на основе программного обеспечения предусматривает проектные процедуры расчета различных вариантов симметрирования и выбор наиболее экономически целесообразного. Акцентировано внимание на основных критериях оценки принимаемых решений при проектировании местоположения технических средств симметрирования в электротехническом комплексе. Рассматриваются архитектура, основные функциональные особенности прикладной программы как инструмента реализации метода расчета. Программа обеспечивает выполнение электротехнических расчетов при проектировании, модернизации и эксплуатации электрических сетей. Предусматривает построение принципиальных схем участков электротехнических комплексов с установленными средствами симметрирования. Приведены результаты экспериментальных исследований, демонстрирующие эффективность разработанного метода при решении задач симметрирования напряжения в питающей электрической сети. Очевидно, что разработанный подход, основанный на автоматическом выборе мест размещения средств симметрирования в зависимости от условий эксплуата-

¹Романова Виктория Викторовна, старший преподаватель кафедры «Энергетика».

¹Батухтин Андрей Геннадьевич, кандидат технических наук, доцент, декан энергетического факультета.

¹Хромов Сергей Владимирович, старший преподаватель кафедры «Энергетика».

¹Кобылкин Михаил Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Энергетика».

²Сулов Константин Витальевич, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Электроснабжение и электротехника».

Работа выполнена в рамках реализации научного гранта Совета по научной и инновационной деятельности ФГБОУ ВО «Забайкальский государственный университет» №349 – ГР от 03.02.2022.

ции электродвигательной нагрузки, позволяет автоматизировать проектные процедуры нормализации напряжения в электрической сети. Обеспечивает минимизацию несимметрии напряжений в питающей электрической сети, способствует повышению эксплуатационной надежности низковольтных асинхронных электродвигателей. Обсуждены полученные результаты исследования и перспективы применения разработанного подхода как для решения сложных задач проектирования, так и для экономического обоснования локальных проектных решений. Проведен детальный анализ, формализация результатов исследования с соответствующими выводами.

Ключевые слова: асинхронный электродвигатель, несимметрия питающего напряжения, эксплуатационная надежность асинхронного электродвигателя, симметрирование напряжения в электрической сети, объектно-ориентированное программирование

Введение

Модернизация электротехнических комплексов (ЭТК) и систем электроснабжения различной конфигурации в рамках повышения их надежности и энергоэффективности является одним из приоритетных направлений электроэнергетической сферы. Разнообразные подходы при проектировании, модернизации и эксплуатации электрических сетей вызывают существенный интерес как у научно-инженерного сообщества, так и у широкого круга инвесторов, поскольку задачи, решаемые при реконструкции электроэнергетических объектов, напрямую связаны с конкурентоспособностью компаний [1].

На сегодняшний день существуют различные методы и подходы повышения эффективности электротехнических комплексов и систем электроснабжения, основными из которых являются [1–3] непосредственно направленные на обеспечение энергоэффективности и энергоемкости электросетевых кластеров электроэнергетических систем. Стоит отметить, что каждый из подходов [1–3] активно применяется как индивидуально, так и в комплексе, с обязательной интеграцией методов технико-экономического анализа.

Совершенно очевидно, что качественная модернизация действующих систем электроснабжения и объектов даже в рамках одного из методов является сложной многомерной задачей, которая предполагает учет и обработку большого количества исходной информации. При этом существенный вклад в увеличение ее количества вносит автоматизация энергетической инфраструктуры. Мониторинг, учет, контроль большого объема информации, постоянно изменяющаяся динамика отслеживаемых величин повлекли за собой повсеместное применение современных средств компьютерных технологий, что, в свою очередь, привело к необходимости разработки новых методов и подходов модернизации объектов электроэнергетической сферы [4].

Стоит подчеркнуть, что рассмотренные методы и подходы недостаточно раскрывают вопрос решения проблемы обеспечения эффективного функционирования электротехнического комплекса с наличием электродвигательной нагрузки в условиях некачественного напряжения в питающих электрических сетях. Актуальность данного аспекта подтверждают исследования [5–7], аргументирующие значительное негативное влияние искажения уровня питающего напряжения на эффективность работы низковольтных асинхронных электродвигателей.

Как известно [8, 9], в ряде регионов России и за рубежом наблюдается низкий уровень качества электрической энергии (КЭЭ), преобладают отклонения от

нормативных значений ГОСТ 32144–2013 [10] таких показателей качества электрической энергии (ПКЭ), как несимметрия и несинусоидальность напряжения, отклонение напряжения. Так, в электрических сетях Забайкальской электроэнергетической системы зафиксированы значительные отклонения от установленных норм следующих показателей: K_{2U} , $K_{U(3)}$, $K_{U(9)}$, $K_{U(15)}$, $\delta U_{(+)}$, $\delta U_{(-)}$ [9], превышающие в 2–3 раза нормируемое ГОСТ 32144–2013 [10] значение.

Именно поэтому в рамках настоящей статьи предлагается рассмотреть развитие методического подхода коррекции уровня питающего напряжения в электрической сети путем разработки алгоритмизированного метода определения рационального места установки технических средств симметрирования в электротехническом комплексе с наличием электродвигательной нагрузки в условиях несимметрии питающего напряжения.

Разработка технических и проектных решений состоит из научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ. При этом неотъемлемой частью процесса проектирования является применение программных средств, которые позволяют решить большой спектр задач различной степени сложности, что, в свою очередь, позволяет упростить процесс работы инженерно-технического состава предприятий, а помимо того сократить сроки выполнения проекта.

Как известно, при выполнении электротехнических расчетов при проектировании, модернизации и эксплуатации электрических сетей применяют специализированные программные комплексы (ПК), системы автоматизированного проектирования (САПР). Использование программного обеспечения позволяет эффективно совмещать графическое отображение электрической схемы и возможности расчетов. ПК, САПР функционального проектирования относят к числу сложных систем, состоящих из большого числа составных элементов и решаемых задач. При этом наибольшая эффективность от внедрения САПР, ПК достигается при автоматизации всего процесса проектирования, начиная от постановки задачи и заканчивая выпуском рабочей проектной документации [11].

Критериями выбора программного решения при расчете ЭТК являются требования, предъявляемые к функциональным возможностям ПК, САПР. При расчете ЭТК, содержащих электродвигательную нагрузку в условиях наличия несимметрии питающего напряжения, сформулированы требования к программам, направленным на проектирование и анализ электрической сети:

- графическое отображение электрической сети в наиболее удобной и наглядной форме представления;
- проектирование ЭТК или участка сети разной конфигурации посредством ввода параметров, характеризующих элементы электрической сети;
- анализ качества электрической энергии в ЭТК (участке ЭТК) по показателю качества электрической энергии – коэффициенту несимметрии напряжений по обратной последовательности (K_{2U});
- расчет дополнительных потерь мощности в элементах электрической сети 0,4 кВ, обусловленных несимметрией напряжений, при симметричном (несимметричном) режиме работы сети;
- проведение расчетов технико-экономического анализа с целью оценки рационального места размещения технических средств симметрирования в ЭТК;
- графическое изображение схем вариантов расчета с конкретным указанием местоположения средств симметрирования в ЭТК.

Обзор существующих программных решений. Широко применяемые на

практике программные комплексы, системы автоматизированного проектирования обладают рядом особенностей, каждое программное решение имеет индивидуальные функциональные возможности, ограничения в использовании, немаловажным фактором являются стоимостные показатели программных продуктов.

Программное обеспечение (ПО) для электротехнических расчетов, анализа режимов работы распределительных сетей разделим на две категории:

- коммерческое ПО;
- учебное или исследовательское ПО.

Коммерческие ПО разработаны по принципу «все в одном», обладают высокой вычислительной эффективностью, простотой применения, полнотой моделей, методов расчета и анализа электрических сетей. Основные недостатки коммерческих ПО – их высокая стоимость, закрытый доступ к исходному коду программ; кроме того, скрыты особенности алгоритмов и моделей, применяемых при расчетах [12].

Исследовательские ПО разработаны для решения точечных задач, имеют функциональные особенности, связанные со спецификой использования.

Для выбора оптимальной прикладной программы, соответствующей сформулированным требованиям, проведен анализ функциональных возможностей таких программных продуктов, как MATLAB/Simulink [13], PSCAD [14], «EnergyCS Потери» [15], FreeMath [16], ATM-EMTP [17], EnergyCS [18], E3.series [19], ElectricA [20], РТП 3 [21], Flow 3 [22], «Fazonord-качество» [23], «Несимметрия» [24].

В результате анализа рассмотренных программных продуктов сформулируем следующее: ПО, решающие точечные задачи, частично соответствуют заданным требованиям, сосредоточены на отдельных аспектах исследования; применяются для расчета ПКЭ и дополнительных потерь мощности, моделирования режимов работы сети 0,4 кВ с симметрирующим устройством, расчета несимметричных режимов работы электрической сети 0,4 кВ, проектирования участка сети и расчета дополнительных потерь мощности, обусловленных несимметрией напряжений и токов в сетях 0,4 кВ. Так, например, ПК ElectricA предназначен для автоматизации выполнения работ на этапах проектирования и эксплуатации электрических сетей, позволяет производить электротехнические расчеты и анализ режимов работы распределительных сетей. ПК «Несимметрия» разработан в ФГБОУ ВО ИрГАУ им. А.А. Ежевского под руководством И.В. Наумова, успешно применим при расчете несимметричных режимов работы электрической сети, показателей несимметрии токов и напряжений, а также дополнительных потерь мощности. ПК «Fazonord-качество» разработан в ФГБОУ ВО ИрГУПС В.П. Закарюкиным, А.В. Крюковым, позволяет выполнять моделирование и расчет несимметричных режимов работы электрической сети 0,4 кВ.

Коммерческое ПО MATLAB/Simulink обладает большим потенциалом моделирования и расчета электрических сетей, но несмотря на большое количество преимуществ не обладает возможностью дополнения, обновления исходной информации посредством ввода параметров (например, средств симметрирования, их типа, мощности, стоимости) при моделировании режимов работы сети 0,4 кВ с симметрирующим устройством; требует значительных системных требований к ЭВМ.

В силу описанных факторов необходимо отметить, что требуется разработка программного обеспечения, направленного на проектирование и анализ электри-

ческой сети, содержащей электродвигательную нагрузку в условиях некачественного питающего напряжения.

Материалы и методы исследования

Обоснование технических решений по выбору типа, места размещения средств симметрирования (СС) в зависимости от условий эксплуатации электродвигательной нагрузки основано на применении программного обеспечения проектирования ЭТК с АД.

Разработка и реализация программы выполняются в соответствии с этапами жизненного цикла программного обеспечения. Для разработки программы определено назначение и спецификация (функциональные возможности) системы, проведен анализ данных (структурирование данных, ограничение данных), разработан алгоритм обработки данных, разработаны интерфейсные решения системы.

Программный алгоритм основан на методике расчета ЭТК с учетом использования средств симметрирования и мест их установки. Обобщенная блок-схема алгоритма расчета приведена на рис. 1. Подробный алгоритм расчета приведен в [25].

Программа реализована при помощи языка программирования C# в среде программирования Microsoft Visual Studio 2012 с использованием встраиваемой кроссплатформенной базы данных SQLite [26].

Основные функциональные возможности программы:

- ввод, редактирование исходных и справочных данных элементов ЭТК;
- ввод дополнительных данных для расчета вариантов установки СС;
- построение схемы ЭТК (участка ЭТК);
- многовариантный расчет установки СС в ЭТК;
- технико-экономический расчет установки СС в ЭТК;
- графическое изображение схем вариантов расчета с конкретным указанием местоположения СС в ЭТК.

Задачи, решаемые программой:

- накопление и хранение справочных и исходных данных о схеме ЭТК (участке ЭТК);
- проектирование схемы ЭТК (участка ЭТК) посредством ввода исходных данных;
- проведение расчета оптимального места установки средств симметрирования в ЭТК;
- проектирование схемы ЭТК (участка ЭТК) с установленными средствами симметрирования по результатам расчета;
- вывод информации технико-экономического характера по результатам расчета.

Интерфейсные решения программы. Интерфейсные решения имеют большую значимость для разработки программ, так как взаимодействие пользователя с программой происходит через визуальные формы интерфейса.

Одним из вариантов представления интерфейсных решений является интерфейс, заданный в виде табличных форм объектов системы. В данном интерфейсном решении акцентировано внимание на описание элементов и ЭТК в целом с помощью численных значений, благодаря чему интерфейс программы не требует дополнительных пояснений, понятен и прост в использовании.

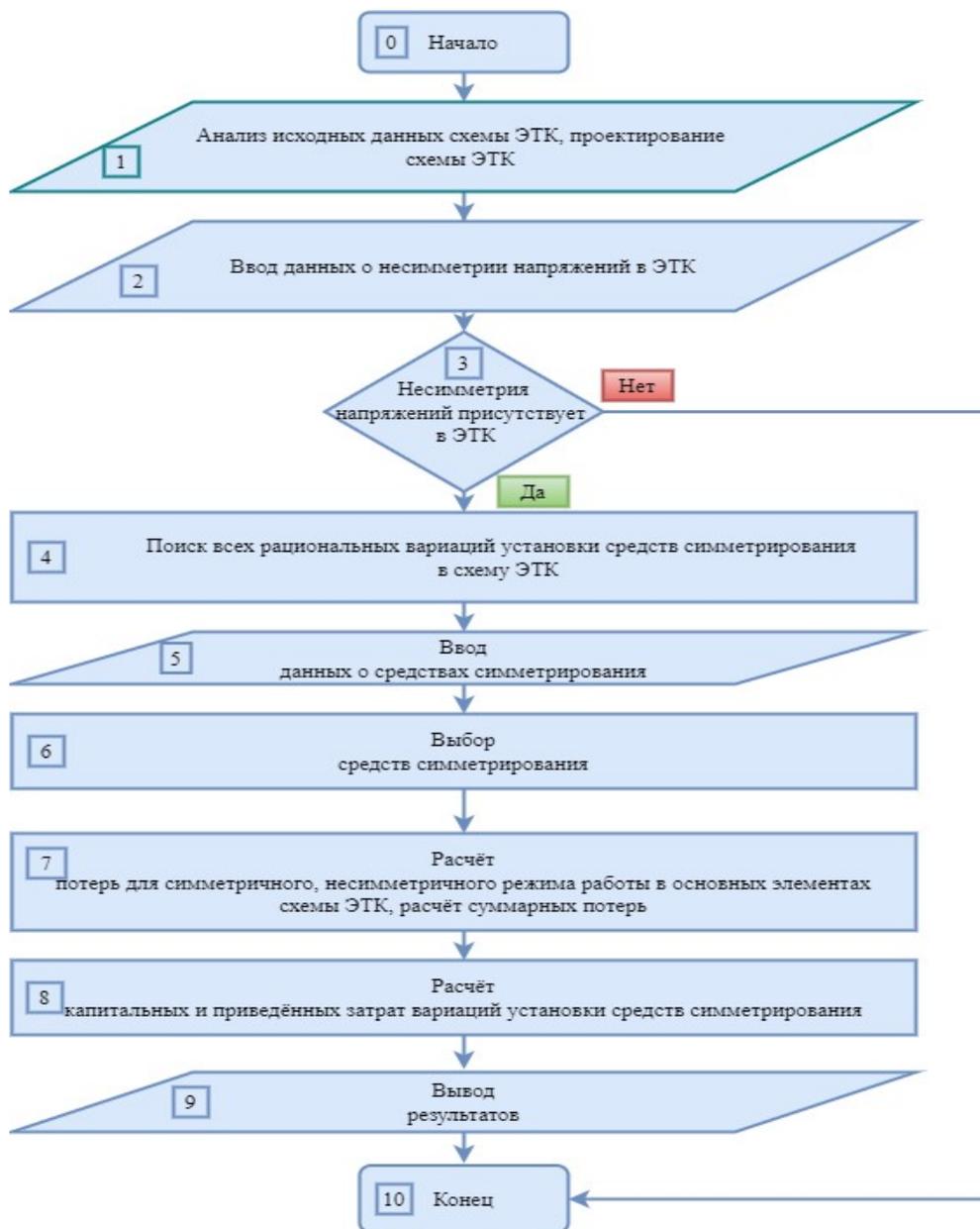


Рис. 1. Архитектура построения алгоритма расчета ЭТК с учетом средств симметрирования и мест их установки

В другом варианте интерфейсных решений представление объектов ЭТК и построение схем различных конфигураций ЭТК (участка сети) может быть выполнено графически. Первым действием в данном варианте описываются общие исходные данные, после чего проектируется схема ЭТК с помощью графических обозначений элементов схемы. При добавлении элемента в схему необходимо ввести его исходные параметры. После проектирования ЭТК (участка ЭТК) проводится расчет рационального места установки СС и вывод, для наглядного представления, спроектированной схемы с установленными СС. В таком интерфейсном решении более удобна визуализация схемы ЭТК, но осложняется ввод

исходных данных, так как в таблице представить исходные данные проще и удобнее.

Таким образом, оптимальным интерфейсным решением разрабатываемой программы является представление исходных объектов в табличном формате; представление выходных объектов и данных, полученных в результате обработки алгоритма, в графическом виде.

Разработка структуры базы данных. Разработка структуры базы данных (БД) является одним из основных процессов реализации прикладной программы. Распространенным типом организации БД являются реляционные базы данных, состоящие из множества взаимосвязанных таблиц, причем каждая таблица содержит информацию об объектах различного типа.

Разработка эффективной БД состоит из нескольких этапов: анализ требований; создание логической структуры; преобразование логической структуры БД в физическую структуру выбранной для реализации БД системы управления базами данных (СУБД).

Для разработки программы проведен анализ данных по назначению, разработана структура БД, выявлены ограничения численных данных по принимаемым значениям. Данные, определяемые назначением в системе, могут быть входными (исходными), дополнительными и выходными.

Исходные данные в системе логически разделены на две группы: справочные данные и общие данные, характеризующие схему ЭТК или участок сети. Справочные данные – это паспортные данные или нормируемые данные основных элементов схемы ЭТК, используемые в алгоритме расчета рационального места установки СС. Справочные данные формируются в справочники для элементов схем ЭТК. Общие данные характеризуют схему ЭТК или участок сети, являются неоднородными и разбиваются на общую информацию об участке системы и информацию, характеризующую каждый элемент схемы ЭТК или участка сети.

Для проектирования разных конфигураций схем ЭТК необходима информация об элементах схемы ЭТК, их взаимосвязи друг с другом посредством линий и соединительных узлов. Такая информация является дополнительной в системе. Промежуточные данные, полученные при расчете рационального места установки СС и используемые для проектирования конфигураций схем ЭТК, относятся к дополнительным данным. Выходным данным соответствует информация технико-экономического характера, полученная по результатам расчета.

Разработанная БД содержит таблицы таких направлений: справочники элементов ЭТК, таблицы исходных данных ЭТК, таблицы выходных данных ЭТК, дополнительные таблицы, необходимые для построения конфигураций схем ЭТК и для промежуточных данных.

Важнейшим звеном разработанной БД является таблица БД СС. БД средств симметрирования – обновляемая, пользователь имеет возможность дополнения, изменения и удаления параметров (типа, мощности, стоимости) средств симметрирования, необходимых для выполнения проекта. БД средств симметрирования содержит следующие устройства:

– симметрирующие трансформаторы ТСТ2 (ТСТ2–10, ТСТ2–16, ТСТ2–25, ТСТ2–40, ТСТ2–63, ТСТ2–100, ТСТ2–160, ТСТ2–200, ТСТ2–250, ТСТ2–300, ТСТ2–400, ТСТ2–630, ТСТ2–1000) [27];

– нормализаторы NORMEL серии ESSV-I (NORMEL ESSV-I 3.200-050-02, NORMEL ESSV-I 3.200-080-02, NORMEL ESSV-I 3.200-130-02, NORMEL ESSV-I 3.200-160-02, NORMEL ESSV-I 3.200-205-02 и др.) [28];

– трансформаторы серии ТМГСУ (ТМГСУ–25/10, ТМГСУ–40/10, ТМГСУ–63/10, ТМГСУ11–100/10, ТМГСУ11–160/10, ТМГСУ11–250/10) [29];

– вольтодобавочные трансформаторы типа ТВМГ (ТВМГ–26/70, ТВМГ–52/125, ТВМГ–66/160, ТВМГ–105/250) [30].

Таким образом, при выполнении расчетов пользователь выбирает из БД СС, необходимые по функциональным возможностям, мощности и стоимости устройства симметрирования (СУ).

Назначение и применение разработанной программы. Программа выполняет построение принципиальных схем участков ЭТК с установленными СУ, осуществляет расстановку средств симметрирования в ЭТК при топологии сети любой сложности.

Программа реализует необходимые расчеты на основе задаваемых исходных данных об участке ЭТК с электродвигательной нагрузкой. Важнейшей особенностью программы является возможность построения пользователем расчетной схемы системы электроснабжения, позволяющей по заданной конфигурации выполнять многовариантные электротехнические расчеты ЭТК с установленными средствами симметрирования.

Специфика программы состоит в том, что на основе полученных в результате исследований допустимых значений $K_{2U_{дон}}$ для АД [33], занесенных в программный алгоритм, данных экспериментальных исследований K_{2U} исследуемой электрической сети определяется размещение средств симметрирования в ЭТК. Изменяя параметры расчетной схемы (заменяя средства симметрирования, их количество), можно подобрать их таким образом, чтобы во всем ЭТК обеспечивалась надежная работа АД. При этом мощность и количество средств симметрирования подбираются с учетом особенностей конкретной сети.

Тенденция внедрения средств симметрирования в ЭТК главным образом направлена на сокращение дополнительных потерь мощности в элементах электрической сети, увеличение срока службы электрооборудования, повышение качества электрической энергии, а кроме того, на снижение ущерба от аварийных ситуаций, вызванных выходом из строя электрооборудования.

Реализация программного обеспечения, выполняющая проектные процедуры подбора средств симметрирования, предоставляет следующие возможности:

– ввода исходных данных схемы ЭТК, сохраняемых в локальной базе данных;

– расчета оптимального места установки СС в ЭТК;

– определения технико-экономических показателей расчета схемы ЭТК;

– графического отображения конфигураций исходной схемы ЭТК (участка ЭТК) и схемы ЭТК с установленными СС;

– сервиса для редактирования справочных данных схемы ЭТК.

Программа определения наиболее рационального места установки технических средств симметрирования в ЭТК может быть применена при разработке проектов электросетевых кластеров с наличием электродвигательной нагрузки.

Критерии оценки принимаемых решений при проектировании местоположения технических средств симметрирования. Оценить наиболее предпочтительные технические средства симметрирования и места их установки в электротехническом комплексе предлагается на основании сопоставления значений при-

веденных затрат различных вариаций на реализацию мероприятий с целью выявления их минимального значения.

Метод поиска минимума приведенных затрат относится к статистическим методам оценки инвестиционных проектов и не учитывает фактор времени. Метод получил широкое распространение в задачах технико-экономического сопоставления вариантов проектов в энергетике в условиях плановой директивной экономики времен СССР [3]. В настоящее время благодаря своей простоте метод закрепился (как в исходном виде, так и с различными модификациями) в задачах оптимизации различных энергетических систем и объектов, позволяя существенно сокращать вычислительную нагрузку при сравнительно адекватном результате экономической оценки эффективности инвестиций.

В концепции определения рационального места установки технических СС в электротехническом комплексе с наличием электродвигательной нагрузки использование метода минимума приведенных затрат также оправдано.

Приведенные затраты ($ПЗ$) в предложенном методе рассчитываются по стандартной формуле [3] как сумма текущих издержек (I_i) и капитальных затрат ($КЗ$), приведенных к текущему году путем умножения на нормативный коэффициент (E_n):

$$ПЗ = E_n \cdot \sum_{j=1}^m КЗ_j + \sum_{i=1}^n I_i. \quad (1)$$

Текущие издержки оцениваются через изменение затрат на эксплуатацию ЭТК до и после внедрения средств симметрирования.

Капитальные затраты оцениваются по стоимости планируемых к установке средств симметрирования и стоимости пусковой, защитной и регулирующей аппаратуры. Кроме того, капитальные затраты учитывают монтажные, наладочные работы и доставку СС от производителя к месту установки.

Нормативный коэффициент является основным критерием метода минимума приведенных затрат. Коэффициент E_n зависит от планируемого срока окупаемости; в свою очередь, планируемый срок окупаемости различен для разных отраслей, кроме того, не существует определенного значения, устанавливающего, каким он должен быть [3]. В энергетической отрасли нормативный коэффициент традиционно принимается $E_n = 0,15$ о.е. для проектов, связанных с модернизацией существующих энергетических систем и объектов, что эквивалентно $\approx 6,7$ годам планируемого срока окупаемости.

С целью оценки эффективности принимаемых решений при проектировании местоположения технических средств симметрирования в ЭТК рассмотрим шесть вариантов размещения устройств симметрирования с различными вариациями мест их установки. Капиталовложением для каждого варианта инвестиционного проекта являются: стоимость средств симметрирования, их доставка, монтаж и наладка, периферийные устройства. В данном случае это первоначальные затраты; другие факторы, например затраты на ежегодные текущие эксплуатационные издержки, амортизационные отчисления, считаем равноценными.

Для разрабатываемого методического подхода произведена валидация выбранного метода оценки эффективности технических решений при проектировании размещения устройств симметрирования в ЭТК, сопоставление результатов расчетов по методу минимума приведенных затрат с результатами стандартного динамического метода оценки инвестиционных проектов [31, 32].

Использованы стоимостные значения технических средств симметрирования, взятые от компании «Энергосберегающие технологии», г. Санкт-Петербург [27], ООО НПК «АВЭК», г. Новосибирск [28].

На рис. 2 наглядно продемонстрирован пример сравнения результатов экономической оценки эффективности мероприятий по методу минимума приведенных затрат с результатами сравнения по дисконтированному сроку окупаемости (DPP) для 6 вариантов установки технических средств симметрирования.



Рис. 2. Сравнение результатов экономической оценки эффективности мероприятий по методам минимума приведенных затрат и дисконтированного срока окупаемости

Анализируя представленные на рис. 2 результаты исследования, отметим, что наиболее экономически эффективным вариантом размещения средств симметрирования в ЭТК является вариант 2 как по критерию метода минимума приведенных затрат, так и по критерию метода дисконтированного срока окупаемости.

Результаты исследования и их обсуждение

Апробация метода в действующей электрической сети 0,4 кВ Забайкальского края.

Апробация программы проведена на примере участка электрической сети с. Таптугары Могочинского района Забайкальского края. Использовались следующие исходные данные [25]:

- 1) экспериментальные значения несимметрии напряжений в узлах сети 0,4 кВ с. Таптугары;
- 2) топология участка электрической сети, сведения об электропотребителях;
- 3) значения допустимых значений ($K_{2U_{don}}$) низковольтных асинхронных электродвигателей.

Основным критерием при разработке мероприятий, ориентированных на снижение несимметрии в электрической сети, обеспечение эффективного функционирования ЭТК с наличием электродвигательной нагрузки, является допустимое значение $K_{2U_{don}}$ электродвигателей [33]. Программа автоматически опреде-

ляет $K_{2U_{\text{дон}}}$ электродвигателей, находящихся в исследуемом ЭТК, выявляя тем самым необходимые значения порога симметрирования. Стоит отметить, что допустимое значение $K_{2U_{\text{дон}}}$ низковольтных асинхронных электродвигателей индивидуально для каждого типоразмера АД. Согласно проведенным исследованиям [33], безаварийная эксплуатация АД при длительном режиме работы возможна при $K_{2U_{\text{дон}}}$ не более 1,3 %.

При рассмотрении возможных вариаций установки СС исследуемой схемы участка электрической сети с. Таптугары возможно предусмотреть две вариации мест установки устройств симметрирования: перед центральным узлом; на каждую линию с электродвигательной нагрузкой. Кроме того, существуют три варианта компоновки СС для каждой вариации места установки.

Исходя из результатов исследования значений $K_{2U_{\text{дон}}}$ электродвигателей, экспериментальных данных коэффициента несимметрии напряжений по обратной последовательности (K_{2U}) в электрической сети 0,4 кВ, сведений о величинах потерь мощности в элементах исследуемой электрической сети, выполняется автоматический выбор мест размещения СС в ЭТК. В ходе тестирования программы получены следующие данные (рис. 3).

В результате реализации программы выявлено экономически целесообразное расположение средств симметрирования в ЭТК исходя из показателя «Приведенные затраты». На основе полученных результатов программы (см. рис. 3) сформулируем следующий вывод: наилучший экономический эффект достигается использованием симметрирующих трансформаторов марки ТСТ2 мощностью 25 кВт по варианту 2 на каждую линию с АД.

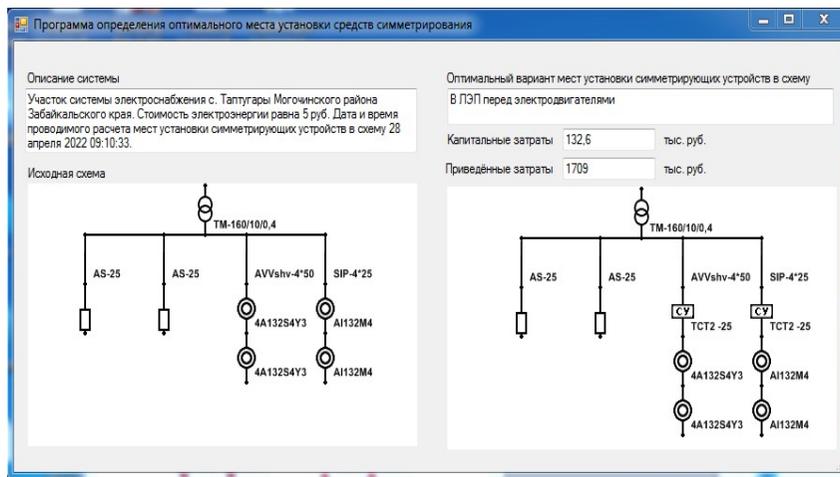


Рис. 3. Вывод результатов расчета программы

Таким образом, обеспечение надежного электроснабжения потребителей с наличием электродвигательной нагрузки в рассмотренной схеме реализовано применением СС индивидуально на каждую линию с АД, что позволило решить комплекс задач безопасного и стабильного функционирования электротехнического комплекса в условиях некачественного напряжения в питающей электрической сети.

Разработанный методический подход демонстрирует эффективность мероприятий при решении вопросов симметрирования напряжения в электрической сети. При использовании симметрирующих трансформаторов марки ТСТ2 в схе-

ме участка электрической сети с. Таптугары устранено искажение величины несимметрии питающего напряжения. Симметрирующие трансформаторы показали достаточную стабильность коррекции напряжения. Так, согласно экспериментальным исследованиям, проведенным после внедрения СС, максимальная величина K_{2U} изменилась от 4,6 до 1,27 %, тем самым увеличив на 30 % срок службы электрооборудования, работающего в данной электрической сети, и снизив количество капитальных ремонтов АД вдвое. При этом значения приведенных затрат в выбранном варианте размещения средств симметрирования составили $ПЗ = 1709$ тыс. руб.

Резюмируя вышеизложенное, отметим следующее: прикладная программа как инструмент разработанного метода позволяет выполнить автоматический расчет места размещения и выбор средств симметрирования в ЭТК предприятий. Кроме того, она наглядно демонстрирует места установки СС в проектируемой схеме ЭТК и отображает технико-экономическую информацию комплекса технических мероприятий, ориентированных на обеспечение эффективного функционирования ЭТК с наличием электродвигательной нагрузки, путем нормализации уровня несимметрии питающего напряжения.

Заключение

1. Представлено концептуальное видение разработки методического подхода коррекции уровня питающего напряжения в электрической сети путем реализации алгоритмизированного метода определения рационального места установки технических средств симметрирования в электротехническом комплексе с наличием электродвигательной нагрузки в условиях некачественного напряжения в питающей электрической сети.

2. Предложенный метод определения рационального места установки технических средств симметрирования в ЭТК, основанный на автоматическом выборе мест размещения средств симметрирования в зависимости от условий эксплуатации электродвигательной нагрузки, позволяет автоматизировать проектные процедуры нормализации напряжения в электротехническом комплексе. Основопологающим моментом метода является показатель – допустимое значение $K_{2U_{дон}}$ электродвигателей, данное условие заложено в алгоритм прикладной программы. Указанный показатель определяет, главным образом, допустимый эксплуатационный режим работы низковольтных асинхронных электродвигателей.

3. Разработанный подход представляет интерес при разработке проектов электроэнергетических объектов в случае преобладания низкого качества питающего напряжения, в частности несимметричных режимов работы электрической сети. Применим при модернизации кластеров электрических сетей промышленных предприятий, имеющих в своем составе асинхронный электропривод. Позволяет упростить процесс работы инженерно-технического состава предприятий, сократить сроки выполнения проекта. Методический подход достаточно понятен и прост в использовании, не требует высокой квалификации персонала, специальных знаний проектирования объектов электроэнергетической сферы.

4. Применение метода минимума приведенных затрат в качестве критерия оценки принимаемых решений при проектировании местоположения технических средств симметрирования оправдано для данной локальной технико-экономической задачи, поскольку позволяет сократить необходимый объем исходных данных без потери качества оценки. Результаты оценки вариантов про-

ектных решений, полученные при рассмотрении методом минимума приведенных затрат, коррелируют с результатами стандартного динамического метода оценки инвестиционных проектов.

5. Предложенный метод на основе программного обеспечения подтвердил свою работоспособность на реальном объекте в действующей электрической сети 0,4 кВ Забайкальского края. Отмечена эффективность внедрения технических средств симметрирования. Так, максимальная величина K_{2U} изменилась от 4,6 до 1,27 %, тем самым увеличив на 30 % срок службы электрооборудования, работающего в данной электрической сети, и снизив количество капитальных ремонтов АД вдвое. Следовательно, стоит заметить, что повышение энергоэффективности электротехнического комплекса с наличием электродвигательной нагрузки обеспечивается путем улучшения качества электрической энергии, а именно минимизации уровня несимметрии напряжений в питающей электрической сети и, как следствие, снижения дополнительных потерь мощности в элементах электрической сети, увеличения срока службы асинхронных электродвигателей, уменьшения количества планово-предупредительных ремонтов АД, устранения ущербов от аварийных ситуаций, вызванных выходом из строя АД.

6. Разработанный методический подход показал полноту и достаточность решений, внедряемых в проектную и эксплуатационную практику, обеспечивающих эксплуатационную надежность АД, повышающих эффективность работы электротехнического комплекса в целом.

7. Научная значимость результатов исследования заключается в разработке методологической концепции решения задач, направленных на обеспечение эффективного и надежного функционирования электротехнического комплекса с наличием электродвигательной нагрузки посредством коррекции уровня несимметрии питающего напряжения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Харлампьева С.С., Горелов С.В., Сахнова Н.Н., Булыгина А.В., Масунов И.Г. Анализ методов повышения энергоэффективности систем энергоснабжения // Актуальные вопросы энергетики. Материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Омск, 2021. С. 14–18.
2. Степанов В.М., Косырихин В.С. Методика расчета и основы проектирования систем электроснабжения объектов на ПЭВМ // Известия ТулГУ. Технические науки, 2015. Вып. 12. Ч. 2. С. 54–66.
3. Кангро М.В. Методы оценки инвестиционных проектов: учеб. пособие. Ульяновск: УлГТУ, 2011. 131 с.
4. Воротницкий В.Э., Моржин Ю.И. Цифровая энергетика: новая парадигма функционирования и развития / под ред. Н.Д. Рогалева. М.: Изд-во МЭИ, 2019. С. 97–113.
5. Palácios R.S., da Silva I.N., Godoy W.F., et al. Voltage unbalance evaluation in the intelligent recognition of induction motor rotor faults // Soft Computing. 2020. Vol. 24. Pp. 16935–16946.
6. Романова В.В., Хромов С.В., Суслов К.В. Анализ воздействующих факторов, влияющих на эксплуатационную надежность низковольтных асинхронных электродвигателей // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. Казань: Изд-во КГЭУ, 2021. Т. 23. № 3. С. 80–89.
7. Жежеленко И.В., Саенко Ю.Л., Горпинич А.В., Швецова И.А. Надежность работы электрооборудования при пониженном качестве электроэнергии // Вісник Приазовського державного технічного університету: зб. наук. праць. Маріуполь: Изд-во ПДТУ. 2005. Вып. 15. Ч. 2. С. 25–29.
8. Коверникова Л.И., Шамонов Р.Г., Суднова В.В. Качество электрической энергии, современное состояние, проблемы, предложения по их решению: монография / отв. ред. Н.И. Воропай. Новосибирск: Наука. 2017. 219 с.

9. *Oleg V. Zapanov, Lidiia I. Kovernikova.* On the power quality of electrical energy supplied to joint stock company «Aleksandrovsky mine» // E3S Web of Conferences. 2020. Vol. 209. 07012. 6 p.
10. ГОСТ 32144–2013. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. М.: Стандартинформ. 2014. 19 с.
11. *Dibowski H., Ploennigs J. and Kabitzsch K.* Automated Design of Building Automation Systems // In IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2010. Vol. 57. Pp. 3606–3613.
12. *Raghunathan S., Prasad A., Mishra B.K. and Hsihui Chang.* Open source versus closed source: software quality in monopoly and competitive markets // In IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 2005. Vol. 35. Pp. 903–918.
13. MATLAB/Simulink [Электронный ресурс]. <https://www.mathworks.com/products/simulink.html> (Дата обращения 06.08.2022).
14. PSCAD [Электронный ресурс]. <https://www.pscad.com/> (Дата обращения 06.08.2022).
15. EnergyCS Потери [Электронный ресурс]. <https://www.energycs.ru/programs/energycs-loss/> (Дата обращения 06.08.2022).
16. FreeMath [Электронный ресурс]. <http://freemat.sourceforge.net/> (Дата обращения 06.08.2022).
17. ATM-EMTP [Электронный ресурс]. <https://www.eeug.org/> (Дата обращения 06.08.2022).
18. EnergyCS [Электронный ресурс]. <https://www.energycs.ru/> (Дата обращения 06.08.2022).
19. E3.series [Электронный ресурс]. <https://e3series.ru/> (Дата обращения 06.08.2022).
20. ElectricCA [Электронный ресурс]. <https://electrics-soft.ru/> (Дата обращения 06.08.2022).
21. РТП 3 [Электронный ресурс]. <http://www.rtp3.ru/> (Дата обращения 06.08.2022).
22. Flow 3 [Электронный ресурс]. <https://www.flow3d.com/> (Дата обращения 06.08.2022).
23. Fazonord-качество [Электронный ресурс]. <https://ntcees.ru/tender/Fazonord.pdf> (Дата обращения 06.08.2022).
24. Несимметрия [Электронный ресурс]. http://niieng.ru/production-obsego-primenenia/software/rtkz_2 (Дата обращения 06.08.2022).
25. *Romanova Victoria.* Determination of optimal location for installation of symmetry facilities in 0.4 kV power supply systems with motor-drive load // E3S Web of Conferences. 2018. Vol. 58. 03014. 9 p.
26. Неполное руководство по SQLite для пользователей Windows [Электронный ресурс]. <http://er.nau.edu.ua/bitstream/NAU/10100/1/> (Дата обращения 27.07.2022).
27. Симметрирующие трансформаторы [Электронный ресурс]. <https://et-spb.ru/transformatory-simmetrirujushhie/tst2/> (Дата обращения 06.08.2022).
28. Нормализаторы качества Normel [Электронный ресурс]. <https://normel.ru/> (Дата обращения 08.08.2022).
29. Трансформаторы марки ТМГСУ [Электронный ресурс]. <http://www.mitek.spb.ru/catalog/id12/> (Дата обращения 08.08.2022).
30. Вольтодобавочные трансформаторы типа ТВМГ [Электронный ресурс]. https://www.tehenergoholding.ru/index.php?menu_id=84&menu_parent_id=83 (Дата обращения 08.08.2022).
31. *Milano M., Van Hove W.* Reduced cost-based ranking for generating promising subproblems // Lecture Notes in Computer Science. 2004. Vol. 2470. p.16.
32. *Mollah M.A.S., Rouf M.A., Rana S.M.S.* A study on capital budgeting practices of some selected companies in Bangladesh // PSU Research Review. 2021. Vol. 5. p.13.
33. *Романова В.В., Хромов С.В.* Эксплуатационная надежность низковольтных асинхронных электродвигателей в условиях несимметрии напряжений // Проблемы энерго- и ресурсосбережения. Ташкент: Изд-во ТашГТУ, 2019. № 4. С. 136–148.

Статья поступила в редакцию 07 июля 2022 г.

DEVELOPMENT OF A METHOD FOR DETERMINING THE RATIONAL INSTALLATION LOCATION OF TECHNICAL MEANS OF SYMMETRY IN AN ELECTRICAL COMPLEX WITH THE PRESENCE OF AN ELECTRIC MOTOR LOAD

*V.V. Romanova*¹, *A.G. Batukhtin*¹, *S.V. Khromov*¹, *K.V. Suslov*²,
*M.V. Kobylkin*¹

¹ Trans-Baikal State University

30, Alexandro-Zavodskaya st., Chita, 672039, Russian Federation

² Irkutsk National Research Technical University

83, Lermontov st., Irkutsk, 664074, Russian Federation

E-mail: romanova181@mail.ru

Abstract. *The work is devoted to the development of a methodological approach to correcting the level of supply voltage in the electrical network by developing an algorithmized method for determining the rational installation location of technical means of symmetry in an electrical complex with the presence of an electric motor load. The developed method makes it possible to implement processes aimed at ensuring the effective functioning of the electrical complex with the presence of an electric motor load in conditions of low-quality supply voltage. The proposed method, based on software, provides design procedures for calculating various options for symmetry and choosing the most economically feasible. Attention is focused on the main criteria for evaluating decisions made when designing the location of technical means of symmetry in the electrical complex. The architecture, the main functional features of the application program as a tool for implementing the calculation method are considered. The program ensures the implementation of electrical calculations in the design, modernization and operation of electrical networks. It provides for the construction of schematic diagrams of sections of electrical complexes with installed means of symmetry. The results of experimental studies demonstrating the effectiveness of the developed method in solving problems of voltage symmetry in the supply electrical network are presented. It is obvious that the developed approach, based on the automatic selection of the locations of the means of symmetry depending on the operating conditions of the electric motor load, makes it possible to automate the design procedures for voltage normalization in the electrical network. Provides minimization of voltage asymmetry in the supply electrical network, contributes to improving the operational reliability of low-voltage asynchronous electric motors. The obtained research results and prospects for the application of the developed approach are discussed, both for solving complex design problems and for the economic justification of local design solutions. A detailed analysis and formalization of the results of the study with relevant conclusions were carried out.*

Keywords: *asynchronous electric motor, asymmetry of the supply voltage, operational reliability of an asynchronous electric motor, voltage symmetry in the electrical network, object-oriented programming*

¹ *Victoria V. Romanova, Senior Lecturer.*

¹ *Andrey G. Batukhtin (PhD (Techn.)), Associate Professor.*

¹ *Sergey V. Khromov, Senior Lecturer.*

¹ *Mikhail V. Kobylkin (PhD (Techn.)), Associate Professor.*

² *Konstantin V. Suslov (Dr. Sci. (Techn.)), Associate Professor.*

The work was carried out within the framework of the implementation of the scientific grant of the Council for Scientific and Innovative Activities of the Trans-Baikal State University № 349 – GR dated 03.02.2022.

REFERENCES

1. *Kharlampeva S.S., Gorelov S.V., Sakhnova N.N., Bulygina A.V., Masunov I.G.* Analysis of methods for improving the energy efficiency of energy supply systems // Aktual'nye voprosy energetiki. Materialy Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem. Omsk, 2021. Pp. 14–18.
2. *Stepanov V.M., Kosyrikhin V.S.* Calculation methodology and fundamentals for designing power supply systems for objects on a PC // Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki, 2015. Issue. 12. Part 2. Pp. 54–66.
3. *Kangro M.V.* Methods for evaluating investment projects: a tutorial. Ulyanovsk: UIGTU, 2011. 131 p.
4. *Vorotnitsky V.E., Morzhin Yu.I.* Digital energy: a new paradigm of functioning and development // Izdatel'stvo MEI, 2019. Pp. 97–113.
5. *Palácios R.S., da Silva I.N., Godoy W.F., et al.* Voltage unbalance evaluation in the intelligent recognition of induction motor rotor faults // Soft Computing. 2020. Vol. 24. Pp. 16935–16946.
6. *Romanova V.V., Khromov S.V., Suslov K.V.* Analysis of the influencing factors affecting the operational reliability of low-voltage asynchronous electric motors // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Problemy energetiki. Kazan': Izd-vo KGEU. 2021. Vol. 23. № 3. Pp. 80–89.
7. *Zhezhelenko I.V., Saenko Yu.L., Gorpinich A.V., Shvetsova I.A.* Reliability of operation of electrical equipment with reduced quality of electricity // Vesnik Priazovskogo derzhavnogo tekhnichnogo universitetu: zb. nauk. prats'. Mariupol': Izd-vo PDTU. 2005. Issue. 15. Part 2. Pp. 25–29.
8. *Kovernikova L.I., Shamonov R.G., Sudnova V.V.* The quality of electrical energy, the current state, problems, proposals for their solution: monograph / Novosibirsk: Nauka. 2017. 219 p.
9. *Oleg V. Zapanov, Lidiia I. Kovernikova.* On the power quality of electrical energy supplied to joint stock company "Aleksandrovsky mine" // E3S Web of Conferences. 2020. Vol. 209. 07012. 6 p.
10. *GOST 32144–2013.* Electrical energy. Compatibility of technical means is electromagnetic. Standards for the quality of electrical energy in general-purpose power supply systems. M.: Standartinform. 2014. 19 p.
11. *Dibowski H., Ploennigs J. and Kabitzsch K.* Automated Design of Building Automation Systems // In IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2010 Vol. 57. Pp. 3606–3613.
12. *Ragunathan S., Prasad A., Mishra B.K. and Hsihui Chang.* Open source versus closed source: software quality in monopoly and competitive markets // In IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 2005 Vol. 35. Pp. 903–918.
13. *MATLAB/Simulink* [Electronic resource]. <https://www.mathworks.com/products/simulink.html> (accessed 08/06/2022).
14. *PSCAD* [Electronic resource]. <https://www.pscad.com/> (accessed 08/06/2022).
15. *EnergyCS Losses* [Electronic resource]. <https://www.energycs.ru/programs/energycs-loss/> (accessed 06.08.2022).
16. *FreeMath* [Electronic resource]. <http://freemat.sourceforge.net/> (accessed 08/06/2022).
17. *ATM-EMTP* [Electronic resource]. <https://www.eeug.org/> (accessed 08/06/2022).
18. *EnergyCS* [Electronic resource]. <https://www.energycs.ru/> (accessed 08/06/2022).
19. *E3.series* [Electronic resource]. <https://e3series.ru/> (accessed 06.08.2022).
20. *ElectriCA* [Electronic resource]. <https://electrics-soft.ru/> (accessed 08/06/2022).
21. *RTP 3* [Electronic resource]. <http://www.rtp3.ru/> (accessed 08/06/2022).
22. *Flow 3* [Electronic resource]. <https://www.flow3d.com/> (accessed 08/06/2022).
23. *Fazonord quality* [Electronic resource]. <https://ntcees.ru/tender/Fazonord.pdf> (accessed 08/06/2022).
24. *Asymmetry* [Electronic resource]. http://niing.ru/production-obsego-primenenia/software/rtkz_2 (accessed 08/06/2022).
25. *Romanova Victoria.* Determination of optimal location for installation of symmetry facilities in 0.4 kV power supply systems with motor-drive load // E3S Web of Conferences. 2018. Vol. 58. 03014. 9 p.
26. *Incomplete Guide to SQLite for Windows Users* [Electronic resource]. <http://er.nau.edu.ua/bitstream/NAU/10100/1/> (accessed 07/27/2022).
27. *Balancing transformers* [Electronic resource]. <https://et-spb.ru/transformatory-simmetrirujushhie/tst2/> (accessed 08/06/2022).
28. *Normal quality normalizers* [Electronic resource]. <https://normel.ru/> (accessed 08/06/2022).
29. *Transformers brand TMGSU* [Electronic resource]. <http://www.mitek.spb.ru/catalog/id12/> (accessed 06.08.2022).

30. *Booster transformers type TVMG* [Electronic resource]. https://www.tehenergoholding.ru/index.php?menu_id=84&menu_parent_id=83 (accessed 06.08.2022).
31. *Milano M., Van Hoeve W.* Reduced cost-based ranking for generating promising subproblems // *Lecture Notes in Computer Science*. 2004. Vol. 2470. p. 16.
32. *Mollah M.A.S., Rouf M.A., Rana S.M.S.* A study on capital budgeting practices of some selected companies in Bangladesh // *PSU Research Review*. 2021. Vol. 5. p.13.
33. *Romanova V.V., Khromov S.V.* Operational reliability of low-voltage asynchronous electric motors under voltage asymmetry // *Problems of energy and resource saving*. Tashkent: Publishing House of Tashkent State Technical University. 2019. № 4. Pp. 136–148.

**ПОДПИСКА – 2023
на январь-июнь**

**В «каталоге «Газеты и журналы – 2023. I полугодие»,
«ООО Урал-Пресс Округ», на сайте www.ural-press.ru**

**Уважаемые читатели!
Обратите внимание, что с 1 сентября 2022 г. проводится
подписная кампания на журналы
Самарского государственного технического
университета на 2023 год**

**18106 Вестник Самарского государственного технического уни-
верситета. Серия «Технические науки»..... стр. 61**

**18108 Вестник Самарского государственного технического уни-
верситета. Серия «Физико-математические науки» стр.82**

70570 Градостроительство и архитектура стр.61

***Условия оформления подписки Вы найдете
на сайте www.ural-press.ru***