УДК 519.248:531

Прогнозирование индивидуальных деформационных характеристик элементов конструкций по изделию-лидеру

В. П. Радченко, Е. А. Афанасьева

Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

Аннотация

Предложен и реализован численный метод прогнозирования индивидуальных деформационных характеристик элементов конструкций по образцу-лидеру на основе использования обобщенных однопараметрических моделей, связывающих интегральные характеристики напряженного состояния с интегральными характеристиками деформационного состояния в координатах «обобщенная нагрузка – обобщенное перемещение». Область применения метода — однотипные конструктивные элементы, которые находятся в идентичных условиях внешнего нагружения и характеризуются большим разбросом деформационных характеристик (обобщенного перемещения). Предполагается, что эксплуатация одного конструктивного элемента (образца-лидера) начинается на некоторое время раньше, чем других. Вводится гипотеза о подобии всех реализаций в координатах «обобщенное перемещение – время», приведенных к единому началу координат сдвигом по времени. Путем использования статистической информации на начальных участках «отстающих» элементов конструкций и образца-лидера определяются статистические характеристики параметра подобия эксплуатируемого образца по отношению к образцу-лидеру и далее осуществляется прогнозирование его деформационных характеристик.

Исследованы узлы трения и конструктивные элементы (стержни, резьбовые соединения) в условиях ползучести. На основе корреляционного статистического анализа экспериментальной информации выполнено обоснование использования гипотезы подобия для всех реализаций исследованных элементов конструкций. Метод проиллюстрирован

Механика деформируемого твердого тела Научная статья

© Коллектив авторов, 2022

© СамГТУ, 2022 (составление, дизайн, макет)

∂ @ Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

Образец для цитирования

Радченко В. П., Афанасьева Е. А. Прогнозирование индивидуальных деформационных характеристик элементов конструкций по изделию-лидеру // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2022. Т. 26, № 3. С. 500-519. EDN: MIVLAC. DOI: 10.14498/vsgtu1919.

Сведения об авторах

Владимир Павлович Радченко 🗅 https://orcid.org/0000-0003-4168-9660

доктор физико-математических наук, профессор; заведующий кафедрой; каф. прикладной математики и информатики; e-mail: radchenko.vp@samgtu.ru

Елена Андреевна Афанасьева 🖄 💿 https://orcid.org/0000-0001-7815-2723 аспирант; каф. прикладной математики и информатики; e-mail: afanasieva.ea@samgtu.ru

на примере прогнозирования износа узлов трения передней стойки шасси самолета в зависимости от числа взлетов-посадок, а также на примере расчета удлинения стержней из поливинилхлоридного пластиката при одноосном нагружении и осевого смещения области свинчивания резьбового соединения в условиях ползучести.

Показано, что экспериментальные данные для обобщенного перемещения конкретных реализаций не выходят за расчетные пределы доверительного интервала для математического ожидания для всех рассмотренных элементов конструкций на временных интервалах прогнозирования от одного до четырех «базовых» интервалов, в рамках которых определялись оценки случайных параметров для конкретных изделий.

Ключевые слова: прогнозирование, обобщенное перемещение, индивидуальные деформационные характеристик, узел трения, ползучесть, стержень, резьбовое соединение.

Получение: 19 апреля 2022 г. / Исправление: 8 августа 2022 г. / Принятие: 13 сентября 2022 г. / Публикация онлайн: 28 сентября 2022 г.

1. Введение

Методы расчета и оценка остаточного ресурса эксплуатирующихся элементов конструкций являются центральной научной проблемой для общего, энергетического и авиационного машиностроения, строительной области и других отраслей промышленности [1-7]. В настоящие время используются различные подходы для решения этой задачи. Так, для промышленных зданий и их технического перевооружения, узлов различных технических систем, когда несущие элементы конструкций недоступны для ремонтного обслуживания в силу специфики их эксплуатации, используют усиление отдельных узлов, находящихся в наиболее нагруженном состоянии, за счет изменения конструктивной схемы, увеличения размеров геометрических сечений и других мероприятий. Такой подход наиболее распространен в строительной отрасли, при эксплуатации гидротехнических сооружений, в водном транспорте и других отраслях [4-7]. Однако для ответственных элементов конструкций авиационного и энергетического оборудования, а также атомной промышленности такой подход не реализуем. Здесь используют более наукоемкие подходы для оценки напряженно-деформируемого состояния на основе расчетных методик, базирующихся на решении краевых задач, основным элементом для реализации которых являются экспериментальные данные упругопластического и реологического деформирования для используемых материалов с последующей оценкой ресурса по параметрическим критериям отказа на основе стохастических уравнений состояния и методов теории случайных процессов с дополнительным назначением коэффициента запаса [1-3]. Но ряд процессов (высокотемпературная ползучесть, износ сопрягаемых деталей и др.) характеризуются большим разбросом деформационных характеристик. Так, для наблюдаемой экспериментальной деформации ползучести металлических материалов величина разброса составляет 20-50%, для длительной прочности величина разброса — 30–100 % [8–10], а для геометрических характеристик, описывающих, например, величину зазора между сопрягаемыми цилиндрическими деталями в условиях трения, величина разброса может составлять до 100 % [11]. В связи с этим классические статистические теории [1,2,12–14,28] и современные подходы линеаризации нелинейных регрессионных уравнений для идентификации параметров моделей [29,30], основанные на моделировании деградации материала элементов конструкций и необратимом накоплении поврежденности, ориентированы на генеральную совокупность однотипных изделий с использованием стандартных (и модифицированных) методов обработки статистической информации [15,16] и дают широкую полосу разброса для математических ожиданий соответствующих выходных деформационных характеристик и времени безопасной эксплуатации по параметрическим критериям отказа.

Отметим, что индивидуализация тех или иных процессов может рассматриваться не только для технических объектов. Так, в биомеханике и медицине все математические модели и средства компьютерной диагностики основаны на пациентно-ориентированном биомеханическом моделировании функционирования органов. Например, для численного исследования напряженнодеформированного состояния костных тканей [34–36] используют модули Юнга, значения которых определяются индивидуально по компьютерным томограммам. На основе этого анализа, который проводится, как правило, конечно-элементным моделированием, специалисты делают выбор для лечения заболеваний у конкретного индивида.

Схема решения задачи прогнозирования остаточного ресурса с классических позиций возникновения параметрических отказов проиллюстрирована на рис. 1. Пусть некоторая величина y(t), характеризующая работоспособность элемента конструкции, изменяется от нуля до заданного критического значения y^* , по достижении которого в момент времени τ происходит отказ. Поскольку τ является случайной величиной, задается степень возникновения риска α , с помощью плотности распределения f(t) которой определяется время эксплуатации t^* :

$$\int_0^{t^*} f(t)dt = \alpha.$$

Величина t^* — назначенный ресурс, и его, как правило, рассчитывают на стадии проектирования. Но при малых значениях α среднее время безотказной



Рис. 1. Схема оценки ресурса по параметрическому критерию отказа

[Figure 1. Resource estimation scheme according to the parametric failure criterion: y(t) is the operability of a structural element, which changes from zero to a given critical value y^* , when it reaches which, at time τ , a failure occurs; α is a random degree of risk occurrence with distribution density f(t); t^* is the resource (maximum operating time) assigned to a structural element, which is set at its production; $\langle \tau \rangle$ is mean time between failures] работы $\langle \tau \rangle$ может оказаться значительно больше t^* , а это означает, что часть конструкций снимется с эксплуатации, не исчерпав свой ресурс. Очевидно, что такой подход мало что дает для прогнозирования индивидуального ресурса конкретной конструкции.

Проблема оценки индивидуального ресурса элементов конструкций сформулирована и частично решена в публикациях восьмидесятых-девяностых годов прошлого века [17-24] для условий ползучести и мало- или многоциклового нагружения. В частности, один из подходов базируется на использовании обобщенных однопараметрических моделей в координатах «обобщенная нагрузка – обобщенное перемещение» [25, 26]. Эти соотношения связывают интегральные характеристики напряженного состояния с интегральными характеристиками деформационного состояния и формируют такие связи, как например, «нагрузка – перемещение в опасном или характерном сечениях», «изгибающий момент – кривизна балки», «крутящий момент – угол закручивания вала», «растягивающая нагрузка – осевое смещение участка свинчивания резьбового соединения» и т.д. При этом уравнения состояния в координатах «обобщенная нагрузка – обобщенное перемещение» аналогичны по структуре уравнениям, описывающим одноосное деформирование стержней (по крайней мере, в условиях ползучести) [25,26]. Суть подхода, разработанного в [17–24], заключается в следующем. Некоторые параметры в уравнениях состояния для обобщенной модели элемента конструкций являются случайными и на начальном участке эксплуатации конструкции проводится их идентификация. Далее прогноз деформационных характеристик элемента конструкции делается в соответствии с определяющими уравнениями и законами теории вероятности. Очевидно, что такой подход к индивидуальному прогнозированию требует большого объема статистической информации, получить которую в ряде случаев проблематично и затратно, особенно для уникальных изделий. Поэтому возникает задача разработки подходов, требующих минимального объема экспериментальной информации. В данной работе в этом направлении развивается метод прогнозирования по образцу-лидеру (прототипу).

2. Постановка задачи

Пусть имеются два однотипных конструктивных элемента, которые находятся в идентичных условиях внешнего нагружения. Эксплуатация одного из элементов (далее называется образцом-лидером, или прототипом) начинается на время τ раньше другого (далее называется эксплуатируемым образцом, или исследуемым образцом) (см. схему на рис. 2). Данное обстоятельство позволяет выполнять прогноз поведения эксплуатируемого образца исходя из поведения образца-лидера.

Отметим, что первая попытка разработки метода прогнозирования по образцу-лидеру в вероятностной постановке осуществлена в работе [21] для резьбового соединения в условиях изотермической ползучести. В настоящей работе этот подход модифицируется и распространяется на случай растягиваемых стержней и резьбового соединения, эксплуатирующихся в условиях неизотермической ползучести, а также на случай узла трения передней стойки шасси самолета.

Известно, что для цилиндрических образцов из металлических материалов значения нормированной корреляционной матрицы по временным се-



Рис. 2. Схема к индивидуальному прогнозированию по образцу-лидеру: 1— обобщенные перемещения образца-лидера; 2— обобщенные перемещения эксплуатируемого образца 3— обобщенные перемещения эксплуатируемого изделия, смещенного на величину τ влево

[Figure 2. The individual forecast scheme according to the "leader" model: 1—generalized displacements of a prototype element; 2—generalized displacements of a structural element; 3—generalized displacements of a structural element shifted by τ to the left]

чениям по всему объему кривых обобщенного перемещения имеют порядок 0.7–0.9 [27], а для полимерных стержневых конструкций — 0.995–0.999 (см. п. 3.3 настоящей статьи). В связи с этим вводится предположение, что при одинаковых входных воздействиях кривые обобщенного перемещения для образца-лидера (маркер 1 на рис. 2) и эксплуатируемого образца (маркер 2), но смещенного влево на величину τ по оси времени (маркер 3), подобны. Поэтому в дальнейшем все зависимости для перемещений образца-лидера и исследуемого эксплуатируемого образца (или изделия) будут относиться к графикам с маркерами 1 и 3.

3. Прогнозирование деформационных характеристик по образцу-лидеру («классический» метод)

3.1. Рассмотрим сначала схему решения задачи на основе методики, изложенной в [21] для резьбового соединения в условиях ползучести, применительно к узлам трения передней стойки шасси самолета и стержневым элементам в условиях неизотермической ползучести. Отметим, что в дальнейшем все реализации обобщенных перемещений приведены к единому началу координат t = 0.

Вследствие принятия гипотезы о подобии связь между обобщенными перемещениями образца-лидера и исследуемого элемента конструкции может быть представлена в виде матричной модели одномерной линейной регрессии:

$$\overline{p} = k\overline{p}^0 + \overline{\varepsilon},\tag{1}$$

где $\overline{p} = \{p(t_1), p(t_2), \dots, p(t_n)\}^\top$ — вектор значений обобщенного перемещения исследуемого элемента на начальном этапе эксплуатации; $\overline{p}^0 = \{p^0(t_1), p^0(t_2), \dots, p^0(t_n)\}^\top$ — вектор значений обобщенного перемещения образца-лидера; $\overline{\varepsilon} = \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n\}^\top$ — вектор несмещенных, некоррелированных, нормально распределенных и имеющих одинаковую дисперсию ошибок; t_i — значения времени, $i = \overline{1, n}$, в которых фиксировались значения обобщенных перемещених перемещений для образца-лидера и исследуемого элемента конструкции; k — случайный параметр.

Используя соотношения линейного регрессионного анализа, можно получить МНК-оценки математического ожидания неизвестного параметра k:

$$\hat{k} = \sum_{i=1}^{n} p_i^0 p_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} (p_i^0)^2$$
(2)

и дисперсии ошибок

$$s_0^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n p_i^2 - \hat{k}^2 \sum_{i=1}^n (p_i^0)^2 \right),\tag{3}$$

где $p_i = p(t_i), p_i^0 = p^0(t_i).$ Прогноз обобщенного перемещения исследуемого элемента конструкции может быть осуществлен с помощью соотношения

$$\hat{p}(t) = \hat{k} \cdot p^0(t), \tag{4}$$

где $t > t_n, t_n$ — крайняя правая точка базы наблюдения на начальном участке обобщенного перемещения исследуемого образца.

Для решения задачи о надежности необходимо указать доверительную полосу, которая с определенной вероятностью «покроет» истинные значения обобщенного перемещения исследуемого образца. Построение $100(1-\alpha)$ %ных доверительных интервалов можно осуществить по формулам [31]

$$\hat{p}_j \pm U_{N,n-1}^{\alpha} \cdot s_0 (1 + v_*^j)^{1/2}, \tag{5}$$

$$v_*^j = \frac{1}{n} + (p_j^0)^2 \Big/ \sum_{i=1}^n (p_j^0)^2, \quad j = \overline{1, N},$$
 (6)

где N—число точек прогноза исследуемого элемента при $t > t_n$, значения $U_{N,n-1}^{\alpha}$ берутся из специальных таблиц [31], α —степень риска.

3.2. Применим изложенный «классический» метод индивидуального прогнозирования по лидеру [21] к узлам трения (буксам) передней стойки шасси самолета [11]. Здесь в качестве обобщенного перемещения используется величина зазора в трущихся сопряжениях Δ (мкм) в зависимости от числа взлетов-посадок (обобщенного времени t). Информацию о характере зависимости $\Delta = \Delta(t)$ и величине ее разброса дают экспериментальные данные износа узла трения передней стойки шасси самолета для десяти различных изделий [11], которые представлены на рис. 3. Маркеры — номера изделий; на рис. 3 также представлена схема определения величины Δ (F- приложенная нагрузка до достижения контакта внутреннего и внешнего цилиндров) в соответствии с хорошо зарекомендовавшим себя методом жесткости [11,32].

Отметим, что основным источником отказов при эксплуатации узлов трения является изнашивание трущихся сопряжений, увеличивающее зазор между ними, что вызывает вибрацию, разгерметизацию и другие недопустимые отклонения в узлах трения. В частности, в работе [11] отмечается, что при ремонте уже давно выведенных из эксплуатации самолетов Ту-134 дефекты по износу составляли 65.8 %.



Рис. 3. Кривые износа узла трения передней стойки шасси самолета в зависимости от числа взлетов-посадок [11]

[Figure 3. Wear curves of the nose landing gear friction unit of an aircraft depending on the number of take-off and landing cycles [11]. Markers are the numbers of parts. Wear curves of the nose landing gear friction unit of an aircraft depending on the number of take-off and landing cycles. Markers are the numbers of parts. Δ is the size of the gap between the rubbing elements. F is the applied load until the inner and outer cylinder contact is reached]

На первом этапе кривые износа, представленные на рис. 3, средствами математической статистики проверялись на подобие (формула (4)). Для этой цели строилась нормированная корреляционная функция $r(t_i, t_j)$, вычисление которой производилось для различных пар (t_i, t_j) , образованных в «моменты времени» $t = \{300; 600; 900; 1200; 1500; 1800; 2100; 2400; 2700\}$ (t -номера циклов взлетов-посадок), по следующим формулами:

$$m(t_i) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^{N} p_l(t_i), \tag{7}$$

$$k(t_i, t_j) = \frac{1}{N-1} \sum_{l=1}^{N} [p_l(t_i) - m(t_i)] \cdot [p_l(t_j) - m(t_j)],$$

$$s(t_j) = \sqrt{k(t_i, t_j)}, \quad r(t_i, t_j) = \frac{k(t_i, t_j)}{s(t_i)s(t_j)}, \quad i, j = \overline{1, 9},$$

где $p_l(t_i)$ — значение обобщенного перемещения (величины зазора Δ) изделия с номером l в момент $t = t_i$.

В результате получена следующая нормированная корреляционная матрица:

0.95	0.97	0.95	0.95	0.97	0.95	0.95	0.97
1	0.96	0.97	0.95	0.96	0.96	0.97	0.97
	1	0.95	0.95	0.96	0.96	0.96	0.97
		1	0.95	0.95	0.96	0.96	0.96
			1	0.96	0.97	0.97	0.97
				1	0.96	0.96	0.96
					1	0.95	0.97
						1	0.97
							1
	0.95	0.95 0.97 1 0.96 1	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

Поскольку дискретные величины корреляционной функции принимают значения 0.95—0.97, можно утверждать о высокой степени достоверности гипотезы подобия кривых износа узла трения передней стойки шасси самолета (кривых обобщенного перемещения), представленных на рис. 3.

Для прогнозирования обобщенного перемещения (зазора Δ) по модели (1)–(6) в качестве образца-лидера в результате случайного выбора использовалось изделие с номером 2. В качестве базы наблюдений на начальном этапе эксплуатации использовался интервал $t \in [0; 1200]$ взлетов-посадок. Согласно изложенной выше методике были определены все параметры модели (1)–(6) для остальных изделий. На рис. 4 сплошными линиями приведены экспериментальные данные, штрих-пунктирными линиями — результаты прогноза для математического ожидания на основании (4) для $t \in [1200; 2700]$, а штриховыми линиями — 95%-ный доверительный интервал величины \hat{p} для изделий с номерами 3, 6 и 9.



Рис. 4. Индивидуальное прогнозирование по образцу-лидеру (изделие 2) износа узла трения передней стойки шасси самолета для изделий 3, 6 и 9

[Figure 4. Individual forecast by the "leader" model (part 2) for the wear of the nose landing gear friction unit of an aircraft for parts 3, 6, and 9: solid lines — experimental data; dashed-dotted lines — the prediction results for mathematical expectation, dashed lines — the 95% confidence interval]

3.3. Аналогично предыдущему пункту применим модель (1)–(6) для индивидуального прогнозирования вязкоупругого деформирования стержней из поливинилхлоридного пластиката при различных температурах и напряжениях. В работе [33] приведены экспериментальные данные для полых трубчатых образцов длиной 1000 мм и площадью поперечного сечения 1.2 мм² для двух температур (20 и 24 °C) и пяти уровней растягивающего напряжения σ (4.65, 6.29, 8.34, 10.37, 12.01 МПа). На рис. 5 приведены экспериментальные зависимости для вязкоупругой деформации (обобщенного перемещения) p = p(t) при различных сочетаниях температуры T и напряжений σ (соответственно 10 реализаций) на интервале времени $t \in [0; 8]$ час.

Выполнена проверка на соответствие кривых, представленных на рис. 5, гипотезе подобия. Значения нормированной корреляционной функции $r(t_i, t_j)$, вычисленные по (7) для различных пар $\{t_i, t_j\}$, образованных в моменты вре-

мени $t = \{0.25; 0.5; 1.0; 2.0; 3.0; 4.0; 5.0; 6.0; 7.0; 8.0\}$ час, представлены матрицей

1	0.997	0.998	0.998	0.999	0.998	0.999	0.999	0.998	0.9967	
	1	0.998	0.999	0.999	0.996	0.996	0.997	0.998	0.998	
		1	0.999	0.999	0.996	0.997	0.997	0.997	0.997	
			1	0.999	0.997	0.997	0.998	0.999	0.996	
				1	0.996	0.998	0.998	0.999	0.998	
					1	0.998	0.999	0.999	0.998	
						1	0.999	0.997	0.995	
							1	0.999	0.998	
								1	0.999	
									1]	

Значения коэффициентов корреляционной матрицы имеют порядок 0.995— 0.999, что свидетельствует о хорошей обоснованности использования гипотезы подобия (4) и, соответственно, применимости метода прогнозирования по образцу-лидеру.

Для прогнозирования вязкоупругого деформирования по модели (1)–(6) в качестве образца-лидера в результате случайного выбора использовался образец с номером 2. В качестве базы наблюдений на начальном этапе эксплуатации использовался интервал $t \in [0; 2]$ часов. Согласно изложенной выше методике были определены все параметры модели (1)–(6). На рис. 6 в качестве примера сплошными линиями приведены экспериментальные данные, штрих-пунктирными линиями — результаты прогноза математического ожидания на основании (4) для $t \in [2; 8]$, а штриховыми линиями — 95%-ный



Рис. 5. Кривые вязкоупругого деформирования поливинил
хлоридного пластиката: 1 — σ = 12.01 МПа, T = 24°С, 2 — σ = 12.01 МПа, T = 20°С, 3 — σ = 10.37 МПа, T = 24°С, 4 — σ = 10.37 МПа, T = 20°С, 5 — σ = 8.74 МПа, T = 24°С, 6 — σ = 8.74 МПа, T = 20°С, 7 — σ = 6.29 МПа, T = 24°С, 8 — σ = 6.29 МПа, T = 20°С, 9 — σ = 4.66 МПа, T = 24°С, 10 — σ = 4.66 МПа, T = 20°С

 $\begin{array}{l} [\mbox{Figure 5. Viscoelastic strain of polyvinylchloride compound: $1-\sigma=12.01$ MPa, $T=24°C$, $2-\sigma=12.01$ MPa, $T=20°C$, $3-\sigma=10.37$ MPa, $T=24°C$, $4-\sigma=10.37$ MPa, $T=20°C$, $5-\sigma=8.74$ MPa, $T=24°C$, $6-\sigma=8.74$ MPa, $T=20°C$, $7-\sigma=6.29$ MPa, $T=24°C$, $8-\sigma=6.29$ MPa, $T=20°C$, $9-\sigma=4.66$ MPa, $T=24°C$, $10-\sigma=4.66$ MPa, $T=20°C$] \end{array}$

доверительный интервал для вязкоупругой деформации трех образцов с номерами 3, 6 и 8. Отметим, что в данном случае конструктивные элементы (стержни) находятся в разных режимах температурно-силового нагружения, но тем не менее получены достоверные результаты прогноза.

На рис. 7 приведены аналогичные результаты для осевого смещения торцевых сечений $\Delta l_p = \Delta l_p(t)$ области свинчивания резьбового соединения из стали 45 при температуре 450 °C в условиях ползучести при сложных про-



Рис. 6. Индивидуальное прогнозирование по образцу-лидеру (образец 2) вязкоупругой деформации поливинилхлоридного пластиката для образцов 3, 6 и 8: $3 - \sigma =$ = 10.37 МПа, T = 24 °C, $6 - \sigma = 8.74$ МПа, T = 20 °C, $8 - \sigma = 6.29$ МПа, T = 20 °C [Figure 6. Individual forecast by the "leader" model (sample 2) for viscoelastic deformation for samples 3, 6, and 8 from polyvinylchloride compound: $3 - \sigma = 10.37$ МРа, T = 24 °C, $6 - \sigma = 8.74$ МРа, T = 20 °C, $8 - \sigma = 6.29$ МРа, T = 20 °C; solid lines — experimental data; dashed-dotted lines — the prediction results for mathematical expectation, dashed lines — the 95% confidence interval]



Рис. 7. Индивидуальное прогнозирование по образцу-лидеру (образец 2) осевого смещения Δl_p резьбового соединения для образца 1 в условиях ползучести: \circ — экспериментальные значения Δl_p образца 2; + — экспериментальные значения Δl_p образца 1; • — расчетные осредненные значения Δl_p образца 1; штриховые линии — 95%-ный доверительный интервал; I — Q = 6.86 KH; II — Q = 0.98 KH; III — Q = 9.86 KH

[Figure 7. Individual forecast by the "leader" model (sample 2) for the axial displacement Δl_p for the threaded connection for the sample 1 under creep conditions: \circ – experimental values Δl_p for the sample 2; + – experimental values Δl_p for the sample 2; + – experimental values Δl_p for the sample 1; \bullet – calculated average values Δl_p for the sample 1; dashed lines – the 95% confidence interval; I – Q = 6.86 KH; II – Q = 0.98 KH; III – Q = 9.86 KH]

граммах изменения осевой растягивающей нагрузки Q по результатам экспериментальных данных для двух образцов, приведенных в работе [21]. Здесь дискретные экспериментальные значения зависимости $\Delta l_p = \Delta l_p(t)$ участка свинчивания для образцов с номерами 1 и 2 представлены крестиками (+) и кружочками (\circ) соответственно.

Для прогнозирования осевого смещения торцевых сечений в качестве образца-лидера использовался образец 2. В качестве базы наблюдения на начальном этапе эксплуатации использовался интервал $t \in [0; 17.4]$ часов. Согласно изложенной выше методике были определены все параметры модели (1)–(6). На рис. 7 закрашенные кружочки (•) — расчетные значения математического ожидания, штриховые линии — 95 %-ный доверительный интервал для математического ожидания образца 1 для $t \in [17.4; 75]$ час.

Как следует из приведенных примеров, результаты индивидуального прогнозирования обобщенного перемещения по известной модели (1)–(6), предложенной в [21], но примененной для неисследованных элементов конструкций с различными механическими свойствами материалов и необратимыми процессами накопления повреждений (деформаций) при различных температурно-силовых условиях нагружения, дают приемлемые результаты на длительность прогноза от одной временной базы (узлы трения), необходимой для определения всех параметров модели (1)–(6), до длительности в три (вязкоупругие стержни) и более чем в четыре базовых интервала (резьбовое соединение в условиях ползучести).

4. Прогнозирование деформационных характеристик по образцу-лидеру («модифицированный» метод)

Рассмотренный в предыдущем пункте «классический» метод индивидуального прогнозирования обобщенного перемещения на основании (1)–(6) обладает одним недостатком: прогноз не привязан к финальному экспериментальному значению перемещения в конце базового интервала времени $t = t_n$ и, соответственно, первой точке интервала прогнозирования ($t > t_n$). И если не учитывать погрешность эксперимента и другие случайные факторы, т.е. считать измеренное экспериментальное значение обобщенного перемещения в точке $t = t_n^*$ точным, то доверительный интервал в этой точке должен быть нулевым. Поэтому модифицируем методику (1)–(6) следующим образом: поскольку известно значение обобщенное перемещение в точке $t = t_n$, то необходимо оценку среднеквадратичного отклонения выполнить с учетом условной вероятности. Тогда вместо величины среднеквадратичного отклонения s_0 в (5) нужно использовать величину

$$s_* = s_1 \cdot \sqrt{1 - (r_*)^2}, \quad r_* = \frac{\sum_{i=1}^n (p_i - \hat{p})(p_i^0 - \hat{p}^0)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i - \hat{p})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (p_i^0 - \hat{p}^0)^2}}, \tag{8}$$

где p_i и p_i^0 — значения обобщенного перемещения образца лидера и прогнозируемого образца в точках $t = t_i$ соответственно; \hat{p} , \hat{p}^0 — осредненные значения величин p_i и p_i^0 ; s_1 — среднеквадратичное отклонение прогнозируемого образ-

ца, вычисляемое по формуле
$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (p_i^0 - \hat{p}^0)^2}.$$

Результаты расчетов по модифицированной методике для узлов трения, вязкоупругих стержней и резьбовых соединений для изделий с теми же номерами, что и на рис. 5–7, приведены на рис. 8–10, а значения параметров модели (1)-(6), (8) представлены в таблице.

Как следует из данных на рис. 8–10, имеем более узкие доверительные интервалы для математического ожидания для всех конструктивных элементов по модифицированной методике по сравнению с данными на рис. 5–7, полученными по известной методике [21], а следовательно, и более точный индивидуальный прогноз обобщенного перемещения.



Рис. 8. Индивидуальное прогнозирование по образцу-лидеру (изделие 2) износа узла трения передней стойки шасси самолета для изделий 3, 6 и 9 по модифицированной модели

[Figure 8 Individual forecast by the modified "leader" model (part 2) for the wear of the nose landing gear friction unit of an aircraft for parts 3, 6, and 9: solid lines — experimental data; dashed-dotted lines — the prediction results for mathematical expectation, dashed lines — the 95% confidence interval]



Рис. 9. Индивидуальное прогнозирование по образцу-лидеру (образец 2) вязкоупругой деформации поливинилхлоридного пластиката для образцов 3, 6 и 8 по модифицированной модели: 3 — σ = 10.37 МПа, T = 24°С, 6 — σ = 8.74 МПа, T = 20°С, 8 — σ = 6.29 МПа, T = 20°С

[Figure 9. Individual forecast by the modified "leader" model (sample 2) for viscoelastic deformation for samples 3, 6, and 8 from polyvinylchloride compound: $3 - \sigma = 10.37$ MPa, T = 24 °C, $6 - \sigma = 8.74$ MPa, T = 20 °C, $8 - \sigma = 6.29$ MPa, T = 20 °C; solid lines – experimental data; dashed-dotted lines – the prediction results for mathematical expectation, dashed lines – the 95% confidence interval]



Рис. 10. Индивидуальное прогнозирование по образцу-лидеру (образец 2) осевого смещения Δl_p резьбового соединения для образца 1 в условиях ползучести по модифицированной модели: о — экспериментальные значения Δl_p образца 2; + — экспериментальные значения Δl_p образца 2; + — экспериментальные значения Δl_p образца 1; • — расчетные осредненные значения Δl_p образца 1; птриховые линии — 95%-ный доверительный интервал; I — Q = 6.86 KH; II — Q = 0.98 KH; III — Q = 9.86 KH

[Figure 10. Individual forecast by the modified "leader" model (sample 2) for the axial displacement Δl_p for the threaded connection for the sample 1 under creep conditions: \circ – experimental values Δl_p for the sample 2; + – experimental values Δl_p for the sample 1; • – calculated average values Δl_p for the sample 1; dashed lines – the 95% confidence

interval; I – Q = 6.86 KH; II – Q = 0.98 KH; III – Q = 9.86 KH]

Sample numbers	\hat{k}	s_0	s_*				
Friction unit							
3	0.85	9.09	8.08				
6	0.49	14.07	13.06				
9	0.24	5.69	4.98				
Viscoelastic rod							
3	0.92	$6.5 \cdot 10^{-4}$	$6.35 \cdot 10^{-4}$				
6	0.65	$2.24 \cdot 10^{-4}$	$2.14 \cdot 10^{-4}$				
8	0.30	$1.59\cdot 10^{-3}$	$1.55\cdot 10^{-4}$				
Threaded connection							
1	1.89	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$1.7 \cdot 10^{-3}$				

Значения параметров модели (1)-(6), (8)[The values of the model (1)-(6), (8) parameters]

5. Заключение

В настоящей работе предложен и реализован метод индивидуального прогнозирования обобщенного перемещения эксплуатируемых элементов конструкций по образцу-лидеру, который не требует аналитических соотношений, связывающих обобщенные нагрузки с обобщенными силами, точного знания характера и величины нагрузок для совокупности однотипных изделий.

Полученные результаты для рассмотренных в работе элементов конструкций следующие.

- 1. Прогноз износа узла трения передней стойки шасси самолета по образцу-лидеру на интервал 1200–2700 взлетов-посадок, превышающий базовый интервал (1200 взлетов-посадок), в рамках которого определялись оценки случайных параметров процесса, дает хорошие результаты.
- 2. Прогноз деформирования стержней из поливинилхлоридного пластиката в условиях ползучести на интервал времени 2–8 часов, который в три раза больше базового интервала (2 часа), также дает хорошие результаты. При этом результаты прогнозирования «работают» для различных температур (20 и 24 °C) и различных уровней приложенных напряжений.
- 3. Прогноз ползучести резьбового соединения из стали 45 на временной интервал 17.4–75 часов, который в четыре раза больше базового интервала (17.4 часов), при нестационарных (ступенчатых) режимах нагрузки также дает хорошие результаты.

Конкурирующие интересы. Заявляем, что в отношении авторства и публикации этой статьи конфликта интересов не имеем.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы принимали участие в разработке концепции статьи и в написании рукописи. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной рукописи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Финансирование. Исследование выполнялось без финансирования.

Библиографический список

- 1. Болотин В. В. *Прогнозирование ресурса машин и конструкций*. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
- 2. Фролов К. В. Методы совершенствования машин и современные проблемы машиностроения. М.: Машиностроение, 1984. 223 с.
- 3. Фролов К. В., Зубов И. В., Израилев Ю. Л. и др. О возможности увеличения продолжительности периода безопасной эксплуатации энергоблоков между капитальными ремонтами // Пробл. прочн., 1986. № 5. С. 3–11.
- 4. Ребров И. С. Усиление стержневых металлических конструкций. Проектирование и расчет. Л.: Стройиздат, 1988. 288 с.
- 5. Бондаренко В. М., Меркулов С. И. К вопросу развития теории реконструированного железобетона // Бетон и железобетон, 2004. № 6. С. 3–11.
- 6. Будин А Я., Чекренева М. В. *Усиление портовых сооружений*. М.: Транспорт, 1983. 180 с.
- 7. Серазутдинов М. Н., Убайдуллоев М. Н., Абрагим Х. А. Повышение несущей способности усиливаемых нагруженных конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2011. № 3. С. 23–30. EDN: ODEGUH.
- 8. Серазутдинов М. Н., Убайдуллоев М. Н. Усиление нагруженных стержневых конструкций с учетом влияния ремонтных и монтажных сил // Инженерно-строительный журнал, 2012. № 1(27). С. 98–100. EDN: ORDEER.
- 9. Радченко В. П., Симонов А. В., Дудкин С. А. Стохастический вариант одномерной теории ползучести и длительной прочности // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.мат. науки, 2001. № 12. С. 73-84. EDN: EBNDRJ. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu64.
- Радченко В. П., Саушкин М. Н., Голудин Е. П. Стохастическая модель неизотермической ползучести и длительной прочности материалов // ПМТФ, 2012. Т. 53, № 2. С. 167– 174. EDN: NJQRJC.

- Громаковский Д. Г., Радченко В. П., Аверкиева В. И. Разработка системы диагностирования узлов трения на основе метода жесткости // Вестник машиностроения, 1988. № 8. С. 10–14.
- Радченко В. П., Шершнева М. В., Кубышкина С. Н. Оценка надежности элементов конструкций в условиях ползучести на основании стохастических обобщенных моделей // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2012. № 3(28). С. 53-71. EDN: QBUTSF. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu1094.
- 13. Радченко В П., Попов Н Н. Аналитическое решение стохастической краевой задачи установившейся ползучести для толстостенной трубы // ПММ, 2012. Т. 76, № 6. С. 1023–1031. EDN: PJCSUP.
- 14. Радченко В. П., Шершнева М. В., Цветков В. В. Обобщенная стохастическая модель ползучести и длительной прочности балки в условиях чистого изгиба и ее применение к оценке показателей надежности // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2012. № 4(29). С. 72–86. EDN: PUQBMF. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu1113.
- 15. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. *Теория вероятностей*. М.: Наука, 1969. 368 с. EDN: NRYKLC.
- 16. Грановский В. А., Сирая Т. Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 288 с.
- 17. Чижик А. А. Индивидуальные методы прогнозирования ресурса основных элементов энергетического оборудования // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1990. № 5. С. 3–11.
- Самарин Ю. П. Стохастические механические характеристики и надежность конструкций с реологическими свойствами / Ползучесть и длительная прочность конструкций. Куйбышев: КуАИ, 1986. С. 8–17.
- Радченко В. П., Павлова Г. А. Методы оценки индивидуальной надежности элементов конструкций с учетом информации о деформациях и перемещениях на начальном этапе эксплуатации / Надежсность и прочность машиностроительных конструкций. Куйбышев: КуАИ, 1988. С. 124–138.
- Радченко В. П., Хренов С. М. Метод расчета третьей стадии ползучести при растяжении с учетом индивидуальных деформационных свойств / Ползучесть и длительная прочность конструкций. Куйбышев: КуАИ, 1986. С. 56–65.
- Радченко В.П., Павлова Г. А. Прогнозирование индивидуальной надежности элементов конструкций при ползучести на стадии эксплуатации по лидеру // Изв. вузов. Mauuностроение, 1989. № 11. С. 23–27.
- 22. Самарин Ю. П., Маклаков В. Н. Индивидуальное прогнозирование поведения материала при многоцикловой усталости с использованием закономерностей неупругого деформирования // Проблемы машиностроения и надежности машин, 1991. № 6. С. 107–112.
- 23. Еремин Ю. А., Радченко В. П., Самарин Ю. П. Расчет индивидуальных деформационных свойств элементов конструкций в условиях ползучести // *Машиноведение*, 1984. № 1. С. 67–72.
- Еремин Ю. А., Кайдалова Л. В., Консон Е. Д. Индивидуальное прогнозирование остаточных прогибов сварных диафрагм в условиях эксплуатации // Изв. вузов. Машиноведение, 1988. № 1. С. 12–16.
- Еремин Ю. А., Кайдалова Л. В., Радченко В. П. Исследование ползучести балок на основе аналогии структуры уравнения состояния материала и элементов конструкций // Машиноведение, 1983. № 2. С. 64–67.
- Самарин Ю. П., Еремин Ю. А. Метод исследования ползучести конструкций // Пробл. прочн., 1985. № 4. С. 40–45.
- Радченко В. П., Дудкин С. А., Тимофеев М. И. Экспериментальное исследование и анализ полей неупругих микро- и макродеформаций сплава АД-1 // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2002. № 16. С. 111–117. EDN: EBNEIR. DOI: https:// doi.org/10.14498/vsgtu107.

- 28. Катанаха Н. А., Семенов А. С., Гецов Л.Б. Единая модель долгосрочной и краткосрочной ползучести и идентификация ее параметров // Пробл. прочн., 2013. № 4. С. 143–157. EDN: SBCYVN.
- 29. Зотеев В. Е. Математическое моделирование и численный метод оценки характеристик неизотермической ползучести по результатам эксперимента // Вести. Сам. гос. техи. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2021. Т. 25, № 3. С. 531–555. EDN: DTVIXO. DOI: https:// doi.org/10.14498/vsgtu1871.
- 30. Зотеев В. Е. Численный метод нелинейного оценивания на основе разностных уравнений // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2018. Т. 22, № 4. С. 669–701. EDN: YSDYZN. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu1643.
- Seber G. A. F., Lee A. J. Linear Regression Analysis / Wiley Series in Probability and Statistics. Hoboken, NJ: Wiley, 2003. 565 pp. DOI: https://doi.org/10.1002/9780471722199
- 32. Проников А. С. Надежность машин. М.: Машиностроение, 1978. 592 с. EDN: TDUDZJ.
- 33. Унгарова Л. Г. Методы математического моделирования наследственно-упругих сред на основе дробного исчисления: Дис.... канд.физ.-мат. наук. 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ. Самара: СамГТУ, 2020. 199 с. EDN: TVYVLN.
- 34. Иванов Д. В., Доль А. В. *Биомеханическое моделирование*. Саратов: Амирит, 2021. 250 с. EDN: TQRJJO.
- 35. Бескровный А. С., Бессонов Л. В., Голядкина А. А. и др. Разработка системы поддержки принятия врачебных решений в травматологии и ортопедии. Биомеханика как инструмент предоперационного планирования // Российский журнал биомеханики, 2021. Т. 25, № 2. С. 118–133. EDN: IEGOHC.
- 36. Иванов Д. В. Биомеханическая поддержка решения врача при выборе варианта лечения на основе количественных критериев оценки успешности // Изв. Сарат. унта. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика, 2022. Т. 22, № 1. С. 62–89. EDN: ZYXHTD. DOI: https://doi.org/10.18500/1816-9791-2022-22-1-62-89.

MSC: 74S60

Prediction of individual deformation characteristics of structural elements by a "leader" product

V. P. Radchenko, E. A. Afanaseva

Samara State Technical University, 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation.

Abstract

We propose a numerical method for predicting the individual deformation characteristics of structural elements by a "leader" product. The basis of this method is generalized one-parameter models. These models relate the integral characteristics of the stress state to the integral characteristics of the deformation state in the "generalized load – generalized displacement" coordinates. The scope of the method is structural elements of the same type, which are under identical conditions of external loading and are characterized by a large spread of deformation characteristics (generalized displacement). It is assumed that the operation of one structural element (prototype) begins some time earlier than the others. A hypothesis on the similarity of all realizations reduced to a single origin by a time shift in the "generalized displacement – time" coordinates is introduced. Using statistical information on the initial sections of "lagging" structural elements and the sample prototype, the statistical characteristics of the similarity parameter of the operated structural element are determined in relation to the "leader" product, and then its deformation characteristics are predicted.

In the paper, we investigate friction units and structural elements (rods, threaded connections) under creep conditions. Based on statistical correlation analysis of the experimental information, a verification of the similarity hypothesis usability for all implementations of the structural elements studied is carried out. The method was illustrated by an example of predicting the wear of the friction units of the front landing gear of the aircraft depending on the number of take-off and landing cycles. The method was also illustrated with an example of how to calculate the elongation of rods made of a

Mechanics of Solids Research Article

© Authors, 2022

© Samara State Technical University, 2022 (Compilation, Design, and Layout)
 ∂ ⊙ The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Please cite this article in press as:

Radchenko V. P., Afanaseva E. A. Prediction of individual deformation characteristics of structural elements by a "leader" product, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2022, vol. 26, no. 3, pp. 500-519. EDN: MIVLAC. DOI: 10.14498/vsgtu1919 (In Russian).

Authors' Details:

Vladimir P. Radchenko D https://orcid.org/0000-0003-4168-9660

Dr. Phys. & Math. Sci., Professor; Head of Dept; Dept. of Applied Mathematics & Computer Science; e-mail:radchenko.vp@samgtu.ru

Elena A. Afanaseva 🖄 🕒 https://orcid.org/0000-0001-7815-2723 Postgraduate Student; Dept. of Applied Mathematics & Computer Science; e-mail: afanasieva.ea@samgtu.ru polyvinylchloride compound under uniaxial loading and axial displacement of the screwing area of a threaded joint under creep conditions.

The experimental data for the generalized displacement of specific implementations are shown to not exceed the calculated limits of the confidence interval for mathematical expectation for all structural elements considered in prediction time intervals of one to four "basic" intervals, within which estimates of random parameters for specific structural elements were determined.

Keywords: prediction, generalized displacement, individual deformation characteristics, friction unit, creep, rod, threaded connection.

Received: 19th April, 2022 / Revised: 8th August, 2022 / Accepted: 13th September, 2022 / First online: 28th September, 2022

Competing interests. We declare that we have no competing interests.

Author's Responsibilities. We take full responsibility for submit the final manuscript to print. We approved the final version of the manuscript.

Funding. Not applicable.

References

- 1. Bolotin V. V. *Prognozirovanie resursa mashin i konstruktsii* [Forecasting Resource Machines and Structures]. Moscow, Mashinostroenie, 1984, 312 pp. (In Russian)
- Frolov K. V. Metody sovershenstvovaniia mashin i sovremennye problemy mashinostroeniia [Methods for Improving Machines and Modern Problems of Mechanical Engineering]. Moscow, Mashinostroenie, 1984, 223 pp. (In Russian)
- Frolov K. V., Zubov I. V., Izrailev Yu. L., et al. Extending the period of safe operation of power-generating equipment between major overhauls, *Strength Mater.*, 1986, vol. 18, no. 5, pp. 553–563. DOI: https://doi.org/10.1007/BF01522765.
- Rebrov I. S. Usilenie sterzhnevykh metallicheskikh konstruktsii. Proektirovanie i raschet [Strengthening of Bar-Metal Structures. Design and Calculation]. Leningrad, Stroiizdat, 1988, 288 pp. (In Russian)
- Bondarenko V. M., Merkulov S. I. To the question of the development of the theory of reconstructed reinforced concrete, *Beton Zhelezobeton* [Concrete and Reinforced Concrete], 2004, no. 6, pp. 3–11 (In Russian).
- Budin A Ya., Chekreneva M. V. Usilenie portovykh sooruzhenii [Strengthening Port Facilities]. Moscow, Transport, 1983, 180 pp. (In Russian)
- Serazutdinov M. N., Ubaidulloev M. N., Abragim Kh. A. Increasing the bearing capacity of reinforced loaded structures, *Stroit. Mekh. Inzhen. Konstr. Sooruzh.*, 2011, no. 3, pp. 23–30 (In Russian). EDN: ODEGUH.
- Serazutdinov M. N., Ubaidulloev M. N. Amplification of loaded bar structures taking into account the influence of repair and assembly forces, *Inzhenerno-Stroit. Zhurnal*, 2012, no. 1(27), pp. 98–100 (In Russian). EDN: ORDEER.
- Radchenko V. P., Simonov A. V., Dudkin S. A. Stochastic version of the one-dimensional theory of creep and long-term strength, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2001, no.12, pp. 73-84 (In Russian). EDN: EBNDRJ. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu64.
- Radchenko V. P., Saushkin M. N., Goludin E. P. Stochastic model of nonisothermal creep and long-term strength of materials, J. Appl. Mech. Tech. Phys., 2012, vol. 53, no. 2, pp. 292-298. EDN: PDNKAX. DOI: https://doi.org/10.1134/S0021894412020186.
- Gromakovskii D. G., Radchenko V. P., Averkieva V. I. Development of a system for diagnosing friction units based on the stiffness method, *Vestn. Mashinostr.*, 1988, no. 8, pp. 10–14 (In Russian).

- Radchenko V. P., Shershneva M. V., Kubyshkina S. N. Evaluation of the reliability of structures under creep for stochastic generalized models, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ.*, *Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2012, no.3(28), pp. 53-71 (In Russian). EDN: QBUTSF. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu1094.
- Radchenko V. P., Popov N. N. Analytical solution of the stochastic steady-state creep boundary value problem for a thick-walled tube, J. Appl. Math. Mech., 2012, vol. 76, no. 6, pp. 738-744. EDN: WQYAXJ. DOI: https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2013.02.011.
- Radchenko V. P., Shershneva M. V., Tsvetkov V. V. Generalized stochastic model of creep and creep rupture beams in pure bending and its application to the estimation of reliability, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2012, no. 4(29), pp. 72–86 (In Russian). EDN: PUQBMF. DOI: https://doi. org/10.14498/vsgtu1113.
- 15. Venttsel' E. S., Ovcharov L. A. *Teoriia veroiatnostei* [Theory of Probability]. Moscow, Nauka, 1969, 368 pp. (In Russian). EDN: NRYKLC.
- Granovskii V. A., Siraia T. N. Metody obrabotki eksperimental'nykh dannykh pri izmereniiakh [Methods for Processing Experimental Data During Measurements]. Leningrad, Energoatomizdat, 1990, 288 pp. (In Russian)
- Chizhik A. A. Individual methods for predicting the resource of the main elements of power equipment, J. Mach. Manuf. Reliab., 1990, no. 5, pp. 3–11 (In Russian).
- Samarin Yu. P. Stochastic mechanical characteristics and reliability of structures with rheological properties, In: *Polzuchest' i dlitel'naia prochnost' konstruktsii* [Creep and Long-Term Strength of Structures]. Kuybyshev, Kuybyshev Aviation Inst., 1986, pp. 8–17 (In Russian).
- Radchenko V. P., Pavlova G. A. Methods for evaluating the individual reliability of structural elements, taking into account information on deformations and displacements at the initial stage of operation, In: *Nadezhnost' i prochnost' mashinostroitel'nykh konstruktsii* [Reliability and Strength of Engineering Structures]. Kuybyshev, Kuybyshev Aviation Inst., 1988, pp. 124–138 (In Russian).
- Radchenko V. P., Khrenov S. M. Method to calculate the third stage of tensile creep taking into account the individual deformation properties, In: *Polzuchest' i dlitel'naia prochnost' konstruktsii* [Creep and Long-Term Strength of Structures]. Kuybyshev, Kuybyshev Aviation Inst., 1986, pp. 56–65 (In Russian).
- Radchenko V. P., Pavlova G. A. Prediction of individual reliability of structural elements during creep at the operating stage according to the leader, *Izv. Vuzov. Mashinostroenie*, 1989, no. 11, pp. 23–27 (In Russian).
- Samarin Yu. P., Maklakov V. N. Individual prediction of material behavior under highcycle fatigue using inelastic deformation problems, J. Mach. Manuf. Reliab., 1991, no. 6, pp. 107–112 (In Russian).
- Eremin Yu. A., Radchenko V. P., Samarin Yu. P. Calculation of individual deformation properties of structural elements under creep conditions, *Mashinovedenie*, 1984, no. 1, pp. 67–72 (In Russian).
- Eremin Yu. A., Kaidalova L. V., Konson E. D. Individual prediction of residual deflections of the welded diaphragms under operating conditions, *Izv. Vuzov. Mashinovedenie*, 1988, no. 1, pp. 12–16 (In Russian).
- Eremin Yu. A., Kaidalova L. V., Radchenko V. P. Investigation of beam creep based on the analogy of the structure of the equation of state of the material and structural elements, *Mashinovedenie*, 1983, no. 2, pp. 64–67 (In Russian).
- Samarin Yu. P., Eremin Yu. A. Method of investigating component creep, Strength Mater., 1985, vol. 17, no. 4, pp. 487–493. DOI: https://doi.org/10.1007/BF01533947.
- Radchenko V. P., Dudkin S. A., Timofeev M. I. Experimental study and analysis of the inelastic micro- and macro-inhomogeneity fields of AD-1 alloy, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2002, no. 16, pp. 111-117 (In Russian). EDN: EBNEIR. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu107.

- Katanaha N. A., Semenov A. S., Getsov L. B. Unified model of steady-state and transient creep and identification of its parameters, *Strength Mater.*, 2013, vol. 45, no. 4, pp. 145-156.
 EDN: SBCVWP. DOI: https://doi.org/10.1007/s11223-013-9485-7.
- Zoteev V. E. Mathematical modeling and numerical method for estimating the characteristics of non-isothermal creep based on the experimental data, Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2021, vol. 25, no. 3, pp. 531-555 (In Russian). EDN: DTVIXO. DOI: https://doi.org/10.14498/vsgtu1871.
- Zoteev V. E. A numerical method of nonlinear estimation based on difference equations, Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2018, vol. 22, no. 4, pp. 669-701 (In Russian). EDN: YSDYZN. DOI: https:// doi.org/10.14498/vsgtu1643.
- Seber G. A. F., Lee A. J. Linear Regression Analysis, Wiley Series in Probability and Statistics. Hoboken, NJ, Wiley, 2003, 565 pp. DOI: https://doi.org/10.1002/9780471722199
- 32. Pronikov A. S. *Nadezhnost' mashin* [Reliability of Machines]. Moscow, Mashinostroenie, 1978, 592 pp. (In Russian). EDN: TDUDZJ.
- Ungarova L. G. Methods of mathematical modeling of hereditarily elastic media based on fractional calculus, Cand. Disser. (Phys. & Math. Sci.). Samara State Techn. Univ., 2020, 199 pp. (In Russian). EDN: TVYVLN.
- Ivanov D. V., Dol' A. V. Biomekhanicheskoe modelirovanie [Biomechanical Modeling]. Saratov, Amirit, 2021, 250 pp. (In Russian). EDN: TQRJJO.
- Beskrovny A. S., Bessonov L. V., Golyadkina A. A., et all. Development of a decision support system in traumatology and orthopedics. Biomechanics as a tool for preoperative planning, *Rus. J. Biomech.*, 2021, vol. 25, no. 2, pp. 99–112. DOI:https://doi.org/10. 15593/RJBiomech/2021.2.01.
- Ivanov D. V. Biomechanical support for the physician's decision when choosing a treatment option based on quantitative success criteria, *Izv. Saratov Univ. Math. Mech. Inform.*, 2022, vol. 22, no. 1, pp. 62–89 (In Russian). EDN: ZYXHTD. DOI: https://doi.org/10.18500/1816-9791-2022-22-1-62-89.