ISSN: 2310-7081 (online), 1991-8615 (print)

УДК 517.958:539.12.01

КОНТРАКЦИЯ КАЛИБРОВОЧНОЙ ГРУППЫ ЭЛЕКТРОСЛАБОЙ МОДЕЛИ И ЕЕ ЕСТЕСТВЕННЫЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДЕЛЫ*



Н. А. Громов

Коми научный центр Уральского отделения РАН, Россия, 167982, Сыктывкар, ул. Коммунистическая, 24.

Аннотация

Из первых принципов калибровочных теорий на уровне классических калибровочных полей рассматривается высоко- и низкоэнергетические поведение электрослабой модели. Оба предела порождаются одной и той же контракцией калибровочной группы при разных согласованных преобразованиях пространства полей. Математический параметр контракции в обоих случаях физически интерпретируется как энергия. Очень слабое взаимодействие нейтрино с веществом, особенно при малых энергиях, объясняется стремящимся к нулю контракционным параметром, зависящим от энергии нейтрино. В высокоэнергетическом пределе все частицы электрослабой модели теряют массу, так что лагранжиан предельной модели содержит только безмассовые нейтральные Z-бозоны, безмассовые и-кварки, нейтрино и фотоны, а также их слабые и электромагнитные взаимодействия. Слабые взаимодействия становятся дальнодействующими и осуществляются посредством только нейтральных токов. Предельная модель отвечает развитию Вселенной в первую секунду после Большого взрыва.

Ключевые слова: калибровочная теория, электрослабая модель, контракция, предельная модель.

doi: http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1353

1. Введение. Современной теорией электрослабых процессов является электрослабая модель, объединяющая электромагнитные и слабые взаимодействия элементарных частиц. Она хорошо описывает имеющиеся экспериментальные данные и получила дальнейшие убедительные подтверждения своей адекватности с недавним открытием скалярного бозона Хиггса в экспериментах на большом адронном коллайдере. Эта модель представляет собой калибровочную теорию, основанную на калибровочной группе $SU(2) \times U(1)$, являющейся прямым произведением двух простых групп. В физике хорошо

© 2015 Самарский государственный технический университет.

Образец для цитирования

Сведения об авторе

Громов Н. А. Контракция калибровочной группы электрослабой модели и ее естественные энергетические пределы // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2015. Т. 19, № 3. С. 425–440. doi: 10.14498/vsgtu1353.

Николай Алексеевич Громов (д.ф.-м.н., проф.; gromov@dm.komisc.ru), заведующий отделом, отд. математики Коми научного центра УрО РАН.

^{*}Настоящая статья представляет собой расширенный вариант доклада [1], сделанного авторами на Четвёртой международной конференции «Математическая физика и её приложения» (Россия, Самара, 25 августа — 1 сентября 2014).

известна операция контракции (или предельного перехода) групп [2], которая преобразует простую группу в неполупростую. В частности, специальная унитарная группа SU(2) контрактируется в группу, изоморфную группе Евклида E(2) — группе движений евклидовой плоскости [3]. Для симметричной физической системы контракция ее группы симметрии означает переход к предельному состоянию системы. В случае сложной физической системы, каковой является электрослабая модель, изучение ее предельных состояний при тех или иных предельных значениях физических параметров дает возможность лучше понять поведение системы в целом.

Мы обсудим на уровне классических калибровочных полей модифицированную электрослабую модель с контрактированной калибровочной группой. Ранее было показано [4,5], что контракционный параметр связан с энергией *s* элементарной частицы в системе центра масс, так что контракция калибровочной группы отвечает низкоэнергетическому пределу электрослабой модели. Вместе с тем, в отличие от чисто математического подхода, в котором компоненты векторов рассматриваются как числовые поля, электрослабая модель включает интерпретацию этих компонент как физических полей, отвечающих различным элементарным частицам, что позволяет описать высокоэнергетический предел электрослабой модели. Мы рассмотрим обе возможности и обсудим некоторые свойства частиц в ранней Вселенной, где имели место подобные высокие энергии.

2. Стандартная электрослабая модель. Опишем стандартную электрослабую модель, следуя монографиям [6,7]. Ее лагранжиан есть сумма бозонного, лептонного и кваркового лагранжианов:

$$L = L_B + L_L + L_Q.$$

Бозонный сектор $L_B = L_A + L_\phi$ состоит из двух частей: лагранжиана калибровочных полей

$$L_A = \frac{1}{8g^2} \operatorname{Tr}(F_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4} (B_{\mu\nu})^2 = -\frac{1}{4} [(F_{\mu\nu}^1)^2 + (F_{\mu\nu}^2)^2 + (F_{\mu\nu}^3)^2] - \frac{1}{4} (B_{\mu\nu})^2 \quad (1)$$

и лагранжиана полей материи

$$L_{\phi} = \frac{1}{2} (D_{\mu}\phi)^{\dagger} D_{\mu}\phi - \frac{\lambda}{4} \left(\phi^{\dagger}\phi - v^2\right)^2, \qquad (2)$$

где $\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \in C_2$ есть поля материи. Ковариантные производные полей материи следующие:

$$D_{\mu}\phi = \partial_{\mu}\phi - ig\left(\sum_{k=1}^{3} T_{k}A_{\mu}^{k}\right)\phi - ig'YB_{\mu}\phi,$$

где $T_k = \frac{1}{2}\tau_k, k = 1, 2, 3$ — генераторы группы $SU(2), Y = \frac{1}{2}\mathbf{1}$ — генератор группы U(1), g и g'— константы. Калибровочные поля

$$A_{\mu}(x) = -ig \sum_{k=1}^{3} T_k A^k_{\mu}(x), \quad B_{\mu}(x) = -ig' B_{\mu}(x)$$
(3)

принимают значения в алгебрах Ли su(2), u(1) соответственно, а тензоры напряжений

$$F_{\mu\nu}(x) = \mathscr{F}_{\mu\nu}(x) + [A_{\mu}(x), A_{\nu}(x)], \quad B_{\mu\nu} = \partial_{\mu}B_{\nu} - \partial_{\nu}B_{\mu}.$$

Чтобы получить массы у векторных бозонов, используется специальный механизм спонтанного нарушения симметрии. Одно из основных состояний лагранжиана L_B :

$$\phi^{vac} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad A^k_\mu = B_\mu = 0$$

выбирается в качестве вакуума модели, а затем рассматриваются малые возбуждения полей $v + \chi(x)$ относительно этого вакуума.

Фермионный сектор складывается из лептонного L_L и кваркового лагранжианов L_Q . Лептонный лагранжиан выбирается в виде

$$L_L = L_l^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} D_{\mu} L_l + e_r^{\dagger} i \tau_{\mu} D_{\mu} e_r - h_e [e_r^{\dagger}(\phi^{\dagger} L_l) + (L_l^{\dagger} \phi) e_r], \qquad (4)$$

где $L_l = \begin{pmatrix} \nu_l \\ e_l \end{pmatrix} - SU(2)$ -дублет, $e_r - SU(2)$ -синглет, h_e – константа и e_r , e_l , ν_l – двухкомпонентные лоренцевы спиноры. Здесь τ_{μ} – матрицы Паули, $\tau_0 = \tilde{\tau}_0 = \mathbf{1}, \ \tilde{\tau}_k = -\tau_k$. Последнее слагаемое с множителем h_e описывает массу электрона. Ковариантные производные даются следующими формулами:

$$D_{\mu}L_{l} = \partial_{\mu}L_{l} - i\frac{g}{\sqrt{2}} \left(W_{\mu}^{+}T_{+} + W_{\mu}^{-}T_{-}\right)L_{l} - i\frac{g}{\cos\theta_{w}}Z_{\mu} \left(T_{3} - Q\sin^{2}\theta_{w}\right)L_{l} - ieA_{\mu}QL_{l},$$
$$D_{\mu}e_{r} = \partial_{\mu}e_{r} - ig'QA_{\mu}e_{r}\cos\theta_{w} + ig'QZ_{\mu}e_{r}\sin\theta_{w},$$

где $T_{\pm} = T_1 \pm iT_2$, $Q = Y + T_3$ —генератор электромагнитной подгруппы $U(1)_{em}$, $Y = \frac{1}{2}\mathbf{1}$ —гиперзаряд, $e = gg'(g^2 + g'^2)^{-1/2}$ —заряд электрона и $\sin \theta_w = eg^{-1}$. Новые калибровочные поля

$$Z_{\mu} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left(g A_{\mu}^3 - g' B_{\mu} \right), \quad A_{\mu} = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \left(g' A_{\mu}^3 + g B_{\mu} \right),$$
$$W_{\mu}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(A_{\mu}^1 \mp i A_{\mu}^2 \right) \tag{5}$$

вводятся вместо полей (3).

Выпишем кварковый лагранжиан

$$L_Q = Q_l^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} D_{\mu} Q_l + u_r^{\dagger} i \tau_{\mu} D_{\mu} u_r + d_r^{\dagger} i \tau_{\mu} D_{\mu} d_r - - h_d [d_r^{\dagger}(\phi^{\dagger} Q_l) + (Q_l^{\dagger} \phi) d_r] - h_u [u_r^{\dagger}(\tilde{\phi}^{\dagger} Q_l) + (Q_l^{\dagger} \tilde{\phi}) u_r].$$
(6)

Здесь левые поля u- и d-кварков первого поколения образуют дублет $Q_l = \begin{pmatrix} u_l \\ d_l \end{pmatrix}$ относительно электрослабой группы SU(2), а правые поля u_r , d_r —

SU(2)-синглеты, $\tilde{\phi}_i = \epsilon_{ik} \bar{\phi}_k$, $\epsilon_{00} = 1$, $\epsilon_{ii} = -1$ — представление группы SU(2), сопряженное к фундаментальному, наконец, h_u , h_d — константы при массовых слагаемых. Все поля u_l , d_l , u_r , d_r — двухкомпонентные лоренцевы спиноры. Последние четыре слагаемых с множителями h_d и h_u описывают массы d- и u-кварков. Выпишем ковариантные производные

$$D_{\mu}Q_{l} = \left(\partial_{\mu} - ig\sum_{k=1}^{3} \frac{\tau_{k}}{2}A_{\mu}^{k} - ig'\frac{1}{6}B_{\mu}\right)Q_{l},$$
$$D_{\mu}u_{r} = \left(\partial_{\mu} - ig'\frac{2}{3}B_{\mu}\right)u_{r}, \quad D_{\mu}d_{r} = \left(\partial_{\mu} + ig'\frac{1}{3}B_{\mu}\right)d_{r}.$$

С точки зрения электрослабых взаимодействий кварки, как и лептоны, разбиваются на три поколения. Следующие два поколения лептонов вводятся аналогично (4). Они представляют собой левые SU(2)-дублеты:

$$\begin{pmatrix} \nu_{\mu} \\ \mu \end{pmatrix}_{l}, \quad \begin{pmatrix} \nu_{\tau} \\ \tau \end{pmatrix}_{l}, \quad Y = -\frac{1}{2}$$

и правые SU(2)-синглеты:

$$\mu_r, \, \tau_r, \, Y = -1.$$

В дополнение к u- и d-кваркам первого поколения имеются пары (c, s) и (t, b) кварков следующих поколений, левые поля которых

$$\begin{pmatrix} c_l \\ s_l \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t_l \\ b_l \end{pmatrix}, \quad Y = \frac{1}{6}$$

описываются SU(2)-дублетами, а правые поля представляют собой SU(2)-синглеты:

$$c_r, t_r, Y = \frac{2}{3}; \quad s_r, b_r, Y = -\frac{1}{3}.$$

Их лагранжианы вводятся аналогично (6). Полные лептонный и кварковый лагранжианы получаются суммированием по всем поколениям. В дальнейшем мы будем рассматривать только первые поколения лептонов и кварков.

3. Модифицированная электрослабая модель. Мы рассмотрим электрослабую модель, в которой контрактированная калибровочная группа $SU(2;j) \times U(1)$ действует в бозонном, лептонном и кварковом секторах. Контрактированная группа SU(2;j) и пространство ее фундаментального представления $C_2(j)$ получаются [8,9] согласованным преобразованием простой унитарной группы SU(2) и комплексного пространства C_2 вида

$$z'(j) = \begin{pmatrix} jz'_1 \\ z'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & j\beta \\ -j\bar{\beta} & \bar{\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} jz_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = u(j)z(j),$$
$$\det u(j) = |\alpha|^2 + j^2|\beta|^2 = 1, \quad u(j)u^{\dagger}(j) = 1$$
(7)

таким образом, что эрмитова форма

$$z^{\dagger}z(j) = j^2|z_1|^2 + |z_2|^2$$

остается инвариантной при стремящемся к нулю контракционном параметре $j \to 0$ или при нильпотентном значении последнего $j = \iota, \iota^2 = 0$.

Контрактированная группа $SU(2; \iota)$ изоморфна евклидовой группе E(2), а пространство $C_2(\iota)$ — расслоенное пространство с одномерной базой $\{z_2\}$ и одномерным слоем $\{z_1\}$. Действие унитарной группы U(1) и электромагнитной подгруппы $U(1)_{em}$ в пространстве $C_2(j)$ описывается теми же самыми матрицами, что и в C_2 .

Пространство $C_2(j)$ можно получить из C_2 заменой $z_1 \to j z_1$, которая, в свою очередь, индуцирует замену генераторов алгебры Ли вида

$$T_1 \rightarrow jT_1, \quad T_2 \rightarrow jT_2, \quad T_3 \rightarrow T_3.$$

Поскольку калибровочные поля принимают значения в алгебре Ли калибровочной группы, мы можем вместо преобразования генераторов произвести замену калибровочных полей:

$$A^{1}_{\mu} \to j A^{1}_{\mu}, \ A^{2}_{\mu} \to j A^{2}_{\mu}, \ A^{3}_{\mu} \to A^{3}_{\mu}, \ B_{\mu} \to B_{\mu}.$$

Действительно, вследствие коммутативности и ассоциативности умножения на *j* справедливо соотношение

$$su(2;j) \ni \left\{ A^{1}_{\mu}(jT_{1}) + A^{2}_{\mu}(jT_{2}) + A^{3}_{\mu}T_{3} \right\} = \left\{ (jA^{1}_{\mu})T_{1} + (jA^{2}_{\mu})T_{2} + A^{3}_{\mu}T_{3} \right\}.$$

Для стандартных бозонных калибровочных полей (5) эта замена выглядит следующим образом:

$$W^{\pm}_{\mu} \to j W^{\pm}_{\mu}, \ Z_{\mu} \to Z_{\mu}, \ A_{\mu} \to A_{\mu}.$$
 (8)

Левые фермионные поля лептонов и кварков $L_l = \begin{pmatrix} \nu_l \\ e_l \end{pmatrix}$, $Q_l = \begin{pmatrix} u_l \\ d_l \end{pmatrix}$ являются SU(2)-дублетами, т.е. векторами пространства C_2 , поэтому их компоненты преобразуются так же, как компоненты вектора z:

$$\nu_l \to j\nu_l, \quad e_l \to e_l, \quad u_l \to ju_l, \quad d_l \to d_l.$$
 (9)

Правые поля лептонов и кварков являются SU(2)-синглетами, т.е. скалярами, и поэтому не преобразуются.

В результате преобразований (8), (9) и спонтанного нарушения симметрии бозонный лагранжиан (1), (2) можно представить в виде [8]

$$L_{B}(j) = L_{B}^{(2)}(j) + L_{B}^{int}(j) =$$

$$= \frac{1}{2} (\partial_{\mu}\chi)^{2} - \frac{1}{2}m_{\chi}^{2}\chi^{2} - \frac{1}{4}\mathscr{Z}_{\mu\nu}\mathscr{Z}_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_{Z}^{2}Z_{\mu}Z_{\mu} -$$

$$- \frac{1}{4}\mathscr{F}_{\mu\nu}\mathscr{F}_{\mu\nu} + j^{2} \left\{ -\frac{1}{2}\mathscr{W}_{\mu\nu}^{+}\mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} + m_{W}^{2}W_{\mu}^{+}W_{\mu}^{-} \right\} +$$

$$+ L_{B}^{int}(j) = L_{B,b} + j^{2}L_{B,f}, \quad (10)$$

где, как обычно, слагаемые второго порядка описывают спектр частиц модели, а слагаемые более высокого порядка $L_B^{int}(j)$ рассматриваются как их взаимодействия. Лагранжиан (10) включает заряженные W-бозоны с идентичными массами $m_W = \frac{1}{2}gv$, безмассовый фотон A_{μ} , нейтральный Z-бозон с массой $m_Z = \frac{v}{2}\sqrt{g^2 + g'^2}$ и скалярный бозон Хиггса χ , $m_{\chi} = \sqrt{2\lambda}v$. В пределе $j \to 0$ лагранжиан (10) распадается на две части: лагранжиан $L_{B,b}$ полей в базе расслоения

$$L_{B,b} = \frac{1}{2} \left(\partial_{\mu}\chi\right)^{2} - \frac{1}{2}m_{\chi}^{2}\chi^{2} - \frac{1}{4}\mathscr{Z}_{\mu\nu}^{2} + \frac{1}{2}m_{Z}^{2}\left(Z_{\mu}\right)^{2} - \frac{1}{4}\mathscr{F}_{\mu\nu}^{2} + \frac{gm_{z}}{2\cos\theta_{W}}\left(Z_{\mu}\right)^{2}\chi - \lambda v\chi^{3} + \frac{g^{2}}{8\cos^{2}\theta_{W}}\left(Z_{\mu}\right)^{2}\chi^{2} - \frac{\lambda}{4}\chi^{4}$$

и лагранжиан $L_{B,f}$ полей в слое

$$\begin{split} L_{B,f} &= -\frac{1}{2} \mathscr{W}_{\mu\nu}^{+} \mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} + m_{W}^{2} W_{\mu}^{+} W_{\mu}^{-} - \\ &\quad -2ig \left(W_{\mu}^{+} W_{\nu}^{-} - W_{\mu\nu}^{-} W_{\nu}^{+} \right) \left(\mathscr{F}_{\mu\nu} \sin \theta_{W} + \mathscr{Z}_{\mu\nu} \cos \theta_{W} \right) - \\ &\quad -\frac{i}{2} e \Big[A_{\mu} \left(\mathscr{W}_{\mu\nu}^{+} W_{\nu}^{-} - \mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} W_{\nu}^{+} \right) - A_{\nu} \left(\mathscr{W}_{\mu\nu}^{+} W_{\mu}^{-} - \mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} W_{\mu}^{+} \right) \Big] + g W_{\mu}^{+} W_{\mu}^{-} \chi - \\ &\quad -\frac{i}{2} g \cos \theta_{W} \Big[Z_{\mu} \left(\mathscr{W}_{\mu\nu}^{+} W_{\nu}^{-} - \mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} W_{\nu}^{+} \right) - Z_{\nu} \left(\mathscr{W}_{\mu\nu}^{+} W_{\mu}^{-} - \mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} W_{\mu}^{+} \right) \Big] + \\ &\quad + \frac{g^{2}}{4} \left(W_{\mu}^{+} W_{\nu}^{-} - \mathscr{W}_{\mu}^{-} W_{\nu}^{+} \right)^{2} + \frac{g^{2}}{4} W_{\mu}^{+} W_{\nu}^{-} \chi^{2} - \\ &\quad - \frac{e^{2}}{4} \Big\{ \Big[\left(W_{\mu}^{+} \right)^{2} + \left(W_{\mu}^{-} \right)^{2} \Big] (A_{\nu})^{2} - 2 \left(W_{\mu}^{+} W_{\nu}^{+} + W_{\mu}^{-} W_{\nu}^{-} \right) A_{\mu} A_{\nu} + \\ &\quad + \Big[\left(W_{\nu}^{+} \right)^{2} + \left(W_{\nu}^{-} \right)^{2} \Big] (A_{\mu})^{2} \Big\} - \frac{g^{2}}{4} \cos \theta_{W} \Big\{ \Big[\left(W_{\mu}^{+} \right)^{2} + \left(W_{\mu}^{-} \right)^{2} \Big] (Z_{\nu})^{2} - \\ &\quad - 2 \left(W_{\mu}^{+} W_{\nu}^{+} + W_{\mu}^{-} W_{\nu}^{-} \right) Z_{\mu} Z_{\nu} + \Big[\left(W_{\nu}^{+} \right)^{2} + \left(W_{\nu}^{-} \right)^{2} \Big] (Z_{\mu})^{2} \Big\} - \\ &\quad - eg \cos \theta_{W} \Big\{ W_{\mu}^{+} W_{\mu}^{-} A_{\nu} Z_{\nu} + W_{\nu}^{+} W_{\nu}^{-} A_{\mu} Z_{\mu} - \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(W_{\mu}^{+} W_{\nu}^{-} + W_{\nu}^{+} W_{\mu}^{-} \right) (A_{\mu} Z_{\nu} + A_{\nu} Z_{\mu}) \Big\}. \end{split}$$

Лептонный лагранжиан (4) через поля электронов и нейтрино записывается в виде

$$L_{L}(j) = e_{l}^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} e_{l} + e_{r}^{\dagger} i \tau_{\mu} \partial_{\mu} e_{r} - m_{e} (e_{r}^{\dagger} e_{l} + e_{l}^{\dagger} e_{r}) + + \frac{g \cos 2\theta_{w}}{2 \cos \theta_{w}} e_{l}^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} Z_{\mu} e_{l} - e e_{l}^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} A_{\mu} e_{l} - g' \cos \theta_{w} e_{r}^{\dagger} \tau_{\mu} A_{\mu} e_{r} + g' \sin \theta_{w} e_{r}^{\dagger} \tau_{\mu} Z_{\mu} e_{r} + + j^{2} \Big\{ \nu_{l}^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} \nu_{l} + \frac{g}{2 \cos \theta_{w}} \nu_{l}^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} Z_{\mu} \nu_{l} + \frac{g}{\sqrt{2}} \Big[\nu_{l}^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} W_{\mu}^{+} e_{l} + e_{l}^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} W_{\mu}^{-} \nu_{l} \Big] \Big\} = = L_{L,b} + j^{2} L_{L,f}. \quad (11)$$

Кварковый лагранжиан (6) выражается через поля *u*- и *d*-кварков:

$$L_Q(j) = d_l^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} d_l + d_r^{\dagger} i \tau_{\mu} \partial_{\mu} d_r - m_d (d_r^{\dagger} d_l + d_l^{\dagger} d_r) - \frac{e}{3} d_l^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} A_{\mu} d_l - d_l^{\dagger} d_r d_l + d_l^{\dagger} d_r d_l$$

$$\begin{aligned} &-\frac{g}{\cos\theta_w}\Big(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\sin^2\theta_w\Big)d_l^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}Z_{\mu}d_l-\frac{1}{3}g'\cos\theta_w d_r^{\dagger}\tau_{\mu}A_{\mu}d_r+ \\ &+\frac{1}{3}g'\sin\theta_w d_r^{\dagger}\tau_{\mu}Z_{\mu}d_r+j^2\Big\{u_l^{\dagger}i\tilde{\tau}_{\mu}\partial_{\mu}u_l+u_r^{\dagger}i\tau_{\mu}\partial_{\mu}u_r-m_u(u_r^{\dagger}u_l+u_l^{\dagger}u_r)+ \\ &+\frac{g}{\cos\theta_w}\Big(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\sin^2\theta_w\Big)u_l^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}Z_{\mu}u_l+\frac{2e}{3}u_l^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}A_{\mu}u_l+ \\ &+\frac{g}{\sqrt{2}}\left[u_l^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}W_{\mu}^{+}d_l+d_l^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}W_{\mu}^{-}u_l\right]+\frac{2}{3}g'\cos\theta_w u_r^{\dagger}\tau_{\mu}A_{\mu}u_r- \\ &-\frac{2}{3}g'\sin\theta_w u_r^{\dagger}\tau_{\mu}Z_{\mu}u_r\Big\}=L_{Q,b}+j^2L_{Q,f}.\end{aligned}$$

Константы $m_e = h_e v / \sqrt{2}, m_u = h_u v / \sqrt{2}, m_d = h_d v / \sqrt{2}$ задают массы электрона и кварков.

Полный лагранжиан модифицированной модели дается суммой бозонного, лептонного и кваркового лагранжианов:

$$L(j) = L_B(j) + L_Q(j) + L_L(j) =$$

= $L_{B,b} + L_{L,b} + L_{Q,b} + j^2 \{ L_{B,f} + L_{L,f} + L_{Q,f} \} = L_b + j^2 L_f,$ (12)

где L_b — лагранжиан полей в базе, а L_f — лагранжиан полей в слое. Бозонный лагранжиан классических калибровочных полей $L_B(j)$ обсуждался в работах [8,9], где было показано, что массы всех частиц электрослабой модели остаются неизменными при контракции $j^2 \rightarrow 0$. В этом пределе вклад $j^2 L_f$ полей нейтрино, W-бозона и u-кварка, а также их взаимодействий с другими полями в полный лагранжиан (12) оказывается исчезающе малым по сравнению с вкладом L_b полей электрона, d-кварка и остальных бозонов. Таким образом, лагранжиан (12) описывает очень слабое взаимодействие нейтрино с веществом. С другой стороны, вклад нейтринной части $j^2 L_f$ в полный лагранжиан возрастает с ростом параметра j^2 , что отвечает экспериментально установленному росту сечения взаимодействия нейтрино с веществом с возрастанием энергии нейтрино. Все это позволяет феноменологически связать контракционный параметр с энергией нейтрино.

4. Взаимодействие нейтрино с веществом и физическая интерпретация параметра *j*. Для того чтобы установить связь контракции калибровочной группы с предельным случаем электрослабой модели и прояснить физический смысл контракционного параметра, необходим более тонкий анализ на уровне квантованных полей, а именно, мы рассмотрим упругое рассеяние на электронах и кварках. Соответствующие диаграммы, описывающие взаимодействия посредством нейтральных и заряженных токов, представлены на рис. 1 и 2.

При подстановке (8), (9) обе вершины диаграммы на рис. 1, *а* умножаются на j^2 , как это следует из лептонного лагранжиана (11). Пропагатор виртуального поля W в соответствии с бозонным лагранжианом (10) умножается на j^{-2} . Действительно, пропагатор есть обратный оператор к оператору свободного поля, а последний для поля W умножается на j^2 .

Таким образом, в целом амплитуда вероятности для взаимодействия заряженных слабых токов преобразуется по закону

$$\mathcal{M}_W \to j^2 \mathcal{M}_W.$$



Puc. 1. Упругое рассеяние нейтрино на электроне [Figure 1. Neutrino elastic scattering on electron]

Для диаграммы на рис. 1, b только одна вершина умножается на j^2 , тогда как вторая вершина и пропагатор нейтрального поля Z не изменяются, поэтому соответствующая амплитуда для взаимодействия нейтральных слабых токов преобразуется точно так же:

$$\mathcal{M}_Z \to j^2 \mathcal{M}_Z.$$

Сечение взаимодействия пропорционально квадрату амплитуды, следовательно, сечение упругого рассеяния нейтрино на электронах при контракции калибровочной группы умножается на j^4 . При малых энергиях $s \ll m_W^2$ оно вносит основной вклад во взаимодействие нейтрино с электронами и имеет вид [10]

$$\sigma_{\nu e} = G_F^2 s f(\xi) = \frac{g^4}{m_W^4} \tilde{f}(\xi), \qquad (13)$$

где $G_F = 10^{-5} \frac{1}{m_p^2} = 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ — константа Ферми, s — квадрат энергии в системе центра масс, $\xi = \sin \theta_w$, $\tilde{f}(\xi) = f(\xi)/32$ — функция угла Вайнберга. В лабораторной системе отсчета это сечение взаимодействия при энергии нейтрино $m_e \ll E_{\nu} \ll m_W$ дается выражением [11, Eq. (10.19)]

$$\sigma_{\nu e} = G_F^2 m_e E_\nu \tilde{g}(\xi).$$

Вместе с тем, принимая во внимание, что параметр контракци
иjбезразмерный, можно написать

$$\sigma_{\nu e} = j^4 \sigma_0 = (G_F s)(G_F f(\xi)) \tag{14}$$

и получить выражение контракционного параметра через константу Ферми и фундаментальные параметры электрослабой модели

$$j^2(s) = \sqrt{G_F s} \approx \frac{g\sqrt{s}}{m_W}.$$
(15)

Упругое рассеяние нейтрино на кварках посредством нейтральных и заряженных токов изображено на диаграммах рис. 2. Сечение взаимодействия рассеяния нейтрино на кварках получается аналогично лептонному случаю и имеет вид [10]

$$\sigma_{\nu}^W = G_F^2 s \hat{f}(\xi), \quad \sigma_{\nu}^Z = G_F^2 s h(\xi).$$



Puc. 2. Упругое рассеяние нейтрино на кварке [Figure 2. Neutrino elastic scattering on quarks]

Нуклоны представляют собой сложные образования из кварков, поэтому в выражении для сечения рассеяния нейтрино на нуклонах появляется формфактор. Окончательное выражение

$$\sigma_{\nu n} = G_F^2 s \hat{F}(\xi)$$

совпадает с (13), т.е. это сечение рассеяния преобразуется как (14) с контракционным параметром (15). При низких энергиях упругое рассеяние вносит основной вклад в общее сечение взаимодействия нейтрино с веществом, поэтому последнее имеет такие же свойства (14), (15) относительно контракции калибровочной группы.

Таким образом, оба экспериментальных факта: очень слабое взаимодействие нейтрино с веществом и линейная зависимость сечения взаимодействия нейтрино с веществом от энергии нейтрино находят объяснения в рамках электрослабой модели с контрактированной калибровочной группой.

5. Лагранжиан электрослабой модели при высоких энергиях. В предыдущем разделе было показано, что контракция $j \to 0$ калибровочной группы (7) соответствует низкоэнергетическому пределу электрослабой модели. При этом первые компоненты лептонных и кварковых дублетов становятся бесконечно малыми по сравнению со вторыми компонентами. Наоборот, при увеличении энергии первые компоненты дублетов возрастают и превосходят вторые компоненты. В пределе бесконечно большой энергии вторые компоненты лептонных и кварковых дублетов становятся бесконечно малыми по сравнению с первыми компонентами. Чтобы описать этот предел, введем, согласно [12], новый контракционный параметр ϵ и *новое согласованное действие* группы SU(2) на пространстве C_2 :

$$z'(\epsilon) = \begin{pmatrix} z'_1 \\ \epsilon z'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \epsilon\beta \\ -\epsilon\bar{\beta} & \bar{\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \epsilon z_2 \end{pmatrix} = u(\epsilon)z(\epsilon),$$

$$\det u(\epsilon) = |\alpha|^2 + \epsilon^2 |\beta|^2 = 1, \quad u(\epsilon)u^{\dagger}(\epsilon) = 1.$$
 (16)

Обе контрактированные группы SU(2; j) (7) и $SU(2; \epsilon)$ (16) одинаковы и изоморфны группе Евклида E(2), но пространство $C_2(\epsilon)$ в пределе $\epsilon \to 0$ расслаивается на одномерную базу $\{z_1\}$ и одномерный слой $\{z_2\}$. С математической точки зрения несущественно, на какую декартову координатную ось — первую или вторую — натягивается база расслоения, и в этом смысле обе конструкции (7) и (16) эквивалентны. Однако компоненты дублетов интерпретируются как определенные физические поля, поэтому фундаментальные представления (7) и (16) одной и той же контрактированной унитарной группы

приводят к *разным* — низкоэнергетическому и высокоэнергетическому — пределам электрослабой модели.

Во второй контракционной схеме (16) поля всех калибровочных бозонов преобразуются по правилам (8) с очевидной заменой параметра j на ϵ . Поля лептонов и кварков вместо (9) теперь преобразуются по правилам

$$e_l \to \epsilon e_l, \quad d_l \to \epsilon d_l, \quad \nu_l \to \nu_l, \quad u_l \to u_l.$$
 (17)

Еще одной причиной неэквивалентности первых и вторых компонент дублетов является механизм спонтанного нарушения симметрии, который используется в электрослабой модели для генерации масс векторных бозонов и других элементарных частиц. В этом механизме одно из основных состояний лагранжиана $\phi^{vac} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ выбирается в качестве вакуума модели и затем рассматриваются малые возбуждения скалярного поля $v + \chi(x)$ и других полей относительно этого вакуума. Таким образом, поле бозона Хиггса χ и константа v умножаются на ϵ . Поскольку массы всех частиц пропорциональны v, мы получаем следующие преобразования при контракции (16):

$$\chi \to \epsilon \chi, \quad v \to \epsilon v, \quad m_p \to \epsilon m_p, \quad p = \chi, W, Z, e, u, d.$$
 (18)

В результате преобразований (8), (17), (18) бозонный лагранжиан электрослабой модели приобретает вид

$$L_B(\epsilon) = -\frac{1}{4}\mathscr{Z}_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{4}\mathscr{F}_{\mu\nu}^2 + \epsilon^2 L_{B,2} + \epsilon^3 g W_{\mu}^+ W_{\mu}^- \chi + \epsilon^4 L_{B,4}$$

$$L_{B,4} = m_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2} m_\chi^2 \chi^2 - \lambda v \chi^3 - \frac{\lambda}{4} \chi^4 + \frac{g^2}{4} \left(W_\mu^+ W_\nu^- - W_\mu^- W_\nu^+ \right)^2 + \frac{g^2}{4} W_\mu^+ W_\nu^- \chi^2,$$

$$\begin{split} L_{B,2} &= \frac{1}{2} \left(\partial_{\mu} \chi \right)^{2} + \frac{1}{2} m_{Z}^{2} \left(Z_{\mu} \right)^{2} - \frac{1}{2} \mathscr{W}_{\mu\nu}^{+} \mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} + \frac{g m_{z}}{2 \cos \theta_{w}} \left(Z_{\mu} \right)^{2} \chi + \\ &+ \frac{g^{2}}{8 \cos^{2} \theta_{w}} \left(Z_{\mu} \right)^{2} \chi^{2} - 2ig \left(W_{\mu}^{+} W_{\nu}^{-} - W_{\mu}^{-} W_{\nu}^{+} \right) \left(\mathscr{F}_{\mu\nu} \sin \theta_{w} + \mathscr{Z}_{\mu\nu} \cos \theta_{w} \right) - \\ &- \frac{i}{2} e \left[A_{\mu} \left(\mathscr{W}_{\mu\nu}^{+} W_{\nu}^{-} - \mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} W_{\nu}^{+} \right) + \frac{i}{2} e A_{\nu} \left(\mathscr{W}_{\mu\nu}^{+} W_{\mu}^{-} - \mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} W_{\mu}^{+} \right) \right] - \\ &- \frac{i}{2} g \cos \theta_{w} \left[Z_{\mu} \left(\mathscr{W}_{\mu\nu}^{+} W_{\nu}^{-} - \mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} W_{\nu}^{+} \right) - Z_{\nu} \left(\mathscr{W}_{\mu\nu}^{+} W_{\mu}^{-} - \mathscr{W}_{\mu\nu}^{-} W_{\mu}^{+} \right) \right] - \\ &- \frac{e^{2}}{4} \left\{ \left[\left(W_{\mu}^{+} \right)^{2} + \left(W_{\mu}^{-} \right)^{2} \right] \left(A_{\nu} \right)^{2} - 2 \left(W_{\mu}^{+} W_{\nu}^{+} + W_{\mu}^{-} W_{\nu}^{-} \right) A_{\mu} A_{\nu} + \\ &+ \left[\left(W_{\nu}^{+} \right)^{2} + \left(W_{\nu}^{-} \right)^{2} \right] \left(A_{\mu} \right)^{2} \right\} - \frac{g^{2}}{4} \cos \theta_{w} \left\{ \left[\left(W_{\mu}^{+} \right)^{2} + \left(W_{\mu}^{-} \right)^{2} \right] \left(Z_{\nu} \right)^{2} - \\ &- 2 \left(W_{\mu}^{+} W_{\nu}^{+} + W_{\mu}^{-} W_{\nu}^{-} \right) Z_{\mu} Z_{\nu} + \left[\left(W_{\nu}^{+} \right)^{2} + \left(W_{\nu}^{-} \right)^{2} \right] \left(Z_{\mu} \right)^{2} \right\} - \end{aligned}$$

$$- eg \cos \theta_w \bigg[W^+_{\mu} W^-_{\mu} A_{\nu} Z_{\nu} + W^+_{\nu} W^-_{\nu} A_{\mu} Z_{\mu} - \frac{1}{2} \left(W^+_{\mu} W^-_{\nu} + W^+_{\nu} W^-_{\mu} \right) \left(A_{\mu} Z_{\nu} + A_{\nu} Z_{\mu} \right) \bigg].$$

Лептонный лагранжиан через поля электрона и нейтрино записывается в виде

$$L_{L}(\epsilon) = L_{L,0} + \epsilon^{2} L_{L,2} = \nu_{l}^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} \nu_{l} + e_{r}^{\dagger} i \tau_{\mu} \partial_{\mu} e_{r} + g' \sin \theta_{w} e_{r}^{\dagger} \tau_{\mu} Z_{\mu} e_{r} - g' \cos \theta_{w} e_{r}^{\dagger} \tau_{\mu} A_{\mu} e_{r} + \frac{g}{2 \cos \theta_{w}} \nu_{l}^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} Z_{\mu} \nu_{l} + \epsilon^{2} \bigg\{ e_{l}^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} e_{l} - m_{e} (e_{r}^{\dagger} e_{l} + e_{l}^{\dagger} e_{r}) + g \cos 2\theta_{w} \, \dagger \tilde{\tau}_{\mu} Z_{\mu} v_{l} + \epsilon^{2} \bigg\{ e_{l}^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} e_{l} - m_{e} (e_{r}^{\dagger} e_{l} + e_{l}^{\dagger} e_{r}) + g \cos 2\theta_{w} \, \dagger \tilde{\tau}_{\mu} Z_{\mu} v_{l} + \epsilon^{2} \bigg\{ e_{l}^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} e_{l} - m_{e} (e_{r}^{\dagger} e_{l} + e_{l}^{\dagger} e_{r}) + g \cos 2\theta_{w} \, \dagger \tilde{\tau}_{\mu} Z_{\mu} v_{l} \bigg\} \bigg\}$$

$$+\frac{g\cos 2\theta_w}{2\cos\theta_w}e_l^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}Z_{\mu}e_l - ee_l^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}A_{\mu}e_l + \frac{g}{\sqrt{2}}\left(\nu_l^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}W_{\mu}^+e_l + e_l^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}W_{\mu}^-\nu_l\right)\bigg\}.$$

Кварковый лагранжиан в терминах полей *u*- и *d*-кварков переписывается в виде

$$\begin{split} L_Q(\epsilon) &= L_{Q,0} - \epsilon \, m_u (u_r^{\dagger} u_l + u_l^{\dagger} u_r) + \epsilon^2 L_{Q,2}, \\ L_{Q,0} &= d_r^{\dagger} i \tau_{\mu} \partial_{\mu} d_r + u_l^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} u_l + u_r^{\dagger} i \tau_{\mu} \partial_{\mu} u_r - \frac{1}{3} g' \cos \theta_w d_r^{\dagger} \tau_{\mu} A_{\mu} d_r + \\ &+ \frac{1}{3} g' \sin \theta_w d_r^{\dagger} \tau_{\mu} Z_{\mu} d_r + \frac{2e}{3} u_l^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} A_{\mu} u_l + \frac{g}{\cos \theta_w} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right) u_l^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} Z_{\mu} u_l + \\ &+ \frac{2}{3} g' \cos \theta_w u_r^{\dagger} \tau_{\mu} A_{\mu} u_r - \frac{2}{3} g' \sin \theta_w u_r^{\dagger} \tau_{\mu} Z_{\mu} u_r, \\ L_{Q,2} &= d_l^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} d_l - m_d (d_r^{\dagger} d_l + d_l^{\dagger} d_r) - \frac{e}{3} d_l^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} A_{\mu} d_l - \\ &- \frac{g}{\cos \theta_w} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right) d_l^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} Z_{\mu} d_l + \frac{g}{\sqrt{2}} \left[u_l^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} W_{\mu}^{+} d_l + d_l^{\dagger} \tilde{\tau}_{\mu} W_{\mu}^{-} u_l \right]. \end{split}$$

Полный лагранжиан электрослабой модели дается суммой

$$L(\epsilon) = L_B(\epsilon) + L_L(\epsilon) + L_Q(\epsilon)$$

и может быть разложен по степеням ϵ :

$$L(\epsilon) = L_{\infty} + \epsilon L_1 + \epsilon^2 L_2 + \epsilon^3 L_3 + \epsilon^4 L_4.$$
⁽¹⁹⁾

В отличие от низкоэнергетического предела (12), электрослабая модель при $\epsilon \to 0$ демонстрирует пять режимов поведения, которые отличаются степенями контракционного параметра. В пределе бесконечной энергии (при $\epsilon = 0$) лагранжиан (19) имеет вид

$$\begin{split} L_{\infty} &= -\frac{1}{4} \mathscr{Z}_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{4} \mathscr{F}_{\mu\nu}^2 + \nu_l^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} \nu_l + u_l^{\dagger} i \tilde{\tau}_{\mu} \partial_{\mu} u_l + \\ &+ e_r^{\dagger} i \tau_{\mu} \partial_{\mu} e_r + d_r^{\dagger} i \tau_{\mu} \partial_{\mu} d_r + u_r^{\dagger} i \tau_{\mu} \partial_{\mu} u_r + L_{\infty}^{int} (A_{\mu}, Z_{\mu}), \end{split}$$

где

$$\begin{split} L^{int}_{\infty}(A_{\mu}, Z_{\mu}) &= \frac{g}{2\cos\theta_{w}}\nu_{l}^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}Z_{\mu}\nu_{l} + \frac{2e}{3}u_{l}^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}A_{\mu}u_{l} + g'\sin\theta_{w}e_{r}^{\dagger}\tau_{\mu}Z_{\mu}e_{r} + \\ &+ \frac{g}{\cos\theta_{w}}\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\sin^{2}\theta_{w}\right)u_{l}^{\dagger}\tilde{\tau}_{\mu}Z_{\mu}u_{l} - g'\cos\theta_{w}e_{r}^{\dagger}\tau_{\mu}A_{\mu}e_{r} - \\ &- \frac{1}{3}g'\cos\theta_{w}d_{r}^{\dagger}\tau_{\mu}A_{\mu}d_{r} + \frac{1}{3}g'\sin\theta_{w}d_{r}^{\dagger}\tau_{\mu}Z_{\mu}d_{r} + \\ &+ \frac{2}{3}g'\cos\theta_{w}u_{r}^{\dagger}\tau_{\mu}A_{\mu}u_{r} - \frac{2}{3}g'\sin\theta_{w}u_{r}^{\dagger}\tau_{\mu}Z_{\mu}u_{r}. \end{split}$$

Предельная бесконечноэнергетическая модель включает только *безмассовые* частицы: нейтральный безмассовый бозон Z_{μ} и фотон, безмассовый правый электрон e_r и нейтрино ν_l , а также безмассовые левые и правые кварки u_l, u_r, d_r . Электрослабые взаимодействия становятся дальнодействующими, поскольку они переносятся теперь уже безмассовыми Z-бозонами и фотонами.

Подобные высокие энергии могут существовать только в ранней Вселенной (см., например, рисунок на четвёртом слайде презентации [15]). Наиболее интересным вопросом является эволюция Вселенной, и предельный лагранжиан L_{∞} можно рассматривать как хорошую аппроксимацию в течение первой секунды после горячего Большого Взрыва и инфляции [13, 14], подобно тому как нерелятивистская механика является хорошим приближением релятивистской при малых скоростях. Из явного вида $L^{int}_{\infty}(A_{\mu}, Z_{\mu})$ следует, что взаимодействуют только частицы одного вида, например, нейтрино взаимодействуют только друг с другом посредством нейтральных токов. Частицы разных видов не взаимодействуют. В пределе высоких энергий происходит своеобразная стратификация электрослабой модели, такая, что в каждый слой попадают частицы только одного сорта.

Хорошо известно, что для лучшего понимания сложной физической системы полезно исследовать ее свойства при предельных значениях тех или иных ее параметров. Из разложения (19) следует, что после рождения Вселенной электрослабая модель проходит ряд стадий в восстановлении из предельного состояния, которые различаются степенями контракционного параметра ϵ . Это предоставляет возможность для построения целого ряда промежуточных моделей различной степени сложности. Можно взять лагранжиан L_{∞} для первоначальной предельной модели, затем добавить $L_1 = -m_u(u_r^{\dagger}u_l + u_l^{\dagger}u_r)$ и получить вторую модель с лагранжианом $\mathscr{L}_1 = L_{\infty} + L_1$. После этого можно добавить L_2 и получить третью модель с лагранжиан $\mathscr{L}_3 = L_{\infty} + L_1 + L_2 + L_3$. Следует, однако, отметить, что среди этих предельных моделей только одна с лагранжианом L_{∞} является калибровочной моделью с калибровочной группой, которая изоморфна группе Евклида E(2).

Еще до квантования, уже на уровне классических калибровочных полей можно сделать ряд выводов, в частности, заключить, что *u*-кварк первым приобретает массу в процессе эволюции Вселенной. В самом деле, массовое слагаемое *u*-кварка в лагранжиане (19) пропорционально первой степени контракционного параметра ϵ , в то время как массовые слагаемые *Z*-бозона, электрона и *d*-кварка умножаются на вторую степень

$$\epsilon^{2} \left[\frac{1}{2} m_{Z}^{2} \left(Z_{\mu} \right)^{2} + m_{e} (e_{r}^{\dagger} e_{l} + e_{l}^{\dagger} e_{r}) + m_{d} (d_{r}^{\dagger} d_{l} + d_{l}^{\dagger} d_{r}) \right].$$

Хиггс-бозон и заряженный W-бозон, массовые слагаемые которых умножаются на ϵ^4 , становятся массивными в последнюю очередь, после всех остальных частиц электрослабой модели.

Заключение. Мы исследовали высоко- и низкоэнергетические пределы электрослабой модели исходя из первых принципов калибровочных теорий, а именно контракции калибровочной группы. Оба предела получаются одной и той же контракцией калибровочной группы, но разными согласованными с ней преобразованиями пространства представления. Показано, что в обоих случаях математический контракционный параметр интерпретируется как типичная энергия системы.

Очень слабое взаимодействие нейтрино с веществом, особенно при низких энергиях, может быть объяснено в рамках контрактированной модели уже на уровне классических (не квантовых) калибровочных полей. Стремящийся к нулю параметр контракции связан с энергией нейтрино и обуславливает линейную зависимость сечения взаимодействия нейтрино с веществом от энергии нейтрино.

Альтернативное предыдущему преобразование пространства полей соответствует пределу бесконечной энергии электрослабой модели, которая проходит на этом пути ряд стадий, различающихся степенями контракционного параметра. При бесконечной энергии все частицы, в том числе калибровочные бозоны, теряют массу и электрослабые взаимодействия становятся дальнодействующими. Однако бесконечная энергия существует только в момент Большого Взрыва, т.е. в момент рождения Вселенной, когда она сосредоточена в точке и не совсем ясно какой смысл имеет дальнодействие. Более интересной, однако, является эволюция Вселенной, и тогда предельный лагранжиан L_{∞} можно рассматривать как хорошую аппроксимацию вблизи Большого Взрыва, скажем, в течение первой секунды после рождения, аналогично тому как при малых скоростях нерелятивистская механика является приближением релятивистской. Другим следствием является упорядочение частиц по времени восстановления их массы, в частности вывод о том, что в процессе эволюции Вселенной и-кварк первым среди остальных частиц становится массивным.

ORCID

Николай Алексеевич Громов: http://orcid.org/0000-0003-2959-2540

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Громов Н. А. Контракция калибровочной группы электрослабой модели и ее естественные энергетические пределы / Четвертая международная конференция «Математическая физика и ее приложения»: материалы конф.; ред. чл.-корр. РАН И. В. Волович; д.ф.-м.н., проф. В. П. Радченко. Самара: СамГТУ, 2014. С. 131–132.
- Inönü E., Wigner E. P. On the Contraction of Groups and their Representations // Proceedings of the National Academy of Sciences, 1953. vol.39, no.6. pp. 510– 524. doi: 10.1073/pnas.39.6.510; doi: 10.1007/978-94-009-3051-3_32; doi: 10.1007/ 978-3-662-02781-3_31.

- 3. Громов Н. А. Контракции классических и квантовых групп. М.: Физматлит, 2012. 318 с.
- Gromov N. A. Contraction of electroweak model and neutrino // Phys. Atom. Nucl., 2012. vol. 75, no. 10. pp. 1203–1209. doi: 10.1134/s1063778812100067.
- Gromov N. A. Interpretation of neutrino-matter interactions at low energies as contraction of gauge group of electroweak model // *Phys. Atom. Nucl.*, 2013. vol. 76, no. 9. pp. 1144– 1148. doi:10.1134/s1063778813080140; doi:10.7868/s0044002713080151.
- 6. Рубаков В. А. Классические калибровочные поля. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 152 с.
- 7. Пескин М., Шредер Д. *Введение в квантовую теорию поля*. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2001.
- Gromov N. A. Analog of electroweak model for contracted gauge group // Phys. Atom. Nucl., 2010. vol. 73, no. 2. pp. 326–330, arXiv:0811.4701 [math-ph]. doi:10.1134/ \$1063778810020195.
- Gromov N. A. Limiting case of modified electroweak model for contracted gauge group // Phys. Atom. Nucl., 2011. vol. 74, no. 6. pp. 908–913, arXiv: 1003.1832 [math-ph]. doi: 10. 1134/s1063778811060147.
- 10. Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. М.: Эдиториал УРСС, 2005. 352 с.
- Nakamura K. et al. (Particle Data Group) Review of Particle Physics // J. Phys. G, 2010. vol. 37, no. 7A, 075021, http://pdg.lbl.gov/2010/reviews/contents_sports.html. doi:10.1088/0954-3899/37/7a/075021.
- 12. Громов Н. А. Высоко- и низкоэнергетические пределы электрослабой модели // Известия Коми НЦ УрО РАН, 2014. № 1(17). С. 5–9.
- 13. Linder C. Particle Physics and Inflationary Cosmology. Newark, New Jersey, United States: Harwood Academic Publ., 1990. doi: 10.1201/b16971.
- 14. Gorbunov D. S., Rubakov V. A. Introduction to the Theory of the Early Universe. Singapure: World Scientific, 2011. doi: 10.1142/9789814322256.
- Gorbunov D. S. Inflationary Models with Flat Potential: Presentation for Int. Conf. "New Trends in High-Energy Physics" (Alushta, Crimea, Sept. 23-29, 2013), 2013, http:// crimea.bitp.kiev.ua/reg/files/gorbunov.pdf.

Поступила в редакцию 14/XI/2014; в окончательном варианте — 10/III/2015; принята в печать — 08/IV/2015. Vestn. Samar. Gos. Techn. Un-ta. Ser. Fiz.-mat. nauki [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2015, vol. 19, no. 3, pp. 425–440

ISSN: 2310-7081 (online), 1991-8615 (print)

doi: http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1353

MSC: 81V10, 81V15

GAUGE GROUP CONTRACTION OF ELECTROWEAK MODEL AND ITS NATURAL ENERGY LIMITS*

N. A. Gromov

Komi Scientific Center of Ural Branch of RAS, 24, Kommunisticheskaya str., Syktyvkar, 167982, Russian Federation.

Abstract

The low and higher energy limits of the Electroweak Model are obtained from first principles of gauge theory. Both limits are given by the same contraction of the gauge group, but for the different consistent rescalings of the field space. Mathematical contraction parameter in both cases is interpreted as energy. The very weak neutrino-matter interaction is explained by zero tending contraction parameter, which depends on neutrino energy. The second consistent rescaling corresponds to the higher energy limit of the Electroweak Model. At the infinite energy all particles lose masses, electroweak interactions become long-range and are mediated by the neutral currents. The limit model represents the development of the early Universe from the Big Bang up to the end of the first second.

Keywords: gauge theory, electroweak model, contraction, limit model. doi: http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1353

ORCID

Nikolay A. Gromov: http://orcid.org/0000-0003-2959-2540

REFERENCES

- Gromov N. A. Gauge group contraction of electroweak model and its natural energy limits, The 4nd International Conference "Mathematical Physics and its Applications", Book of Abstracts and Conference Materials; eds. I. V. Volovich; V. P. Radchenko. Samara, Samara State Technical Univ., 2014, pp. 131–132 (In Russian).
- Inönü E., Wigner E. P. On the Contraction of Groups and their Representations, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1953, vol. 39, no. 6, pp. 510–524. doi: 10.1073/pnas. 39.6.510; doi: 10.1007/978-94-009-3051-3_32; doi: 10.1007/978-3-662-02781-3_31.
- 3. Gromov N. A. *Kontraktsii klassicheskikh i kvantovykh grupp* [Contractions of Classical and Quantum Groups]. Moscow, Fizmatlit, 2012, 318 pp. (In Russian)

© 2015 Samara State Technical University.

Please cite this article in press as:

Gromov N. A. Gauge group contraction of electroweak model and its natural energy limits, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2015, vol. 19, no. 3, pp. 425–440. doi: 10.14498/vsgtu1353. (In Russian)

Author Details:

Nikolay A. Gromov (Dr. Phys. & Math. Sci.; gromov@dm.komisc.ru), Head of Division, Div. of Mathematics, Komi Scientific Center of Ural Branch of RAS.

^{*}This paper is an extended version of the paper [1], presented at the Mathematical Physics and Its Applications 2014 Conference.

- Gromov N. A. Contraction of electroweak model and neutrino, *Phys. Atom. Nucl.*, 2012, vol. 75, no. 10, pp. 1203–1209. doi: 10.1134/s1063778812100067.
- Gromov N. A. Interpretation of neutrino-matter interactions at low energies as contraction of gauge group of electroweak model, *Phys. Atom. Nucl.*, 2013, vol. 76, no. 9, pp. 1144–1148. doi:10.1134/s1063778813080140; doi:10.7868/s0044002713080151.
- Rubakov V. A. *Klassicheskie kalibrovochnye polia* [Classical Gauge Fields]. Moscow, Editorial URSS, 1999, 152 pp. (In Russian)
- 7. Peskin M., Shreder D. Vvedenie v kvantovuiu teoriiu polia [An Introduction to Quantum Field Theory]. Izhevsk, Reguliarnaia i khaoticheskaia dinamika, 2001 (In Russian).
- Gromov N. A. Analog of electroweak model for contracted gauge group, *Phys. Atom. Nucl.*, 2010, vol.73, no.2, pp. 326–330, arXiv:0811.4701 [math-ph]. doi:10.1134/S1063778810020195.
- Gromov N. A. Limiting case of modified electroweak model for contracted gauge group, *Phys. Atom. Nucl.*, 2011, vol. 74, no. 6, pp. 908–913, arXiv: 1003.1832 [math-ph]. doi: 10. 1134/s1063778811060147.
- Okun' L. B. Leptony i kvarki [Leptons and quarks]. Moscow, Editorial URSS, 2005, 352 pp. (In Russian)
- Nakamura K. et al. (Particle Data Group) Review of Particle Physics, J. Phys. G, 2010, vol. 37, no. 7A, 075021, http://pdg.lbl.gov/2010/reviews/contents_sports.html. doi:10.1088/0954-3899/37/7a/075021.
- Gromov N. A. Vysoko- i nizkoenergeticheskie predely elektroslaboi modeli [Higer and Low Energy Limits of Electroweak Model], *Izvestiia Komi NTs UrO RAN*, 2014, no. 1(17), pp. 5– 9 (In Russian).
- Linder C. Particle Physics and Inflationary Cosmology. Newark, New Jersey, United States, Harwood Academic Publ., 1990. doi: 10.1201/b16971.
- 14. Gorbunov D. S., Rubakov V. A. Introduction to the Theory of the Early Universe. Singapure, World Scientific, 2011. doi: 10.1142/9789814322256.
- Gorbunov D. S. Inflationary Models with Flat Potential, Presentation for Int. Conf. "New Trends in High-Energy Physics" (Alushta, Crimea, Sept. 23-29, 2013), 2013, http:// crimea.bitp.kiev.ua/reg/files/gorbunov.pdf.

Received 14/XI/2014; received in revised form 10/III/2015; accepted 08/IV/2015.