

УДК 539.126

ОПИСАНИЕ РАДИАЦИОННЫХ РАСПАДОВ $V \rightarrow P\gamma^*$
В РАЗЛИЧНЫХ ФОРМАХ ПУАНКАРЕ-ИНВАРИАНТНОЙ
КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ*

А. Ф. Крутов, Р. Г. Полежаев

Самарский государственный университет,
Россия, 443011, Самара, ул. Академика Павлова, 1.

Аннотация

Работа посвящена описанию радиационных распадов $V \rightarrow P\gamma^*$ в различных основных формах Пуанкаре-инвариантной квантовой механики (ПИКМ). Для построения матричного элемента электромагнитного тока перехода используется специальная процедура, удовлетворяющая условиям лоренц-ковариантности и сохранения. В качестве иллюстрации развитого формализма в модифицированном релятивистском импульсном приближении проведено описание радиационного перехода $\rho \rightarrow \pi\gamma^*$. Получено аналитическое выражение для переходного формфактора $F_{\pi\rho}(Q^2)$, совпадающее во всех формах ПИКМ. Выполнены численные расчеты переходного формфактора с двумя типами модельных волновых функций.

Ключевые слова: Пуанкаре-инвариантная квантовая механика, радиационные распады, электромагнитный ток, переходной формфактор.

doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1378>

В последние несколько лет был проведен ряд экспериментов по изучению радиационных распадов векторных мезонов. Так коллаборациями NA 60 [2–4] и KLOE-2 [5], были измерены переходные формфакторы в реакциях $\omega \rightarrow \pi\gamma^*$, $\phi \rightarrow \eta\gamma$ и определены соответствующие константы распадов. В радиационном переходе $\rho \rightarrow \pi\gamma^*$ изучались вклады пиона в сечение распадов векторных мезонов и получены соответствующие ширины радиационного распада [6]. Указанные процессы дают важную информацию о непертурбативной кварковой динамике на средних и больших расстояниях.

Одним из основных теоретических методов описания перечисленных выше процессов является Пуанкаре-инвариантная квантовая механика (ПИКМ),

© 2015 Самарский государственный технический университет.

Образец для цитирования

Крутов А. Ф., Полежаев Р. Г. Описание радиационных распадов $V \rightarrow P\gamma^*$ в различных формах Пуанкаре-инвариантной квантовой механики // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2015. Т. 19, № 2. С. 259–269. doi: [10.14498/vsgtu1378](http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1378).

Сведения об авторах

Александр Федорович Крутов (д.ф.-м.н., проф.; krutov@samsu.ru), профессор, каф. общей и теоретической физики.

Роман Геннадьевич Полежаев (polezaev@list.ru; автор, ведущий переписку), аспирант, каф. общей и теоретической физики.

*Настоящая статья представляет собой расширенный вариант доклада [1], сделанного авторами на Четвёртой международной конференции «Математическая физика и её приложения» (Россия, Самара, 25 августа – 1 сентября 2014).

которая может быть сформулирована в различных формах — мгновенная форма, точечная форма и динамика на световом фронте (см, например, [7]). Одним из важных вопросов, возникающих при описании составных систем, остается выбор формы ПИКМ. В работах [8–12] при вычислении электромагнитных формфакторов скалярных и векторных мезонов для основных форм ПИКМ получаются разные результаты. Причина расхождения результатов, по-видимому, связана с различием приближений, используемых при построении матричного элемента тока и, в частности, с учетом условий лоренц-ковариантности и сохранения [7]. Таким образом, формулировка новых способов построения операторов электромагнитных переходов является в настоящее время актуальной задачей.

Отметим, что мгновенная форма ПИКМ была с успехом применена авторами для описания электромагнитной структуры таких систем с сильным взаимодействием, как пион, ρ -мезон, дейтрон, включая области больших переданных импульсов [7, 13]. В этих работах построение тока осуществлялось для случаев диагональных по полному угловому моменту матричных элементов. В настоящей работе для описания процессов радиационных распадов векторных мезонов $V \rightarrow P\gamma^*$ проводится обобщение методики построения тока на недиагональные по полному угловому моменту матричные элементы и на другие формы ПИКМ.

Ядром развитого подхода является процедура построения матричных элементов локальных операторов (см., например, [7]). Эта процедура позволяет выделить из матричного элемента оператора любой тензорной размерности приведенные матричные элементы (формфакторы), которые являются инвариантами при преобразованиях из группы Пуанкаре.

В рамках рассматриваемого подхода с использованием модифицированного импульсного приближения была показана эквивалентность основных форм ПИКМ на примере расчета электромагнитного формфактора пиона [14].

В представленной работе показана эквивалентность основных форм ПИКМ при расчете переходного формфактора радиационного перехода $\rho \rightarrow \pi\gamma^*$. Используемый при этом математический аппарат параметризации матричных элементов локальных операторов [15] применен для описания недиагональных по полному угловому моменту матричных элементов тока.

В работе произведен также расчет переходного формфактора процесса $\rho \rightarrow \pi\gamma^*$ с двумя типами модельных волновых функций.

1. Построение матричного элемента электромагнитного тока перехода для систем невзаимодействующих частиц с квантовыми числами ρ - и π -мезонов. Рассмотрим параметризацию матричного элемента тока между состояниями с квантовыми числами ρ - и π -мезонов, т.е. недиагонального по полному угловому моменту:

$$\langle \vec{W}^i, \sqrt{s} | j_\mu^0(0) | \vec{W}^i, \sqrt{s'}, 1, 0, 1, m' \rangle. \quad (1)$$

Здесь $\vec{W}^i = \vec{w}_1^i + \vec{w}_2^i$; \sqrt{s} — инвариантная масса системы двух свободных частиц; \vec{w}^i — трехмерный вектор, различный для разных форм ПИКМ. В мгновенной форме $\vec{w}^1 = \vec{p}$ — импульс, в точечной $\vec{w}^2 = \vec{v}$ — 4-скорость и в динамике на световом фронте — $\vec{w}^3 = \vec{\tilde{p}}$, где

$$\vec{\tilde{p}} = (p_\perp, p^+), \quad p_\perp = (p^1, p^2), \quad p^+ = (p^0 + p^3)/\sqrt{2}.$$

Для инвариантной параметризации матричного элемента (1) выполним преобразование Лоренца из исходной (лабораторной) системы координат в систему Брейта (БС):

$$\vec{j}^0 = j^0 + \frac{\vec{w}(j^0 \vec{w})}{1 + w_0} - \vec{w} j^0_0, \quad j^0_0 = j^0_0 w_0 - (j^0 \vec{w}) = j^0_\mu w^\mu,$$

где $w_\mu = K'_\mu / \sqrt{K'^2} - 4$ -скорость, соответствующая указанному преобразованию Лоренца; j^0_μ — 4-вектор оператора электромагнитного тока в БС.

Связь между матричными элементами токов в лабораторной системе (1) и системе Брейта имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle \vec{W}^i, \sqrt{s} | j^0_\mu(0) | \vec{W}^i, \sqrt{s'}, 1, 0, 1, m' \rangle &= \sum_{\tilde{m}, \tilde{m}'} D_{0, \tilde{m}}^0(W^i, w) D_{m', \tilde{m}'}^{*1}(W^i, w) \times \\ &\times \langle \vec{W}^i, \sqrt{s} | \tilde{j}^0_\mu(0) | \vec{W}^i, \sqrt{s'}, 1, 0, 1, \tilde{m}' \rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \tilde{W}^i &= (\tilde{W}^i_0, \vec{q}), \quad \tilde{W}^i_0 = (\tilde{W}^i_0, -\vec{q}), \\ \tilde{W}^i_0 &= \sqrt{s + (\vec{q})^2}, \quad \tilde{W}^i_0 = \sqrt{s' + (\vec{q})^2} \quad K'_\mu = (\sqrt{K'^2}, 0, 0, 0), \end{aligned} \quad (3)$$

где \vec{q} — трехмерный вектор с модулем

$$q = \sqrt{\lambda(M_1^2, M_2^2, Q^2) / [8(M_1^2 + M_2^2) + 4Q^2]},$$

Q^2 — квадрат переданного импульса.

Раскладывая нулевую компоненту матричного элемента оператора тока в БС (2) по сферическим углам вектора \vec{q} и применяя теорему Вигнера—Эккарта [16], получим

$$\begin{aligned} \langle \vec{W}^i, \sqrt{s} | j_0(0) | \vec{W}^i, \sqrt{s'}, 1, 0, 1, m' \rangle &= \\ &= \sum_{\tilde{m}', \tilde{m}, l', k'} D_{0, \tilde{m}}^0(W^i, w) D_{m', \tilde{m}'}^1(W^i, w) \times \\ &\times \langle 1\tilde{m}' l' k' | 0\tilde{m} \rangle \cdot Y_{l' k'}(\vec{q}) \cdot G_{01}^{0, l'}(s, Q^2, s'), \end{aligned} \quad (4)$$

где $G_{01}^{0, l'}(s, Q^2, s')$ представляет собой набор скаляров или свободных электромагнитных формфакторов.

Перейдем теперь к рассмотрению трехмерной части матричного элемента оператора тока

$$\langle \vec{W}^i, \sqrt{s} | j^0_t(0) | \vec{W}^i, \sqrt{s'}, 1, 0, 1, m' \rangle, \quad t = 1, 2, 3. \quad (5)$$

Трехмерную часть оператора мы можем описать в терминах тензорного оператора первого ранга. Для этого достаточно перейти к каноническому базису, т.е. от декартовых компонент тока к базису сферических гармоник [17].

Раскладывая матричный элемент (5) по сферическим углам вектора \vec{q} в БС и применяя теорему Вигнера—Эккарта, получим

$$\begin{aligned} \langle \vec{W}^i, \sqrt{s} | j_M^0(0) | \vec{W}^h, \sqrt{s'}, 1, 0, 1, m' \rangle = \\ = \sum_{\tilde{m}', \tilde{m}, M, k, l, j, n} D_{0\tilde{m}}^0(W^i, w) D_{m'\tilde{m}'}^1(W^h, w) \times \\ \times \langle 1\tilde{m}'jn | 0\tilde{m} \rangle \cdot \langle 1Mlk | jn \rangle \cdot Y_{lk}(\vec{q}) \cdot G_{01}^{1,l,j}(s, Q^2, s'). \end{aligned} \quad (6)$$

С другой стороны, матричный элемент тока (1) можно записать в базе индивидуальных переменных частиц системы:

$$\begin{aligned} \langle \vec{W}^i, \sqrt{s} | j_\mu^0(0) | \vec{W}^h, \sqrt{s'}, 1, 0, 1, m' \rangle = \\ = \int \frac{d^3\vec{w}_1^i}{2w_{10}^i} \int \frac{d^3\vec{w}_2^i}{2w_{20}^i} \int \frac{d^3\vec{w}_1^{i'}}{2w_{10}^{i'}} \int \frac{d^3\vec{w}_2^{i'}}{2w_{20}^{i'}} \times \\ \times \langle \vec{W}^i, \sqrt{s} | w_1^i, m_1; w_2^i, m_2 \rangle \cdot \langle w_1^i, m_1; w_2^i, m_2 | j_\mu^0(0) | w_1^{i'}, m_1'; w_2^{i'}, m_2' \rangle \times \\ \times \langle w_1^{i'}, m_1'; w_2^{i'}, m_2' | \vec{W}^h, \sqrt{s'}, 1, 0, 1, m' \rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \langle w_1^i, m_1; w_2^i, m_2 | j_\mu^0(0) | w_1^{i'}, m_1'; w_2^{i'}, m_2' \rangle = \\ = \langle w_1^i, m_1 | j_{1\mu}^0(0) | w_1^{i'}, m_1' \rangle \cdot \delta(w_2^i - w_2^{i'}) \delta_{m_2 m_2'} + \\ + \langle w_2^i, m_2 | j_{2\mu}^0(0) | w_2^{i'}, m_2' \rangle \delta(w_1^i - w_1^{i'}) \delta_{m_1 m_1'}. \end{aligned}$$

Приравнивая покомпонентно выражение (7) с (4) и (6), используя разложение по каноническому базису и выполняя интегрирование в (БС) в системе отсчета $\vec{q} = (0, 0, q)$, получим аналитические выражения для свободных двухчастичных формфакторов. В силу громоздкости данных выражений выпишем только один формфактор, который в дальнейшем будет использоваться:

$$\begin{aligned} G_{01}^{111}(s, Q^2, s') = \frac{\sqrt{2} \cdot \Theta(s, Q^2, s')(s + s' + Q^2)^2}{2\sqrt{s - 4M^2}\sqrt{s' - 4M^2}\sqrt{4M^2 + Q^2}[\lambda(s, -Q^2, s')]^{1/2}} \times \\ \times \cos[(\omega_1 + \omega_2)/2] \left[\frac{s'(s' - s + 3Q^2)}{[\lambda(s, -Q^2, s')]^{1/2}} (G_M^u(Q^2) + G_M^{\bar{d}}(Q^2)) \right] + \\ + \sin[(\omega_1 + \omega_2)/2] \left[\frac{s' - s - Q^2}{s + s' + Q^2} \frac{\xi(s, s', Q^2)}{\sqrt{s'}} (G_M^u(Q^2) + G_M^{\bar{d}}(Q^2)) \right] - \\ - \sin[(\omega_1 + \omega_2)/2] \left[\xi(s, s', Q^2) \frac{4M}{s + s' + Q^2} (G_E^u(Q^2) + G_E^{\bar{d}}(Q^2)) \right], \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\Theta(s, Q^2, s') = \vartheta(s' - s_1) - \vartheta(s' - s_2), \quad \xi(s, s', Q^2) = \sqrt{ss'Q^2 - M^2\lambda(s, -Q^2, s')},$$

$$s_{1,2} = 2M^2 + \frac{1}{2M^2}(2M^2 + Q^2)(s - 2M^2) \mp \frac{1}{2M^2}\sqrt{Q^2(Q^2 + 4M^2)s(s - 4M^2)},$$

$$\omega_1 = \arctan \frac{\xi(s, s', Q^2)}{M[(\sqrt{s} + \sqrt{s'})^2 + Q^2] + \sqrt{ss'}(\sqrt{s} + \sqrt{s'})},$$

$$\omega_2 = \arctan \frac{\xi(s, s', Q^2)(2M + \sqrt{s} + \sqrt{s'})}{M(s + s' + Q^2)(2M + \sqrt{s} + \sqrt{s'}) + \sqrt{ss'}(4M^2 + Q^2)},$$

ϑ — ступенчатая функция.

Отметим, что аналитическое выражение (8) полностью совпадает с перечисленными выше основными формами ПИКМ.

2. Построение матричного элемента тока составной системы. Матричный элемент электромагнитного тока перехода $\rho \rightarrow \pi\gamma^*$ для основных форм ПИКМ можно записать следующим образом [18]:

$$\langle W_\pi^i | j_{\mu c}(0) | W_\rho^i, 1, m_\rho \rangle = n_c^i F_{\pi\rho}(Q^2) \varepsilon_{\mu\nu\sigma\delta} \eta^\nu(m_\rho) W_\pi^{i\sigma} W_\rho^{i\delta}, \quad (9)$$

где W_π^i и W_ρ^i — 4-векторы π - и ρ -мезонов для основных форм ПИКМ; $\eta^\nu(m_\rho)$ — 4-вектор поляризации; $\varepsilon_{\mu\nu\sigma\delta}$ — антисимметричный тензор четвертого ранга; $F_{\pi\rho}(Q^2)$ — формфактор, соответствующий данному переходу; n_c^i — нормировочный множитель разный для разных форм ПИКМ ($n_c^1 = 1$, $n_c^2 = 1/M_\pi M_\rho$, $n_c^3 = 1$); M_π и M_ρ — массы π - и ρ -мезонов.

Для дальнейшей работы с матричным элементом (9) перейдем в брейтовскую систему отсчета (3). В выбранной системе отсчета вектор поляризации имеет следующий вид:

$$\eta^\nu(m_\rho) = -\frac{1}{\sqrt{2}}(0, 0, 1, i).$$

В системе Брейта выражение (9) имеет вид

$$\langle W_\pi^i | j_1(0) | W_\rho^i, 1, m_\rho \rangle = -\frac{q \left(\sqrt{M_\pi^2 + q^2} + \sqrt{M_\rho^2 + q^2} \right)}{\sqrt{2}} F_{\pi\rho}(Q^2). \quad (10)$$

Следует отметить, что компоненты матричного элемента тока (9) j_0 , j_2 , j_3 и соответствующие формфакторы оказываются равными нулю в ходе математических преобразований (3). Таким образом, для радиационного перехода $\rho \rightarrow \pi\gamma^*$ существует единственный формфактор, выраженный через первую трехмерную компоненту матричного элемента электромагнитного тока:

$$\langle W_\pi^i | j_1(0) | W_\rho^i, 1, m_\rho \rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}} G_{01}^{111}(Q^2), \quad (11)$$

где $G_{01}^{111}(Q^2)$ — формфактор составной системы, полученный при недиагональной параметризации.

Приравняв выражения (10) и (11), получим

$$F_{\pi\rho}(Q^2) = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{G_{01}^{111}(Q^2)}{q \left(\sqrt{M_\pi^2 + q^2} + \sqrt{M_\rho^2 + q^2} \right)}, \quad (12)$$

Используя модифицированное импульсное приближение [7], можно показать, что

$$G_{01}^{1,l,1}(Q^2) = \iint G_{01}^{1,l,1}(s, Q^2, s') \varphi(s) \varphi_{S'}^{J'}(s') d\sqrt{s} d\sqrt{s'}, \quad (13)$$

где

$$\varphi(s) = \sqrt[4]{sk} \psi(k), \quad \varphi_{S'}^{J'}(s') = \sqrt[4]{s'k'} \psi(k');$$

$\varphi(k)$ и $\psi(k')$ — волновые функции, удовлетворяющие условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^2(k) k^2 dk = 1.$$

Поставляя (13) в (12), получим окончательное выражение для расчета переходного формфактора $F_{\pi\rho}(Q^2)$:

$$F_{\pi\rho}(Q^2) = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{q(\sqrt{M_\pi^2 + q^2} + \sqrt{M_\rho^2 + q^2})} \times \\ \times \iint G_{01}^{111}(s, Q^2, s') \varphi(s) \varphi_{S'}^{J'}(s') d\sqrt{s} d\sqrt{s'}. \quad (14)$$

3. Расчет переходного формфактора $F_{\pi\rho}(Q^2)$. Для расчета формфактора (14) используем волновую функцию основного состояния гармонического осциллятора и волновую функцию степенного типа [19]:

$$\psi(k) = \frac{2}{\pi^{1/4} a^{3/2}} \exp\left(-\frac{k^2}{2a^2}\right), \quad (15)$$

$$\psi(k) = \sqrt{\frac{2^9}{7\pi b^3}} \frac{1}{(1 + k^2/b^2)^3}, \quad (16)$$

где a и b — параметры волновых функций, которые фиксируются из требования описания среднеквадратичных радиусов π - и ρ -мезонов [20].

Для расчета переходного формфактора выберем саксовские формфакторы кварков в виде

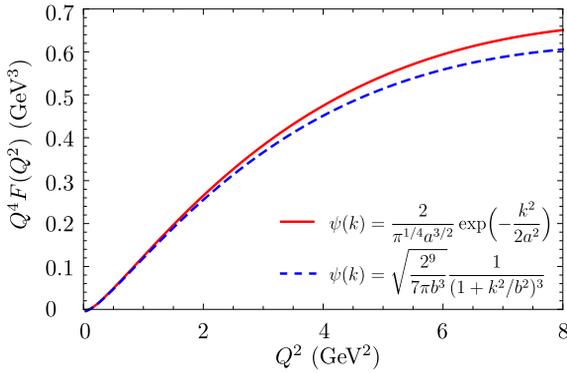
$$G_E(Q^2) = e_q f_q(Q^2), \quad G_M(Q^2) = (e_q + \kappa_q) f_q(Q^2),$$

где e_q — заряд кварка, κ_q — аномальный магнитный момент кварка в естественных единицах [21]. Для расчета функции $f_q(Q^2)$ будем использовать выражение, введенное в [22]:

$$f_q(Q^2) = \frac{1}{1 + \langle r_q^2 \rangle Q^2 / 6},$$

где $\langle r_q^2 \rangle = 0.3/M^2$ — среднеквадратичный радиус кварка [22].

Результаты расчета переходного формфактора (14) представлены на рисунке.



Результаты расчета переходного формфактора (14) для разных типов волновых функций: сплошная линия — расчет с использованием волновой функции (15); штриховая линия — расчет с использованием волновой функции (16) (online в цвете)

[The results of the calculation of the transition form factor (14) for different types of wave functions. Solid line is the results of the calculation using the wave function (15); dashed line is the results of a calculation using the wave function (16) (color online)]

Закключение. В рамках подхода ПИКМ проведена процедура построения матричного элемента тока перехода недиагонального по полному угловому моменту. Изложение данной методики проводилось на примере радиационного перехода $\rho \rightarrow \pi\gamma^*$. Для решения задачи в модифицированном релятивистском импульсном приближении проведено построение оператора электромагнитного тока для составной двухчастичной системы с учетом условий лоренц-ковариантности и сохранения. Получено аналитическое выражение для формфактора указанного перехода, которое совпадает с основными формами ПИКМ. Произведен численный расчет переходного формфактора с волновыми функциями двух видов.

Благодарности. Авторы выражают благодарность В. Е. Троицкому за плодотворные обсуждения.

ORCIDс

Александр Федорович Крутов: <http://orcid.org/0000-0002-8484-0028>

Роман Геннадьевич Полежаев: <http://orcid.org/0000-0002-8781-4116>

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Крутов А. Ф., Полежаев Р. Г. Описание радиационных распадов $V \rightarrow P\gamma^*$ в различных формах Пуанкаре-инвариантной квантовой механики / Четвертая международная конференция «Математическая физика и ее приложения»: материалы конф.; ред. чл.-корр. РАН И. В. Волович; д.ф.-м.н., проф. В. П. Радченко. Самара: СамГТУ, 2014. С. 210–211.
2. Arnaldi R. (et.al. NA60 Collaboration) Study of the electromagnetic transition form-factors in $\eta \rightarrow \mu^+\mu^-\gamma$ and $\omega \rightarrow \mu^+\mu^-\pi^0$ decays with NA60 // *Phys. Lett. B*, 2009. vol. 677, no. 5. pp. 260–266, arXiv: [0902.2547](https://arxiv.org/abs/0902.2547) [hep-ph]. doi: [10.1016/j.physletb.2009.05.029](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2009.05.029).
3. Usai G. (et.al. NA60 Collaboration) Low mass dimuon production in proton-nucleus collisions at 400 GeV/c // *Nucl. Phys. A*, 2011. vol. 855, no. 1. pp. 918–196. doi: [10.1016/j.nuclphysa.2011.02.037](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2011.02.037).
4. Uras A. (et.al. NA60 Collaboration) Measurement of the η and ω Dalitz decays transition form factors in p-A collisions at 400 GeV/c with the NA60 apparatus // *J. Phys.: Conf.*

- Ser.*, 2011. vol. 270, no. 1, 012038, arXiv: [1108.0968](https://arxiv.org/abs/1108.0968) [hep-ex]. doi: [10.1088/1742-6596/270/1/012038](https://doi.org/10.1088/1742-6596/270/1/012038).
5. Archilli F. (et.al. KLOE-2 Collaboration) Search for a vector gauge boson in ϕ meson decays with the KLOE detector // *Phys. Lett. B*, 2012. vol. 706, no. 4–5. pp. 251–255, arXiv: [1110.0411](https://arxiv.org/abs/1110.0411) [hep-ph]. doi: [10.1016/j.physletb.2011.11.033](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2011.11.033).
 6. Amsler C. (et.al. Particle Data Group) Review of particle physics // *Phys. Lett. B*, 2008. vol. 667, no. 1–5. pp. 1–6. doi: [10.1016/j.physletb.2008.07.018](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.07.018).
 7. Крутов А. Ф., Троицкий В. Е. Мгновенная форма Пуанкаре-инвариантной квантовой механики и описание структуры составных систем // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*, 2009. Т. 40, № 2. С. 269–319.
 8. Maris P., Tandy P.C. Electromagnetic transition form factors of light mesons // *Phys. Rev. C*, 2002. vol. 65, no. 4, 045211, arXiv: [nucl-th/0201017](https://arxiv.org/abs/nucl-th/0201017). doi: [10.1103/physrevc.65.045211](https://doi.org/10.1103/physrevc.65.045211).
 9. Yu J., Xiao B.-W., Ma B.-Q. Space-like and time-like pion-rho transition form factors in the light-cone formalism // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2007. vol. 34, no. 7. pp. 1845–1860, arXiv: [0706.2018](https://arxiv.org/abs/0706.2018) [hep-ph]. doi: [10.1088/0954-3899/34/7/021](https://doi.org/10.1088/0954-3899/34/7/021).
 10. Desplanques B. RQM description of the charge form factor of the pion and its asymptotic behavior // *Eur. Phys. J. A*, 2009. vol. 42, no. 2. pp. 219–236, arXiv: [0906.1889](https://arxiv.org/abs/0906.1889) [nucl-th]. doi: [10.1140/epja/i2009-10864-8](https://doi.org/10.1140/epja/i2009-10864-8).
 11. Ivashyn S.A. Vector to pseudoscalar meson radiative transition in chiral theory with resonances / *Problems of Atomic Science and Technology*. No. 1 / Nuclear Physics Investigations, 57, 2012. pp. 179–182, arXiv: [1111.1291](https://arxiv.org/abs/1111.1291) [hep-ph].
 12. Bierrat E. P., Schweiger W. Electromagnetic ρ -meson form factors in point-form relativistic quantum mechanics // *Phys. Rev. C*, 2014. vol. 89, no. 5, 055205, arXiv: [1404.2440](https://arxiv.org/abs/1404.2440) [hep-ph]. doi: [10.1103/physrevc.89.055205](https://doi.org/10.1103/physrevc.89.055205).
 13. Krutov A. F., Troitsky V. E., Tsirova N. A. Nonperturbative relativistic approach to pion form factor: predictions for future JLab experiments // *Phys. Rev. C*, 2009. vol. 80, no. 5, 055210, arXiv: [0910.3604](https://arxiv.org/abs/0910.3604) [nucl-th]. doi: [10.1103/physrevc.80.055210](https://doi.org/10.1103/physrevc.80.055210).
 14. Крутов А. Ф., Полежаев Р. Г. Описание электромагнитной структуры пиона в различных формах Пуанкаре-инвариантной квантовой механики // *Ядерная физика и инженеринг*, 2013. Т. 4, № 9–10. С. 848–852. doi: [10.1134/S2079562913090200](https://doi.org/10.1134/S2079562913090200).
 15. Чешков А. А., Широков Ю. М. Инвариантная параметризация локальных операторов // *Ж. эксперим. теорет. физ.*, 1963. Т. 44. С. 1982–1992.
 16. Zare R. N. *Angular Momentum: Understanding Spatial Aspects in Chemistry and Physics*. New York: Wiley, 1988. xi+349 pp.
 17. Edmonds A. R. *Angular Momentum in Quantum Mechanics* / Investigations in Physics. vol. 4. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1957. viii+146 pp.
 18. Cardarelli F., Grach I. L., Narodetskii I. M., Salmé G., Simula S. Radiative $\pi\rho$ and $\pi\omega$ transition form factor in a light-front constituent quark model // *Phys. Lett. B*, 1995. vol. 359, no. 1–2. pp. 1–7, arXiv: [nucl-th/9509004](https://arxiv.org/abs/nucl-th/9509004). doi: [10.1016/0370-2693\(95\)01058-x](https://doi.org/10.1016/0370-2693(95)01058-x).
 19. Андреев В. В., Крутов А. Ф. Электромагнитные формфакторы мезонов // *Проблемы физики, математики и техники*, 2011. № 1(6). С. 7–19.
 20. Крутов А. Ф., Троицкий В. Е. Релятивистские эффекты в электромагнитной структуре ρ -мезона // *Вестн. СамГУ. Естественнонаучн. сер.*, 2003. Второй спец. выпуск. С. 95–111.
 21. Gerasimov S. B. Magnetic moments of baryons and strange content of the nucleon // *Phys. Lett. B*, 1995. Т. 357, № 4. С. 666–670. doi: [10.1016/0370-2693\(95\)00934-d](https://doi.org/10.1016/0370-2693(95)00934-d).
 22. Cardarelli F., Grach I. L., Narodetskii I. M., Pace E., Salme G., Simula S. Hard Constituent Quarks and Electroweak Properties of Pseudoscalar Mesons // *Phys. Lett. B*, 1994. vol. 332, no. 1–2. pp. 1–7, arXiv: [nucl-th/9405014](https://arxiv.org/abs/nucl-th/9405014). doi: [10.1016/0370-2693\(94\)90849-4](https://doi.org/10.1016/0370-2693(94)90849-4).

Поступила в редакцию 17/XII/2014;
в окончательном варианте — 12/III/2015;
принята в печать — 08/IV/2015.

MSC: 81U05, 81U10

DESCRIPTION OF RADIATIVE DECAYS OF $V \rightarrow P\gamma^*$
IN DIFFERENT FORMS OF POINCARÉ-INVARIANT
QUANTUM MECHANICS*

A. F. Krutov, R. G. Polezhaev

Samara State University,
1, Academician Pavlov st., Samara, 443011, Russian Federation.

Abstract

The description of the radiative decays of $V \rightarrow P\gamma^*$ in different forms Poincaré invariant quantum mechanics (PIQM) is considered. To construct the matrix element of the electromagnetic current we use the non-diagonal parametrization procedure. The obtained matrix element of the current satisfies the conditions of the Lorentz covariance and conservation. To illustrate this approach in a modified relativistic impulse approximation the description of the radiative transition $\rho \rightarrow \pi\gamma^*$ is performed. An analytic expression for the transition form factor $F_{\pi\rho}(Q^2)$, matching all forms PIQM, is obtained. Numerical calculations of the transition form factor are made with different model wave functions.

Keywords: Poincaré invariant quantum mechanics, radiative decays, electromagnetic current, transition formfactor.

doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1378>

Acknowledgments. The authors are grateful to Vadim E. Troitsky for helpful comments and insightful discussions.

ORCID

Alexander F. Krutov: <http://orcid.org/0000-0002-8484-0028>Roman G. Polezhaev: <http://orcid.org/0000-0002-8781-4116>

REFERENCES

1. Krutov A. F., Polezhaev R. G. Description of radiative decays of $V \rightarrow P\gamma^*$ in different forms of Poincaré-invariant quantum mechanics, *The 4nd International Conference*

© 2015 Samara State Technical University.

Please cite this article in press as:

Krutov A. F., Polezhaev R. G. Description of radiative decays of $V \rightarrow P\gamma^*$ in different forms of Poincaré-invariant quantum mechanics, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2015, vol. 19, no. 2, pp. 259–269. doi: [10.14498/vsgtu1378](http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1378). (In Russian)

Authors Details:

Alexander F. Krutov (Dr. Phys. & Math. Sci.; krutov@samsu.ru), Professor, Dept. of General and Theoretical Physics.

Roman G. Polezhaev (polezhaev@list.ru; Corresponding Author), Postgraduate Student, Dept. of General and Theoretical Physics.

*This paper is an extended version of the paper [1], presented at the Mathematical Physics and Its Applications 2014 Conference.

- “*Mathematical Physics and its Applications*”, Book of Abstracts and Conference Materials; eds. I. V. Volovich; V. P. Radchenko. Samara, Samara State Technical Univ., 2014, pp. 210–211 (In Russian).
2. Arnaldi R. (et.al. NA60 Collaboration) Study of the electromagnetic transition form-factors in $\eta \rightarrow \mu^+ \mu^- \gamma$ and $\omega \rightarrow \mu^+ \mu^- \pi^0$ decays with NA60, *Phys. Lett. B*, 2009, vol. 677, no. 5, pp. 260–266, arXiv:0902.2547 [hep-ph]. doi: [10.1016/j.physletb.2009.05.029](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2009.05.029).
 3. Usai G. (et.al. NA60 Collaboration) Low mass dimuon production in proton-nucleus collisions at 400 GeV/c, *Nucl. Phys. A*, 2011, vol. 855, no. 1, pp. 918–196. doi: [10.1016/j.nuclphysa.2011.02.037](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2011.02.037).
 4. Uras A. (et.al. NA60 Collaboration) Measurement of the η and ω Dalitz decays transition form factors in p-A collisions at 400 GeV/c with the NA60 apparatus, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2011, vol. 270, no. 1, 012038, arXiv:1108.0968 [hep-ex]. doi: [10.1088/1742-6596/270/1/012038](https://doi.org/10.1088/1742-6596/270/1/012038).
 5. Archilli F. (et.al. KLOE-2 Collaboration) Search for a vector gauge boson in ϕ meson decays with the KLOE detector, *Phys. Lett. B*, 2012, vol. 706, no. 4–5, pp. 251–255, arXiv:1110.0411 [hep-ph]. doi: [10.1016/j.physletb.2011.11.033](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2011.11.033).
 6. Amsler C. (et.al. Particle Data Group) Review of particle physics, *Phys. Lett. B*, 2008, vol. 667, no. 1–5, pp. 1–6. doi: [10.1016/j.physletb.2008.07.018](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2008.07.018).
 7. Krutov A. F., Troitsky V. E. Instant form of Poincaré-invariant quantum mechanics and description of the structure of composite systems, *Physics of Particles and Nuclei*, 2009, vol. 40, no. 2, pp. 136–161. doi: [10.1134/S1063779609020026](https://doi.org/10.1134/S1063779609020026).
 8. Maris P., Tandy P.C. Electromagnetic transition form factors of light mesons, *Phys. Rev. C*, 2002, vol. 65, no. 4, 045211, arXiv:nucl-th/0201017. doi: [10.1103/physrevc.65.045211](https://doi.org/10.1103/physrevc.65.045211).
 9. Yu J., Xiao B.-W., Ma B.-Q. Space-like and time-like pion-rho transition form factors in the light-cone formalism, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 2007, vol. 34, no. 7, pp. 1845–1860, arXiv:0706.2018 [hep-ph]. doi: [10.1088/0954-3899/34/7/021](https://doi.org/10.1088/0954-3899/34/7/021).
 10. Desplanques B. RQM description of the charge form factor of the pion and its asymptotic behavior, *Eur. Phys. J. A*, 2009, vol. 42, no. 2, pp. 219–236, arXiv:0906.1889 [nucl-th]. doi: [10.1140/epja/i2009-10864-8](https://doi.org/10.1140/epja/i2009-10864-8).
 11. Ivashyn S.A. Vector to pseudoscalar meson radiative transition in chiral theory with resonances, *Problems of Atomic Science and Technology*. No. 1, Nuclear Physics Investigations, 57, 2012, pp. 179–182, arXiv:1111.1291 [hep-ph].
 12. Bierrat E. P., Schweiger W. Electromagnetic ρ -meson form factors in point-form relativistic quantum mechanics, *Phys. Rev. C*, 2014, vol. 89, no. 5, 055205, arXiv:1404.2440 [hep-ph]. doi: [10.1103/physrevc.89.055205](https://doi.org/10.1103/physrevc.89.055205).
 13. Krutov A. F., Troitsky V. E., Tsirova N. A. Nonperturbative relativistic approach to pion form factor: predictions for future JLab experiments, *Phys. Rev. C*, 2009, vol. 80, no. 5, 055210, arXiv:0910.3604 [nucl-th]. doi: [10.1103/physrevc.80.055210](https://doi.org/10.1103/physrevc.80.055210).
 14. Krutov A. F., Polezhaev R. G. Description of the electromagnetic structure of the pion in the various forms of the Poincaré-invariant quantum mechanics, *Iadernaia fizika i inzhiniring* [Nuclear Physics and Engineering], 2013, vol. 4, no. 9–10, pp. 848–852 (In Russian). doi: [10.1134/S2079562913090200](https://doi.org/10.1134/S2079562913090200).
 15. Cheshkov A. A., Shirokov Yu. M. Invariant parametrization of local operators, *Soviet Physics JETP*, 1963, vol. 17, pp. 1333–1339 ; Cheshkov A. A., Shirokov Yu. M. Invariant parametrization of local operators, *Nuclear Physics*, 1963, vol. 49, pp. 108–120. doi: [10.1016/0029-5582\(63\)90079-8](https://doi.org/10.1016/0029-5582(63)90079-8).
 16. Zare R. N. *Angular Momentum: Understanding Spatial Aspects in Chemistry and Physics*. New York, Wiley, 1988, xi+349 pp.
 17. Edmonds A. R. *Angular Momentum in Quantum Mechanics*, Investigations in Physics, vol. 4. Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1957, viii+146 pp.
 18. Cardarelli F., Grach I. L., Narodetskii I. M., Salmé G., Simula S. Radiative $\pi\rho$ and $\pi\omega$ transition form factor in a light-front constituent quark model, *Phys. Lett. B*, 1995, vol. 359, no. 1–2, pp. 1–7, arXiv:nucl-th/9509004. doi: [10.1016/0370-2693\(95\)01058-x](https://doi.org/10.1016/0370-2693(95)01058-x).

19. Andreev V. V., Krutov A. F. Electromagnetic form factors of mesons, *Problemy fiziki, matematiki i tekhniki*, 2011, no. 1(6), pp. 7–19 (In Russian).
20. Krutov A. F., Troitsky V. E. Relativistic effects in the electromagnetic structure of the ρ -meson, *Vestnik SamGU. Estestvenno-Nauchnaya Ser.*, 2003. Second Special Issue, pp. 95–111 (In Russian).
21. Gerasimov S. B. Magnetic moments of baryons and strange content of the nucleon, *Phys. Lett. B*, 1995, T. 357, № 4, C. 666–670. doi: [10.1016/0370-2693\(95\)00934-d](https://doi.org/10.1016/0370-2693(95)00934-d).
22. Cardarelli F., Grach I. L., Narodetskii I. M., Pace E., Salme G., Simula S. Hard Constituent Quarks and Electroweak Properties of Pseudoscalar Mesons, *Phys. Lett. B*, 1994, vol. 332, no. 1–2, pp. 1–7, arXiv: [nucl-th/9405014](https://arxiv.org/abs/nucl-th/9405014). doi: [10.1016/0370-2693\(94\)90849-4](https://doi.org/10.1016/0370-2693(94)90849-4).

Received 17/XII/2014;
received in revised form 12/III/2015;
accepted 08/IV/2015.