



Механика деформируемого твёрдого тела

УДК 539.376:539.4.014.13

РЕЛАКСАЦИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЁННОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

*В. П. Радченко, Т. И. Бочкова, В. В. Цветков*Самарский государственный технический университет,
Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

Аннотация

Предложен метод решения задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое полупространства в условиях ползучести. На первом этапе решена задача восстановления напряжённо-деформированного состояния в полупространстве после процедуры поверхностного пластического деформирования на основании частично известной информации о распределении одной компоненты тензора остаточных напряжений, определённой экспериментально. На втором этапе решена задача релаксации самоуравновешенных остаточных напряжений в условиях ползучести на основе численного метода. Для решения задачи введена декартова система координат: плоскость xOy совмещена с упрочнённой поверхностью полупространства, а ось Oz направлена по глубине упрочнённого слоя. Введены гипотезы плоских сечений, параллельных плоскостям xOz и yOz . Выполнен детальный теоретический анализ поставленной задачи. Для проверки адекватности численного метода выполнено сравнение расчётных значений с экспериментальными данными в плоских образцах (прямоугольные параллелепипеды) из сплава ЭП742 при $T = 650^\circ\text{C}$ после ультразвукового упрочнения при четырёх режимах упрочнения. Поскольку глубина залегания остаточных напряжений на два порядка меньше характерного размера образца, в качестве математической модели плоского образца использовано полупространство. Показано, что для всех четырёх режимов упрочнения расчётные и экспериментальные значения остаточных напряжений после процесса ползучести хорошо согласуются. Показано, что в процессе

© 2015 Самарский государственный технический университет.

Образец для цитирования

В. П. Радченко, Т. И. Бочкова, В. В. Цветков Релаксация остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом полупространстве в условиях ползучести // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2015. Т. 19, № 3. С. 504–522. doi: [10.14498/vsgtu1428](http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1428).

Сведения об авторах

Владимир Павлович Радченко (д.ф.-м.н., проф.; radch@samgtu.ru; автор, ведущий переписку), заведующий кафедрой, каф. прикладной математики и информатики.

Татьяна Игоревна Бочкова (tanechka.bochkova@mail.ru), магистрант, каф. прикладной математики и информатики.

Виталий Владимирович Цветков (vi.v.tsvetkoff@mail.ru), аспирант, каф. прикладной математики и информатики.

ползучести происходит уменьшение (по модулю) сжимающих остаточных напряжений в 1.4–1.6 раза.

Ключевые слова: полупространство, поверхностное пластическое упрочнение, остаточные напряжения, ползучесть, релаксация напряжений.

doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1428>

Введение. Методы поверхностного пластического деформирования являются одним из технологических приёмов повышения ресурса деталей и элементов конструкций. Эффективность этих методов для повышения сопротивления усталости при нормальных и умеренных температурах отмечалась в многочисленных работах [1–14 и др.]. Одной из проблем является оценка устойчивости наведённых остаточных напряжений к высокотемпературным нагрузкам, инициирующих появление деформации ползучести, что, в свою очередь, приводит к релаксации напряжений. Решение этой проблемы связано с развитием теоретических [7, 15–18] и экспериментальных [2, 3, 5, 17–20] работ для оценки релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести. В основном в отмеченных работах развиваются методы решения краевых задач для гладких упрочнённых цилиндрических образцов. В публикациях [21–23] рассмотрены вопросы релаксации в поверхностном слое отверстия диска газотурбинного двигателя, упрочнённой вращающейся лопатке и цилиндрическом образце с концентратором напряжений типа кругового надреза. Целью данной работы является разработка теоретического метода решения задач такого рода для плоских образцов. В качестве объекта исследования рассматривается поверхностно упрочнённое полупространство.

1. Методика расчёта напряжённо-деформированного состояния в полупространстве после процедуры упрочнения. Рассматривается полупространство, упрочнённое методом поверхностного пластического деформирования. Введём декартову систему координат, совместив плоскость xOy с упрочнённой поверхностью и направив ось Oz по глубине упрочнённого слоя (рис. 1). Обозначим через σ_x , σ_y , σ_z и q_x , q_y , q_z диагональные компоненты тензоров остаточных напряжений и остаточных пластических деформаций после процедуры упрочнения. Недиagonalными компонентами тензоров напряжений и пластических деформаций пренебрегаем, поскольку их значения, как правило, на порядок меньше, чем у диагональных компонент. При введённых ограничениях остаточные сжимающие напряжения и пластические деформа-

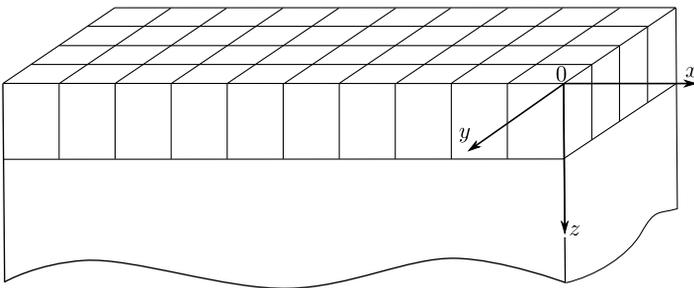


Рис. 1. Схематическое изображение упрочнённого полупространства
[Figure 1. Schematic representation of the surface hardened half-space]

ции не зависят от координат x и y , а зависят лишь от переменной z . Тогда $\sigma_i = \sigma_i(z)$, $q_i = q_i(z)$ ($i = x, y, z$). В дальнейшем, где это возможно, для краткости будем опускать в записи переменную z , при этом всегда будем считать, что $0 \leq z < +\infty$.

Будем использовать гипотезы плоских сечений ($x0z$ и $y0z$) для полных деформаций, которые обоснованы тем, что упрочнённый слой (область сжатия материала) несоизмеримо тоньше оставшейся неупрочнённой части полупространства (области растяжения материала):

$$\varepsilon_x(z) = 0, \quad \varepsilon_y(z) = 0, \quad 0 \leq z < +\infty, \quad (1)$$

где $\varepsilon_x(z)$ и $\varepsilon_y(z)$ — компоненты тензора полных деформаций.

Введём в рассмотрение гипотезу анизотропного упрочнения в виде

$$q_x = \alpha q_y, \quad (2)$$

где α — параметр анизотропии упрочнения, методика определения которого для широкого спектра упрочняющих технологий приведена в [24, 25].

Из условия пластической несжимаемости $q_x + q_y + q_z = 0$ и (2) получаем

$$q_z = -(1 + \alpha)q_y. \quad (3)$$

Запишем в развёрнутой форме соотношения (1):

$$\frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] + q_x = 0, \quad \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] + q_y = 0, \quad (4)$$

где E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона. В этих соотношениях $\sigma_z \equiv 0$, что следует из условия равновесия

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad \left(\lim_{z \rightarrow +\infty} \sigma_z(z) = 0 \right).$$

В силу этого из (2) и (4) имеем

$$\sigma_y = \frac{1 + \alpha\nu}{\alpha + \nu} \sigma_x. \quad (5)$$

Теперь из (2)–(5) нетрудно получить

$$q_x = -\frac{\alpha(1 - \nu^2)}{E(\alpha + \nu)} \sigma_x, \quad q_y = -\frac{1 - \nu^2}{E(\alpha + \nu)} \sigma_x, \quad q_z = \frac{(1 + \alpha)(1 - \nu^2)}{E(\alpha + \nu)} \sigma_x. \quad (6)$$

Таким образом, из формул (5), (6) следует, что если известна компонента тензора остаточных напряжений $\sigma_x = \sigma_x(z)$, $0 \leq z < +\infty$, и коэффициент анизотропии α , то все компоненты тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций определяются через эти величины. Иными словами, чтобы определить напряжённо-деформированное состояние в упрочнённом полупространстве, достаточно знать экспериментальную диаграмму

$\sigma_x = \sigma_x(z)$ и величину α . В частных случаях, например, при термопластическом упрочнении, упрочнения дробью, ультразвуковом упрочнении поверхности, величина $\alpha = 1$ [24, 25] и формулы (5), (6) упрощаются:

$$\sigma_x = \sigma_y, \quad q_x = q_y = -\frac{1}{E}(1 - \nu)\sigma_x, \quad q_z = \frac{2}{E}(1 - \nu)\sigma_x, \quad (7)$$

т.е. в этом случае достаточно иметь лишь зависимость $\sigma_x = \sigma_x(z)$, для определения которой имеются надёжные экспериментальные методы [26, 27]. В дальнейшем будем исходить из того, что экспериментальная диаграмма $\sigma_x = \sigma_x(z)$ известна.

2. Идентификация параметров аппроксимации для компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_x = \sigma_x(z)$. Как правило, диаграммы $\sigma_x = \sigma_x(z)$ (с учётом естественного условия $\lim_{z \rightarrow +\infty} \sigma_x(z) = 0$) после процедуры поверхностного пластического упрочнения выглядят так, как это схематически представлено на рис. 2. Экспериментальные методы [26, 27] позволяют определить эпюру $\sigma_x = \sigma_x(z)$ лишь в тонком упрочнённом слое (области сжатия материала). Но для решения задачи релаксации остаточных напряжений при ползучести необходимо иметь непрерывные поля остаточных напряжений и пластических деформаций во всей области интегрирования (во всём полупространстве). Поэтому первой задачей является аппроксимация экспериментальной эпюры $\sigma_x = \sigma_x(z)$ для всех $0 \leq z < +\infty$. Другими словами, необходимо выполнить экстраполяцию с области сжатия $0 \leq z \leq z_0$, где определяются экспериментальные значения, на область $z_0 < z < +\infty$.

Рассмотрим случай, представленный на рис. 2, а, когда максимальное (по модулю) сжимающее напряжение находится на упрочнённой поверхности. Поскольку к полупространству не приложены внешние силы, должно выполняться условие самоуравновешенности напряжений

$$\int_0^{+\infty} \sigma_x(z) dz = 0. \quad (8)$$

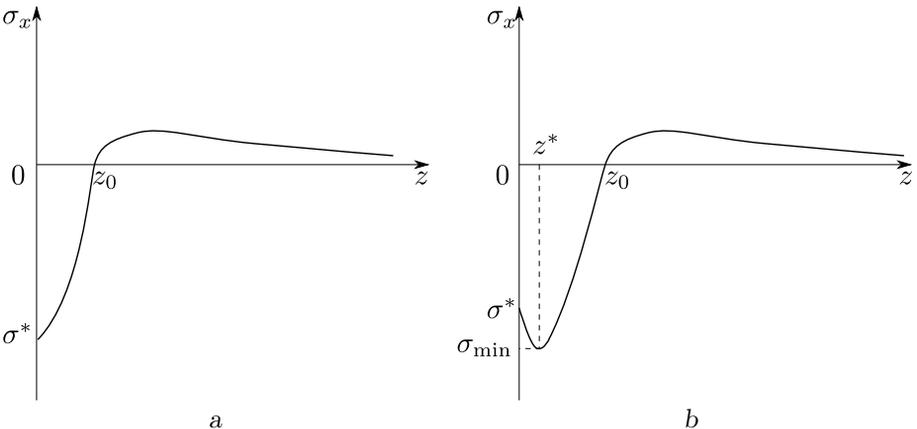


Рис. 2. Схематические экспериментальные эпюры $\sigma_x = \sigma_x(z)$
 [Figure 2. Schematic experimental epures of $\sigma_x = \sigma_x(z)$]

Исходя из вида графика (рис. 2,а) выберем аппроксимацию зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z)$ в следующем виде:

$$\sigma_x(z) = \sigma_0 \exp(-z^2) - \sigma_1 \exp(-z^2/b^2), \quad (9)$$

где σ_0 , σ_1 и b — параметры, которые можно определить, используя характерные точки эпюры $\sigma_x(z)$ и условие (8), из следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} \sigma_0 - \sigma_1 &= \sigma^*, \\ \sigma_0 \exp(-z_0^2) - \sigma_1 \exp(-z_0^2/b^2) &= 0, \\ \int_0^{+\infty} \sigma_x(z) dz &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\sigma^* = \sigma_x(0)$, $z = z_0$ — точка, в которой компонента σ_x обращается в 0 ($\sigma_x(z_0) = 0$).

Преобразуем третье соотношение (10) с учётом аппроксимации (9):

$$\sigma_0 \int_0^{+\infty} \exp(-z^2) dz - \sigma_1 \int_0^{+\infty} \exp(-z^2/b^2) dz = 0,$$

откуда, используя

$$\int_0^{+\infty} \exp(-z^2) dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2},$$

получаем

$$\sigma_0 = \sigma_1 b. \quad (11)$$

Подстановка (11) в первое соотношение (10) даёт

$$\sigma_1 = \sigma^*/(b - 1), \quad (12)$$

а подстановка во второе выражение (10) даёт уравнение

$$b \exp(-z_0^2) - \exp(-z_0^2/b^2) = 0,$$

которое решается численно относительно неизвестной величины b . После нахождения величины b определяются значения параметров σ_0 и σ_1 из соотношений (11), (12).

Рассмотрим теперь случай, представленный на рис. 2, б, когда максимальное сжимающее напряжение находится в подповерхностном слое. В этом случае аппроксимацию зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z)$ можно выбрать в виде

$$\sigma_x(z) = \sigma_0 \exp(-(z - z^*)^2/l^2) - \sigma_1 \exp(-(z - z^*)^2/b^2), \quad (13)$$

где σ_0 , σ_1 , l и b — параметры, для определения которых используется условие (8), а также значения в характерных точках эпюры $\sigma_x(z)$, в которых

$\sigma_x(0) = \sigma^*$, $\sigma_x(z^*) = \sigma_{\min}$ и $\sigma_x(z_0) = 0$. В результате получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \sigma_0 \exp(-z^{*2}/l^2) - \sigma_1 \exp(-z^{*2}/b^2) &= \sigma^*, \\ \sigma_0 - \sigma_1 &= \sigma_{\min}, \\ \sigma_0 \exp(-(z_0 - z^*)^2/l^2) - \sigma_1 \exp(-(z_0 - z^*)^2/b^2) &= 0, \\ \int_0^{+\infty} \sigma_x(z) dz &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Система (14) в силу выбора аппроксимации (13) требует симметрии эпюры $\sigma_x(z)$ относительно линии $z = z^*$ в области $0 < z < 2z^*$, что не всегда может быть реализовано для реальных экспериментальных данных. Поэтому в общем случае система (14) может быть несовместной. Для устранения этого недостатка положим $l = 1$, тогда (14) запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_0 \exp(-z^{*2}) - \sigma_1 \exp(-z^{*2}/b^2) &= \sigma^*, \\ \sigma_0 - \sigma_1 &= \sigma_{\min}, \\ \sigma_0 \exp(-(z_0 - z^*)^2) - \sigma_1 \exp(-(z_0 - z^*)^2/b^2) &= 0, \\ \int_0^{+\infty} \sigma_x(z) dz &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Система (15) является переопределённой (четыре уравнения и три неизвестных). Для устранения переопределённости можно отказаться от строгого выполнения одного из условий для эпюры $\sigma_x = \sigma_x(z)$, например, от её прохождения через точку $(z_0, 0)$. Тогда, отбрасывая третье соотношение в (15), получаем систему трёх уравнений относительно трёх неизвестных σ_0 , σ_1 и b :

$$\begin{aligned} \sigma_0 \exp(-z^{*2}) - \sigma_1 \exp(-z^{*2}/b^2) &= \sigma^*, \\ \sigma_0 - \sigma_1 &= \sigma_{\min}, \\ \int_0^{+\infty} \sigma_x(z) dz &= 0. \end{aligned}$$

Выполняя для полученной системы уравнений преобразования, аналогичные предыдущему случаю (см. аппроксимацию (9)), получим

$$\sigma_0 = \sigma_1 b, \quad \sigma_1 = \sigma_{\min}/(b - 1),$$

где величина b определяется из решения уравнения

$$b \exp(-z^{*2}) - \exp(-z^{*2}/b^2) = \sigma^* \frac{b - 1}{\sigma_{\min}}.$$

Таким образом, после идентификации параметров аппроксимаций (9) или (13) величина $\sigma_x = \sigma_x(z)$ будет иметь аналитическое представление для всех $0 \leq z < +\infty$, а значит будут иметь аналитические представления и остальные

компоненты тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций в соответствии с формулами (5), (6) при $\alpha \neq 1$ или (7) при $\alpha = 1$.

Следует отметить, что определение параметров σ_0 , σ_1 и b для аппроксимаций (9) и (13) можно осуществлять и другими методами, например, методом параметрической идентификации на основе разностных уравнений [28]. В частности, этим методом в работе [29] проведена идентификация параметров аналогичной аппроксимации для окружной компоненты остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце. Разность между погрешностями отклонения от экспериментальных данных (см. формулу (16) ниже) аппроксимирующих кривых, полученных методами параметрической идентификации и «характерных точек», составила 1.8%. При этом значения параметров, полученные по обоим методикам, оказались достаточно близкими между собой.

3. Экспериментальная проверка математической модели расчёта остаточных напряжений в полупространстве после процедуры изотропного упрочнения. Для экспериментальной проверки методики расчёта напряжённо-деформированного состояния в упрочнённом полупространстве после процедуры упрочнения воспользуемся экспериментальными данными работы [20], в которой исследованы поля остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ЭП742 (брусков с квадратным сечением 10×10 мм), наведённых на одной из поверхностей ультразвуковым упрочнением (УЗУ) при четырёх режимах обработки поверхности от 20 секунд до 80 секунд. Варианты обработки приведены в табл. 1. Поскольку глубина залегания остаточных напряжений на два порядка меньше характерного размера образца, в качестве математической модели плоского образца использовано полупространство.

Обработка УЗУ является изотропным процессом поверхностного пластического упрочнения, поэтому в данном случае коэффициент анизотропии $\alpha = 1$ и в дальнейшем будут применены формулы (7). Значения экспериментальных эпюр распределения остаточных напряжений после процедуры упрочнения для всех четырёх вариантов представлены на рис. 3 сплошными линиями. Из этих графиков следует, что в качестве аппроксимации необходимо использовать зависимость (13), поскольку максимальные сжимающие напряжения находятся не на поверхности, а в подповерхностном слое. Используя характерные точки графиков z_0 , z^* , σ^* и σ_{\min} , по изложенной выше методике определяем параметры аппроксимации (13), значения которых приведены в табл. 1. Расчётные зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z)$ по аппроксимации (13) с параметрами из табл. 1 приведены на рис. 3 штриховыми линиями (a, b, c, d) соответствуют режимам 1, 2, 3 и 4).

В последней строке табл. 1 приведены значения погрешности отклонения расчётных данных от экспериментальных, вычисленные по формуле

$$\Delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\sigma_x(z_i) - \sigma_x^{\text{э}}(z_i)]^2}{\sum_{i=1}^n [\sigma_x^{\text{э}}(z_i)]^2}} \cdot 100\%, \quad (16)$$

где $\sigma_x(z_i)$, и $\sigma_x^{\text{э}}(z_i)$ — соответственно расчётные и экспериментальные значения зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z)$ в точках дискретизации, n — количество точек дискретизации. В целом согласование расчётных и экспериментальных данных удовлетворительное.

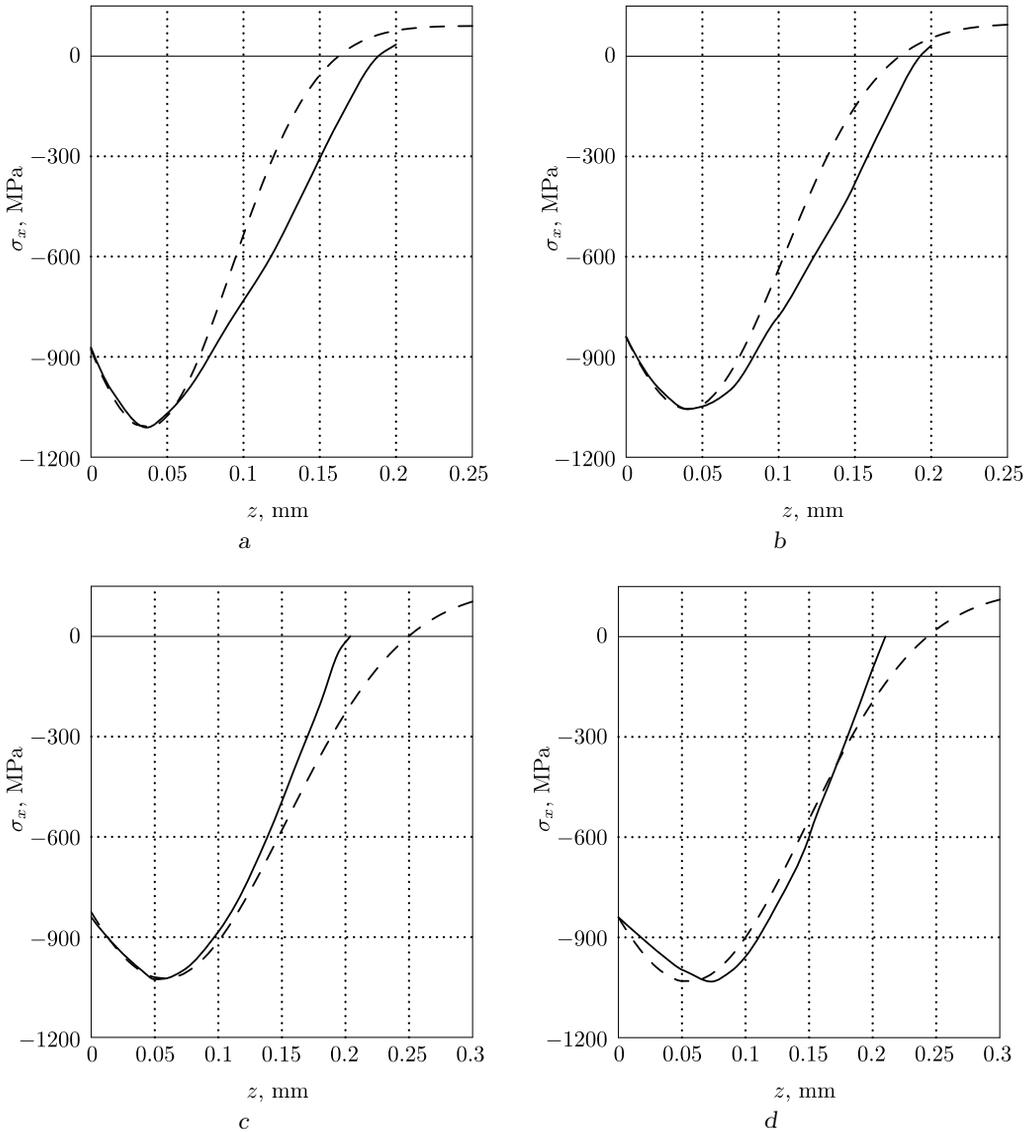


Рис. 3. Экспериментальные (сплошные линии) и расчётные (штриховые линии) эпюры остаточных напряжений $\sigma_x = \sigma_x(z)$ в поверхностном слое (сплав ЭП742) при различных режимах УЗУ (см. табл. 1): а – режим 1, б – режим 2, с – режим 3, д – режим 4

[Figure 3. Experimental (solid lines) and calculated (dashed lines) epures of residual stress $\sigma_x = \sigma_x(z)$ in the hardened layer (EP742 alloy) at various modes of ultrasonic impact treatment; the data of Fig. a corresponds to the mode 1; the data of Fig. b corresponds to the mode 2; the data of Fig. c corresponds to the mode 3; the data of Fig. d corresponds to the mode 4 (see Table 1)]

Таблица 1

Режимы УЗУ, характерные точки эпюры $\sigma_x = \sigma_x(z)$ и параметры аппроксимации (13) для образцов из сплава ЭП742 [20] [The modes of ultrasonic impact treatment, the characteristic points in epure $\sigma_x = \sigma_x(z)$, and the parameters of the approximation described by Eq. (13) for samples of EP742 alloy [20]]

	Режимы УЗУ [Modes of ultrasonic impact treatment]			
	1	2	3	4
Время обработки, сек [Treatment time, sec.]	20	40	60	80
z_0 , mm	0.189	0.193	0.204	0.210
z^* , mm	0.037	0.040	0.058	0.073
b , mm	0.079	0.089	0.134	0.131
σ^* , МПа	-872.0	-848.5	-840.4	-840.0
σ_{\min} , МПа	-1111.5	-1058.6	-1024.3	-1032.3
σ_0 , МПа	94.9	103.1	158.8	155.2
σ_1 , МПа	1206.5	1159.1	1182.8	1187.5
Δ , %; see Eq. (16)	18.75	17.78	14.07	7.73

В качестве примера на рис. 4 приведены расчётные зависимости для распределения компоненты тензоров остаточных пластических деформаций для первого режима упрочнения.

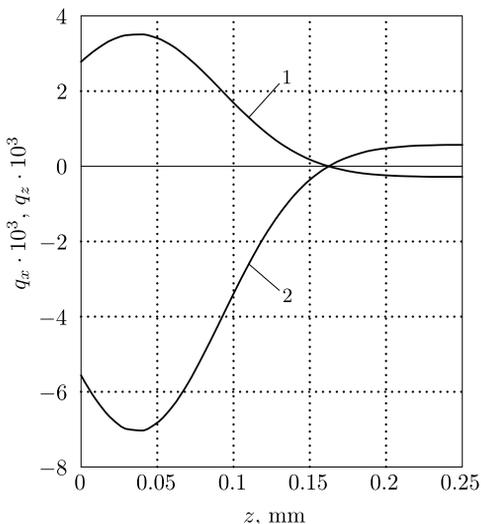


Рис. 4. Графики зависимостей $q_x = q_x(z)$ (линия 1) и $q_z = q_z(z)$ (линия 2) для 1-го режима УЗУ (сплав ЭП742)

[Figure 4. The graphs of dependencies: (1) — $q_x = q_x(z)$; (2) — $q_z = q_z(z)$; the mode 1 of ultrasonic impact treatment (EP742 alloy)]

4. Методика расчёта кинетики остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом полупространстве в условиях ползучести. Рассмотрим задачу расчёта кинетики остаточных напряжений, наведённых в процессе поверхностного пластического деформирования полупространства, в условиях высокотемпературной ползучести материала при отсутствии внешних сил. Такой режим в дальнейшем будем называть термоэкспозицией (температурная выдержка без нагрузки). В качестве начальных условий краевой задачи используется напряжённо-деформированное состояние, возникающее после процедуры упрочнения, которое сформировано в начальный момент времени $t = 0 - 0$ при температуре $T = T_1$ (как правило, комнатная температура).

Пусть при $t = 0$ происходит мгновенное прогревание полупространства с температуры $T = T_1$ до температуры $T = T_2$ ($T_2 > T_1$), при которой возникает процесс ползучести материала. Через E_1 обозначим модуль Юнга при $T = T_1$, а через E_2 — при $T = T_2$. Предполагаем также, что новых пластических деформаций не возникает и они определяются равенствами (6) при $E = E_1$. Температурные деформации в дальнейшем не учитываются, поскольку они дают просто равномерное увеличение объёма и не приводят к изменению остаточных напряжений в силу равномерного прогревания тела.

В момент времени $t = 0 + 0$ при $T = T_2$ в силу сохранения гипотезы плоских сечений (1) и неизменности компонент тензора остаточных пластических деформаций имеем следующее распределение для напряжений:

$$\sigma_x(z) = -\frac{E_2(\alpha + \nu)}{1 - \nu^2} q_y(z), \quad \sigma_y(z) = \frac{1 + \nu\alpha}{\alpha + \nu} \sigma_x(z).$$

Пусть теперь в течение времени $t \in [0, t^*]$ «образец» выдерживается при температуре $T = T_2$. Под действием самоуравновешенных напряжений в полупространстве будет накапливаться деформация ползучести, компоненты которой обозначим через $p_j = p_j(z, t)$ ($j = x, y, z$). Тогда имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_x(z, t) &= \frac{1}{E_2} [\sigma_x(z, t) - \nu\sigma_y(z, t)] + q_x(z) + p_x(z, t) = 0, \\ \varepsilon_y(z, t) &= \frac{1}{E_2} [\sigma_y(z, t) - \nu\sigma_x(z, t)] + q_y(z) + p_y(z, t) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Осевая компонента тензора деформаций является «пассивной» и определяется исходя из соотношения

$$\varepsilon_z(z, t) = -\frac{\nu}{E_2} [\sigma_x(z, t) + \sigma_y(z, t)] + q_z(z) + p_z(z, t).$$

Решая систему уравнений (17) относительно $\sigma_x(z, t)$ и $\sigma_y(z, t)$, получаем соотношения, описывающие кинетику этих напряжений во времени вследствие ползучести:

$$\begin{aligned} \sigma_x(z, t) &= \frac{E_2}{\nu^2 - 1} [q_x(z) + p_x(z, t) + \nu(q_y(z) + p_y(z, t))], \\ \sigma_y(z, t) &= \frac{E_2}{\nu^2 - 1} [q_y(z) + p_y(z, t) + \nu(q_x(z) + p_x(z, t))]. \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, если известны значения $p_x(z, t)$ и $p_y(z, t)$, то величины $\sigma_x(z, t)$ и $\sigma_y(z, t)$ определяются из (18).

Величины $p_x(z, t)$ и $p_y(z, t)$ вычисляются численно «шагами» по времени на основании выбранной теории ползучести, которая будет описана далее. Суть метода состоит в следующем. Пусть выполнена дискретизация по времени $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = t^*$ с шагом $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$) и нам известны значения $p_j(z, t_i)$ ($j = x, y, z$). Тогда на основании выбранной теории ползучести вычисляются приращения деформации ползучести $\Delta p_j(z, t_i)$ за шаг времени Δt для всех z и находятся значения $p_j(z, t_{i+1}) = p_j(z, t_i) + \Delta p_j(z, t_i)$. Далее с учётом $\sigma_z(z) \equiv 0$ по формулам (18) определяются напряжения $\sigma_j(z, t_{i+1})$ ($j = x, y$).

Пусть в момент времени $t = t^*$ происходит температурная разгрузка от $T = T_2$ до $T = T_1$, при этом модуль Юнга мгновенно изменяется с E_2 на E_1 . Тогда формулы (18) при $T = T_1$ принимают вид

$$\begin{aligned}\sigma_x(z, t^* + 0) &= \frac{E_2}{\nu^2 - 1} [q_x(z) + p_x(z, t^* + 0) + \nu(q_y(z) + p_y(z, t^* + 0))], \\ \sigma_y(z, t^* + 0) &= \frac{E_2}{\nu^2 - 1} [q_y(z) + p_y(z, t^* + 0) + \nu(q_x(z) + p_x(z, t^* + 0))].\end{aligned}\quad (19)$$

Соотношения (19) и задают окончательные выражения для напряжений после ползучести в условиях термоэкспозиции.

5. Проверка адекватности методики расчёта остаточных напряжений в упрочнённом полупространстве в условиях ползучести. Для решения сформулированной задачи использовались экспериментальные данные уже упоминавшейся работы [20], в которой приведены не только остаточные напряжения после процесса УЗУ, но и экспериментальные эпюры после процесса ползучести в условиях чистой термоэкспозиции для плоских образцов из сплава ЭП742 при $T = 650^\circ\text{C}$ в течение $t^* = 100$ часов. Обоснование использования модели полупространства для плоских образцов (брусков квадратного сечения) приведено выше в п. 3.

В работе [30] приведены экспериментальные данные по ползучести сплава ЭП742 при $T = 650^\circ\text{C}$, из анализа которых следует, что при данной температуре существенной является деформация ползучести для тех уровней остаточных напряжений, которые возникают после процедуры упрочнения, вследствие чего и происходит релаксация остаточных напряжений.

Для реализации методики, изложенной в п. 4, ключевым элементом является выбор модели ползучести, которая для одноосного напряжённого состояния выбирается в соответствии с [30] в следующем виде:

$$\begin{aligned}p(t) &= \sum_{k=1}^s v_k(t) + w(t); \\ v_k(t) &= \begin{cases} \lambda_k (a_k V_k(t) - v_k(t)), & (a_k V_k(t) - v_k(t)) \sigma(t) > 0, \\ 0, & (a_k V_k(t) - v_k(t)) \sigma(t) \leq 0; \end{cases} \\ \dot{w}(t) &= (\sigma(t)/\sigma^{**})^m,\end{aligned}\quad (20)$$

где v — вязкопластическая компонента деформации ползучести p (описывает первую стадию ползучести); $V_k(t) = (\sigma(t)/\sigma^{**})^n$; w — деформация вязкого течения (описывает вторую стадию ползучести); $s, \sigma^{**}, \lambda_k, a_k, n, c, m$ — параметры модели, методика идентификации которых приведена в [30]. Здесь σ^{**} — безмерный коэффициент, который может выбираться произвольно исходя из соображений удобства.

Модель (20) описывает деформацию ползучести в пределах первой и второй стадии, причём предполагается, что вся деформация является необратимой. В монографии [30] для модели (20) приведены следующие параметры для сплава ЭП742 при температуре $T = 650^\circ\text{C}$: $s = 1, \sigma^{**} = 500$ МПа, $\lambda_1 = \lambda = 0.022, a_1 = a = 6.1 \cdot 10^{-3}, n = 3.29, c = 0.722 \cdot 10^{-6}, m = 14.3$.

Для сложного напряжённого состояния с учётом $s = 1$ модель (20) обоб-

щается следующим образом [30]:

$$\begin{aligned}
 p_{ij}(t) &= v_{ij}(t) + w_{ij}(t); \\
 \begin{cases} v_{\omega\omega}(t) = (1 + \mu'') \beta_{\omega\omega}(t) - \mu''(\beta_{11}(t) + \beta_{22}(t) + \beta_{33}(t)), \\ \dot{\beta}_{\omega\omega}(t) = \begin{cases} \lambda(aB_{\omega\omega}(t) - \beta_{\omega\omega}(t)), & (aB_{\omega\omega}(t) - \beta_{\omega\omega}(t))\sigma_{\omega\omega}(t) > 0, \\ 0, & (aB_{\omega\omega}(t) - \beta_{\omega\omega}(t))\sigma_{\omega\omega}(t) \leq 0; \end{cases} \end{cases} \quad (21) \\
 \dot{w}_{ij}(t) &= \frac{3c}{2\sigma^{**}} \left(\frac{S(t)}{\sigma^{**}} \right)^{m-1} \left(\sigma_{ij}(t) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_0(t) \right), \\
 \sigma_0(t) &= \sigma_{11}(t) + \sigma_{22}(t) + \sigma_{33}(t),
 \end{aligned}$$

где $p_{ij}(t)$ – тензор деформации ползучести; $v_{ij}(t)$ и $w_{ij}(t)$ – тензоры вязкопластической (необратимой) компоненты деформаций и деформации вязкого течения;

$$B_{\omega\omega}(t) = \left(\frac{S(t)}{\sigma^{**}} \right)^{n-1} \frac{\sigma_{\omega\omega}(t)}{\sigma^{**}};$$

$S(t)$ – интенсивность напряжений; μ'' – коэффициент Пуассона для компоненты $v_{\omega\omega}$ (по рекомендации [30] можно использовать $\mu'' = 0.42$); σ^{**} , λ , a , n , c , m – параметры, имеющие тот же смысл, что и в соотношениях (20) при числе экспонент $s = 1$. Обозначим в (21): $p_{11} = p_x$, $p_{22} = p_y$, $p_{33} = p_z$, $\sigma_{11} = \sigma_x$, $\sigma_{22} = \sigma_y$, $\sigma_{33} = \sigma_z = 0$, $v_{11} = v_x$, $v_{22} = v_y$, $v_{33} = v_z$, $\beta_{11} = \beta_x$, $\beta_{22} = \beta_y$, $\beta_{33} = \beta_z = 0$; по повторяющемуся индексу ω суммирование в (21) не производится.

При численной реализации приращения всех компонент деформации в соотношениях (21) вычислялись по методу Эйлера. В расчётах использовались следующие значения: $T_1 = 20^\circ\text{C}$, $E_1 = 2.21 \cdot 10^5$ МПа, $T_2 = 650^\circ\text{C}$, $E_2 = 1.79 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0.3$, $\alpha = 1$ (поскольку УЗУ относится к процедуре изотропного упрочнения).

Подробно проанализируем результаты расчётов для первого режима упрочнения плоского образца. На рис. 5 экспериментальная (сплошная линия) и расчётная (штриховая линия) зависимости, обозначенные цифрой 1, соответствуют $\sigma_x = \sigma_x(z)$ после упрочнения при $T_1 = 20^\circ\text{C}$ ($t = 0 - 0$), цифрой 2

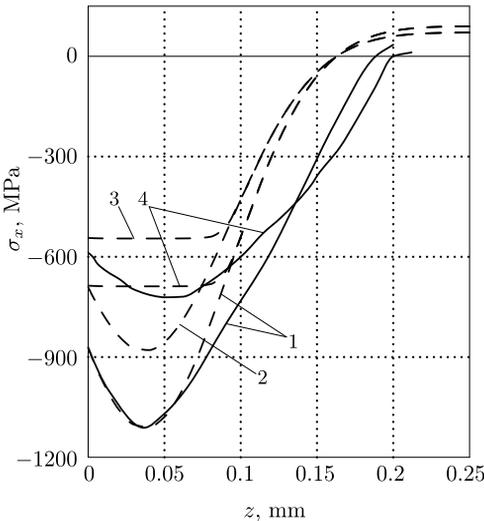


Рис. 5. Кинетика зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z, t)$ в процессе ползучести (режим 1, сплав ЭП742)

[Figure 5. There are experimental (solid lines) and calculated (dashed lines) epures of residual stress $\sigma_x = \sigma_x(z, t)$ after the mode 1 of ultrasonic impact treatment (EP742 alloy); the lines marked with 1 corresponds to the initial stress strain (when $t = 0$ and $T = 20^\circ\text{C}$) the line marked with 2 corresponds to the state after “instantaneous heating” (when $t = 0$ and $T = 650^\circ\text{C}$); the line marked with 3 corresponds to the state after the thermal exposition at elevated temperatures up to 650°C in 100 hours without cooling; the lines marked with 4 corresponds to the state after the thermal exposition in 100 hours and the cooling to a temperature of 20°C]

отмечена эта же расчётная зависимость при ступенчатом изменении температуры с $T_1 = 20^\circ\text{C}$ до $T_2 = 650^\circ\text{C}$ ($t = 0 + 0$), цифрой 3 – расчётная зависимость $\sigma_x = \sigma_x(z, t^* - 0)$ после ползучести в течение времени $t^* = 100$ часов при $T_2 = 650^\circ\text{C}$, цифрой 4 – распределение остаточных напряжений после температурной разгрузки ($t = t^* + 0$) с $T_2 = 650^\circ\text{C}$ до $T_1 = 20^\circ\text{C}$ (сплошная линия – эксперимент, штриховая – расчёт). Погрешность отклонения расчётных и экспериментальных данных в норме (16) для финишных зависимостей ($t^* = 100$ ч) составляет $\Delta = 27\%$.

На рис. 6 приведены финишные расчётные (штриховые линии) и экспериментальные (сплошные линии) зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z, t^* + 0)$ после ползучести в течение времени $t^* = 100$ часов при $T_2 = 650^\circ\text{C}$ и последующей температурной разгрузки для режимов упрочнения 2–4. Погрешности отклонения расчётных и экспериментальных данных, рассчитанные по (16), составляют для режима 2 – 27.4%, для режима 3 – 20.9%, для режима 4 – 37%.

С учётом того, что параметры модели ползучести (20), (21) брались из мо-

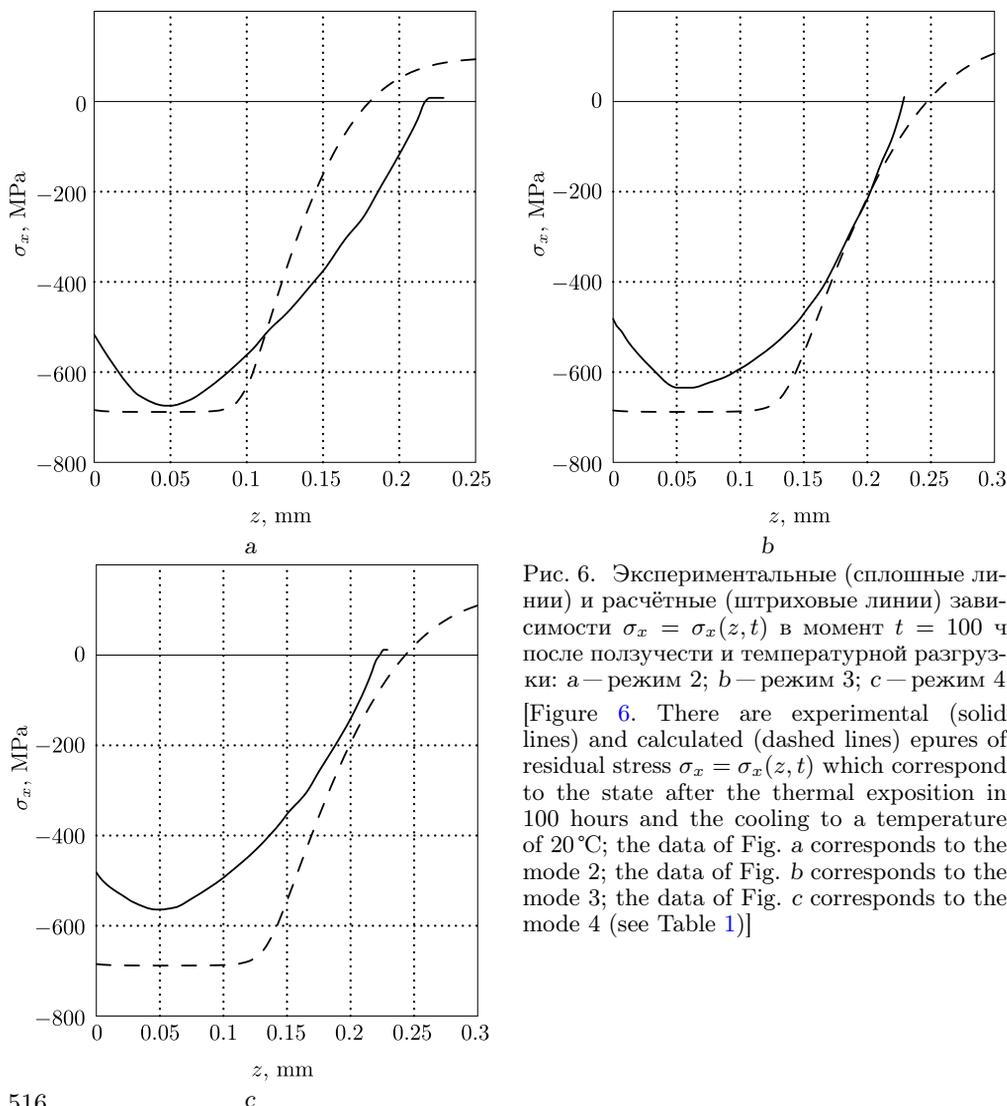


Рис. 6. Экспериментальные (сплошные линии) и расчётные (штриховые линии) зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z, t)$ в момент $t = 100$ ч после ползучести и температурной разгрузки: а – режим 2; б – режим 3; с – режим 4 [Figure 6. There are experimental (solid lines) and calculated (dashed lines) epures of residual stress $\sigma_x = \sigma_x(z, t)$ which correspond to the state after the thermal exposition in 100 hours and the cooling to a temperature of 20°C ; the data of Fig. a corresponds to the mode 2; the data of Fig. b corresponds to the mode 3; the data of Fig. c corresponds to the mode 4 (see Table 1)]

нографии [30], а экспериментально измеренная деформация ползучести имеет достаточно большой разброс, достигающий 20–50 % [31], полученные результаты расчёта релаксации остаточных напряжений в процессе ползучести плоских образцов следует признать удовлетворительными.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках базовой части государственного задания ФГБОУ ВПО «СамГТУ» (код проекта 1151) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 13-01-00699-а).

ORCIDс

Владимир Павлович Радченко: <http://orcid.org/0000-0003-4168-9660>

Татьяна Игоревна Бочкова: <http://orcid.org/0000-0002-8070-4846>

Виталий Владимирович Цветков: <http://orcid.org/0000-0001-9285-7607>

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Биргер И. А. *Остаточные напряжения*. М.: Машгиз, 1963. 262 с.
2. Павлов В. Ф., Кирпичёв В. А., Иванов В. Б. *Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочнённых деталей с концентраторами напряжений*. Самара: СНЦ РАН, 2008. 64 с.
3. Иванов С. И., Павлов В. Ф., Минин Б. В., Кирпичёв В. А., Кочеров Е. П., Головкин В. В. *Остаточные напряжения и сопротивление усталости высоконагруженных резьбовых деталей*. Самара: СНЦ РАН, 2015. 170 с.
4. Гриченко И. Г. *Упрочнение деталей из жаропрочных и титановых сплавов*. М.: Машиностроение, 1971. 120 с.
5. Кравченко Б. А., Круцило В. Г., Гутман Г. Н. *Термопластическое упрочнение – резерв повышения прочности и надёжности деталей машин*. Самара: СамГТУ, 2000. 216 с.
6. Сулима Г. Н., Шувалов В. А., Ягодкин Ю. Д. *Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин*. М.: Машиностроение, 1988. 240 с.
7. Радченко В. П., Саушкин М. Н. *Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях*. М.: Машиностроение-1, 2005. 226 с.
8. Altenberger, I., Nalla, R. K., Sano, Y., Wagner, L., Ritchie, R. O. On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of Ti-6-Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C // *Int. J. Fatigue*, 2012. vol. 44. pp. 292–302. doi: [10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008).
9. Brockman, R. A., Braisted W. R., Olson S. E., Tenaglia R. D., Clauer A. H., Langer K., Shepard M. J. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening // *Int. J. Fatigue*, 2012. vol. 36, no. 1. pp. 96–108. doi: [10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011).
10. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation // *Int. J. Fatigue*, 2008. vol. 30, no. 8. pp. 1398–1408. doi: [10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010).
11. James M. N., Hughes D. J., Chen Z., Lombard H., Hattingh D. G., Asquith D., Yates J. R., Webster P. J. Residual stresses and fatigue performance // *Engineering Failure Analysis*, 2007. vol. 14, no. 2. pp. 384–395. doi: [10.1016/j.engfailanal.2006.02.011](https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2006.02.011).
12. Majzooobi G.H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // *Materials Science and Engineering A*, 2009. vol. 516, no. 1-2. pp. 235–247. doi: [10.1016/j.msea.2009.03.020](https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.03.020).
13. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening Part 1 – effect of shot peening on fatigue resistance // *Materials Science and Technology (United Kingdom)*, 2013. vol. 29, no. 6. pp. 637–651. doi: [10.1179/1743284713Y.0000000222](https://doi.org/10.1179/1743284713Y.0000000222).
14. Terres M. A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // *Materials and Design*, 2012. vol. 35. pp. 741–748. doi: [10.1016/j.matdes.2011.09.055](https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.055).

15. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести // *Изв. вузов. Машиностроение*, 2004. № 11. С. 3–17.
16. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочнённом изделии цилиндрической формы при ползучести // *ПМТФ*, 2009. Т. 50, № 6. С. 90–99.
17. Радченко В. П., Кочеров Е. П., Саушкин М. Н., Смыслов В. А. Экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в упрочнённом цилиндрическом образце в условиях ползучести // *ПМТФ*, 2015. Т. 56, № 2. С. 169–177. doi: [10.15372/PMTF20150217](https://doi.org/10.15372/PMTF20150217).
18. Радченко В. П., Цветков В. В. Кинетика напряжённо-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце при сложном напряжённом состоянии в условиях ползучести // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2014. № 1(34). С. 93–108. doi: [10.14498/vsgtu1313](https://doi.org/10.14498/vsgtu1313).
19. Колотникова О. В. Эффективность упрочнения методами поверхностного пластического деформирования деталей, работающих при повышенных температурах // *Проблемы прочности*, 1983. № 2. С. 112–114.
20. Радченко В. П., Кирпичев В. А., Лунин В. А. Влияние термоэкспозиции на остаточные напряжения образцов из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки*, 2012. № 3(35). С. 147–154.
21. Саушкин М. Н., Афанасьева О. С. Исследование процесса релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое отверстия диска газотурбинного двигателя // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007. № 2(15). С. 51–59. doi: [10.14498/vsgtu530](https://doi.org/10.14498/vsgtu530).
22. Саушкин М. Н., Афанасьева О. С., Просвиркина Е. А. Оценка релаксации остаточных напряжений в упрочнённой вращающейся лопатке при ползучести // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007. № 1(14). С. 62–70. doi: [10.14498/vsgtu489](https://doi.org/10.14498/vsgtu489).
23. Кирпичёв В. А., Саушкин М. Н., Афанасьева О. С., Смыслов В. А. Прогнозирование предела выносливости упрочнённых деталей при повышенной температуре // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2010. № 1(20). С. 218–221. doi: [10.14498/vsgtu789](https://doi.org/10.14498/vsgtu789).
24. Радченко В. П., Саушкин М. Н., Павлов В. Ф. Метод расчёта остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрических образцах с учётом анизотропии процесса поверхностного упрочнения // *ПМТФ*, 2011. Т. 52, № 2. С. 173–182.
25. Радченко В. П., Павлов В. Ф., Саушкин М. Н. Исследование влияния анизотропии поверхностного пластического упрочнения на распределение остаточных напряжений в полых и сплошных цилиндрических образцах // *Вестник ПНИПУ. Механика*, 2015. № 1. С. 130–147. doi: [10.15593/perm.mech/2015.1.09](https://doi.org/10.15593/perm.mech/2015.1.09).
26. Иванов С. И., Букатый С. А. Об искажении формы детали типа бруса после обработки ППД // *Изв. вузов. Авиационная техника*, 1976. № 3. С. 127–129.
27. Иванов С. И. Определение остаточных напряжений в пластинках методом полосок / *Вопросы прочности элементов авиационных конструкций*. Куйбышев: КуАИ, 1971. С. 139–152.
28. Зотеев В. Е. *Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений*. М.: Машиностроение, 2009. 344 с.
29. Зотеев В. Е., Свистунова А. А. Численный метод определения параметров напряжённого состояния поверхностно упрочнённого слоя цилиндрического изделия на основе экспериментальных данных / *Перспективные информационные технологии (ПИТ 2015): Труды Международной научно-технической конференции*. Т. 2. Самара: СНЦ РАН, 2015. С. 251–255, http://www.ssau.ru/files/science/conferences/pit2015/pit_2015_p2_71.pdf.
30. Радченко В. П., Ерёмин Ю. А. *Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций*. М.: Машиностроение-1, 2004. 264 с.

31. Работнов Ю. Н. *Ползучесть элементов конструкций*. М.: Наука, 1966. 752 с.

Поступила в редакцию 20/IV/2015;
в окончательном варианте — 27/VI/2015;
принята в печать — 08/VIII/2015.

Vestn. Samar. Gos. Techn. Un-ta. Ser. Fiz.-mat. nauki
[J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2015, vol. 19, no. 3, pp. 504–522

ISSN: 2310-7081 (online), 1991-8615 (print) doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1428>

MSC: 74A10, 74D10, 74S20

RESIDUAL STRESSES RELAXATION IN SURFACE-HARDENED HALF-SPACE UNDER CREEP CONDITIONS

V. P. Radchenko, T. I. Bochkova, V. V. Tsvetkov

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation.

Abstract

We developed the method for solving the problem of residual stresses relaxation in surface-hardened layer of half-space under creep conditions. At the first stage we made the reconstruction of stress-strain state in half-space after plastic surface hardening procedure based on partial information about distribution for one residual stress tensor component experimentally detected. At the second stage using a numerical method we solve the problem of relaxation of self-balanced residual stresses under creep conditions. To solve this problem we introduce the following Cartesian system: xOy plane is aligned with hardened surface of half-space and Oz axis is directed to the depth of hardened layer. We also introduce the hypotheses of plane sections parallel to xOz and yOz planes. Detailed analysis of the problem has been done. Comparison of the calculated data with the corresponding test data was made for plane specimens (rectangular parallelepipeds) made of EP742 alloy during $T = 650^\circ\text{C}$ after the ultrasonic hardening with four hardening modes. We use half-space to model these specimens because penetration's depth of residual stresses is less than specimen general size in two digit exponent. There is enough correspondence of experimental and calculated data. It is shown that there is a decay (in modulus) of pressing residual stresses under creep in 1.4–1.6 times.

Keywords: half-space, plastic surface hardening, residual stresses, creep, stresses relaxation.

© 2015 Samara State Technical University.

Please cite this article in press as:

Radchenko V. P., Bochkova T. I., Tsvetkov V. V. Residual stresses relaxation in surface-hardened half-space under creep conditions, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2015, vol. 19, no. 3, pp. 504–522. doi: [10.14498/vsgtu1428](http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1428). (In Russian)

Authors Details:

Vladimir P. Radchenko (Dr. Phys. & Math. Sci.; radch@samgtu.ru; Corresponding Author), Head of Dept., Dept. of Applied Mathematics & Computer Science.

Tat'yana. I. Bochkova (tanechka.bochkova@mail.ru), Graduate Student, Dept. of Applied Mathematics & Computer Science.

Vitaly V. Tsvetkov (vi.v.tsvetkoff@mail.ru), Postgraduate Student, Dept. of Applied Mathematics & Computer Science.

doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1428>

Acknowledgments. This work was supported by the Russian Ministry of Education and Science within the base portion of the state task to Samara State Technical University (project no. 1151) and supported by the Russian Foundation for Basic Research (project no. 13-01-00699-a).

ORCIDs

Vladimir P. Radchenko: <http://orcid.org/0000-0003-4168-9660>

Tat'yana. I. Bochkova: <http://orcid.org/0000-0002-8070-4846>

Vitaly V. Tsvetkov: <http://orcid.org/0000-0001-9285-7607>

REFERENCES

1. Birger I. A. *Ostatochnye napriazheniia* [Residual stresses]. Moscow, Mashgiz, 1963, 262 pp. (In Russian)
2. Pavlov V. F., Kirpichev V. A., Ivanov V. B. *Ostatochnye napriazheniia i soprotivlenie ustalosti uprochnennykh detalei s kontsentratorami napriazhenii* [Residual Stresses and Fatigue Resistance of Hardened Parts with Stress Concentrators]. Samara, Samara Research Center, Russian Academy of Sciences, 2008, 64 pp. (In Russian)
3. Ivanov S. I., Pavlov V. F., Minin B. V., Kirpichev V. A., Kocherov E. P., Golovkin V. V. *Ostatochnye napriazheniia i soprotivlenie ustalosti vysokonagruzennykh rez'bovykh detalei* [Residual Stresses and Fatigue Resistance of High-loaded Threaded Parts]. Samara, Samara Research Center, Russian Academy of Sciences, 2015, 170 pp. (In Russian)
4. I. G. Grichenko *Uprochnenie detaley iz zharoprochnykh i titanovykh splavov* [Hardening components of heat-resistant and titanium alloys]. Moscow, Mashinostroenie, 1971, 120 pp. (In Russian)
5. B. A. Kravchenko, V. G. Krutsilo, G. N. Gutman *Termoplasticheskoe uprochnenie — rezerv povysheniya prochnosti i nadezhnosti detaley mashin* [Thermoplastic hardening as a reserve increase of strength and reliability of machine parts]. Samara, Samara State Technical Univ., 2000, 216 pp. (In Russian)
6. Sulima A. M., Shuvalov V. A., Yagodkin Yu. D. *Poverkhnostnyi sloi i ekspluatatsionnyye svoistva detalei mashin* [Surface layer and performance of machine parts]. Moscow, Mashinostroenie, 1988, 240 pp. (In Russian)
7. Radchenko V. P., Saushkin M. N. *Polzuchest' i relaksatsiya ostatochnykh napryazhenii v uprochnonnykh konstruktivnykh* [Creep and relaxation of residual stresses in hardened structures]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2005, 226 pp. (In Russian)
8. Altenberger, I., Nalla, R. K., Sano, Y., Wagner, L., Ritchie, R. O. On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue behavior of Ti-6-Al-4V at elevated temperatures up to 550°C, *Int. J. Fatigue*, 2012, vol. 44, pp. 292–302. doi: [10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008).
9. Brockman, R. A., Braisted W. R., Olson S. E., Tenaglia R. D., Clauer A. H., Langer K., Shepard M. J. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening, *Int. J. Fatigue*, 2012, vol. 36, no. 1, pp. 96–108. doi: [10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011).
10. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation, *Int. J. Fatigue*, 2008, vol. 30, no. 8, pp. 1398–1408. doi: [10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010).
11. James M. N., Hughes D. J., Chen Z., Lombard H., Hattingh D. G., Asquith D., Yates J. R., Webster P. J. Residual stresses and fatigue performance, *Engineering Failure Analysis*, 2007, vol. 14, no. 2, pp. 384–395. doi: [10.1016/j.engfailanal.2006.02.011](https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2006.02.011).
12. Majzoobi G.H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6, *Materials Science and Engineering A*, 2009, vol. 516, no. 1-2, pp. 235–247. doi: [10.1016/j.msea.2009.03.020](https://doi.org/10.1016/j.msea.2009.03.020).
13. Soady K. A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening Part 1 – effect of shot

- peening on fatigue resistance, *Materials Science and Technology (United Kingdom)*, 2013, vol. 29, no. 6, pp. 637–651. doi: [10.1179/1743284713Y.0000000222](https://doi.org/10.1179/1743284713Y.0000000222).
14. Terres M. A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach, *Materials and Design*, 2012, vol. 35, pp. 741–748. doi: [10.1016/j.matdes.2011.09.055](https://doi.org/10.1016/j.matdes.2011.09.055).
 15. Radchenko V. P., Saushkin M. N. Mathematical models of recovery and relaxation of residual stresses in the surface-hardened of cylindrical structural elements under creeping, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinost.*, 2004, no. 11, pp. 3–17 (In Russian).
 16. Radchenko V. P., Saushkin M. N. Direct method of solving the boundary-value problem of relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical specimen under creep conditions, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2009, vol. 50, no. 6, pp. 989–997. doi: [10.1007/s10808-009-0133-8](https://doi.org/10.1007/s10808-009-0133-8).
 17. Radchenko V. P., Kocherov E. P., Saushkin M. N., Smyslov V. A. Experimental and theoretical studies of the influence of a tensile load on the relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical specimen under creep conditions, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2015, vol. 56, no. 2, pp. 169–177. doi: [10.1134/S0021894415020170](https://doi.org/10.1134/S0021894415020170).
 18. Radchenko V. P., Tsvetkov V. V. Kinetics of the stress-strain state of surface hardened cylindrical specimen under complex stress state of creep, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2014, no. 1(32), pp. 93–108 (In Russian). doi: [10.14498/vsgtu1313](https://doi.org/10.14498/vsgtu1313).
 19. Kolotnikova O. V. Effectiveness of hardening by methods of plastic surface deformation of components operating at high temperatures, *Strength of Material*, 1983, vol. 15, no. 2, pp. 292–295. doi: [10.1007/BF01523487](https://doi.org/10.1007/BF01523487).
 20. Radchenko V. P., Kirpichev V. A., Lunin V. A. Influence of thermoexposition on residual stresses of specimens from EP742 alloy after the ultrasonic hardening, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Tech. Nauki*, 2012, no. 3(35), pp. 147–154 (In Russian).
 21. Saushkin M. N., Afanas'eva O. S. Investigation of residual stresses relaxation in the surface hardened disk hole of a gas-turbine engine, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2007, no. 2(15), pp. 51–59 (In Russian). doi: [10.14498/vsgtu530](https://doi.org/10.14498/vsgtu530).
 22. Saushkin M. N., Afanas'eva O. S., Prosvirkina E. A. Assessment of residual stresses relaxation in a hardened rotating blade under creep conditions, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2007, no. 1(14), pp. 62–70 (In Russian). doi: [10.14498/vsgtu489](https://doi.org/10.14498/vsgtu489).
 23. Kirpichev V. A., Saushkin M. N., Afanas'eva O. S., Smyslov V. A. Predictions of fatigue endurance limit of hardening samples at elevated temperature, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2010, no. 1(20), pp. 218–221 (In Russian). doi: [10.14498/vsgtu789](https://doi.org/10.14498/vsgtu789).
 24. Radchenko V. P., Saushkin M. N., Pavlov V. F. Method of calculating the fields of residual stresses and plastic strains in cylindrical specimens with allowance for surface hardening anisotropy, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2011, vol. 52, no. 2, pp. 303–310. doi: [10.1134/S0021894411020180](https://doi.org/10.1134/S0021894411020180).
 25. Radchenko V. P., Pavlov V. F., Saushkin M. N. Investigation of surface plastic hardening anisotropy influence on residual stresses distribution in hollow and solid cylindrical specimens, *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, no. 1, pp. 130–147 (In Russian). doi: [10.15593/perm.mech/2015.1.09](https://doi.org/10.15593/perm.mech/2015.1.09).
 26. Ivanov S. I., Bukatyi S. A. On form distortion of the details like a beam after plastic surface deformation, *Izv. vuzov. Aviatsonnaia tekhnika*, 1976, no. 3, pp. 127–129 (In Russian).
 27. Ivanov S. I. Residual stresses determination in plates by the method of strips, *Voprosy prochnosti elementov aviatsionnykh konstruksii* [Problems of strength for aircraft structural elements], vol. 48. Kuibyshev, Kuibyshev Aviation Institute, 1971, pp. 139–152 (In Russian).
 28. Zoteev V. E. *Parametricheskaiia identifikatsiia dissipativnykh mekhanicheskikh sistem na osnove raznostnykh uravnenii* [Parametric identification of dissipative mechanical systems based on difference equations]. Moscow, Mashinostroenie, 2009, 344 pp.

29. Zoteev V. E., Svistunova A. A. A numerical method for determining the parameters of the stress state of the surface hardened layer of cylindrical element on the basis of experimental data, *Perspektivnye informatsionnye tekhnologii (PIT 2015)* [Advanced information technologies (PIT 2015)], Proceedings of the Technical Conference, vol. 2. Samara, Samara Research Center, Russian Academy of Sciences, 2015, pp. 251–255 (In Russian), http://www.ssau.ru/files/science/conferences/pit2015/pit_2015_p2_71.pdf.
30. V. P. Radchenko, Yu. A. Eremin *Reologicheskoe deformirovanie i razrushenie materialov i elementov konstruksii* [Rheological deformation and fracture of materials and structural elements]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2004, 264 pp. (In Russian)
31. Rabotnov Yu. N. *Polzuchest' elementov konstruksii* [Creep of structural elements]. Moscow, Nauka, 1966, 752 pp. (In Russian)

Received 20/IV/2015;
received in revised form 27/VI/2015;
accepted 08/VIII/2015.