

УДК 539.376:539.4.014.13

КИНЕТИКА НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЁННОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ОБРАЗЦЕ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЁННОМ СОСТОЯНИИ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

В. П. Радченко, В. В. Цветков

Самарский государственный технический университет,
Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

Предложена методика решения краевой задачи оценки кинетики напряжённно-деформированного состояния поверхностно упрочнённого сплошного цилиндрического образца в условиях ползучести для трёх видов напряжённного состояния (растяжение, чистое кручение, совместное действие растягивающей нагрузки и крутящего момента). В качестве базовой реологической модели используется энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Разработан алгоритм численного решения задачи, позволяющий оценить релаксацию остаточных напряжений в упрочнённом слое на фоне ползучести цилиндрического образца для всех трёх видов напряжённного состояния. Выполнено детальное исследование влияния касательных напряжений на релаксацию остаточных напряжений при растяжении образца. Показано, что приложение крутящего момента к растягиваемому осевой нагрузкой образцу интенсифицирует процесс релаксации всех компонент тензора остаточных напряжений. Наблюдается существенное перераспределение напряжённного состояния по радиусу в зависимости от времени. Приводятся результаты вариативных расчётов.

Ключевые слова: *цилиндрический образец, поверхностное пластическое упрочнение, остаточные напряжения, ползучесть, растяжение, кручение, растяжение с кручением, релаксация напряжений.*

Вопросам теоретического и экспериментального исследования формирования остаточных напряжений после процедур поверхностного пластического и термопластического упрочнения посвящено большое число работ, в частности, например, достаточно полную картину по данной проблеме дают работы [1–6]. Во всех приведенных работах отмечается положительное влияние наведённых (сжимающих) остаточных напряжений в упрочнённом приповерхностном слое деталей различного назначения на характеристики их работоспособности (сопротивление усталости, длительная прочность, коррозионное растрескивание, трибологические характеристики и т.д.) при нормальных и

ISSN: 2310-7081 (online), 1991-8615 (print); doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1313>

© 2014 Самарский государственный технический университет.

Образец цитирования: В. П. Радченко, В. В. Цветков, “Кинетика напряжённно-деформированного состояния в поверхностно упрочнённом цилиндрическом образце при сложном напряжённном состоянии в условиях ползучести” // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2014. № 1 (34). С. 93–108. doi: [10.14498/vsgtu1313](http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1313).

Сведения об авторе: *Владимир Павлович Радченко* (д.ф.-м.н., проф.), заведующий кафедрой, каф. прикладной математики и информатики. *Цветков Виталий Владимирович*, студент, каф. прикладной математики и информатики.

E-mail address: radch@samgtu.ru (V.P. Radchenko, *Corresponding author*),

vi.v.tsvetkoff@mail.ru (V.V. Tsvetkov)

умеренных температурах.

Более сложная и неоднозначная картина наблюдается при оценке устойчивости остаточных напряжений в изделиях к высокотемпературным нагрузкам при ползучести в условиях много- или малоциклового нагружения. Из основных проблем отметим, что, во-первых, существенно усложняется экспериментальная часть исследований, во-вторых, естественным образом возникает необходимость решения краевой задачи, сложность которой обусловлена существенной нелинейностью определяющих реологических уравнений как в условиях ползучести, так и при много- или малоцикловом нагружении, при этом на наведённые остаточные напряжения накладываются (нелинейно) «рабочие» напряжения от внешних силовых факторов. Поэтому условия эксплуатации оказывают существенное влияние на состояние упрочнённого слоя: под действием рабочих квазистатических или циклических нагрузок и температур вследствие ползучести происходит изменение во времени (релаксация) остаточных напряжений на фоне реологического деформирования самой конструкции. Из вышеперечисленного следует, что исследование релаксации остаточных напряжений является важной задачей и в теоретическом, и в экспериментальном плане, при этом в прикладных вопросах скорость (время) полной релаксации может служить одним из диагностических признаков истощения ресурса поверхностно упрочнённых деталей.

К сожалению, подавляющее большинство работ по релаксации остаточных напряжений носит сугубо экспериментальный характер. Несмотря на более чем полувековую историю данного вопроса, в последнее время эмпирические подходы продолжают интенсивно развиваться. В частности, например, в работах [7–11] исследовалась релаксация наведённых остаточных напряжений в цилиндрических образцах либо в условиях термоэкспозиции (чисто температурной выдержки без механических нагрузок), либо в условиях одноосного нагружения при высоких температурах, а работы [13–15] посвящены влиянию циклических нагрузок на релаксацию остаточных напряжений.

Теоретические методы оценки остаточных напряжений и на стадии их формирования после процедуры упрочнения, и для описания их релаксации разработаны слабо и либо сводятся к упрощённым одноосным моделям [8, 15], либо позволяют определить две компоненты тензора остаточных напряжений, как, например, в методе колец и полосок для цилиндрических образцов [16, 17]. В полном объёме задача о восстановлении полей остаточных напряжений и остаточных пластических деформаций в цилиндрическом образце после упрочнения решена в работах [6, 18]. Приближённый метод решения краевой задачи о релаксации остаточных напряжений в растягиваемом упрочнённом цилиндрическом образце, основанный на декомпозиции конструкции на тонкий упрочнённый слой и «тело» конструкции, разработан в [6, 19]. При этом предполагалось, что упрочнённый слой «наклеен» на поверхность цилиндра и деформируется вместе с ним в режиме «жёсткого» нагружения при заданных значениях деформации на поверхности цилиндра. В работе [20] предложен прямой численный метод решения этой задачи и выполнена его экспериментальная проверка для упрочнённых образцов из сплава ЭИ691 при температуре 400 °С в условиях термоэкспозиции. Расчёт-

ные методики для оценки релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести для других видов напряжённого состояния отсутствуют.

В связи с вышеизложенным целью настоящей работы является разработка метода решения краевой задачи ползучести упрочнённого сплошного цилиндрического образца для трёх видов напряжённого состояния (растяжение, кручение, растяжение + кручение).

1. Формирование начального напряжённо-деформированного состояния в сплошном цилиндрическом образце после процедуры поверхностного пластического деформирования. Рассматривается сплошной цилиндрический образец радиуса R , в поверхностном слое которого методами поверхностного пластического деформирования наведены остаточные напряжения и пластические деформации. Задача решается в стандартной цилиндрической системе координат r, θ, z . Через $\sigma_r^{\text{res}}, \sigma_\theta^{\text{res}}, \sigma_z^{\text{res}}$ обозначим радиальное, окружное и осевое остаточные напряжения, а через q_r, q_θ, q_z — соответствующие компоненты тензора остаточных пластических деформаций после процедуры упрочнения. Недиагональными компонентами тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций пренебрегаем в силу их малости по сравнению с диагональными компонентами.

В предположении, что вторичные пластические деформации в области сжатия приповерхностного слоя отсутствуют и экспериментально известна компонента $\sigma_\theta^{\text{res}} = \sigma_\theta^{\text{res}}(r)$, в работах [6, 18–21] для остальных компонент тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций получены следующие зависимости:

$$\sigma_r^{\text{res}} = -\frac{1}{r} \int_r^R \sigma_\theta^{\text{res}}(\xi) d\xi; \quad (1)$$

$$q_\theta(r) = \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}{E(1 + \alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_0^r \xi^{\nu-1} [\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + (1 + \alpha)\sigma_\theta^{\text{res}}(\xi)] d\xi - \frac{1 + \mu}{E(1 + \alpha\mu)} [(1 - \mu)\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu\sigma_r^{\text{res}}(r)], \quad \nu = \frac{2 + \alpha}{1 + \alpha\mu}; \quad (2)$$

$$q_z(r) = \alpha q_\theta(r); \quad q_r(r) = -(1 + \alpha)q_\theta(r); \quad (3)$$

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R^2} \int_0^R r \left\{ q_z(r) - \frac{\mu}{E} [\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)] \right\} dr; \quad (4)$$

$$\sigma_z^{\text{res}}(r) = E(\varepsilon_z^0 - q(r)) + \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)), \quad (5)$$

где E — модуль Юнга; μ — коэффициент Пуассона; α — феноменологический параметр анизотропии упрочнения, методика идентификации которого изложена в [18, 21], при этом для пневмодробеструйной обработки микрошариками $\alpha = 1$ и эпюры напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}, \sigma_z^{\text{res}}$ практически совпадают [6], а, например, при обкатке роликом величина α может изменяться от 4 до 20 [21].

Таким образом, схема расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций в сплошном цилиндре после упрочнения его поверхности (в момент времени $t = 0 - 0$) имеет следующий вид:

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) \xrightarrow{(1)} \sigma_r^{\text{res}}(r) \xrightarrow{(2)} q_\theta(r) \xrightarrow{(3)} q_r(r), q_z(r) \xrightarrow{(4)} \varepsilon_z^0 \xrightarrow{(5)} \sigma_z^{\text{res}}(r). \quad (6)$$

Номера над стрелками означают формулы, по которым рассчитывается соответствующая величина. Из схемы (6) следует, что в конечном итоге компоненты σ_r^{res} , σ_z^{res} , q_r , q_θ и q_z определяются через $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и параметр α .

2. Модель ползучести и длительной прочности. Для решения задачи релаксации остаточных напряжений одним из основных этапов является выбор реологической модели. В настоящей работе используется энергетический вариант частного вида (без учета первой стадии ползучести), предложенный в [22] для решения краевой задачи в условиях совместного растяжения и кручения и учитывающий анизотропию свойств материала в условиях чистого растяжения и чистого сдвига. Основные соотношения модели имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{p} &= cS^{m-1}\sigma, & \dot{\gamma}^p &= 3c^*S^{m^*-1}\tau, & \sigma &= \sigma_0(1 + \omega), \\ \tau &= \tau_0(1 + \omega), & S_0 &= \sqrt{\sigma_0^2 + 3\tau_0^2}, & S &= S_0(1 + \omega), \\ \dot{\omega} &= \beta\sigma\dot{p} + \beta^*\tau\dot{\gamma}^p, & \beta &= \alpha_1(S_0)^{m_\alpha}, & \beta^* &= \alpha_1^*(S_0)^{m_\alpha^*}, \end{aligned} \quad (7)$$

где p — осевая деформация ползучести, γ^p — угол сдвига при ползучести, σ и σ_0 — истинное и номинальные нормальные напряжения, τ и τ_0 — истинное и номинальное касательные напряжения, S и S_0 — интенсивности истинных и номинальных напряжений, ω — параметр поврежденности; c , m , α_1 , m_α , c^* , m^* , α_1^* , m_α^* — параметры модели.

Для оценки «работоспособности» материала используется следующий критерий разрушения:

$$\Omega(t) = \int_0^t \frac{\sigma dp}{A_1(S_0)^{n_\alpha}} + \int_0^t \frac{\tau d\gamma^p}{A_1^*(S_0)^{n_\alpha^*}} < 1, \quad (8)$$

где A_1 , n_α , A_1^* , n_α^* — параметры, при этом если $\Omega(t^*) = 1$, то в момент времени $t = t^*$ происходит разрушение. В частном случае изотропного материала $c = c^*$, $m = m^*$, $\beta = \beta^*$ ($\alpha_1 = \alpha_1^*$, $m_\alpha = m_\alpha^*$), $A_1 = A_1^*$, $n_\alpha = n_\alpha^*$.

В работе [22] выполнена проверка адекватности модели (7), (8) экспериментальным данным [23] по ползучести сплава Д16Т ($T = 250^\circ\text{C}$) при растяжении образца, чистом сдвиге (кручении тонкостенного образца), а также сопоставление данных решения краевых задач для полых толстостенных цилиндрических образцов в условиях кручения и совместного кручения с растяжением с соответствующими опытными данными [23].

В связи с тем, что по схеме (6) начальное напряжённое состояние упрочнённого цилиндрического образца определяется компонентами σ_r^{res} , $\sigma_\theta^{\text{res}}$ и σ_z^{res} , в условиях растяжения и кручения сплошного цилиндрического образца соотношения ползучести при сложном напряжённом состоянии с учётом анизотропии свойств на кручение и растяжение (сжатие) должны иметь более сложную структуру, чем (7). Обобщение реологических соотношений (7) на рассматриваемое сложное напряжённое состояние принимается в виде ($i = j = r, \theta, z$):

$$\begin{aligned}
 \dot{p}_{ij} &= \frac{3}{2}cS^{m-1} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_0\delta_{ij} \right), \quad \sigma_0 = \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}; \\
 \dot{\gamma}^p &= 3c^*S^{m^*-1}\tau; \\
 \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^0(1 + \omega); \\
 \tau &= \tau_0(1 + \omega); \\
 \dot{\omega} &= \beta\sigma_{ij}\dot{p}_{ij} + \beta^*\tau\dot{\gamma}^p; \\
 S &= S_0(1 + \omega),
 \end{aligned} \tag{9}$$

где $\beta = \alpha_1(S_0)^{m_\alpha}$, $\beta^* = \alpha_1^*(S_0)^{m_\alpha^*}$, а все остальные обозначения (9) соответствуют (7); величины p_{rr} , $p_{\theta\theta}$, p_{zz} , σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} в дальнейшем обозначены одним индексом, т.е. соответственно p_r , p_θ , p_z , σ_r , σ_θ , σ_z . Величина интенсивности напряжений S_0 вычисляется по компонентам σ_{rr}^{res} , $\sigma_{\theta\theta}^{\text{res}}$, σ_{zz}^{res} и τ .

Видоизменится и критерий «работоспособности» материала (8), который запишется в виде

$$\Omega(t) = \int_0^t \frac{\sigma_{ij} dp_{ij}}{A_1(S_0)^{n_\alpha}} + \int_0^t \frac{\tau d\gamma^p}{A_1^*(S_0)^{n_\alpha^*}} < 1, \quad i = j = r, \theta, z.$$

3. Решение задачи о релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом сплошном цилиндрическом образце вследствие ползучести в условиях совместного растяжения и кручения. Рассмотрим поверхностно упрочнённый сплошной цилиндр радиуса R , находящийся под действием осевой растягивающей силы $F = F(t)$ и крутящего момента $M = M(t)$. Для решения краевой задачи оценки кинетики напряжённо-деформированного состояния в упрочнённом цилиндре вследствие ползучести приведем ее полную постановку:

– уравнения равновесия:

$$r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \sigma_r(r, t) = \sigma_\theta(r, t); \tag{10}$$

$$2\pi \int_0^R \sigma_z(r, t) r dr = F(t); \tag{11}$$

$$2\pi \int_0^R \tau(r, t) r^2 dr = M(t), \tag{12}$$

где $\sigma_r(r, t)$, $\sigma_\theta(r, t)$, $\sigma_z(r, t)$ и $\tau(r, t)$ — радиальная, окружная, осевая и касательная компоненты тензора напряжений соответственно;

– уравнение совместности деформаций

$$r \frac{d\varepsilon_\theta(r, t)}{dr} + \varepsilon_\theta(r, t) = \varepsilon_r(r, t), \tag{13}$$

где $\varepsilon_r(r, t)$ и $\varepsilon_\theta(r, t)$ — радиальная и окружная компоненты тензора полных деформаций соответственно;

– гипотеза плоских сечений

$$\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_z(t), \tag{14}$$

где $\varepsilon_z(r, t)$ — осевая компонента тензора полных деформаций;

– гипотеза прямых радиусов

$$\gamma(r, t) = r\theta(t), \quad (15)$$

где $\gamma(r, t)$ — полный угол сдвига, $\theta(t)$ — относительный угол закручивания;

– краевые условия:

$$\sigma_r(r, t)|_{r=R} = 0, \quad \lim_{r \rightarrow 0} \frac{d\sigma_r}{dr} = 0. \quad (16)$$

Поскольку в выражение для компоненты $\sigma_r = \sigma_r(r, \theta)$ время t входит как параметр, в соотношении (10) и в последующих формулах для производных компонент тензоров напряжений и деформаций используется оператор полной производной по r .

Сформулируем начальные условия. После проведения процедуры упрочнения в момент времени $t = 0 - 0$ напряжённо-деформированное состояние стержня по схеме (6) будет определяться тензором остаточных напряжений

$$\sigma_{ij}(r, 0 - 0) = \begin{pmatrix} \sigma_r^{\text{res}}(r) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z^{\text{res}}(r) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\theta^{\text{res}}(r) \end{pmatrix}$$

и тензором полных деформаций

$$\varepsilon_{ij}(r, 0 - 0) = \begin{pmatrix} \varepsilon_r(r, 0 - 0) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_z(r, 0 - 0) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_\theta(r, 0 - 0) \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(r, 0 - 0) &= \frac{1}{E} [\sigma_r^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r))] + q_r(r); \\ \varepsilon_z(r, 0 - 0) &= \frac{1}{E} [\sigma_z^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \sigma_r^{\text{res}}(r))] + q_z(r); \\ \varepsilon_\theta(r, 0 - 0) &= \frac{1}{E} [\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_z^{\text{res}}(r))] + q_\theta(r). \end{aligned}$$

Пусть в момент времени $t = 0 + 0$ к образцу приложены растягивающая сила F и крутящий момент M , вследствие чего в нем возникают «рабочие» напряжения

$$\sigma_{z0}(r) = \frac{F}{\pi R^2}; \quad \tau(r) = \frac{M}{J}r,$$

где $r \in [0, R]$ — расстояние до оси стержня,

$$J = 2\pi \int_0^R r^3 dr = \pi R^4/2$$

— осевой момент инерции. При этом происходит ступенчатое изменение тензора напряжений на величину рабочих напряжений:

$$\sigma_{ij}(r, 0 + 0) = \begin{pmatrix} \sigma_r^{\text{res}}(r) & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z^{\text{res}}(r) + \sigma_{z0}(r) & \tau(r) \\ 0 & \tau(r) & \sigma_\theta^{\text{res}}(r) \end{pmatrix} \quad (17)$$

и аналогичное изменение тензора полных деформаций:

$$\varepsilon_{ij}(r, 0 + 0) = \begin{pmatrix} \varepsilon_r(r, 0 + 0) & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_z(r, 0 + 0) & \frac{1}{2}\gamma(r, 0 + 0) \\ 0 & \frac{1}{2}\gamma(r, 0 + 0) & \varepsilon_\theta(r, 0 + 0) \end{pmatrix}, \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(r, 0 + 0) &= \frac{1}{E} [\sigma_r^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + (\sigma_z^{\text{res}}(r) + \sigma_{z0}(r)))] + q_r(r); \\ \varepsilon_z(r, 0 + 0) &= \frac{1}{E} [(\sigma_z^{\text{res}}(r) + \sigma_{z0}(r)) - \mu(\sigma_\theta^{\text{res}}(r) + \sigma_r^{\text{res}}(r))] + q_z(r); \\ \varepsilon_\theta(r, 0 + 0) &= \frac{1}{E} [\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu(\sigma_r^{\text{res}}(r) + (\sigma_z^{\text{res}}(r) + \sigma_{z0}(r)))] + q_\theta(r); \\ \gamma(r, 0 + 0) &= \tau(r)/G. \end{aligned}$$

Здесь $G = E/(2(1 + \mu))$ — модуль сдвига материала.

Тензоры напряжений (17) и деформаций (18), задающие исходное напряжённо-деформированное состояние после упрочнения в момент приложения нагрузки $t = 0 + 0$, являются начальными данными для краевой задачи ползучести.

При высоких температурах и нагрузке в упрочнённом цилиндрическом образце происходит релаксация остаточных напряжений за счет деформации ползучести. Компоненты тензора деформаций в любой момент времени t с учётом (14), (15) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_r(r, t) &= e_r(r, t) + q_r(r) + p_r(r, t); \\ \varepsilon_\theta(r, t) &= e_\theta(r, t) + q_\theta(r) + p_\theta(r, t); \\ \varepsilon_z(t) &= e_z(r, t) + q_z(r) + p_z(r, t); \\ r\theta(t) &= \gamma^e(r, t) + \gamma^p(r, t), \end{aligned} \quad (19)$$

где p_θ , p_z , p_r и γ^p — компоненты тензора деформаций ползучести.

Для описания процесса релаксации систему (19) необходимо разрешить относительно напряжений $\sigma_r(r, t)$, $\sigma_\theta(r, t)$, $\sigma_z(r, t)$ и $\tau(r, t)$, что и является целью дальнейшего исследования.

Запишем закон Гука для упругих деформаций:

$$e_r(r, t) = \frac{1}{E} [\sigma_r(r, t) - \mu(\sigma_\theta(r, t) + \sigma_z(r, t))]; \quad (20)$$

$$e_\theta(r, t) = \frac{1}{E} [\sigma_\theta(r, t) - \mu(\sigma_r(r, t) + \sigma_z(r, t))]; \quad (21)$$

$$e_z(r, t) = \frac{1}{E} [\sigma_z(r, t) - \mu(\sigma_\theta(r, t) + \sigma_r(r, t))]; \quad (22)$$

$$\gamma^e(r, t) = \frac{1}{G}\tau(r, t). \quad (23)$$

Подставляя (22) в третье соотношение (19), находим закон распределения осевого напряжения

$$\sigma_z(r, t) = E[\varepsilon_z(t) - q_z(r) - p_z(r, t)] + \mu[\sigma_\theta(r, t) + \sigma_r(r, t)]. \quad (24)$$

Вычитая из (20) уравнение (21), исключим компоненту $\sigma_z(r, t)$:

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = \frac{1 + \mu}{E}[\sigma_r(r, t) - \sigma_\theta(r, t)].$$

С учётом уравнения (10) последнее соотношение можно записать в виде

$$e_r(r, t) - e_\theta(r, t) = -\frac{1 + \mu}{E} \left(r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} \right).$$

Продифференцируем соотношение (21) по r :

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1}{E} \left[\frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} - \mu \left(\frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \frac{d\sigma_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (25)$$

Дифференцируя (24) и подставляя полученное соотношение в (25), находим

$$\frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E} \left[(1 - \mu) \frac{d\sigma_\theta(r, t)}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \frac{\mu E}{1 + \mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right].$$

Дифференцируя (10) и подставляя полученное в последнее соотношение, исключим величину $d\sigma_\theta/dr$:

$$\begin{aligned} \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = \frac{1 + \mu}{E} \left[r(1 - \mu) \frac{d^2\sigma_r(r, t)}{dr^2} + (2 - 3\mu) \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} + \right. \\ \left. + \frac{\mu E}{1 + \mu} \left(\frac{dq_z(r)}{dr} + \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) \right]. \quad (26) \end{aligned}$$

С учётом (19) и (24) преобразуем уравнение совместности деформаций (13):

$$\begin{aligned} r \frac{de_\theta(r, t)}{dr} = -\frac{1 + \mu}{E} \left(r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} \right) + (q_r(r) - q_\theta(r)) + \\ + (p_r(r, t) - p_\theta(r, t)) - r \left(\frac{dq_\theta(r)}{dr} + \frac{dp_\theta(r, t)}{dr} \right). \end{aligned}$$

Подставляя (26) в последнее равенство и учитывая соотношения для пластических деформаций (3), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно σ_r :

$$r^2 \frac{d^2\sigma_r(r, t)}{dr^2} + 3r \frac{d\sigma_r(r, t)}{dr} = g(r, t),$$

где

$$g(r, t) = \frac{E}{1 - \mu^2} \left[\frac{2 + \alpha}{1 + \alpha} q_r(r) + p_r(r, t) - p_\theta(r, t) - r \left(\frac{dp_\theta(r, t)}{dr} + \mu \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) + \frac{r}{1 + \alpha} (1 + \mu) \frac{dq_r(r)}{dr} \right].$$

Данное дифференциальное уравнение с граничными условиями (16) составляет краевую задачу, решение которой записывается следующим образом:

$$\sigma_r(r, t) = - \int_r^R \frac{1}{\xi^3} \int_0^\xi g(\eta, t) \eta d\eta d\xi. \quad (27)$$

Формула (27) описывает распределение радиальной компоненты тензора напряжений σ_r .

Распределение окружной компоненты σ_θ можно найти из уравнения равновесия (10) при известном σ_r :

$$\sigma_\theta(r, t) = \frac{d}{dr} [r\sigma_r(r, t)]. \quad (28)$$

Для определения σ_z по формуле (24) необходимо знать величину $\varepsilon_z(t)$. Подставляя (24) в (11), проводя необходимые операции интегрирования и разрешая полученное соотношение относительно $\varepsilon_z(t)$, получаем

$$\varepsilon_z(t) = \frac{\sigma_{z0}}{E} + \frac{2}{R^2} \int_0^R \left[q_z(r) + p_z(r, t) - \frac{\mu}{E} (\sigma_r(r, t) + \sigma_\theta(r, t)) \right] r dr. \quad (29)$$

Вычислив $\varepsilon_z(t)$, можно определить σ_z по формуле (24).

Распределение касательной компоненты τ тензора напряжений получаем аналогичным образом, подставляя (23) в четвертое соотношение (19):

$$\tau(r, t) = G[r\theta(t) - \gamma^p(r, t)], \quad (30)$$

где величина $\theta(t)$ определяется из подстановки (30) в (12):

$$\theta(t) = \frac{M(t)}{GJ} + \frac{2\pi}{J} \int_0^R \gamma^p(r, t) r^2 dr. \quad (31)$$

Таким образом, для вычисления кинетики всех компонент тензора напряжений в поверхностном слое при совместном растяжении и кручении может быть использован следующий алгоритм:

$$g(r, t) \xrightarrow{(27)} \sigma_r(r, t) \xrightarrow{(28)} \sigma_\theta(r, t) \xrightarrow{(29)} \varepsilon_z(t) \xrightarrow{(24)} \sigma_z(r, t) \xrightarrow{(31)} \theta(t) \xrightarrow{(30)} \tau(r, t).$$

Числа над стрелками обозначают номер формулы, по которой вычисляется соответствующая величина.

4. Численная реализация методики расчета релаксации остаточных напряжений при ползучести в поверхностно упрочнённом сплошном цилиндрическом образце. Реализация предложенной выше методики решения краевой задачи и анализ результатов выполнены для цилиндрического образца радиусом $R = 3.76$ мм с толщиной области сжатия упрочнённого слоя $h = 0.16$ мм из сплава ЖС6КП при $T = 900^\circ\text{C}$. Исследование выполнено для пневмодробеструйной обработки поверхности, поэтому в соотношениях (3) величина $\alpha = 1$ [6, 18, 21].

Отметим, что по схеме (6) исходной информацией для расчёта полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрическом образце после процедуры упрочнения является окружная компонента $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$, для которой согласно [6, 18] может быть использована следующая аппроксимация:

$$\sigma_\theta^{\text{res}}(r) = \sigma_0 + \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R-r)^2}{b^2}\right), \quad (32)$$

где σ_0, σ_1, b – параметры аппроксимации.

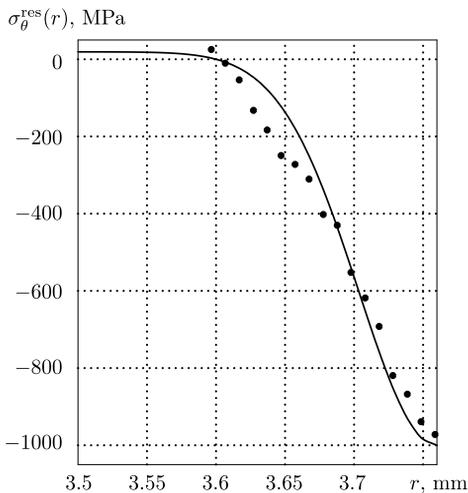


Рис. 1. Экспериментальная (точки) и расчётная (сплошная линия) эпюры остаточных напряжений $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ в упрочнённом слое цилиндрического образца (сплав ЖС6КП)

[Figure 1. Experimental (dotted) and calculated (solid) plots of residual stresses $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ in the hardened layer of cylindrical specimen (GS6KP alloy)]

время от 0 до 100 часов не успевает развиваться. Кроме этого, предполагалось, что сплав ЖС6КП не обладает свойством анизотропии.

Исходя из вышеизложенного в модели (9) полагалось $c = c^*, m = m^*, \omega = 0$ ($\alpha_1 = \alpha_1^* = 0$), а численные значения этих параметров приведены в [24]: $c = 1.5 \cdot 10^{-20}$ (МПа) $^{-m}$, $m = 6.62$.

На рис. 1 точками представлены экспериментальные данные для компоненты $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ [6], на основании которых по методике [6] получены параметры аппроксимации (32): $\sigma_0 = 19.3$ МПа, $\sigma_1 = -1019.3$ МПа, $b = 0.08$ мм. Расчётные значения $\sigma_\theta^{\text{res}}(r)$ после процедуры упрочнения, т. е. в момент времени $t = 0 - 0$, полученные по схеме (6), приведены на рис. 1 сплошной линией.

Далее с использованием аппроксимации (32) по схеме (6) были рассчитаны поля остаточных напряжений σ_z^{res} и σ_r^{res} , а также поля пластических деформаций q_θ, q_z и q_r . В расчётах использовалось значение модуля Юнга $E = 2 \cdot 10^5$ МПа и коэффициент Пуассона $\mu = 0.33$.

Для реализации процесса ползучести упрочнённого образца применялась реологическая модель (9). Кривые ползучести сплава ЖС6КП при $T = 900^\circ\text{C}$ [23] имеют незначительную величину деформации ползучести, накопленную на первой стадии, поэтому в данной работе она не учитывалась, так же как и третья стадия ползучести, которая за расчётное

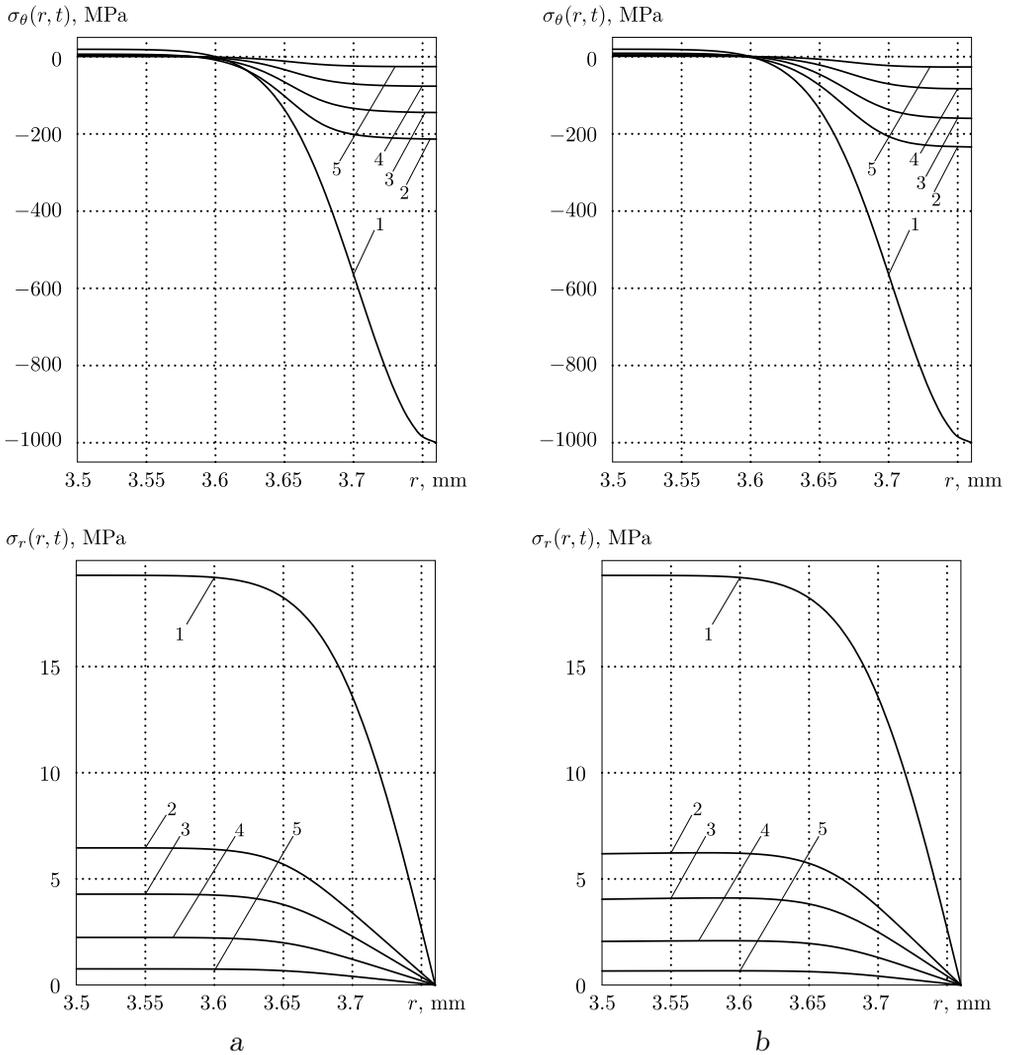


Рис. 2. Расчётные эпюры релаксации напряжений $\sigma_\theta(r, t)$ и $\sigma_r(r, t)$ в процессе ползучести цилиндрического образца (сплав ЖС6КП, $T = 900^\circ\text{C}$) при осевой нагрузке $F = a$ (a) и $F = 4,36$ кН (b) и крутящем моменте $M = 12,3$ кН·мм: Метки: 1 - $t = 0 + 0$ ч; 2 - $t = 5$ ч; 3 - $t = 20$ ч; 4 - $t = 50$ ч; 5 - $t = 100$ ч

[Figure 2. Calculated epures of stresses $\sigma_\theta(r, t)$ and $\sigma_r(r, t)$ relaxation for cylindrical specimen under creep (GS6KP alloy, $T = 900^\circ\text{C}$) with tensile load $F = 0$ (a) and $F = 4,36$ kN (b), and torque load $M = 12,3$ kN·mm. Numbers: 1 - $t = 0 + 0$ h; 2 - $t = 5$ h; 3 - $t = 20$ h; 4 - $t = 50$ h; 5 - $t = 100$ h]

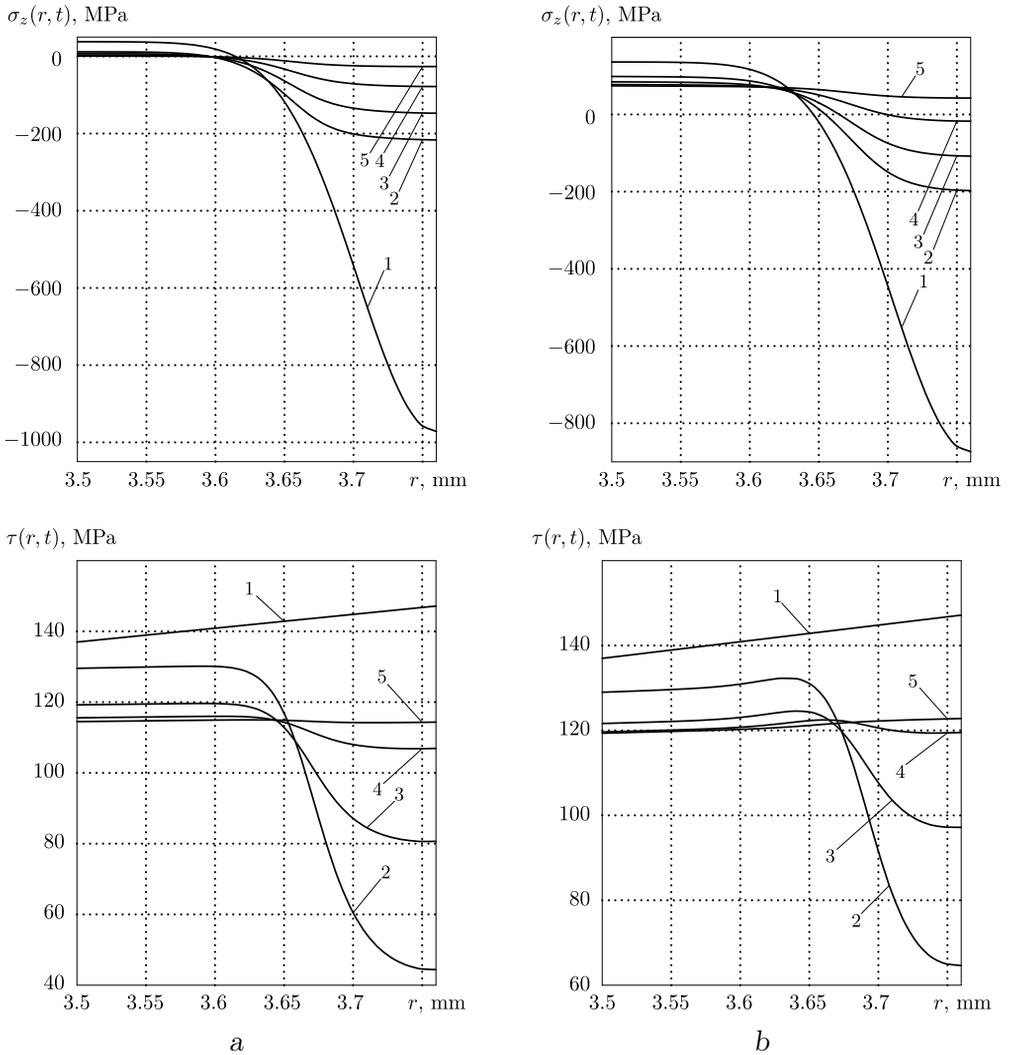


Рис. 3. Расчетные эпюры релаксации напряжений $\sigma_z(r, t)$ и $\tau(r, t)$ в процессе ползучести цилиндрического образца (сплав ЖС6КП, $T = 900^\circ\text{C}$) при осевой нагрузке $F = 0$ (а) и $F = 4.36$ кН (b) и крутящем моменте $M = 12.3$ кН·мм. Метки: 1 - $t = 0 + 0$ ч; 2 - $t = 5$ ч; 3 - $t = 20$ ч; 4 - $t = 50$ ч; 5 - $t = 100$ ч

[Figure 3. Calculated epures of stresses $\sigma_z(r, t)$ and $\tau(r, t)$ relaxation for cylindrical specimen under creep (GS6KP alloy, $T = 900^\circ\text{C}$) with tensile load $F = 0$ (a) and $F = 4.36$ kN (b), and torque load $M = 12.3$ kN·mm. Numbers: 1 - $t = 0 + 0$ h; 2 - $t = 5$ h; 3 - $t = 20$ h; 4 - $t = 50$ h; 5 - $t = 100$ h]

Задача ползучести решалась численно, «шагами» по времени. Весь процесс деформирования разбивался на отрезки $[t_j, t_{j+1}]$ длиной Δt_j ($j = 0, 1, 2, \dots$), в пределах которых все характеристики напряжённого состояния считались постоянными и соответствующими значению времени $t = t_j$, а приращения компонент тензора деформаций ползучести на этом интервале вычислялись численным интегрированием (9) методом Эйлера. При реализации предложенной методики все производные аппроксимировались соответствующими разностными соотношениями, а интегралы вычислялись по квадратурным формулам численного интегрирования.

Теоретический анализ задачи релаксации остаточных напряжений в процессе ползучести выполнен при различных сочетаниях растягивающей нагрузки F и крутящего момента M . В качестве примера на рис. 2 приведены расчётные значения напряжений $\sigma_\theta(r, t)$ и $\sigma_r(r, t)$ в процессе ползучести при $F = 0$ и $M = 12.3$ кН·мм (а) и при $F = 4.36$ кН и $M = 12.3$ кН·мм (b) в приповерхностном слое ($r \in [3.5, 3.76]$ мм) в различные моменты времени, а на рис. 3 — аналогичная информация для напряжений $\sigma_z(r, t)$ и $\tau(r, t)$.

Анализ данных, представленных на рис. 2 и 3, свидетельствует, что при одном и том же значении крутящего момента приложение растягивающей нагрузки интенсифицирует процесс релаксации напряжений, при этом к моменту времени $t = 100$ ч остаточные напряжения практически полностью релаксировали. Достаточно сложная картина наблюдается для компоненты τ , поскольку здесь происходит перераспределение касательных напряжений и вследствие ползучести образца, и в силу релаксации в самом упрочнённом слое.

В качестве замечания отметим, что из анализа графиков для компонент σ_θ , σ_r и σ_z следует, что на стадии установившейся ползучести (в данном случае при $t = 100$ ч) при растягивающей нагрузке $F = 0$ все три компоненты напряжений σ_θ , σ_r и σ_z практически равны нулю, а при $F = 4.36$ кН компоненты σ_θ и σ_r близки к нулю, в то время как распределение компоненты $\sigma_z = \sigma_z(r)$ близко к стационарному, определяемому соотношением $\sigma_{z0} = F/(\pi R^2) \approx 100$ МПа. Эти замечания свидетельствуют об адекватности метода решения поставленной краевой задачи, поскольку не противоречат физическому протеканию процесса на стадии установившейся ползучести.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках базовой части государственного задания ФГБОУ ВПО «СамГТУ». Код проекта: 1151.

This work was supported by the Russian Ministry of Education and Science within the base portion of the state task to Samara State Technical University, project no. 1151.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. И. А. Биргер, *Остаточные напряжения*, М.: Машгиз, 1963. 262 с. [I. A. Birger, *Ostatochnyye napryazheniya* [Residual stresses], Moscow, Mashgiz, 1963, 262 pp. (In Russian)]
2. В. Ф. Павлов, В. А. Кирпичев, В. Б. Иванов, *Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочнённых деталей с концентраторами напряжений*, Самара: СНЦ РАН, 2008. 64 с. [V. F. Pavlov, V. A. Kirpichev, V. B. Ivanov, *Ostatochnyye napryazheniya i soprotivlenie ustalosti uprochnennykh detaley s kontsentratorami napryazheniy* [Residual Stresses and Fatigue Resistance of Hardened Parts with Stress Concentrators], Samara, Samara Scientific Center, Russian Academy of Sciences, 2008, 64 pp. (In Russian)]

3. И. Г. Гриченко, *Упрочнение деталей из жаропрочных и титановых сплавов*, М.: Машиностроение, 1971. 120 с. [I. G. Grichenko, *Uprochnenie detaley iz zharoprochnykh i titanovykh splavov* [Hardening Components of Heat-Resistant and Titanium Alloys], Moscow, Mashinostroenie, 1971, 120 pp. (In Russian)]
4. Б. А. Кравченко, В. Г. Круцило, Г. Н. Гутман, *Термопластическое упрочнение — резерв повышения прочности и надежности деталей машин*, Самара: СамГТУ, 2000. 216 с. [B. A. Kravchenko, V. G. Krutsilo, G. N. Gutman, *Termoplasticheskoe uprochnenie — rezerv povysheniya prochnosti i nadezhnosti detaley mashin* [Thermoplastic Hardening as a Reserve Increase of Strength and Reliability of Machine Parts], Samara, Samara State Technical University, 2000, 216 pp. (In Russian)]
5. А. М. Сулима, В. А. Шувалов, Ю. Д. Ягодкин, *Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин*, М.: Машиностроение, 1988. 240 с. [A. M. Sulima, V. A. Shuvalov, Yu. D. Yagodkin, *Poverkhnostniy sloi i ekspluatatsionnye svoistva detaley mashin* [Surface Layer and Performance of Machine Parts], Moscow, Mashinostroenie, 1988, 240 pp. (In Russian)]
6. В. П. Радченко, М. Н. Саушкин, *Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях*, М.: Машиностроение-1, 2005. 226 с. [V. P. Radchenko, M. N. Saushkin, *Polzuchest' i relaksatsiya ostatochnykh napryazheniy v uprochnonnykh konstruktsiyakh* [Creep and Relaxation of Residual Stresses in Hardened Structures], Moscow, Mashinostroenie-1, 2005, 226 pp. (In Russian)]
7. В. П. Радченко, В. А. Кирпичев, В. А. Лунин, “Влияние термоэкспозиции на остаточные напряжения образцов из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения” // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Техн. науки*, 2012. №3(35). С. 147–154. [V. P. Radchenko, V. A. Kirpichev, V. A. Lunin, “Influence of thermoexposure on residual stresses of specimens from EP742 alloy after the ultrasonic hardening”, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Tech. Nauki*, 2012, no. 3(35), pp. 147–154. (In Russian)].
8. В. И. Цейтлин, О. В. Колотникова, “Релаксация остаточных напряжений в деталях турбины ГТД в процессе эксплуатации” // *Проблемы прочности*, 1980. №8. С. 46–48; V. I. Tseitlin, O. V. Kolotnikova, “Relaxation of residual stresses in gas-turbine engine parts”, *Strength of Materials*, 1980, vol. 12, no. 8, pp. 982-984. doi: [10.1007/BF00770521](https://doi.org/10.1007/BF00770521).
9. D. J. Buchanan, R. John., “Relaxation of shot-peened residual stresses under creep loading”, *Scripta Materialia*, 2008, vol. 59, no. 3, pp. 286–289. doi: [10.1016/j.scriptamat.2008.03.021](https://doi.org/10.1016/j.scriptamat.2008.03.021).
10. Lechun Xie, Chuanhai Jiang, Vincent Ji, “Thermal relaxation of residual stresses in shot peened surface layer of (TiB + TiC)/Ti-6Al-4V composite at elevated temperatures”, *Materials Science and Engineering: A*, 2011, vol. 528, no. 21, pp. 6478–6489. doi: [10.1016/j.msea.2011.04.075](https://doi.org/10.1016/j.msea.2011.04.075).
11. B. J. Foss, S. Gray, M. C. Hardy, S. Stekovic, D. S. McPhail, B. A. Shollock, “Analysis of shot-peening and residual stress relaxation in the nickel-based superalloy RR1000”, *Acta Materialia*, 2013, vol. 61, no. 7, pp. 2548–2559. doi: [10.1016/j.actamat.2013.01.031](https://doi.org/10.1016/j.actamat.2013.01.031).
12. A. Evans, S-B. Kim, J. Shackleton, G. Bruno, M. Preuss, P. J. Withers, “Relaxation of residual stress in shot peened Idimet 720Li under high temperature isothermae fatigue”, *Int. J. Fatigue*, 2005, vol. 27, no. 10–12, pp. 1530–1534. doi: [10.1016/j.ijfatigue.2005.07.027](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2005.07.027).
13. M. Benedetti, V. Fontanari, P. Scardi, C. L. A. Ricardo, M. Banclini, “Reverse bending fatigue of shot peened 7075-T651 aluminium alloy: the role of residual stress relaxation” // *Int. J. Fatigue*, 2009. №31. С. 1225–1236. doi: [10.1016/j.ijfatigue.2008.11.017](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2008.11.017).
14. Jong-Cheon Kim, Seong-Kyun Cheong, Hirochi Noguchi, “Residual stress relaxation and low- and high-cycle fatigue behavior of shot-peened medium-carbon steel”, *Int. J. Fatigue*, 2013, vol. 56, pp. 114–122. doi: [10.1016/j.ijfatigue.2013.07.001](https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2013.07.001).
15. О. В. Колотникова, “Эффективность упрочнения методами поверхностного пластического деформирования деталей, работающих при повышенных температурах” // *Проблемы прочности*, 1983. №2. С. 112–114; O. V. Kolotnikova, “Effectiveness of hardening

- by methods of plastic surface deformation of components operating at high temperatures”, *Strength of Material*, 1983, vol. 15, no. 2, pp. 292–295. doi: [10.1007/BF01523487](https://doi.org/10.1007/BF01523487).
16. С. И. Иванов, “Определение остаточных напряжений в поверхностном слое цилиндра” / *Вопросы прочности элементов авиационных конструкций*. Т. 48, Куйбышев: КуАИ, 1971. С. 153–168. [S. I. Ivanov, “Residual stresses determination in cylinder surface layer”, *Voprosy prochnosti elementov aviatsionnykh konstruksiy* [Problems of strength for aircraft structural elements]. V. 48, Kuibyshev, Kuibyshev Aviation Institute, 1971, pp. 153–168. (In Russian)].
 17. С. И. Иванов, “К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок” / *Остаточные напряжения*. Т. 53, Куйбышев: КуАИ, 1974. С. 32–42. [S. I. Ivanov, “To residual stresses definition in a cylinder by using the rings and stripes method”, *Ostatochnye napryazheniya* [Residual Stresses]. V. 53, Kuibyshev, Kuibyshev Aviation Institute, 1974, pp. 32–42. (In Russian)].
 18. В. П. Радченко, М. Н. Саушкин, В. Ф. Павлов, “Метод расчета остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрических образцах с учетом анизотропии процесса поверхностного упрочнения” // *ПМТФ*, 2011. Т. 52, № 2. С. 173–182; V. P. Radchenko, M. N. Saushkin, V. F. Pavlov, “Method of calculating the fields of residual stresses and plastic strains in cylindrical specimens with allowance for surface hardening anisotropy”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2011, vol. 52, no. 2, pp. 303–310. doi: [10.1134/s0021894411020180](https://doi.org/10.1134/s0021894411020180).
 19. В. П. Радченко, М. Н. Саушкин, “Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённом слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести” // *Изв. вузов. Машиностроение*, 2004. № 11. С. 3–17. [V. P. Radchenko, M. N. Saushkin, “Mathematical models of recovery and relaxation of residual stresses in the surface-hardened of cylindrical structural elements under creeping”, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinostr.*, 2004, no. 11, pp. 3–17. (In Russian)].
 20. В. П. Радченко, М. Н. Саушкин, “Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочнённом изделии цилиндрической формы при ползучести” // *ПМТФ*, 2009. Т. 50, № 6. С. 90–99; V. P. Radchenko, M. N. Saushkin, “Direct method of solving the boundary-value problem of relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical specimen under creep conditions”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2009, vol. 50, no. 6, pp. 989–997. doi: [10.1007/s10808-009-0133-8](https://doi.org/10.1007/s10808-009-0133-8).
 21. В. П. Радченко, В. Ф. Павлов, М. Н. Саушкин, “Определение параметра анизотропии упрочнения и остаточных напряжений в цилиндрическом образце из стали после обкатки роликом” // *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2011. № 4. С. 93–100; V. P. Radchenko, V. F. Pavlov, M. N. Saushkin, “Determination of anisotropy of strengthening and residual stresses in a steel sample cylinder treated with a roller”, *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2011, vol. 40, no. 4, pp. 379–385. doi: [10.3103/S1052618811040145](https://doi.org/10.3103/S1052618811040145).
 22. В. П. Радченко, В. В. Цветков, “Напряжённо-деформированное состояние цилиндрического образца из сплава Д16Т в условиях осевого растяжения и кручения при ползучести” // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2013. № 3(32). С. 77–86. doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1277>. [V. P. Radchenko, V. V. Tsvetkov, “The stress-strain state of cylindrical sample from alloy D16T under axial tension and torsion creep”, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2013, no. 3(32), pp. 77–86. (In Russian)].
 23. О. В. Соснин, Б. В. Горев, А. Ф. Никитенко, *Энергетический вариант теории ползучести*, Новосибирск: ИГиЛ СО АН СССР, 1986. 96 с. [B. V. Gorev, A. F. Nikitenko, *Energeticheskii variant teorii polzuchesti* [Energy variant of the theory of creep], Novosibirsk, Inst. of Hydrodynamics, USSR Acad. of Sci., 1986, 96 pp. (In Russian)].
 24. В. П. Радченко, Ю. А. Еремин, *Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций*, М.: Машиностроение-1, 2004. 264 с. [V. P. Radchenko, Yu. A. Eremin, *Reologicheskoe deformirovanie i razrushenie materialov i elementov*

konstruktsiy [Rheological Deformation and Fracture of Materials and Structural Elements], Moscow, Mashinostroenie-1, 2004, 264 pp. (In Russian)]

Поступила в редакцию 18/XI/2013;
в окончательном варианте — 12/I/2014;
принята в печать — 17/I/2014.

MSC: 74A10, 74D10, 74S20

KINETICS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF SURFACE HARDENED CYLINDRICAL SPECIMEN UNDER COMPLEX STRESS STATE OF CREEP

V. P. Radchenko, V. V. Tsvetkov

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation.

The method for calculating the boundary-value problem of the evaluation of kinetics of the stress-strain state of surface-hardened solid cylindrical specimen under creep for three types of stress state (tension, pure torsion, the combined effect of tensile load and torque) is offered. The energy theory of creep and creep rupture strength is used as base of rheological model. The algorithm for numerical solution of the problem for calculating the relaxation of residual stresses in the surface-hardened layer of cylindrical specimen under creep for all three types of stress state is developed. The intensification of relaxation of all residual stress tensor components is established. The significant redistribution of stress state along the radius depending on time is observed. The results of variable-based calculations are presented.

Keywords: cylindrical specimen, plastic surface hardening, residual stresses, creep, tension, torsion, tension with torsion, stresses relaxation.

Received 18/XI/2013;
received in revised form 12/I/2014;
accepted 17/I/2014.

ISSN: 2310-7081 (online), 1991-8615 (print); doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1313>
© 2014 Samara State Technical University.

Citation: V. P. Radchenko, V. V. Tsvetkov, “Kinetics of the stress-strain state of surface hardened cylindrical specimen under complex stress state of creep”, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2014, no. 1 (34), pp. 93–108. doi: [10.14498/vsgtu1313](http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1313). (In Russian)

Author Details: *Vladimir P. Radchenko* (Dr. Phys. & Math. Sci.), Head of Dept., Dept. of Applied Mathematics & Computer Science. *Vitaly V. Tsvetkov*, Student, Dept. of Applied Mathematics & Computer Science.

E-mail address: radch@samgtu.ru (V.P. Radchenko, *Corresponding author*),
vi.v.tsvetkoff@mail.ru (V.V. Tsvetkov)