



Математическое моделирование

УДК 517.958:502.51(26):504.5

К ВОПРОСУ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССА БИОДЕСТРУКЦИИ НЕФТЯНЫХ ПЯТЕН В ВОДОЕМАХ

*О. С. Афанасьева¹, Г. Ф. Егорова¹, Л. В. Кайдалова²*¹ Самарский государственный технический университет,
Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.² Самарский государственный университет путей сообщения,
Россия, 443066, Самара, 1-й Безымянный пер., 18.

Аннотация

Предлагается система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа, описывающая процессы нефтяного загрязнения водной поверхности и его бактериальной деструкции. С помощью этой модели решается задача параметрической оптимизации процесса деструкции нефтяного загрязнения. Критерием оптимальности является минимизация времени, затрачиваемого на бактериальную деструкцию нефтяного загрязнения. Параметр, характеризующий скорость роста популяции бактерий, выбран в качестве управляющего. Исследования проводятся с помощью линеаризации функций из правых частей уравнений в окрестности состояний системы, имеющих практическую значимость. С использованием упрощенной модели получено соотношение, позволяющее прогнозировать время, необходимое для достижения требуемого уровня деструкции. Проверка результатов исследования системы линеаризованных уравнений проводится с помощью решения исходной системы в пакете MATLAB. Адекватность предложенной математической модели обосновывается с помощью сравнения решения исходной системы для найденных значений параметров с экспериментальными данными.

Ключевые слова: нефтяное загрязнение, бактериальная деструкция, система дифференциальных уравнений, оптимизация, линеаризация, метод Фурье.

© 2014 Самарский государственный технический университет.

Образец для цитирования

Афанасьева О. С., Егорова Г. Ф., Кайдалова Л. В. К вопросу оптимизации процесса биодеструкции нефтяных пятен в водоемах // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2014. № 4 (37). С. 133–143. doi: [10.14498/vsgtu1308](http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1308).

Сведения об авторах

Ольга Сергеевна Афанасьева (к.т.н.; afanaseva.os@samgtu.ru), доцент, каф. прикладной математики и информатики.

Галина Федоровна Егорова (к.т.н., доц.; galahouse2009@mail.ru; автор, ведущий переписку), доцент, каф. прикладной математики и информатики.

Людмила Витальевна Кайдалова (к.ф.-м.н., доц.; ludmila.kaid@gmail.com), доцент, каф. высшей математики.

doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1308>

Введение. Сейчас как никогда актуальна проблема ликвидации последствий загрязнения водной среды углеводородами. Большинство рек России загрязнены нефтепродуктами и фенолами. В качестве примера можно привести данные о том, что воды Иртыша содержат нефтепродукты в количестве 11–50 ПДК (ПДК — предельно допустимые концентрации), фенолы — в количестве 6–17 ПДК [1]. С речным стоком в моря Северного Ледовитого океана ежегодно выносятся несколько сотен тысяч тонн нефтепродуктов. Только в Обь (Западная Сибирь) ежегодно попадает около 100 тыс. тонн нефти. В результате на многих участках акватории Баренцева, Белого, Карского морей и моря Лаптевых концентрация загрязняющих веществ в 2–3 раза превышает ПДК. По разным оценкам, ежегодно в Мировой океан попадает от 4 до 10 млн тонн нефти [2–5].

Наряду с развитием практических методов очищения водных бассейнов от нефтяных загрязнений разнообразие последствий токсичного воздействия углеводородов на все формы жизни водной среды [6] требует фундаментальных исследований данной проблемы. Наименее затратным и вместе с тем информативным методом является моделирование процессов образования и деструкции нефтяных загрязнений. Согласно [7], в настоящее время существует немало математических моделей, описывающих динамику развития нефтяных разливов для различных водных территорий, в частности Принстонская модель (Princeton Ocean Model) разлива нефти компании Лукойл для Азербайджанского сектора Каспия; математическая модель по ликвидации разливов нефти для Сахалина (Дальневосточный региональный научно-исследовательский гидрометеорологический институт). Разработаны также модели, где особое внимание уделено моделированию физико-химических свойств нефтяного пятна (Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН) и др. [8–10].

1. Трехмерная математическая модель, представляющая собой исходный прототип. Представляет интерес математическая модель, используемая в работах [7, 9, 10], в которой в качестве уравнения, описывающего распространение i -той, факторизованной по вязкости и плотности, фракции разлитой нефти с концентрацией C_i под влиянием турбулентной диффузии, полей ветров и течений с учетом биологической деструкции нефти R , принято следующее уравнение переноса и диффузии:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + u \frac{\partial C_i}{\partial x} + v \frac{\partial C_i}{\partial y} + w \frac{\partial C_i}{\partial z} - K_x \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} - K_y \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} - K_z \frac{\partial^2 C_i}{\partial z^2} + F(C_i, R) = 0, \quad (1)$$

где $C_i(x, y, z, t)$ — концентрация загрязнения [мг/м³]; x, y, z — декартовы координаты текущей точки [м]; t — время [с]; u, v, w — компоненты вектора скорости поверхностного течения [м/с], удовлетворяющего уравнению неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0;$$

K_x, K_y — коэффициенты турбулентной диффузии в плоскости (x, y) [м²/с]; K_z — коэффициенты вертикальной диффузии [м²/с]; $F(C_i, R)$ — функция, определяющая деструкцию i -той факторизованной фракции, подверженной бактериальному разложению. В этом случае оператор деструкции $F(C_i, R)$ для i -той фракции имеет вид

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -\frac{1}{k} \frac{\mu_m C_i}{C_i + K_s} M,$$

где k — коэффициент пропорциональности между количеством бактерий и поглощённым субстратом; μ_m — максимальная скорость роста микроорганизмов; K_s — коэффициент насыщения; M — численность популяции бактерий.

2. Постановка задачи управления процессом биодеструкции. В настоящей работе рассматривается модель уничтожения углеводородного загрязнения с помощью бактерий, но в отличие от известных моделей влияние микроорганизмов учитывается не только в качестве членов уравнения (1), но и в виде отдельного уравнения, описывающего управляющее воздействие, реализуемое популяцией микроорганизмов. Так как влияние объёма разлитой нефти на толщину пленки такое, что при разливе и растекании нефти в количестве 20 л/км² толщина образующейся пленки составляет 20 нм; при 300 л/км² толщина пленки примерно 300 нм; при растекании 1000 л/км² толщина пленки составляет 1.0 мкм, вполне оправданным представляется предположение, что покрытую нефтью область водной поверхности можно рассматривать в виде прямоугольного или круглого участка с симметричным и равномерным распределением концентрации загрязнения по всей площади без учета глубины проникновения нефтяного загрязнения, при этом можно рассматривать только одну лёгкую фракцию нефти. При подобном подходе модель, адекватно описывающую процессы деградации нефтяного пятна, можно редуцировать от пространственной до одномерной, а с учетом ограничения во времени любого разлива нефти в качестве области, описывающей пятно, рассматривать отрезок конечной длины. Биодegradацию нефтяного загрязнения можно описать функцией [11, с. 18]

$$R(Q) = \frac{a_0 Q}{K + Q}.$$

Эта зависимость была впервые выведена французским биохимиком Жаком Моно. Здесь $Q = Q(x, t)$ — концентрация нефтяного загрязнения; a_0 — коэффициент, характеризующий максимальную скорость поглощения нефти бактериями; K — константа, равная концентрации субстрата, при которой скорость роста равна половине максимальной; x — координаты текущей точки; t — время. Не ограничивая общности рассуждений, будем считать $K = 0.5$, а в качестве конечного отрезка, описывающего пятно, возьмём $0 \leq x \leq 1$. В результате предлагаемая модель в области $0 \leq x \leq 1, t \geq 0$ представляет собой систему дифференциальных уравнений параболического типа

$$\begin{cases} \frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 Q(x, t)}{\partial x^2} - a_1 Q(x, t) - \frac{2a_0 Q(x, t)}{1 + 2Q(x, t)} u(x, t), \\ \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = D_2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + qu(x, t)(1 - u(x, t)), \end{cases} \quad (2)$$

с граничными

$$Q(0, t) = 0, \quad \frac{\partial Q(1, t)}{\partial x} = 0; \quad u(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u(1, t)}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

и начальными

$$Q(x, 0) = Q_0(x), \quad u(x, 0) = u_0(x)$$

условиями. Здесь D_1 — коэффициент диффузии нефти; a_1 — коэффициент деструкции, характеризующий действие диспергаторов, которые позволяют растворять разлитую нефть без вреда для растительного и животного мира водной поверхности; $u(x, t)$ — концентрация популяции микроорганизмов; D_2 — коэффициент распространения (диффузии) этой популяции; q — коэффициент, характеризующий скорость роста популяции. Так как $K = 0.5$, скорость роста популяции $q = 1$.

В отличие от большинства авторов, исследовавших проблему создания и решения математических моделей, описывающих физику переноса массы нефтепродуктов [8–10] или распространение популяций [11, 12], в представленной работе учитывается влияние микроорганизмов в виде отдельного уравнения. При заданных начальных распределениях нефти и популяции любое последующее распределение будет главным образом зависеть от длительности процесса t , коэффициентов диффузии D_1 , D_2 , параметров a_0 и a_1 . Управляющим параметром будет служить коэффициент a_0 (в более общей постановке задачи — коэффициенты диффузии D_1 , D_2). Критерием оптимальности будет служить минимум времени t^* уничтожения последствий загрязнения, определяемый из

$$\int_0^1 Q(x, t^*) dx \rightarrow \min. \quad (4)$$

Количество бактерий и нефти измеряются их концентрациями, время — условными временными единицами (сек, час, день и т. д.), расстояние — условными единицами длины (мм, м, км).

Целью поставленной задачи является вычисление значения параметров, обеспечивающих наискорейшее достижение состояния «чистой» водной поверхности без нефтяных пятен. Для решения задачи параметрической оптимизации модели деструкции нефтяного загрязнения рассматриваются следующие условия:

$$\int_0^1 Q(x, 0) dx = Q_0 = 0.038, \quad u(x, 0) = u_0 = 0.001. \quad (5)$$

Эти условия выбраны на основе экспериментальных данных [13].

3. Решение задачи оптимизации для линеаризованной модели и её анализ.

С помощью замены нелинейных членов уравнения системы (2) их линейными аппроксимациями в окрестности выбранных распределений концентраций получим упрощенную систему следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} \cong D_1 \frac{\partial^2 Q(x, t)}{\partial x^2} - \left(a_1 + \frac{2a_0 u_0}{(1 + 2Q_0)^2} \right) Q(x, t) - \frac{2a_0 Q_0}{1 + 2Q_0} u(x, t), \\ \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \cong D_2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + (1 - 2u_0) u(x, t), \end{cases} \quad (6)$$

рассматриваемую в области $0 \leq x \leq 1$, $t \geq 0$ с граничными условиями (3) и начальными условиями

$$Q(x, 0) = \frac{\pi}{2} Q_0 \sin \pi x, \quad u(x, 0) = u_0, \quad (7)$$

согласующимися с (5).

Методом Фурье находим общее решение первого уравнения системы (6), считая $u(x, t) = 0$, то есть при отсутствии микроорганизмов:

$$Q(x, t) = \frac{8}{\pi} Q_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)(2n+3)} \exp(-\alpha_n t) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right) x, \quad (8)$$

$$\alpha_n = \left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)^2 D_1 + a_1 + \frac{2a_0 u_0}{(1+2Q_0)^2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

Метод Фурье для второго уравнения системы (6) даёт

$$u(x, t) = \frac{4u_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \exp(-\beta_n t) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right) x, \quad (9)$$

$$\beta_n = \left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right)^2 D_2 - 1 + 2u_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Для выбора значений управляющего параметра a_0 , обеспечивающего решение задачи нахождения минимума функционала (4), в качестве определяющей возьмем первую гармонику ряда (8):

$$Q(x, t) = \frac{16}{3\pi} Q_0 \exp(-\alpha_0 t) \sin \frac{3\pi}{2} x.$$

Так как граничные условия для обоих уравнений однородны, оказывается возможным найти методом неопределенных коэффициентов частное решение первого уравнения системы (6), соответствующее возмущающему воздействию, полученному как решение второго уравнения системы (6). Найдем это приближенное частное решение, используя первую гармонику ряда (9) и ограничиваясь также первым членом ряда Фурье:

$$u(x, t) = C \exp(-\beta_1 t) \sin \frac{3\pi}{2} x,$$

где

$$C = \frac{B}{A}, \quad B = \frac{8a_0 u_0 Q_0}{(1+2Q_0)^2},$$

$$A = \beta_1 - \frac{9\pi^2}{4} D_1 - a_1 - \frac{2a_0 u_0}{(1+2Q_0)^2}, \quad \beta_1 = \frac{9\pi^2}{4} D_2 - 1 + 2u_0.$$

Решение первого уравнения системы (6) после этого будет иметь вид

$$Q(x, t) = \frac{16}{3\pi} Q_0 \exp(-\alpha_0 t) \sin \frac{3\pi}{2} x + C \exp(-\beta_1 t) \sin \frac{3\pi}{2} x. \quad (10)$$

После интегрирования (10) по x в пределах от 0 до 1 получим

$$\int_0^1 Q(x, t) dx = \frac{2}{3\pi} \left(\frac{16}{3\pi} Q_0 \exp(-\alpha_1 t) + C \exp(-\beta_1 t) \right). \quad (11)$$

С помощью приближенного решения (10) первого уравнения системы (6) получаем соотношение для выбора значений параметра a_0 (в общем случае — для значений D_1, D_2), позволяющее оценить временной промежуток, необходимый для деградации нефтяного пятна до уровня допустимой концентрации углеводородной загрязненности водной поверхности, то есть обеспечивающий определение минимального значения интеграла (4):

$$t = (\alpha_1 - \beta_1)^{-1} \ln \left(\frac{-5\pi B}{16A} \right). \quad (12)$$

Так как значения кинематической вязкости, характеризующей диффузию нефти [14], в зависимости от месторождения различаются в сотни раз (от 0.002 до 0.13) и масса микроорганизмов перемещается вместе с нефтью, значения коэффициентов диффузии для численного эксперимента были выбраны произвольно: $D_1 = 0.0159$ и $D_2 = 0.01$. Значение параметра a_0 , характеризующего максимальную скорость поглощения нефти бактериями [14], меняются в зависимости от вида бактерий от 0.005 до 0.9, поэтому для численного эксперимента берутся следующие значения параметра a_0 : 0.01; 0.05 и 0.15. Деструкция, характеризующая действие диспергаторов, используемых для деградации тяжелых фракций нефти, в данном эксперименте не была основной, поэтому для численного эксперимента полагалось $a_1 = 0.1$.

Ниже приведены результаты расчета времени (в днях), необходимого для достижения требуемого уровня деструкции нефтяных пятен, полученного с помощью пакета MATLAB для исходной модели (2) по формуле

$$\int_0^1 Q(x, t^\varepsilon) dx < \varepsilon \quad (13)$$

при $\varepsilon = 0.001$, и для линеаризованной модели по формуле (4) для различных значениях параметра a_0 :

a_0 :	0.01	0.05	0.15
t^* :	21.3	19.2	17.8
t^ε :	22.0	19.5	17.0

Максимальная относительная погрешность разницы значений времени $\max_i \{ |t_i^* - t_i^\varepsilon| / t_i^\varepsilon \} \cdot 100\%$, полученных с помощью соотношений (12) и (13), при заданных параметрах численного эксперимента равна 4.7%. Исходя из этого соотношение (12), полученное с использованием линеаризованной модели (4), может применяться как для прогнозирования времени деструкции, так и для уточнения параметров модели (или идентификации параметров модели при известных экспериментальных данных).

Расчеты биодegradации (убыли) нефти производились по формуле

$$\bar{Q}(t) = \left(1 - \frac{1}{Q_0} \int_0^1 Q(x, t) dx \right) \cdot 100\%. \quad (14)$$

Результаты расчетов по формуле (14) для линеаризованной модели (6) с начальными условиями (7) в зависимости от времени t (в сутках) при различных значениях параметра a_0 представлены ниже:

a_0 :	0.01	0.05	0.15
$\bar{Q}(3)$, %:	47.7	47.7	47.7
$\bar{Q}(10)$, %:	80.2	81.0	82.6
$\bar{Q}(20)$, %:	95.0	96.6	98.5
$\bar{Q}(30)$, %:	98.8	99.4	99.9

Аналогичные расчеты были выполнены для исходной системы (2) с граничными (3) и начальными (7) условиями при $a_0 = 0.001$ в зависимости от времени t (в сутках) в среде MATLAB:

t , сутки :	3	10	20	30
$\bar{Q}(t)$, % :	48.54	80.0	95.0	98.7
$\bar{Q}^*(t)$, % :	65.5	82.1	91.1	96.0

Здесь $\bar{Q}^*(t)$ — экспериментальные данные биодеградаци (убыли) нефти [13]. Приведенные данные хорошо согласуются не только с экспериментальными данными патента [13], но и с данными работ [14–18], в которых приведены результаты модельных и натуральных экспериментов по биодеструкции пленочной нефти для различных видов используемых бактерий. Так, в серии экспериментов с использованием клеток бактерий *Acinetobacter valentis* в лабораторных условиях [14], было установлено, что значения биодеструкции нефти в первые пять суток были невысокими, затем с 5 по 20 сутки убыль нефтяного загрязнения достигла 80 %, за 30 дней экспозиции она составила 92 %.

Анализ полученных результатов показывает, что наибольшая относительная погрешность расчётных значений от экспериментальных наблюдается при малых временах (в начале процесса), а модельные значения концентрации нефти $\bar{Q}(t)$ в конце периода выглядят более «оптимистично». Вместе с тем можно говорить о качественном соответствии экспериментальных и расчетных значений, что позволяет сделать вывод о возможности применения предложенной методики в практике прогнозирования времени, необходимого для уничтожения нефтяных пятен на водной поверхности различными видами микроорганизмов.

Заключение. Предложенная авторами модель (2) описывает динамику нефтяного загрязнения и роста популяции бактерий, питающихся нефтью, но в отличие от известных моделей, учитывает влияние микроорганизмов в виде отдельного уравнения, описывающего управляющее воздействие. С помощью линеаризации правых частей уравнений исследуются способы параметрической оптимизации управления скоростью роста популяции бактерий, найденной из решения системы (2). Полученное с помощью линеаризации соотношение (11), связывающее время деградации нефтяного загрязнения со значениями параметров роста популяции микроорганизмов, может служить целям статистического анализа, системного обобщения и поиска корреляционных взаимосвязей по данным об изменениях параметров, характеризующих популяционные процессы. При этом, если известны экспериментальные данные, то оказывается возможным с помощью выведенного соотношения (11) решать обратную задачу идентификации параметров предложенной модели. Полученные с помощью системы (2) решения могут быть использованы при

прогнозировании времени, необходимого для требуемого уровня деструкции нефтяного загрязнения с помощью бактерий. Предлагаемая авторами модель также может быть использована для исследования динамики роста популяций таких типов, как «паразит–хозяин», «хищник–жертва».

ORCID

Ольга Сергеевна Афанасьева: <http://orcid.org/0000-0001-8660-2990>

Галина Федоровна Егорова: <http://orcid.org/0000-0003-3586-9139>

Людмила Витальевна Кайдалова: <http://orcid.org/0000-0001-8441-4240>

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Научные аспекты экологических проблем России* / ред. Ю. А. Израэль, Н. Г. Рыбальский. М.: НИИ-Природа, 2012. 349 с.
2. Wedepohl P. M., Lutjeharms J. R. E., Meeuwis M. Surface drift in the South-East Atlantic Ocean // *South African Journal of Marine Science*, 2000. vol. 22, no. 1. pp. 71–79. doi: [10.2989/025776100784125672](https://doi.org/10.2989/025776100784125672).
3. Мурыгина В. П., Маркарова М. Ю., Трофимов С. Я., Гайдамака С. Н. Разливы нефти растут быстрее чем добыча. Настоящее и будущее биоремедиации почв // *Экология и жизнь*, 2014. <http://www.ecolife.ru/zhurnal/articles/27583/>.
4. Артюх Е. А., Мазур А. С., Украинцева Т. В., Костюк Л. В. Перспективы применения биосорбентов для очистки водоемов при ликвидации аварийных разливов нефти // *Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета)*, 2014. № 26 (52). С. 58–66.
5. Atlas R., Bragg. J. Bioremediation of marine oil spills: when and when not – the Exxon Valdez experience // *Microbial Biotechnology*, 2009. vol. 2, no. 2. pp. 213–221. doi: [10.1111/j.1751-7915.2008.00079.x](https://doi.org/10.1111/j.1751-7915.2008.00079.x).
6. Дембицкий С. И., Панина О. В., Корнев А. А. Геолого-геофизические методы оценки техногенного воздействия нефтепоисковых работ на природную среду морских акваторий // *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*, 2014. № 1. С. 34–44.
7. Корнев А. А. Математическое моделирование загрязнения углеводородами акваторий морей континентального шельфа // *Физико-химический анализ свойств многокомпонентных систем*, 2009. № 7. <http://fh.kubstu.ru/fams/issues/issue07/st0702.pdf>.
8. Tkalich P. Oil Spill Modelling with a CFD (Computational Fluid Dynamics) Approach // *Proc. of Sixth International Marine Environmental Modelling Seminar (2–4 September 2002)*. Trondheim, Norway, 2002. pp. 255–274.
9. Дембицкий С. И., Дунаев И. М., Лаврентьев А. В., Ларионов А. В., Уртенев М. Х. *Математические модели динамики и деструкции нефтяного slicka на акватории моря*. Краснодар: КубГУ, 2003. 71 с.
10. Krapivin V. F., Phillips G. W. Application of a global model to the study of Arctic basin pollution: radionuclides, heavy metals and oil hydrocarbons // *Environmental Modelling & Software*, 2001. vol. 16. pp. 1–17. doi: [10.1016/S1364-8152\(00\)00031-1](https://doi.org/10.1016/S1364-8152(00)00031-1).
11. Ризниченко Г. Ю. *Математические модели в биофизике и экологии*. М.: Институт компьютерных исследований, 2003. 184 с.
12. Нахушев А. М. *Уравнения математической биологии*. М.: Высшая школа, 1995. 301 с.
13. Пат. 2268934 РФ. Штамм *Phyllobacterium myrsinacearum* DKS-1 для деструкции нефтяных углеводородов солоноватоводных экосистем / Дзержинская И. С., Куликова И. Ю., Сопрунова О. Б. // Заявлено 28.10.03. Опубликовано 27.01.06. Бюл. № 3.
14. Аушева Х. А., Гончарук Д. А., Бабусенко Е. С., Маркичев Н. С. Влияние толщины нефтяной пленки на динамику ее биодеструкции под действием биопрепарата на основе иммобилизованных клеток *Acinetobacter valentis* // *Химическая промышленность сегодня*, 2007. № 4. С. 41–43.

15. Куликова И. Ю. Биопрепарат на основе углеводородоокисляющего штамма *Phyllobacterium myrsinacearum* DKS-1 для восстановления нефтезагрязненных морских акваторий // *Вода: химия и экология*, 2011. № 7. С. 59–64 <http://watchemec.ru/article/23933/>.
16. Сидоров А. В., Морозов Н. В. Управляемая биоремедиация нефтяных загрязнений в природных водоемах как фактор здоровой экологии человека (на примере региона республики Татарстан) // *Вестник Оренбургского государственного университета*, 2009. № 6(112). С. 512–516.
17. Албулов А. И., Самуйленко А. Я., Фролова М. А., Мурыгина В. П., Гайдамака С. Н., Фролов Ю. Д. Технологии производства товарной формы препарата-нефтедеструктора «Родер» и эффективность применения этих форм в лабораторных условиях и в природе // *Изв. Самар. научн. центра РАН*, 2013. Т. 15, № 3–5. С. 1545–1549.
18. Murygina V. P., Markarova M. Y., Kalyuzhnyi S. V. Application of biopreparation “Rhoder” for remediation of oil polluted polar marshy wetlands in Komi Republic // *Environ. Int.*, 2005. vol. 31, no. 2. pp. 163–166. doi: [0.1016/j.envint.2004.09.010](https://doi.org/10.1016/j.envint.2004.09.010).

Поступила в редакцию 05/IV/2014;
в окончательном варианте — 15/X/2013;
принята в печать — 27/XI/2014.

Vestn. Samar. Gos. Techn. Un-ta. Ser. Fiz.-mat. nauki
[J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.] 2014. Issue 4 (37). Pp.133–143

ISSN: 2310-7081 (online), 1991-8615 (print) doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1308>

MSC: 93A30; 93C15, 68U20, 92D40

ON THE QUESTION OF OPTIMIZATION OF THE OIL SLICK BIODESTRUCTION IN THE BODIES OF WATER

*O. S. Afanaseva*¹, *G. F. Egorova*¹, *L. V. Kaidalova*²

¹ Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation.

² Samara State Transport University,
18, First Bezimyanniy per., Samara, 443066, Russian Federation.

Abstract

We propose the system of nonlinear partial differential equations of parabolic type that describes the processes of oil pollution of water surface and bacterial degradation of this contamination. Problem of the parametric optimization of the acceleration process of degradation of the oil pollution is solved

© 2014 Samara State Technical University.

How to cite Reference

Afanaseva O. S., Egorova G. F., Kaidalova L. V. On the question of optimization of the oil slick biodestruction in the bodies of water, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. & Math. Sci.], 2014, no. 4 (37), pp. 133–143. doi: [10.14498/vsgtu1308](https://doi.org/10.14498/vsgtu1308). (In Russian)

Authors Details

Olga S. Afanaseva (Cand. Tehn. Sci; afanaseva.os@samgtu.ru), Associate Professor, Dept. of Applied Mathematics & Computer Science.

Galina F. Egorova (Cand. Tehn. Sci; galahouse2009@mail.ru; Corresponding Author), Associate Professor, Dept. of Applied Mathematics & Computer Science.

Ludmila V. Kaidalova (Cand. Phys. & Math. Sci; ludmila.kaid@gmail.com), Associate Professor, Dept. of High Mathematics.

using this model. Optimality criterion is to minimize the time spent on destruction of oil pollution. Coefficient, characterizing the rate of population growth of bacteria, is selected as control parameter. Research is conducted using linearization of functions from the right-hand side of an equation in the neighborhood of solutions having practical significance. Also using the simplified model we obtain the formula that allows to predict the time for necessary destruction level progressing. Checking the results obtained for the linear equations is made using MATLAB. A comparison of experimental data and the calculated values is carried on to show the suggested model adequacy.

Keywords: oil pollution, bacterial destruction, system of differential equations, linearization, Fourier method, optimization.

doi: <http://dx.doi.org/10.14498/vsgtu1308>

ORCID

Olga S. Afanaseva: <http://orcid.org/0000-0001-8660-2990>

Galina F. Egorova: <http://orcid.org/0000-0003-3586-9139>

Ludmila V. Kaidalova: <http://orcid.org/0000-0001-8441-4240>

REFERENCES

1. *Nauchnye aspekty ekologicheskikh problem Rossii* [Scientific aspects of the ecological problems of Russia], ed. Yu. A. Izrael', N. G. Rybal'skii. Moscow, NIA-Priroda, 2012, 349 pp. (In Russian)
2. Wedepohl P. M., Lutjeharms J. R. E., Meeuwis M. Surface drift in the South-East Atlantic Ocean, *South African Journal of Marine Science*, 2000, vol. 22, no. 1, pp. 71–79. doi: [10.2989/025776100784125672](https://doi.org/10.2989/025776100784125672).
3. Murygina V. P., Markarova M. Yu., Trofimov S. Ya., Gaidamaka S. N. Oil spills growing faster than production. Present and future of soil bioremediation, *Ekologiya i zhizn'*, 2014. <http://www.ecolife.ru/zhurnal/articles/27583/> (In Russian).
4. Artiukh E. A., Mazur A. S., Ukraintseva T. V., Kostiuk L. V. Looking forward to biosorbents future application for ponds' cleaning after emergency oil spills, *Izvestiia Sankt-Peterburgskogo Gosudarstvennogo Tekhnologicheskogo Instituta (Tekhnicheskogo Universiteta)*, 2014, no. 26 (52), pp. 58–66 (In Russian).
5. Atlas R., Bragg. J. Bioremediation of marine oil spills: when and when not – the Exxon Valdez experience, *Microbial Biotechnology*, 2009, vol. 2, no. 2, pp. 213–221. doi: [10.1111/j.1751-7915.2008.00079.x](https://doi.org/10.1111/j.1751-7915.2008.00079.x).
6. Dembitskiy S. I., Panina O. V., Kornev A. A. Geological and geophysical methods of assessment of technogenic impact of oil prospecting works on the sea areas' natural environment, *Ekologicheskii Vestnik Nauchnykh Tsentrov Chernomorskogo Ekonomicheskogo Sotrudnichestva*, 2014, № 1, С. 34–44 (In Russian).
7. Kornev A. A. Mathematical modeling of sea water hydrocarbon pollution of the continental shelf, *Fiziko-khimicheskii analiz svoistv mnogokomponentnykh sistem*, 2009, no. 7. <http://fh.kubstu.ru/fams/issues/issue07/st0702.pdf> (In Russian).
8. Tklich P. Oil Spill Modelling with a CFD (Computational Fluid Dynamics) Approach, *Proc. of Sixth International Marine Environmental Modelling Seminar (2–4 September 2002)*. Trondheim, Norway, 2002, pp. 255–274.
9. Dembitskii S. I., Dunaev I. M., Lavrent'ev A. V., Larionov A. V., Urtenov M. Kh. *Matematicheskie modeli dinamiki i destruktсии neftianogo slika na akvatorii moria* [Mathematical models of the dynamics and the degradation of the oil slick in the sea waters]. Krasnodar, Kuban' State Univ., 2003, 71 pp. (In Russian)
10. Krapivin V. F., Phillips G. W. Application of a global model to the study of Arctic basin pollution: radionuclides, heavy metals and oil hydrocarbons, *Environmental Modelling & Software*, 2001, vol. 16, pp. 1–17. doi: [10.1016/S1364-8152\(00\)00031-1](https://doi.org/10.1016/S1364-8152(00)00031-1).

11. Riznichenko G. Iu. *Matematicheskie modeli v biofizike i ekologii* [Mathematical Models in Biophysics]. Moscow, Institut komp'iuternykh issledovaniy, 2003, 184 pp. (In Russian)
12. Nakhshuev A. M. *Uravneniia matematicheskoi biologii* [Equations of Mathematical Biology]. Moscow, Vysshiaia shkola, 1995, 301 pp. (In Russian)
13. Patent RU 2268934. Strain phyllobacterium myrsinacearum dks-1 for destruction of petroleum hydrocarbon in subsaline-aqueous ecosystem / Dzerzhinskaia I. S., Kulikova I. Yu., Soprunova O. B., <http://russianpatents.com/patent/226/2268934.html>.
14. Ausheva Kh. A., Goncharuk D. A., Babusenko E. S., Markichev N. S. Impact of the oil film thickness on the dynamics of its biodegradation under the action of a biological product based on immobilized cells *Acinetobacter valentis*, *Khimicheskaiia Promyshlennost' Segodnia*, 2007, no. 4, pp. 41–43 (In Russian).
15. Kulikova I. Yu. Bioagent based on hydrocarbon-oxidizing strain *Phyllobacterium myrsinacearum* dks-1 for oil polluted areas purification, *Voda: Khimiia i Ekologiiia*, 2011, no. 7, pp. 59–64 <http://watchemec.ru/article/23933/> (In Russian).
16. Sidorov A. V., Morozov N. V. Managed bioremediation of oil pollution in natural bodies of water as a factor for health and human ecology (for example, at the region of the Republic of Tatarstan), *Vestnik Orenburgskogo Gosudarstvennogo Universiteta*, 2009, no. 6(112), pp. 512–516 (In Russian).
17. Albulov A. I., Samuilenko A. Ya., Frolova M. A., Murygina V. P., Gaidamaka S. N., Frolov Yu. D. Technology of production of the commodity form of the oil-destroyer “Rhoder” and efficacy of the use of these forms in laboratory conditions and in nature, *Izv. Samar. Nauchn. Tsentra RAN*, 2013, vol. 15, no. 3–5, pp. 1545–1549 (In Russian).
18. Murygina V. P., Markarova M. Y., Kalyuzhnyi S. V. Application of biopreparation “Rhoder” for remediation of oil polluted polar marshy wetlands in Komi Republic, *Environ. Int.*, 2005, vol. 31, no. 2, pp. 163–166. doi: [0.1016/j.envint.2004.09.010](https://doi.org/10.1016/j.envint.2004.09.010).

Received 05/IV/2014;
received in revised form 15/X/2013;
accepted 27/XI/2014.