

УДК 539.376

## МЕТОД РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ БАЛКИ В УСЛОВИЯХ ЧИСТОГО ИЗГИБА НА ОСНОВЕ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИ СТЕРЖНЕВОГО ТИПА

*Е. В. Небогина*

Самарский государственный технический университет,  
443100, Россия, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: neboginaev@gmail.com

*Предложен метод решения краевой задачи ползучести балки и длительной прочности в условиях чистого изгиба на основе структурной модели стержневого типа. Введён энергетический критерий разрушения локального элемента. Выполнен сравнительный анализ расчётных данных по структурной модели и экспериментальных значений кривизны балки прямоугольного сечения из алюминиевого сплава Д16Т при  $T = 250$  °С в различные моменты времени. Наблюдается соответствие расчётных и экспериментальных данных. Кроме этого, выполнено сопоставление расчётных данных по предложенному методу с аналогичными данными по феноменологической модели ползучести энергетического типа.*

**Ключевые слова:** *ползучесть, структурная модель, чистый изгиб, разрушение, длительная прочность.*

**Введение.** Структурные математические модели [1–11] широко используются при моделировании сред со сложными реологическими свойствами, поскольку они позволяют описать многие нелинейные эффекты неупругого деформирования, которые с феноменологических позиций встречают наибольшие трудности, при этом локальные элементы структурной модели имеют простейшие свойства: линейную упругость, идеальную пластичность и нелинейную вязкость. Основными эффектами, хорошо описываемыми при помощи структурных моделей, являются следующие: изменение предела текучести при смене нагрузки (эффект Браушингера); изменение коэффициента Пуассона в процессе неупругого деформирования; описание обратной ползучести при полной или частичной разгрузке (за счёт релаксации остаточного поля микронапряжений); разупрочнение материала в процессе ползучести при изменении знака нагружения; описание ползучести материалов с затухающей памятью; независимость скорости установившейся ползучести от истории нагружения; влияние ползучести на кривую мгновенного упругопластического деформирования; упрочнение вследствие предварительной ползучести (ползучесть – наклёп); наследственный характер влияния пластической деформации на последующую ползучесть; возврат пластических свойств (изменение предела текучести упрочнённого материала в процессе высокотемпературной выдержки в результате релаксации поля остаточных микронапряжений); описание четвёртой («лавиной») стадия ползучести и другие.

Естественным шагом в развитии структурных моделей является их применение при решении краевых задач, при этом вместо физических уравнений

состояния можно использовать структурную модель. Однако данная возможность в силу сложности вычислительных процедур в настоящее время не реализована. Целью данной работы является разработка метода решения краевой задачи именно в этом направлении для простейшего конструктивного элемента — балки в условиях чистого изгиба.

### 1. Основные соотношения для структурной модели стержневого типа.

В данной работе ставится задача построения математической модели ползучести и разрушения балки при чистом изгибе на основе структурной модели стержневого типа [5]. Под разрушением балки будем понимать не только разделение ее на части, но и исчерпание несущей способности, произошедшее вследствие неограниченной интенсификации процесса ползучести в некоторой ее области. Поликристаллический материал моделируется системой хаотически ориентированных однородных стержней одинаковой длины, работающих на растяжение-сжатие. Каждый локальный элемент этой системы (стержень) наделяется простейшими деформационными свойствами: линейной упругостью, идеальной пластичностью и нелинейной вязкостью, которые, по-видимому, являются наиболее реальными свойствами монокристаллов. В таком случае деформацию  $i$ -того локального элемента можно представить в виде

$$\varepsilon_i = e_i + e_i^p + p_i,$$

где  $e_i = \sigma_i/E_M$  — упругая микродеформация;  $e_i^p$  — пластическая микродеформация;  $p_i$  — микродеформация ползучести, причем  $\dot{p}_i = \Psi(\sigma_i) = a|\sigma_i|^{n-1}\sigma_i$ ;  $a, n$  — микроконстанты материала;  $E_M$  — микромодуль Юнга.

В дальнейшем будем рассматривать процесс ползучести в упругой области работы материала, т.е. полагаем  $e_i^p = 0$ .

Ориентация локального элемента задается двумя сферическими углами  $\theta$  и  $\varphi$ :  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ .

В работе [1] для структурной модели в главных осях получены уравнения равновесия

$$\begin{aligned} \langle \sigma_x \rangle &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} \sigma(\theta, \varphi) d\varphi; \\ \langle \sigma_y \rangle &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta d\theta \int_0^{2\pi} \sigma(\theta, \varphi) \cos^2 \varphi d\varphi; \\ \langle \sigma_z \rangle &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta d\theta \int_0^{2\pi} \sigma(\theta, \varphi) \sin^2 \varphi d\varphi, \end{aligned} \quad (1)$$

совместности деформации

$$\varepsilon(\theta, \varphi) = \langle \varepsilon_x \rangle \cos^2 \theta + \langle \varepsilon_y \rangle \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \langle \varepsilon_z \rangle \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \quad (2)$$

и введена гипотеза однородности микродеформации по объёму макрообразца

$$\langle \varepsilon_x \rangle = \varepsilon(0, \varphi), \quad \langle \varepsilon_y \rangle = \varepsilon(\pi/2, 0), \quad \langle \varepsilon_z \rangle = \varepsilon(\pi/2, \pi/2). \quad (3)$$

В (1)–(3) через  $\sigma(\theta, \varphi)$  обозначены напряжения, возникающие в локальном элементе (микронапряжения);  $\varepsilon(\theta, \varphi)$  — деформация локального элемента (микродеформация);  $\langle \sigma_x \rangle, \langle \sigma_y \rangle, \langle \sigma_z \rangle$  — макронапряжения (главные напряжения);  $\langle \varepsilon_x \rangle, \langle \varepsilon_y \rangle, \langle \varepsilon_z \rangle$  — макродеформации (главные деформации).

При чистом изгибе в балке реализуется одноосное напряженное состояние. Тогда в одномерном случае для структурной модели (1)–(3) имеем  $\langle \sigma_y \rangle = \langle \sigma_z \rangle = 0$ ,  $\langle \varepsilon_z \rangle = \langle \varepsilon_y \rangle$ , в силу симметрии задачи поле микронапряжений не зависит от угла  $\varphi$  и соотношения (1)–(3) принимают вид

$$\langle \sigma_x \rangle = 2 \int_0^{\pi/2} \sigma(\theta) \cos^2 \theta \sin \theta d\theta, \quad \int_0^{\pi/2} \sigma(\theta) \sin^3 \theta d\theta = 0, \quad (4)$$

$$\varepsilon(\theta) = \langle \varepsilon_x \rangle \cos^2 \theta + \langle \varepsilon_y \rangle \sin^2 \theta, \quad (5)$$

$$\langle \varepsilon_x \rangle = \varepsilon(0), \quad \langle \varepsilon_y \rangle = \langle \varepsilon_z \rangle = \varepsilon(\pi/2). \quad (6)$$

Согласно работе [5], для идентификации параметров  $a$  и  $n$  в законе вязкого течения локального элемента необходимо иметь лишь аппроксимацию установившегося участка кривой ползучести на макроуровне, которая принимается в виде  $\langle \dot{p}_x \rangle = A \langle \sigma_x \rangle^N$ ,  $A$ ,  $N$  — макроконстанты материала, при этом установлена связь между микро- и макропараметрами [5]:

$$E_M = 3 \langle E \rangle, \quad a = A \left( 2 \int_0^{\pi/2} C |C|^{1/n-1} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \right)^n, \quad n = N,$$

где  $C = \sigma \cos^2 \theta - (\sigma'(\pi/2)/\sigma'(0))^n \sin^2 \theta$ ,  $E_M$  — макромодуль Юнга.

Для описания процесса разрушения в материале используется гипотеза вязкого разрушения, базирующаяся на энергетическом подходе накопления поврежденности в локальном элементе. В качестве меры поврежденности локального элемента воспользуемся величиной [5]

$$\Omega(\theta, t) = A_c(\theta, t)/A_c^*, \quad (7)$$

где

$$A_c(\theta, t) = \int_0^t \sigma(\theta, \xi) p(\theta, \xi) d\xi$$

— текущая величина работы микронапряжения на микродеформации ползучести;  $A_c^*$  — микроконстанта материала (критическая величина работы микронапряжений на микродеформации ползучести в локальном элементе, при достижении которой происходит разрушение материала).

Величина угла  $\theta$  в (7) играет роль параметра. При этом предполагается, что если  $\Omega(\theta, t) < 1$ , то локальный элемент находится в неразрушенном состоянии. Время разрушения элемента  $t = t^*$  определяется из условия  $\Omega(\theta, t^*) = 1$ . Разрушение элемента объема материала происходит в результате разрушения всех локальных элементов.

Для определения константы  $A_c^*$  необходимо иметь серию кривых стационарной одноосной ползучести с начальным участком третьей стадии при нескольких значениях  $\langle \sigma_x \rangle = \text{const}$  в упругой области работы материала ( $\langle \sigma_x \rangle < \sigma_{\text{пр}}$ ). На этих кривых определяются точки  $(p^*, t^*)$ , соответствующие границе между второй и третьей стадиями ползучести. Вводится гипотеза, согласно которой с этого момента времени начинается последовательное разрушение локальных элементов структурной модели, что и является причиной появления третьей стадии на кривой ползучести, при этом наиболее нагруженный элемент при  $\theta = 0$  первым выйдет из строя. Поэтому величина  $A_c$ ,

накопленная в этом элементе к моменту времени  $t = t_*$ , соответствующему началу третьей стадии ползучести, и принимается за критическую  $A_c^*$ .

**2. Решение краевой задачи ползучести балки в условиях чистого изгиба.**

При чистом изгибе балки её поперечное сечение остаётся плоским, поэтому деформация  $\langle \varepsilon_x \rangle$  является линейной функцией расстояния  $y$  от нейтральной оси  $OX$ , то есть в любой момент времени выполняется условие

$$\langle \varepsilon_x(y, t) \rangle = y\chi(t), \tag{8}$$

где  $\chi(t)$  — кривизна нейтральной оси.

Представим макродеформацию в следующем виде:

$$\langle \varepsilon_x(y, t) \rangle = \langle e_x(y, t) \rangle + \langle p_x(y, t) \rangle, \quad \langle e_x(y, t) \rangle = \langle \sigma_x(y, t) \rangle / \langle E \rangle, \tag{9}$$

Уравнение равновесия для балки имеет вид

$$M = \int_F \langle \sigma_x(y, t) \rangle y dF, \tag{10}$$

где  $M$  — приложенный к балке изгибающий момент,  $dF = b(y)dy$  — элемент площади поперечного сечения. С учётом принятых обозначений (10) запишется следующим образом:

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \langle \sigma_x(y, t) \rangle y b(y) dy.$$

Расчёт ползучести балки при чистом изгибе выполняется численно «шагами» по времени. В момент времени  $t = 0$  (упругая область) распределение нормальных макронапряжений по высоте балки определяется по формуле

$$\langle \sigma_x(y) \rangle = My/J_x,$$

где

$$J_x = \int_F y^2 dF$$

— осевой момент инерции площади сечения относительно оси  $OX$ .

Используя формулы (8)–(10), вычисляем значение радиуса кривизны балки в начальный момент времени  $t = 0$  по формуле  $\chi = \langle \varepsilon_x(y, 0) \rangle / y$ .

Далее, используя (4)–(6), (9), для каждого значения макронапряжения находим упругое решение на микроуровне по формулам

$$\sigma(\theta, 0) = 3\langle \sigma_x(y, 0) \rangle (\cos^2 \theta - 0,25 \sin^2 \theta), \quad \varepsilon(\theta, 0) = \sigma(\theta, 0) / E_M.$$

Считается, что деформация ползучести в начальный момент времени  $t = 0$  равна нулю.

Производится дискретизация временного интервала точками  $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n < \dots$  с шагом  $\Delta t$ , т.е.  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  и предполагается, что ползучесть при  $t \in [t_i, t_{i+1}]$  в каждом элементе при  $\theta = \theta_s$  идет при постоянном микронапряжении  $\sigma(\theta_s, t_i)$ , а в конце временного отрезка происходит ступенчатое приращение микронапряжения.

Введём обозначения:  $\sigma(\theta_s, t_i) = \sigma_s^i$ ,  $\varepsilon(\theta_s, t_i) = \varepsilon_s^i$ ,  $p(\theta_s, t_i) = p_s^i$ . Здесь  $p_s^i$  — микродеформация ползучести в локальном элементе. Для приращения деформации ползучести за  $\Delta t$  имеем

$$\Delta p_s^i = a |\sigma_s^i|^{n-1} \sigma_s^i \Delta t.$$

На шаге  $t_{i+1}$  микродеформации  $p_s^i$  и  $\varepsilon_s^i$  вычисляются по формулам

$$\varepsilon_s^{i+1} = \sigma_s^{i+1} / E_M + p_s^{i+1}, \quad p_s^{i+1} = p_s^i + \Delta p_s^i. \quad (11)$$

Используя уравнение совместности деформаций (5) и гипотезу однородности (6), преобразуем первое уравнение (11):

$$\sigma_s^{i+1} / E_M + p_s^{i+1} = \langle \varepsilon_x(y) \rangle^{i+1} \cos^2 \theta_s + \langle \varepsilon_y(y) \rangle^{i+1} \sin^2 \theta_s,$$

откуда

$$\sigma_s^{i+1} = E_M (\langle \varepsilon_x(y) \rangle^{i+1} \cos^2 \theta_s + \langle \varepsilon_y(y) \rangle^{i+1} \sin^2 \theta_s - p_s^{i+1}). \quad (12)$$

Подставляя распределение микронапряжений (12) в уравнения равновесия для одноосного напряженного состояния (4), получим

$$\langle \sigma_x(y) \rangle^{i+1} = 2 \int_{\alpha_0}^{\pi/2} \sigma_s^{i+1} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta, \quad \int_{\alpha_0}^{\pi/2} \sigma_s^{i+1} \sin^3 \theta d\theta = 0. \quad (13)$$

Подставляя (12) в (13) и вычисля соответствующие интегралы, имеем

$$\begin{aligned} \langle \sigma_x(y) \rangle^{i+1} &= 2E_M \left[ \langle \varepsilon_x(y) \rangle^{i+1} \frac{\cos^5 \alpha_0}{5} + \langle \varepsilon_y(y) \rangle^{i+1} \left( \frac{\cos^3 \alpha_0}{3} - \frac{\cos^5 \alpha_0}{5} \right) - A_1 \right], \\ 0 &= E_M \left[ \langle \varepsilon_x(y) \rangle^{i+1} \left( \frac{\cos^3 \alpha_0}{3} - \frac{\cos^5 \alpha_0}{5} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \langle \varepsilon_y(y) \rangle^{i+1} \left( \cos \alpha_0 - 2 \frac{\cos^3 \alpha_0}{3} + \frac{\cos^5 \alpha_0}{5} \right) - B_1 \right], \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$A_1 = \int_{\alpha_0}^{\pi/2} p_s^{i+1} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta, \quad B_1 = \int_{\alpha_0}^{\pi/2} p_s^{i+1} \sin^3 \theta d\theta,$$

а величина  $\alpha_0 = \alpha_0(y)$  — граница разрушенных ( $0 < \theta \leq \alpha_0$ ) и неразрушенных ( $\alpha_0 < \theta < \pi/2$ ) локальных элементов структурной модели в сечении с координатой  $y$ . До разрушения первого локального элемента  $\alpha_0 = 0$ .

Выражая из системы (14)  $\langle \varepsilon_x(y) \rangle^{i+1}$ ,  $\langle \varepsilon_y(y) \rangle^{i+1}$ , получим

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_x(y) \rangle^{i+1} &= \left( \left( \frac{\langle \sigma_x(y) \rangle^{i+1}}{2E_M} + A_1 \right) (45 - 30 \cos^2 \alpha_0 + 9 \cos^4 \alpha_0) - \right. \\ &\quad \left. - B_1 (15 \cos^2 \alpha_0 - 9 \cos^4 \alpha_0) \right) (4 \cos^5 \alpha_0)^{-1}, \quad (15) \end{aligned}$$

$$\langle \varepsilon_y(y) \rangle^{i+1} = - \left( \left( \frac{\langle \sigma_x(y) \rangle^{i+1}}{2E_M} + A_1 \right) (15 - 9 \cos^2 \alpha_0) - 9 B_1 \cos^2 \alpha_0 \right) (4 \cos^3 \alpha_0)^{-1}.$$

Используя найденные значения макродеформаций и распределение деформаций ползучести, по формуле (12) определяем распределение микронапряжений в данный момент времени  $t = t_{i+1}$ , вычисляем текущую величину работы микронапряжения на микродеформации ползучести по формуле

$$A_c(\theta, t_{i+1}) = \int_0^{t_{i+1}} \sigma(\theta, \xi) p(\theta, \xi) d\xi,$$

затем находим меру повреждённости локального элемента (7) и проверяем критерий разрушения.

Для определения макрохарактеристик также реализуется пошаговый метод расчёта ползучести. В конце временного промежутка вычисляем приращение микронапряжений, макродеформации ползучести и кривизны балки по формулам

$$\begin{aligned} \langle \Delta p_x(y, t) \rangle &= \langle p_x(y, t_{i+1}) \rangle - p_x \langle (y, t_i) \rangle, \\ \Delta \chi(t_i) &= \left( \int_0^{h/2} \langle \Delta p(y, t_i) \rangle y b(y) dy \right) \left( \int_0^{h/2} y^2 b(y) dy \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

Тогда  $\langle \Delta \sigma_x(y, t_i) \rangle = \langle E \rangle (\Delta \chi(t_i) y - \langle \Delta p_x(y, t_i) \rangle)$ .

На шаге  $t = t_{i+1}$  макровеличины определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle p_x(y, t_{i+1}) \rangle &= \langle p_x(y, t_i) \rangle + \langle \Delta p_x(y, t_i) \rangle, \\ \chi(t_{i+1}) &= \chi(t_i) + \Delta \chi(t_i), \\ \langle \sigma_x(y, t_{i+1}) \rangle &= \langle \sigma_x(y, t_i) \rangle + \langle \Delta \sigma_x(y, t_i) \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Вычислив все микро- и макровеличины в момент времени  $t_i$  в каждом слое, переходим к следующему временному шагу. Расчёт на основании соотношений (16), (17), (15), (12) осуществляется до тех пор, пока ни один локальный элемент структурной модели не разрушен, при этом выполняется дискретизация области по переменным  $\theta$  и  $y$ , а интегралы вычисляются численно. Если же присутствует процесс последовательного разрушения локальных элементов, то из области интегрирования удаляются области разрушенных элементов.

**3. Результаты расчёта и сравнительный анализ.** Для экспериментальной проверки разработанной методики были использованы опытные данные по ползучести при чистом изгибе балки прямоугольного сечения длиной 200 мм ( $b = 10$  мм,  $h = 20$  мм) из сплава Д16Т при температуре  $T = 250^\circ\text{C}$ , приведённые в [12].

Исходной информацией для идентификации параметров структурной модели являлись усреднённые кривые стационарной одноосной ползучести при четырёх уровнях напряжений:  $\langle \sigma_x \rangle = [68,7; 78,5; 88,3; 98,1]$  МПа [12], которые приведены на рис. 1 штриховыми линиями. Параметры аппроксимации скорости установившейся ползучести имеют следующие значения:  $A = 1,32 \times 10^{-13}$  МПа·ч<sup>-1</sup>,  $N = 4,6$ . Макромодуль Юнга  $\langle E \rangle = 5,5 \cdot 10^4$  МПа. С использованием этих значений макропараметров были определены микропараметры структурной модели:  $E_M = 16,5 \cdot 10^4$  кг/мм<sup>2</sup>,  $a = 6,5 \cdot 10^{-15}$  МПа·ч<sup>-1</sup>,  $n = 4,6$ .

Согласно вышеприведенной методике, по точкам начала третьей стадии определялась для каждой реализации величина  $A_c^*$  и затем эти четыре значения усреднялись. В результате получено  $A_c^* = 2,81$  МПа/мм<sup>2</sup>.

На рис. 1 штриховыми линиями приведены экспериментальные данные, а сплошными линиями представлены рассчитанные по структурной модели кривые одноосной ползучести для сплава Д16Т ( $T = 250^\circ\text{C}$ ).

Следует отметить, что различие в поведении рассчитанных по структурной модели кривых ползучести и экспериментальных данных можно объяснить тем, что в структурной модели третья стадия прогнозируется и описывается кинетикой разрушения локальных элементов.

Далее осуществлялся расчёт кривизны балки на основании структурной модели по изложенной выше методике для двух значений изгибающего момента (с максимальными напряжениями в начальный момент  $t = 0$  в упругой области  $\langle\sigma_x(0)\rangle_{\max} = 105$  МПа и  $\langle\sigma_x(0)\rangle_{\max} = 120$  МПа), при этом структурная модель заменяла собой феноменологическую модель ползучести материала. На рис. 2 приведены расчётные и экспериментальные значения кривизны балки в процессе ползучести.

Для анализа решения выполнено сравнение данных расчёта значений кривизны балки по предложенной структурной модели не только с экспериментальными данными, но и данными расчёта для этой же балки по энергетическому варианту теории ползучести и длительной прочности [12] (см. рис. 2). На рис. 3 приведены графики распределения макронапряжений по высоте балки в различные моменты времени при  $\langle\sigma_x(0)\rangle_{\max} = 105$  МПа. Из рис. 3 следует, что происходит существенное перераспределение напряжений по высоте балки, причём на третьей стадии за счёт разрушения локальных элементов структурной модели в наиболее нагруженных областях величина макронапряжений при  $y = h/2$  уменьшается практически до нуля.

Поскольку в структурной модели третья стадия прогнозируется (в отличие от теории ползучести и длительной прочности [12], где при её построении используется вся кривая ползучести вплоть до разрушения), этим можно объяснить определённое отклонение расчётных значений кривизны  $\chi = \chi(t)$  по структурной модели от экспериментальных данных и данных расчёта по феноменологической модели [12].

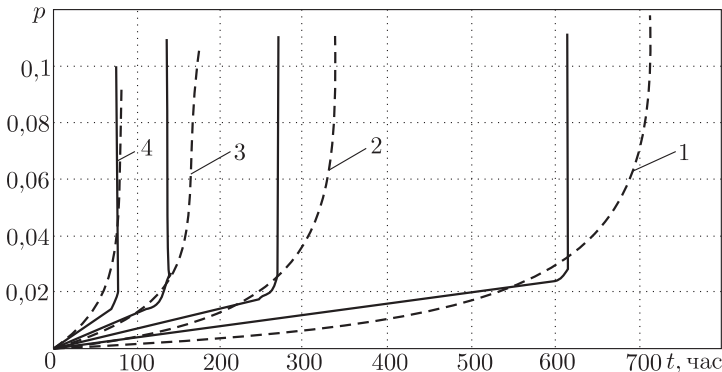


Рис. 1. Экспериментальные (штриховые линии) и расчётные (сплошные линии) кривые ползучести сплава Д16Т при  $T = 250^\circ\text{C}$ : 1 —  $\langle\sigma_x\rangle = 70$  МПа; 2 —  $\langle\sigma_x\rangle = 80$  МПа; 3 —  $\langle\sigma_x\rangle = 90$  МПа; 4 —  $\langle\sigma_x\rangle = 100$  МПа

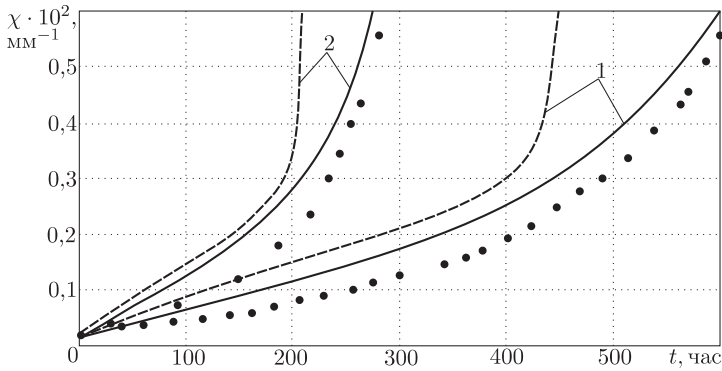


Рис. 2. Экспериментальные (точки), рассчитанные по структурной модели (штриховые линии), рассчитанные по энергетическому варианту (сплошные линии) значения кривизны балки из сплава Д16Т при  $T = 250^\circ\text{C}$ : 1 —  $\langle \sigma_x(0) \rangle_{\max} = 105$  МПа; 2 —  $\langle \sigma_x(0) \rangle_{\max} = 120$  МПа

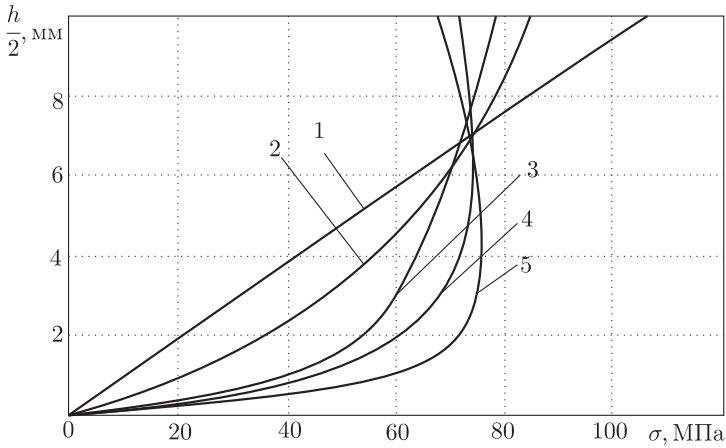


Рис. 3. Распределение макронапряжений при  $\langle \sigma_x(0) \rangle_{\max} = 105$  МПа по высоте балки в различные моменты времени (рассчитанные по структурной модели): 1 —  $t = 0$ ; 2 —  $t = 11$  час; 3 —  $t = 160$  час; 4 —  $t = 340$  час; 5 —  $t = 420$  час

Таким образом, в данной работе продемонстрирована возможность решения краевых задач ползучести и длительной прочности с использованием структурных моделей, которые заменяют собой физические уравнения состояния, при этом учитываются многие тонкие реологические эффекты, поскольку они фактически вложены в структурную модель.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В. Теория пластичности и ползучести металлов, учитывающая микронапряжения // *Изв. АН СССР. МТТ*, 1981. №5. С. 99–110. [Kadashevich Yu. I., Novozhilov V. V. The theory of plasticity and creep of metals taking microstresses into account // *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Mekh. Tverd. Tela*, 1981. no. 5. Pp. 99–110].
2. Новожилов В. В., Кадашевич Ю. И. Микронапряжения в конструкционных материалах. Л.: Машиностроение, 1990. 223 с. [Kadashevich Yu. I., Novozhilov V. V. Microstresses in Structural Materials. Leningrad: Mashinostroenie, 1990. 223 pp.]
3. Зарубин В. С. Прикладные задачи термочности элементов конструкций. М.: Маши-



- ностроение, 1985. 294 с. [*Zarubin V. S. Applied Problems in Thermal Strength of Structural Elements. Moscow: Mashinostroenie, 1985. 294 pp.*]
4. *Зарубин В. С., Кадашевич Ю. И., Кузьмин М. А.* Описание ползучести металлов при помощи структурной модели // *Прикладная механика*, 1977. Т. 13, № 9. С. 10–13; *Zarubin V. S., Kadashevich Yu. I., Kuz'min M. A.* Describing the creep of metals with a structural model // *Sov. Appl. Mech.*, 1977. Vol. 13, no. 9. Pp. 858–861.
  5. *Радченко В. П., Еремин Ю. А.* Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. М.: Машиностроение-1, 2004. 265 с. [*Radchenko V. P., Eremin Yu. A.* Rheological deformation and fracture of materials and structural elements. Moscow: Mashinostroenie-1, 2004. 265 pp.]
  6. *Радченко В. П.* Об одной структурной реологической модели нелинейного упругого материала // *Прикладная механика*, 1990. Т. 26, № 6. С. 67–74; англ. пер.: Structural rheological model of a nonlinearly elastic material // *Sov. Appl. Mech.*, 1990. Vol. 26, no. 6. Pp. 577–582.
  7. *Радченко В. П., Кузьмин С. В.* Структурная модель накопления повреждений и разрушений материалов при ползучести // *Проблемы прочности*, 1989. № 10. С. 18–23; англ. пер.: *Radchenko V. P., Kuz'min S. V.* A structural model of damage accumulation and failure of metals during creep // *Strength of Materials*, 1989. Vol. 21, no. 10. Pp. 1300–1306.
  8. *Радченко В. П., Небогина Е. В., Басов М. В.* Структурная модель закритического упругопластического деформирования материалов в условиях одноосного растяжения // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2000. № 9. С. 55–65. [*Radchenko V. P., Nebogina E. V., Basov M. V.* Structural model of supercritical elastoplastic deformation of materials under uniaxial tension // *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2000. no. 9. Pp. 55–65].
  9. *Радченко В. П., Шапиевский Д. В.* Математическая модель ползучести микронеоднородного нелинейно-упругого материала // *ПМТФ*, 2008. Т. 49, № 9. С. 157–163; англ. пер.: *Radchenko V. P., Shapievskii D. V.* Mathematical model of creep for a microinhomogeneous nonlinearly elastic material // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2008. Vol. 49, no. 3. Pp. 478–483.
  10. *Радченко В. П., Андреева Е. А., Никитин А. В.* Структурная модель ползучести нелинейно-упругого микронеоднородного материала в условиях сложного напряженного состояния // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2010. № 1(20). С. 60–70. [*Radchenko V. P., Andreeva E. A., Nikitina A. V.* Creep Structural Model of Nonlinearly Elastic Microheterogeneous Material in Complex Stress State // *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2010. no. 1(20). Pp. 60–70].
  11. *Гохфельд Д. А., Садаков О. С.* Пластичность и ползучесть элементов конструкций при повторном нагружении / Библиотека расчётчика. М.: Машиностроение, 1984. 256 с. [*Gokhfel'd D. A., Sadakov O. S.* Plasticity and Creep of Structural Elements Under Repeated Loading. Moscow: Mashinostroenie, 1984. 256 pp.]
  12. *Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф.* Энергетический вариант теории ползучести. Новосибирск: Институт гидродинамики СО АН СССР, 1986. 96 с. [*Sosnin O. V., Gorev B. V., Nikitenko A. F.* Energy Variant of Creep Theory. Novosibirsk: Inst. of Hydrodynamics, USSR Acad. of Sci., 1986. 96 pp.]

Поступила в редакцию 29/VII/2012;  
в окончательном варианте — 15/XI/2012.

MSC: 74E35; 74B20, 74A20

## THE METHOD FOR SOLVING THE BOUNDARY VALUE PROBLEM OF THE BEAM'S CREEP AND CREEP RUPTURE STRENGTH CONDITION OF THE PURE BENDING BASED ON THE ROD TYPE STRUCTURAL MODEL

*E. V. Nebogina*

Samara State Technical University,  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russia.

E-mail: [neboginaev@gmail.com](mailto:neboginaev@gmail.com)

*The method for solving the boundary value problem of the beam's creep and creep rupture strength under condition of the pure bending based on the rod type structural model is proposed. Energy criterion of local element destruction is introduced. Comparative analysis of structural model calculated data and the quarter beam of D16T alloy at  $T = 250^{\circ}C$  curvature value found by experiment is performed. Calculated data agree with those found by experiment. Correlation of the calculated data based on the proposed method with those based on phenomenological model of energy type creep is performed.*

**Key words:** *creep, structural model, pure bending, material destruction, creep rupture strength.*

Original article submitted 29/VII/2012;  
revision submitted 15/XI/2012.