

УДК 539.376

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВОЗМУЩЕНИЙ К ЗАДАЧЕ О НЕСООСНОЙ ТРУБЕ В УСЛОВИЯХ УСТАНОВИВШЕЙСЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

*А. Д. Москалик*

Самарский государственный технический университет,  
Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: annmoskalik1@gmail.com

*Рассмотрена задача определения напряжённо-деформированного состояния толстостенной несоосной трубы, находящейся под внутренним давлением на стадии установившейся ползучести. Проведена линеаризация задачи с использованием метода возмущений. Построено второе приближение данной задачи. Проанализировано влияние несоосности трубы на напряжённо-деформированное состояние с учётом второго приближения.*

**Ключевые слова:** *установившаяся ползучесть, метод возмущений, несоосная толстостенная труба, второе приближение.*

**Введение.** Разработка аналитических методов решения краевых задач ползучести для элементов конструкций с возмущёнными границами вследствие физической нелинейности определяющих реологических соотношений представляет собой трудноразрешимую проблему. Один из подходов состоит в линеаризации граничных условий и реологических соотношений на основе метода малого параметра. Постановка задачи установившейся ползучести с возмущёнными границами методом малого параметра приведена в монографии Л. М. Качанова [1], где, в частности, для несоосной трубы построено решение в первом приближении. Имеются единичные попытки решения этой задачи в работах [2,3]. Хорошо разработаны методы решения стохастических краевых задач для соосной трубы, но с возмущённым по пространственным переменным полем реологических характеристик. Здесь в работах В. П. Радченко и Н. Н. Попова с соавторами [4–6] построены решения вплоть до третьего приближения.

Детально метод возмущений (малого параметра) для упругопластических тел изложен в монографии [7] и систематически развивался в научной школе Д. Д. Ивлева в работах его учеников [8–10 и др.] на случай различных условий пластичности, составных упругопластических тел, различных типов концентраторов и т. д.

Целью данной работы является построение приближённого аналитического решения задачи об установившейся ползучести толстостенной несоосной трубы, находящейся под внутренним давлением  $q$ , во втором приближении метода возмущений.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается несоосная толстостенная труба с несмещённым внутренним контуром радиуса  $r = a$  и смещённым на малую величину  $\delta$  центром внешнего контура радиуса  $r = b$  относительно центра внутренней окружности (рис. 1).

В качестве малого параметра  $\delta$  принимается расстояние между центрами внешнего и внутреннего контуров трубы. Предполагается, что упругие деформации малы по сравнению с деформациями ползучести и ими можно пренебречь. С физической точки зрения это означает, что рассматриваются установившиеся поля скоростей деформаций ползучести и напряжений, т. е. деформацией ползучести, накопленной на первой стадии и вызванной перераспределением напряжений от упругого состояния до состояния установившейся ползучести, пренебрегаем. Разложение тензора напряжений  $\sigma_{ij}$ , тензора скоростей деформаций ползучести  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  и вектора скоростей перемещений  $\dot{u}_i$  по малому параметру до членов второго порядка имеет вид

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^{(0)} + \delta\sigma_{ij}^{(1)} + \delta^2\sigma_{ij}^{(2)} + O(\delta^3), \\ \dot{\varepsilon}_{ij} &= \dot{\varepsilon}_{ij}^0 + \delta\dot{\varepsilon}_{ij}^{(1)} + \delta^2\dot{\varepsilon}_{ij}^{(2)} + O(\delta^3), \\ \dot{u}_i &= \dot{u}_i^0 + \delta\dot{u}_i^{(1)} + \delta^2\dot{u}_i^{(2)} + O(\delta^3).\end{aligned}$$

Уравнение внешнего контура трубы с учетом возмущения  $\delta$  имеет вид

$$(r \cos \theta - \delta)^2 + r^2 \sin^2 \theta = b^2.$$

Раскладывая последнее соотношение в степенной ряд по параметру  $\delta$  и оставляя члены второго порядка включительно, получаем

$$r = b + \delta \cos \theta + \delta^2(\cos 2\theta - 1)/4b.$$

Задача решается в условиях плоского деформированного состояния ( $\dot{\varepsilon}_{zz} = 0$ ). Предполагается несжимаемость материала для скоростей деформаций ползучести, что находит экспериментальное подтверждение [11, 12]:

$$\dot{\varepsilon}_{rr} + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = 0. \quad (1)$$

Постановка задачи включает в себя уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r}, \quad \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = -r \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} - 2\sigma_{r\theta}, \quad (2)$$

которые линейны относительно компонент напряжений и, следовательно, выполняются для каждого приближения.

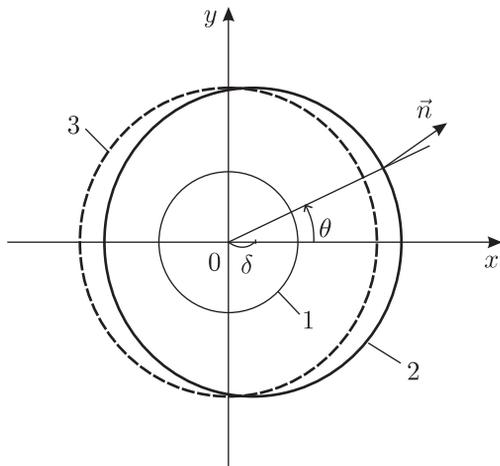


Рис. 1. Схема несоосной трубы: 1 — внутренний контур трубы  $r = a$ ; 2 — внешний контур трубы; 3 — внешний контур трубы  $r = b$  для осесимметричного случая

Аналогично, для каждого приближения выполняются уравнения совместности деформаций

$$\dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial r}, \quad \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{u}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\dot{u}_r}{r}, \quad \dot{\varepsilon}_{r\theta} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{u}_r}{\partial \theta} + \frac{\partial \dot{u}_\theta}{\partial r} - \frac{\dot{u}_\theta}{r} \right). \quad (3)$$

В качестве определяющих соотношений используется теория установившейся ползучести со степенным законом

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2} A \sigma_e^{n-1} S_{ij}, \quad (4)$$

где  $n$ ,  $A$  — постоянные характеристики материала,  $S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$  — девиатор напряжений,  $\sigma_e$  — интенсивность напряжений, определяемая в случае плоской деформации выражением

$$\sigma_e = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + (4\sigma_{r\theta})^2 \right]^{1/2}.$$

Разложение  $\sigma_e$  по малому параметру  $\delta$  позволяет определить  $\sigma_e^{n-1}$ , представленное в виде степенного ряда:

$$\sigma_e^{n-1} = \left( \frac{\sqrt{3} |\Delta\sigma^{(0)}|}{2} \right)^{n-1} \left[ 1 + \delta \frac{(n-1)\Delta\sigma^{(1)}}{|\Delta\sigma^{(0)}|} + \delta^2 \frac{n-1}{2} \left( \frac{(n-2)[\Delta\sigma^{(1)}]^2 + 2\Delta\sigma^{(2)}\Delta\sigma^{(0)} + 4[\sigma_{r\theta}^{(1)}]^2}{[\Delta\sigma^{(0)}]^2} \right) \right], \quad (5)$$

где для удобства записи введены обозначения  $\Delta\sigma^{(k)} = \sigma_{rr}^{(k)} - \sigma_{\theta\theta}^{(k)}$ ,  $k = 0, 1, 2$  — номера приближений.

Согласно [12] решение для нулевого приближения имеет вид

$$\Delta\sigma^{(0)} = -Qp(b/r)^p, \quad \sigma_{r\theta}^{(0)} = 0,$$

при этом ввиду симметричности задачи для нулевого приближения

$$Q = \frac{q}{(b/a)^p - 1}, \quad p = 2/n.$$

Для первого приближения

$$\Delta\sigma^{(1)} = \Delta\rho^{(1)}(r) \cos \theta, \quad \sigma_{r\theta}^{(1)} = \rho_{r\theta}^{(1)}(r) \sin \theta, \quad (6)$$

где функции  $\Delta\rho^{(1)}(r)$ ,  $\rho_{r\theta}^{(1)}(r)$  согласно [13] имеют следующий вид:

$$\Delta\rho^{(1)}(r) = -\frac{2}{L} \left[ C_{12} p s r^{-1} + C_{13} p v r^{-w-1} + C_{14} p w r^{-v-1} \right],$$

$$\rho_{r\theta}^{(1)}(r) = \frac{1}{2L} \left[ C_{12} s^2 r^{-1} + C_{13} v^2 r^{-w-1} + C_{14} w^2 r^{-v-1} \right].$$

Здесь

$$L = 3A \left( \frac{\sqrt{3}}{n} b^p Q \right)^{n-1}, \quad s = p - 2, \quad v = \frac{s + \sqrt{s^2 + 16p}}{2}, \quad w = \frac{s - \sqrt{s^2 + 16p}}{2}.$$

Значения коэффициентов  $C_{12}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{14}$  в настоящей работе не приводятся в силу их громоздкости.

Используя (5), (6), линеаризованные определяющие соотношения (4) для второго приближения можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma^{(2)} &= \frac{2p}{K(r)} \dot{\varepsilon}_{rr}^{(2)} - \alpha, \\ K(r) &= Lr^s, \quad \alpha = A^R \cos 2\theta + A^\psi, \\ A^R &= \frac{1}{2\Delta\sigma^{(0)}} \left( \frac{n-1}{2} [\Delta\rho^{(1)}]^2 + s [\rho_{r\theta}^{(1)}]^2 \right), \\ A^\psi &= \frac{1}{2\Delta\sigma^{(0)}} \left( \frac{n-1}{2} [\Delta\rho^{(1)}]^2 - s [\rho_{r\theta}^{(1)}]^2 \right), \\ \sigma_{r\theta}^{(2)} &= \frac{1}{K(r)} \dot{\varepsilon}_{r\theta}^{(2)} - \beta, \\ \beta &= B^R \sin 2\theta, \quad B^R = \frac{n-1}{2\Delta\sigma^{(0)}} \Delta\rho^{(1)} \rho_{r\theta}^{(1)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Линеаризованные граничные условия для второго приближения при  $r = b$  согласно [7] зависят от нулевого и первого приближений:

$$\begin{aligned} \sigma_{r\theta}^{(2)}|_{r=b} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta\rho^{(1)}}{b} - \frac{d}{dr} \left( \rho_{r\theta}^{(1)} - \frac{\Delta\sigma^{(0)}}{b} \right) \right] \sin 2\theta, \\ \sigma_{rr}^{(2)}|_{r=b} &= \frac{1}{2} \left[ -\frac{d\rho_{rr}^{(1)}}{dr} - \frac{1}{2} \frac{d^2\sigma_{rr}^{(0)}}{dr^2} - \frac{1}{2b} \frac{d\sigma_{rr}^{(0)}}{dr} - \frac{\Delta\sigma^{(0)}}{b^2} + \frac{2}{b} \rho_{r\theta}^{(1)} \right] \cos 2\theta + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ -\frac{d\rho_{rr}^{(1)}}{dr} - \frac{1}{2} \frac{d^2\sigma_{rr}^{(0)}}{dr^2} + \frac{1}{2b} \frac{d\sigma_{rr}^{(0)}}{dr} + \frac{\Delta\sigma^{(0)}}{2b^2} - \frac{1}{b} \rho_{r\theta}^{(1)} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Краевые условия на внутреннем контуре во втором приближении (при  $r = a$ ) имеют вид

$$\sigma_{r\theta}^{(2)}|_{r=a} = 0, \quad \sigma_{rr}^{(2)}|_{r=a} = 0. \quad (10)$$

Уравнения (1)–(3), (7), (8) с граничными условиями (9), (10) образуют краевую задачу для нахождения 2-го приближения в напряжениях и дальнейшего полного построения решения поставленной краевой задачи с учётом второго приближения.

**2. Решение задачи.** С учётом вида граничных условий (9) и решения для первого приближения [3, 13] вводится предположение, что скорость радиальных перемещений  $\dot{u}_r^{(2)}$  является суммой двух составляющих, одна из которых зависит от радиуса  $r$  и угла  $\theta$ , а вторая — только от радиуса  $r$ ; скорость тангенциальных перемещений  $\dot{u}_\theta^{(2)}$  зависит и от радиуса  $r$ , и от угла  $\theta$ :

$$\dot{u}_r^{(2)} = \dot{u}_r^R \cos 2\theta + \dot{u}_r^\psi, \quad \dot{u}_\theta^{(2)} = \dot{u}_\theta^R \sin 2\theta, \quad (11)$$

где  $\dot{u}_r^R = \dot{u}_r^R(r)$ ,  $\dot{u}_r^\psi = \dot{u}_r^\psi(r)$ ,  $\dot{u}_\theta^R = \dot{u}_\theta^R(r)$  — неизвестные, подлежащие определению функции.

Представление для скоростей перемещений (11) позволяет выполнить условие несжимаемости материала (1) тождественно. Для этого необходимо потребовать выполнения следующих равенств:

$$\frac{\partial \dot{u}_r^R}{\partial r} + \frac{2}{r} \dot{u}_\theta^R + \frac{\dot{u}_r^R}{r} = 0, \quad \frac{\partial \dot{u}_r^\psi}{\partial r} + \frac{\dot{u}_r^\psi}{r} = 0. \quad (12)$$

Первое уравнение из (12) тождественно выполняется путём введения функции скоростей перемещений  $\zeta(r, \theta) = R(r) \sin 2\theta$  такой, что

$$\dot{u}_r^R \cos 2\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta}, \quad \dot{u}_\theta^R \sin 2\theta = \frac{\partial \zeta}{\partial r}. \quad (13)$$

Второе уравнение из (12) позволяет определить составляющую скоростей перемещений, не зависящую от угла  $\theta$ :

$$\dot{u}_r^\psi = C/r$$

и, следовательно,

$$\dot{\varepsilon}_{rr}^\psi = -C/r^2. \quad (14)$$

Использование представления (13) в выражении (11) позволяет из соотношений (3) получить скорости деформаций ползучести:

$$\dot{\varepsilon}_{rr}^{(2)} = -\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^{(2)} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \theta \partial r} + \frac{du_r^\psi}{dr}, \quad \dot{\varepsilon}_{r\theta}^{(2)} = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right).$$

Так как  $\zeta(r, \theta) = R(r) \sin 2\theta$ , выражения для скоростей деформаций ползучести примут вид

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{rr}^{(2)} = -\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^{(2)} &= (-2R'r^{-1} + 2Rr^{-2}) \cos 2\theta + \frac{du_r^\psi}{dr}, \\ \dot{\varepsilon}_{r\theta}^{(2)} &= \frac{1}{2} (R'' - R'r^{-1} + 4Rr^{-2}) \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (15)$$

Полученные формулы для скоростей деформаций (15) используются в уравнениях (7), (8):

$$\begin{aligned} \Delta \sigma^{(2)} &= \left[ \frac{4p}{L} (-R'r^{-p+1} + Rr^{-p}) - A^R \right] \cos 2\theta - \\ &\quad - \frac{2pC}{L} r^{-p} - A^\psi = \Delta \sigma^R \cos 2\theta + \Delta \sigma^\psi, \\ \sigma_{r\theta}^{(2)} &= \frac{1}{2L} [R'' r^{-p+2} - R'r^{-p+1} + 4Rr^{-p}] \sin 2\theta = \sigma_{r\theta}^R \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (16)$$

При составлении основного уравнения для нахождения функции  $R(r)$  необходимо предварительно продифференцировать по  $\theta$  первое уравнение (2), по  $r$  второе уравнение (2), а также найти вторую производную по  $\theta$  и по  $r$

для  $\Delta\sigma^{(2)}$  из соотношения (16). Разность продифференцированных уравнений равновесия тождественно равна второй производной для  $\Delta\sigma^{(2)}$ . Используя обозначения, введенные в (16), и сокращая на  $\sin 2\theta$ , без нарушения общности приходим к уравнению

$$r \frac{\partial^2 \sigma_{r\theta}^R}{\partial r^2} + 3 \frac{\partial \sigma_{r\theta}^R}{\partial r} + 2 \frac{\partial \Delta\sigma^R}{\partial r} + 4 \frac{\sigma_{r\theta}^R}{r} + 2 \frac{\Delta\sigma^R}{r} = 0. \quad (17)$$

Опираясь в уравнении (17) на обозначения, введенные в (16), получаем основное уравнение для нахождения функции  $R(r)$ :

$$R^{IV} + (6 - 2p)R'''r^{-1} + (p^2 - 20p + 11)R''r^{-2} + (15p^2 - 20p + 5)R'r^{-3} + (16 - 12p^2 + 8p)Rr^{-4} = 2Lr^{p-3}Y(r), \quad (18)$$

где

$$Y(r) = r \frac{d^2 B^R}{dr^2} + 3 \frac{dB^R}{dr} + 2 \frac{dA^R}{dr} + 4 \frac{B^R}{r} + 2 \frac{A^R}{r}.$$

Использование степенного представления  $R(r) = r^\nu$  позволяет получить линейное однородное дифференциальное уравнение четвертого порядка для нахождения собственных значений

$$\nu^4 - 2p\nu^3 + (p^2 - 14p + 4)\nu^2 + (14p^2 - 4p)\nu + (16 - 12p^2 + 8p) = 0,$$

решением которого являются корни

$$\nu_{1,2,3,4} = \frac{p}{2} \pm \frac{\sqrt{p^2 + 28p - 8 \pm 4\sqrt{61p^2 - 36p - 12}}}{2}.$$

Прямым численным анализом определено, что при показателе нелинейности  $n = 3 \div 20$  однородное уравнение имеет комплексные корни:

$$\nu_{1,2,3,4} = p/2 \pm l/2 \pm ih.$$

Здесь  $l = l(p)$  и  $h = h(p)$  — известные значения для конкретного материала. Воспользуемся тригонометрическим представлением полученного решения согласно [14]:

$$R(r) = C_{21}r^{(p+l)/2} \cos(h \ln r) + C_{22}r^{(p+l)/2} \sin(h \ln r) + C_{23}r^{(p-l)/2} \cos(h \ln r) + C_{24}r^{(p-l)/2} \sin(h \ln r),$$

где  $C_{21}, C_{22}, C_{23}, C_{24}$  — константы интегрирования.

Использование метода вариации произвольных постоянных [14] позволяет получить общее решение неоднородного дифференциального уравнения в виде

$$R(r) = \sum_{k=1}^4 [C_{2k}(r) + p_k]m_k(r). \quad (19)$$

Здесь  $m_1 = r^{(p+l)/2} \cos(h \ln r)$ ,  $m_2 = r^{(p+l)/2} \sin(h \ln r)$ ,  $m_3 = r^{(p-l)/2} \cos(h \ln r)$ ,  $m_4 = r^{(p-l)/2} \sin(h \ln r)$ ;  $p_k$  — константы интегрирования.

Подставляя полученное решение для функции  $R(r)$  (19) и для скорости деформаций ползучести  $\varepsilon_{rr}^\psi$  (14) в уравнения равновесия (2) и обозначая

$$\frac{d\sigma_{rr}^R}{dr} = \frac{1}{L} \left( -R'' r^{-p+1} + (4p+1)R' r^{-p} - (4p+4)R r^{-p-1} \right) - 2\frac{B^R}{r} - \frac{A^R}{r},$$

$$\frac{d\sigma_{rr}^\psi}{dr} = \frac{2p}{L} C r^{-p-1} + \frac{A^\psi}{r},$$

получаем

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^{(2)}}{\partial r} = \frac{d\sigma_{rr}^R}{dr} \cos 2\theta + \frac{d\sigma_{rr}^\psi}{dr}.$$

Интегрируя по  $r$ , приходим к выражению для радиальной составляющей тензора напряжений

$$\sigma_{rr}^{(2)} = (\sigma_{rr}^R + K^R) \cos 2\theta + (\sigma_{rr}^\psi + K^\psi),$$

где  $K^R$  и  $K^\psi$  — константы интегрирования.

Составляющая тензора напряжений  $\sigma_{r\theta}^{(2)}$  определяется по второму соотношению (16).

Подставляя полученное решение для  $\sigma_{rr}^{(2)}$  и  $\sigma_{r\theta}^{(2)}$  в граничные условия (9), (10), определяем константы интегрирования  $p_1, p_2, p_3, p_4, C, K^R, K^\psi$ . Поскольку уравнение для нахождения  $\sigma_{rr}^{(2)}$  распадается на два уравнения по признаку наличия зависимости от угла  $\theta$ , получаем шесть уравнений и семь неизвестных констант интегрирования, что позволяет без нарушения общности решения положить  $K^R = 0$ .

Использование полученного решения позволяет определить напряжения и скорости деформаций ползучести в трубе с учётом второго приближения.

**Анализ результатов.** В качестве модельного примера рассмотрена труба с внутренним радиусом  $a = 0,115$  м, внешним радиусом  $b = 0,15$  м и с характеристиками материала  $n = 10,96$ ,  $A = 9,58 \cdot 10^{-23}$  под действием внутреннего давления  $q = 22,07$  МПа.

В работе детально исследованы зависимости  $\sigma_{rr}(r, \theta)$ ,  $\sigma_{\theta\theta}(r, \theta)$  и  $\varepsilon_{rr}(r, \theta)$  от приведённого радиуса  $\tilde{r} = r/a$ .

На рис. 2–4 соответственно приведены графики для радиальной и тангенциальной компонент тензора напряжений и радиальной компоненты тензора скоростей деформаций (поскольку  $\dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = -\dot{\varepsilon}_{rr}$ ), где верхний индекс у компонент тензора напряжений и тензора скоростей деформаций означает количество приближений, используемых для оценки величин. Графики построены при  $\delta = 0,1$  при значении угла  $\theta = \pi$ , соответствующем максимальным значениям тангенциального напряжения  $\sigma_{\theta\theta}$ . В таблице приведены значения  $\sigma_{\theta\theta}^* = \sigma_{\theta\theta}^{(0+1)}/\sigma_{\theta\theta}^{(0)}$  при учёте первого приближения на внешней границе трубы при  $\tilde{r} = b/a + \delta \cos \theta$  и значения  $\sigma_{\theta\theta}^{**} = \sigma_{\theta\theta}^{(0+1+2)}/\sigma_{\theta\theta}^{(0)}$  при учёте второго приближения на внешней границе трубы при  $\tilde{r} = b/a + \delta \cos \theta + \delta^2(\cos 2\theta - 1)/4b$

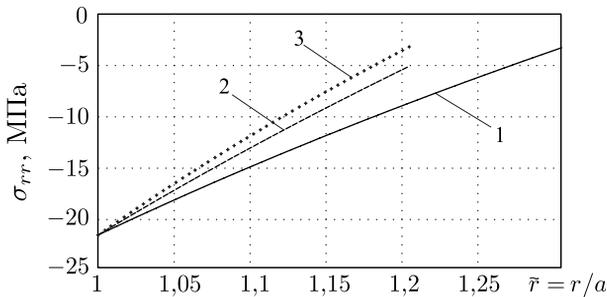


Рис. 2. Радиальные напряжения при  $n = 10,96, \theta = \pi, \delta = 0,1$ : 1 —  $\sigma_{rr}^{(0)}$ , 2 —  $\sigma_{rr}^{(0+1)}$ , 3 —  $\sigma_{rr}^{(0+1+2)}$

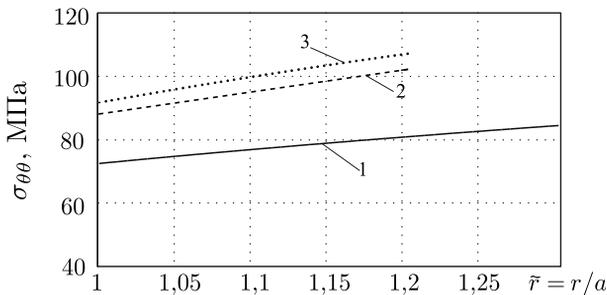


Рис. 3. Тангенциальные напряжения при  $n = 10,96, \theta = \pi, \delta = 0,1$ : 1 —  $\sigma_{\theta\theta}^{(0)}$ , 2 —  $\sigma_{\theta\theta}^{(0+1)}$ , 3 —  $\sigma_{\theta\theta}^{(0+1+2)}$

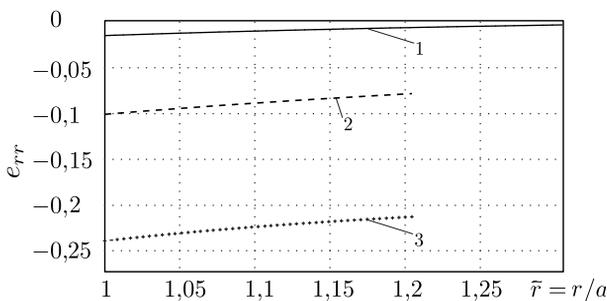


Рис. 4. Скорости радиальных деформаций при  $n = 10,96, \theta = \pi, \delta = 0,1$ : 1 —  $\dot{\epsilon}_{rr}^{(0)}$ , 2 —  $\dot{\epsilon}_{rr}^{(0+1)}$ , 3 —  $\dot{\epsilon}_{rr}^{(0+1+2)}$

**Значения тангенциальных напряжений**

$\delta$	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
$\sigma_{\theta\theta}^*$	1,0	1,04	1,09	1,13	1,17	1,22	1,26	1,30	1,34	1,38	1,42
$\sigma_{\theta\theta}^{**}$	1,0	1,04	1,10	1,14	1,19	1,24	1,29	1,34	1,40	1,46	1,52

при  $n = 10,96$ ,  $\theta = \pi$ , вычисленные с шагом 0,01 по величине  $\delta$ . Из данных, приведённых в [таблице](#), можно сделать вывод, что решение задачи о несосной трубе имеет тенденцию к сходимости. Однако для изучения скорости сходимости решения нужны дополнительные исследования.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Л. М. Качанов, Теория ползучести. М.: Физматгиз, 1960. 455 с. [*L. M. Kachanov*, Creep Theory. Moscow: Fizmatgiz, 1960. 455 pp.]
2. В. П. Радченко, Е. В. Башкинова, “Решение краевых задач установившейся ползучести в полярных координатах методом возмущений” // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки*, 1998. №5. С. 86–91. [*V. P. Radchenko, E. V. Bashkinova*, “Solution of the value boundary problems for steady creep in polar coordinates by the perturbation method” // *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Tekhnicheskie Nauki*, 1998. no. 5. Pp. 86–91].
3. Е. В. Башкинова, “Решение краевой задачи установившейся ползучести для неосесимметричной толстостенной трубы” // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2002. №16. С. 105–110. [*E. V. Bashkinova*, “Solution of the value boundary problem of steady creep for non-axisymmetric thick-walled tube” // *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2002. no. 16. Pp. 105–110].
4. В. П. Радченко, Н. Н. Попов, “Аналитическое решение стохастической краевой задачи установившейся ползучести для толстостенной трубы” // *ПММ*, 2012. Т. 76, №6. С. 1023–1031; англ. пер.: *N. N. Popov, V. P. Radchenko*, “Analytical solution of the stochastic steady-state creep boundary value problem for a thick-walled tube” // *J. Appl. Math. Mech.*, 2012. Vol. 76, no. 6. Pp. 738–744.
5. А. А. Должковой, Н. Н. Попов, “Решение нелинейной стохастической задачи ползучести для толстостенной трубы методом малого параметра” // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2002. №16. С. 84–89. [*A. A. Dolzhkovoy, N. N. Popov*, “Solution of the nonlinear stochastic creep problem for a thick-walled tube by method of small parameter” // *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2002. no. 16. Pp. 84–89].
6. Н. Н. Попов, В. Н. Исуткина, “Построение аналитического решения двумерной стохастической задачи установившейся ползучести для толстостенной трубы” // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2007. №2(15). С. 90–94. [*N. N. Popov, V. N. Isutkina*, “Construction of an Analytical Solution of a Two-Dimensional Stochastic Problem of the Steady Creep for a Thick-Walled Pipe” // *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2007. no. 2(15). Pp. 90–94].
7. Д. Д. Ивлев, Л. В. Ершов, Метод возмущений в теории упругопластического тела. М.: Наука, 1978. 208 с. [*D. D. Ivlev, L. V. Ershov*, Method of Perturbations in the Theory of an Elastic-Plastic Body. Moscow: Nauka, 1978. 208 pp.]
8. А. П. Кержаев, “Упругопластическое состояние тонкой кольцевой пластины при наличии трансляционной анизотропии при равномерном растяжении” // *Вестник Чуваш. гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния*, 2012. №2(12). С. 174–179. [*A. P. Kerzhaev*, “Elastoplastic state of a thin ring plate at transmitting anisotropy at uniform stretching” // *Vestnik of I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Line: Mechanics of definable state*, 2012. no. 2(12). Pp. 174–179].
9. С. О. Фоминых, “Упругоидеальнопластическое состояние анизотропной трубы” // *Вестник Чуваши. гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния*, 2010. №2(8). С. 623–627. [*S. O. Fominykh*, “Elastoidealplastic condition of anisotropic pipe” // *Vestnik of I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Line: Mechanics of definable state*, 2010. no. 2(8). Pp. 623–627].
10. С. О. Фоминых, “Упругопластическое состояние толстостенной трубы при взаимодействии различных видов пластической анизотропии” // *Вестник Чуваши. гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния*, 2011. №1(9). С. 201–206.

- [S. O. Fominykh, "Elastoplastic state of a thick-walled pipe at the interaction of different types of plastic anisotropy" // *Vestnik of I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Line: Mechanics of definable state*, 2011. no. 1(9). Pp. 201–206].
11. А. Ф. Никитенко, Ползучесть и длительная прочность металлических материалов. Новосибирск: НГАСУ, 1997. 278 с. [A. F. Nikitenko, Creep and Creep-Rupture Strength of Metallic Materials. Novosibirsk: Novosib. Gos. Arkhit.-Stroit. Univ., 1997. 278 pp.]
  12. Ю. Н. Работнов, Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с. [Yu. N. Rabotnov, Mechanics of Deformable Solids. Moscow: Nauka, 1979. 744 pp.]
  13. А. Д. Москалик, "Анализ напряжённо-деформированного состояния толстостенного несоосного цилиндра, находящегося под внутреннем давлением, в условиях установившейся ползучести методом малого параметра" / В сб.: *Труды девятой Всероссийской научной конференции с международным участием. Часть 1: Математические модели механики, прочности и надёжности элементов конструкций / Матем. моделирование и краев. задачи*. Самара: СамГТУ, 2013. С. 140–144. [A. D. Moskalik, "Analysis of the stress-strain state of a thick-walled misaligned cylinder in conditions of steady-state creep under internal pressure by method of small parameter" / In: *Proceedings of the Ninth All-Russian Scientific Conference with international participation. Part 1 / Matem. Mod. Kraev. Zadachi*. Samara: Samara State Technical Univ., 2013. Pp. 140–144].
  14. Л. Э. Эльсгольц, Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 424 с. [L. E. Elsgolts, Differential Equations and the Calculus of Variations. Moscow: Nauka, 1969. 424 pp.]

Поступила в редакцию 14/IX/2013;  
в окончательном варианте — 26/XI/2013.

MSC: 74D10, 74G10

## THE APPLICATION OF PERTURBATION METHOD TO PROBLEM OF MISALIGNED TUBE IN CONDITIONS OF STEADY-STATE CREEP

*A. D. Moskalik*

Samara State Technical University,  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russia.

E-mail: [annmoskalik1@gmail.com](mailto:annmoskalik1@gmail.com)

*The problem of determining the stress-strain state of the thick-walled misaligned tube under internal pressure on steady-state creep is considered. The task linearization with the perturbation method is carried out. The second approximation of this problem is constructed. The effect of misalignment of the tube on the stress-strain state considering the second approximation is analyzed.*

**Keywords:** *steady-state creep, perturbation method, thick-walled misaligned tube, second approximation.*

Original article submitted 14/IX/2013;  
revision submitted 26/XI/2013.