Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2013. № 2 (31). С. 223–227

Физика высоких энергий и космология

УДК 53.01:524.882

АККРЕЦИЯ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ НА ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

***Е. О. Бабичев*[1], *В. И. Докучаев*[2], *Ю. Н. Ерошенко*[2]**

[1] Laboratoire de Physique Theorique d'Orsay, Université Paris-Sud 11,
210, Bâtiment, Orsay Cedex, F-91405, France.
[2] Институт ядерных исследований РАН,
Россия, 117312, Москва, проспект 60-летия октября, 7а.

E-mails: eugeny.babichev@th.u-psud.fr, dokuchaev@lngs.infn.it, eroshenko@inr.ac.ru

Исследована стационарная аккреция тёмной энергии на чёрные дыры. Получены общие выражения темпа аккреции для идеальной жидкости с произвольным уравнением состояния и для скалярных полей. Показано, что при аккреции фантомной энергии с $p+\rho<0$ массы чёрных дыр уменьшаются. Также методом возмущений исследована обратная реакция аккрецируемого вещества на метрику чёрной дыры и получены общие выражения для поправок к метрическим коэффициентам.

Ключевые слова: *чёрные дыры, темная энергия, аккреция.*

В последние годы в космологии была принята концепция тёмной энергии. Представляет интерес взаимодействие тёмной энергии с различными объектами, в частности, физика аккреции тёмной энергии на чёрные дыры (ЧД). Тёмная энергия чаще всего моделируется идеальной жидкостью с отрицательным давлением или скалярными полями. История исследований аккреции идеальной жидкости на компактный объект начинается с классической работы Бонди [1], а релятивистское обобщение было выполнено Майклом [2] (см. также в работе [3] дополнение к решению Майкла).

Аккреция идеальной жидкости с малой плотностью (пробная жидкость без обратного влияния) на ЧД Шварцшильда была нами исследована в работах [4, 5]. Из законов сохранения $u_\mu T^{\mu\nu}{}_{;\nu}=0$ и $T^{0\nu}{}_{;\nu}=0$ в метрике Шварцшильда получаем интегралы движения

$$ux^2\frac{n}{n_\infty}=-A, \quad (\rho+p)(f+u^2)^{1/2}x^2u=C_1,$$

где

$$\frac{n}{n_\infty}\equiv\exp\left[\int_{\rho_\infty}^{\rho}\frac{d\rho'}{\rho'+p(\rho')}\right],$$

скорость $u=dr/ds<0$ в случае потока к центру (аккреция), $A>0$ и C_1 — постоянные интегрирования.

Из этих соотношений получаем закон изменения массы $\dot{M}=-4\pi r^2T_0^{\ r}$

Евгений Олегович Бабичев (к.ф.-м.н.), научный сотрудник. *Вячеслав Иванович Докучаев* (д.ф.-м.н.), ведущий научный сотрудник. *Юрий Николаевич Ерошенко* (к.ф.-м.н.), научный сотрудник.

аккрецирующей ЧД:

$$\dot{M} = 4\pi A M^2[\rho_\infty + p(\rho_\infty)],$$

где величины плотности и давления взяты на бесконечности, а константа A может быть вычислена для жидкостей с $\partial p/\partial\rho > 0$ путём нахождения критической точки. Согласно этому решению при аккреции фантомной энергии с $\rho_\infty + p(\rho_\infty) < 0$ масса ЧД уменьшается. Массы всех чёрных дыр стремятся к нулю во Вселенной, заполненной фантомной энергией и приближающейся к Большому разрыву (Big Rip). Подобное уменьшение масс чёрных дыр обусловлено нарушением для фантомной энергии условия энергодоминантности, которое лежит в основе теорем о неуменьшении площади поверхности классических чёрных дыр.

Для обобщённого линейного уравнения состояния

$$p = \alpha(\rho - \rho_0), \tag{1}$$

где α и ρ_0 — параметры, можно выписать ряд аналитических решений, когда $\alpha = 1/4,\ 1/3,\ 1/2,\ 2/3,\ 1,\ 3/2$ и 2, описывающих распределение по радиусу и скорость аккрецируемой жидкости [4, 5]. Любая гладкая кривая в локальной окрестности $p = p(\rho)$ своей точки может быть заменена на линейную зависимость (1). Используя (1), можно найти безразмерную константу A:

$$A = \frac{(1+3\alpha)^{(1+3\alpha)/2\alpha}}{4\alpha^{3/2}}.$$

Легко видеть, что $A \geqslant 4$ при $0 < \alpha < 1$. Для $\alpha = 1$ имеем $A = 4$. Отсюда можно сделать вывод, что для типичных скоростей звука константа A имеет величину порядка единицы. В случае, например, $\alpha = 1/3$ получаем аналитически распределение плотности аккрецируемой жидкости:

$$\rho = \frac{\rho_0}{4} + \left(\rho_\infty - \frac{\rho_0}{4}\right)\left[z + \frac{1}{3(1-2x^{-1})}\right]^2,$$

где $x = r/M$,

$$z = \begin{cases} 2\sqrt{a/3}\cos\left(2\pi/3 - \beta/3\right), & 2 \leqslant x \leqslant 3, \\ 2\sqrt{a/3}\,\cos\left(\beta/3\right), & x > 3, \end{cases}$$

$$\beta = \arccos\left[\frac{b}{2\,(a/3)^{3/2}}\right]$$

и

$$a = \frac{1}{3(1-2/x)^2}, \quad b = \frac{2}{27(1-2/x)^3} - \frac{108}{(1-2/x)\,x^4}.$$

Это решение соответствует термализованному фотонному газу, который может рассматриваться как идеальная жидкость.

Расчёты аккреции пробной идеальной жидкости допускают обобщения на случаи вращающейся, движущейся и заряженной ЧД. Поскольку приближение пробной жидкости нарушается при стремлении заряженной ЧД Рейснера—Нордстрема к экстремальному состоянию, необходимо выйти за пределы этого приближения, чтобы учесть обратное влияние вещества на метрику.

Учёт обратного влияния обсуждался в [6]. Возможно, что в рамках данного подхода в будущем можно будет ответить на вопрос, может ли ЧД перейти через критическое состояние и превратиться в голую сингулярность при аккреции фантомной энергии. Мы используем следующий метод последовательных приближений для решения уравнений Эйнштейна $G_{\mu\nu}[g_{\mu\nu}] = 8\pi T_{\mu\nu}[g_{\mu\nu}, \phi]$. В нулевом приближении имеем вакуумное решение $G_{\mu\nu}\left[g^{(0)}_{\mu\nu}\right] = 0$. В вакуумной метрике можно исследовать движение пробной жидкости без обратного влияния. В первом приближении в правой части уравнений используется метрика из нулевого приближения

$$G_{\mu\nu}\left[g^{(0)}_{\mu\nu} + g^{(1)}_{\mu\nu}\right] = 8\pi T_{\mu\nu}\left[g^{(0)}_{\mu\nu}, \phi^{(0)}\right].$$

Предполагая, что $g^{(1)}_{\mu\nu}$ малы по сравнению с $g^{(0)}_{\mu\nu}$, можно линеаризовать уравнения и найти первые поправки к метрике.

Для метрики

$$ds^2 = e^{\nu(V,r)+2\lambda(V,r)}dV^2 - 2e^{\lambda(V,r)}dV\,dr - r^2 d\Omega$$

независимые уравнения Эйнштейна имеют вид

$$8\pi T_0{}^0 = -e^{\nu}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\nu'}{r}\right) + \frac{1}{r^2}, \tag{2}$$

$$8\pi T_0{}^1 = \frac{e^{\nu}}{r}\dot{\nu}, \tag{3}$$

$$8\pi T_1{}^0 = \frac{2\left(e^{-\lambda}\right)'}{r}, \tag{4}$$

$$8\pi T_1{}^1 = -e^{\nu}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{\nu'}{r}\right) + \frac{1}{r^2} - \frac{2\lambda'}{r}e^{\nu}, \tag{5}$$

где точка обозначает $\partial/\partial V$, а штрих — $\partial/\partial r$. Обозначим $e^{\nu(V,r)} \equiv 1 - 2M(V,r)/r$. В нулевом приближении $M(V,r) = M_0 = \text{const}$.

Согласно общей схеме последовательных приближений левые части уравнений (2)–(5) содержат компоненты тензора энергии-импульса в нулевом приближении, т. е. в пренебрежении обратным влиянием. Из выписанной системы уравнений получаем $M' = 4\pi T_0{}^0 r^2$, $\dot{M} = \mathcal{A}$, где $\mathcal{A} \equiv -4\pi T_0{}^1 r^2 = \text{const}$. В этом приближении компоненты тензора энергии-импульса не зависят от времени. Интегрируя и переопределяя переменные, находим поправки

$$M(V,r) = M_0 + \mathcal{A}V + 4\pi\int_{r_0}^{r} T_0{}^0(r) r^2 dr, \quad \lambda(r) = -4\pi\int_{r_0}^{r} T_1{}^0 r\,dr,$$

где r_0 — радиус горизонта в нулевом приближении. Из подобных выражений, обобщённых на случай ненулевого заряда ЧД Q, можно получить, в частности, смещенный радиус горизонта

$$r_h \approx M_0 + \mathcal{A}V + \sqrt{M_0^2 - Q^2 + 2M_0\mathcal{A}V}.$$

Для идеальной жидкости

$$M(V,r) \approx M_0 + \mathcal{A}V + 2\pi r_0^2(\rho - p)(r - r_0), \quad \lambda(r) \approx \pi r_0 \frac{\rho + p}{u^2}(r - r_0). \tag{6}$$

Поток энергии на ЧД $T_0{}^1 = -(\rho + p)u\sqrt{f_0 + u^2}$. Таким образом, как видно из (6), в случае аккреции фантомной жидкости с $\rho + p < 0$ учёт обратного влияния не изменяет вывод об уменьшении массы ЧД, полученный в [4] в нулевом приближении.

Рассмотрим теперь аккрецию скалярного поля и найдем поправки к метрике. Граничное условие на бесконечности следует из характера космологической эволюции поля. В случае стандартного кинетического члена (в гидродинамическом описании он соответствует идеальной жидкости с ультражёстким уравнением состояния) действие имеет вид

$$S_{\rm can} = \int d^4x\sqrt{-g}\Big(\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi\Big).$$

Решая уравнение Клейна—Гордона $\Box\phi = 0$ в метрике ЧД Шварцшильда, получаем стационарное несингулярное решение

$$\phi = \dot{\phi}_c\left(V - r - r_0\log\Big(\frac{r}{r_0}\Big)\right).$$

Поскольку для канонического скалярного поля тензор энергии-импульса имеет вид

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - \frac{1}{2}\left(\partial\phi\right)^2 g_{\mu\nu},$$

можно рассчитать компоненты решения

$$T_0{}^0 = \frac{\dot{\phi}_c^2}{2}\Big(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\Big)\Big(1 + \frac{r_0}{r}\Big), \quad T_1{}^0 = -\dot{\phi}_c^2\Big(1 + \frac{r_0}{r}\Big)^2$$

и $\mathcal{A} = 4\pi\dot{\phi}_c^2 r_0^2$. Поправки к метрике даются соответствующими выражениями для идеальной жидкости после идентификации $\dot{\phi}_c^2 \to 2\rho_\infty$.

Рассмотрим теперь поправки к метрике в случае аккреции галилеона с действием

$$S_{\rm gal} = -\int d^4x\sqrt{-g}\ \left(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi\right)\Box\phi.$$

Тензор энергии-импульса

$$T_{\mu\nu}^{\rm gal} = -2\phi_{,\mu}\phi_{,\nu}\Box\phi + 2\phi_{,(\mu}\nabla_{\nu)}\left(\partial\phi\right)^2 - g_{\mu\nu}\phi^{,\alpha}\nabla_\alpha\left(\partial\phi\right)^2.$$

Решение в случае стационарной сферически-симметричной аккреции

$$\phi = \dot{\phi}_c\left(V - r + 2\sqrt{r_0 r} - 2\sqrt{r_0}\log\Big(\sqrt{\frac{r}{r_0}} + 1\Big)\right).$$

Отсюда

$$T_0^0 = \dot{\phi}_c^2\frac{3}{x\left(1 + \sqrt{x}\right)}, \quad T_1^0 = -\dot{\phi}_c^2\frac{3}{\sqrt{x}\left(1 + \sqrt{x}\right)^2}, \quad \mathcal{A} = 12\pi\dot{\phi}_c^2 r_0^2.$$

Таким образом, поправки к метрике имеют вид

$$M = M_0 + 12\pi\dot{\phi}_c^2 r_0^2 V +$$
$$+ 4\pi\dot{\phi}_c^2 r_0^3 \left(6\left(\sqrt{x}-1\right) - 3\left(x-1\right) + 2\left(x^{3/2}-1\right) - 6\log\left(\sqrt{x}+1\right)\right),$$

$$\lambda = 12\pi\dot{\phi}_c^2 r_0^2 \left(-\frac{2}{1+\sqrt{x}} + 2\sqrt{x} - 4\log(1+\sqrt{x}) - 1 + 4\log 2\right).$$

Исследование выполнено при финансовой поддержке по грантам Минобрнауки (соглашение № 8525), НШ–871.2012.2 и ОФН–17.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *H. Bondi*, “On spherically symmetrical accretion” // *Monthly Not. Roy. Astr. Soc.*, 1952. Vol. 112. Pp. 195–204.
2. *F. Curtis Michel*, “Accretion of Matter by Condensed Objects” // *Astrophys. Space Sci.*, 1972. Vol. 15, no. 1. Pp. 153–160.
3. *L. I. Petrich, S. L. Shapiro, S. A. Teukolsky*, “Accretion onto a moving black hole: an exact solution” // *Phys. Rev. Lett.*, 1988. Vol. 60, no. 18. Pp. 1781–1784.
4. *E. Babichev, V. Dokuchaev, Yu. Eroshenko*, “Black Hole Mass Decreasing due to Phantom Energy Accretion” // *Phys. Rev. Lett.*, 2004. Vol. 93, no. 2, 021102. 4 pp.
5. *Е. О. Бабичев, В. И. Докучаев, Ю. Н. Ерошенко*, “Аккреция темной энергии на черную дыру” // *ЖЭТФ*, 2005. Т. 127, № 3. С. 597–609; англ. пер.: *E. O. Babichev, V. I. Dokuchaev, Yu. N. Eroshenko*, “The accretion of dark energy onto a black hole” // *J. Exp. Theor. Phys.*, 2005. Vol. 100, no. 3. Pp. 528–538.
6. *E. Babichev, V. Dokuchaev, Yu. Eroshenko*, “Backreaction of accreting matter onto a black hole in the Eddington–Finkelstein coordinates” // *Class. Quantum Grav.*, 2012. Vol. 29, no. 11, 115002, arXiv: 1202.2836 [gr-qc].

Поступила в редакцию 12/XI/2012;
в окончательном варианте — 01/II/2013.

MSC: 83C57; 83C55, 83C75

ACCRETION OF DARK ENERGY ONTO BLACK HOLES

E. O. Babichev, V. I. Dokuchaev, Yu. N. Eroshenko

[1] Laboratoire de Physique Theorique d’Orsay, Université Paris-Sud 11,
210, Bâtiment, Orsay Cedex, F-91405, France.
[2] Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences,
7a, 60th October Anniversary Prospect, Moscow, 117312, Russia.

E-mails: eugeny.babichev@th.u-psud.fr, dokuchaev@lngs.infn.it, eroshenko@inr.ac.ru

The stationary accretion of dark energy onto black holes is studied. General expressions are derived for the accretion rate of an ideal fluid with an arbitrary equation of state and for scalar fields. The black hole mass was found to decrease for the accretion of phantom energy with $p+\rho<0$. We also study the back reaction of accreting matter onto the metrics of a black hole in a perturbative way. The general expressions for corrections to the metric coefficients are found.

Key words: *black holes, dark energy, accretion.*

Original article submitted 12/XI/2012;
revision submitted 01/II/2013.

Eugeny O. Babichev (Ph. D. (Phys. & Math.)), Researcher, *Viacheslav I. Dokuchaev* (Dr. Sci. (Phys. & Math.)), Leading Researcher. *Yury N. Eroshenko* (Ph. D. (Phys. & Math.)), Researcher.