

УДК 512.14

МОДИФИЦИРОВАННОЕ ОПИСАНИЕ КОМПОНЕНТОВ, ОБРАЗУЮЩИХ СУММУ ВЗВЕШЕННЫХ ОДИНАКОВЫХ СТЕПЕНЕЙ

А. И. Никонов

Самарский государственный технический университет,
443100, Россия, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: nikonovai@mail.ru

Сумма взвешенных одинаковых степеней с натуральными основаниями и показателями образуется из компонентов, которые являются независимыми или зависимыми от весовых коэффициентов. Модификация компонентов первого вида использует явно выражаемые произведения биномиальных коэффициентов, а модификация компонентов второго вида — произведения биномиальных и весовых коэффициентов. Эти обозримые выражения расширяют возможности представления структуры и порядка формирования рассматриваемых сумм.

Ключевые слова: *сумма взвешенных одинаковых степеней, биномиальные и весовые коэффициенты, произведение биномиальных коэффициентов, произведение биномиальных и весовых коэффициентов, модифицированные выражения.*

Существует комбинаторное описание суммы взвешенных одинаковых степеней (СВОС) с натуральными основаниями и показателями, составленное на основе использования биномиальных и весовых коэффициентов [1–3]. Суммы подобного вида могут применяться для создания шифрованных сообщений. Они имеют основные компоненты, как независимые, так и зависимые от задаваемых весовых коэффициентов; каждая из этих частей имеет рекуррентное строение. В настоящей работе даётся модифицированное количественное описание комбинаторного представления СВОС, наличие которого расширяет информированность составителей и пользователей сумм рассматриваемого вида об их структуре, порядке их формирования, сводит такое описание к модифицированным выражениям комбинаторного характера, не содержащих отсылок к другим соотношениям.

Согласно известным публикациям [1–3] комбинаторное представление СВОС с натуральными основаниями и показателями имеет вид

$$\varphi(p, \nu) = \sum_{\iota=1}^{\max \iota} \alpha_0^\iota \varphi_{p(\iota) 0};$$

$$p \in \mathbb{N} \setminus \{1\}, \nu \in \mathbb{N}, \max \iota = \min(p, \nu), p(\iota) = p - \iota;$$

α_0^ι — величина, определяемая из рекуррентной зависимости

$$\alpha_{j(\iota)}^\iota = \sum_{j(i)=j(\iota)+1}^{\max j(i)} C(j(i), j(\iota)) \alpha_{j(i)}^i; \quad (1)$$

$$i = \iota - 1 \in \{0, \dots, \max i\}, \quad \max i = \max \iota - 1 = \min(p - 1, \nu - 1),$$

Александр Иванович Никонов (д.т.н., проф.), профессор, каф. электронных систем и информационной безопасности.

$$j(\iota) \in J_0(\iota) = \{0, \dots, \max j(\iota)\}, \quad \max j(\iota) = \nu(\iota) = \nu - \iota, \\ j(i) \in \{1, \dots, \max j(i)\}, \quad \max j(i) = \nu(i) = \nu - i;$$

$$\alpha_{j(0)}^0 = \begin{cases} 0 : & 1 \leq j(0) < \nu, \\ 1 : & j(0) = \nu; \end{cases} \quad (2)$$

$$\varphi_{p(\iota)0} = \sum_{\tau=0}^{p(\iota)} b_{p-\iota-\tau}^\iota,$$

$$b_{p-\iota-\tau}^\iota = \sum_{k=0}^{\tau} b_{p-i-k}^i, \quad b_{p-\tau}^0 = b_{p-\tau},$$

где числа вида $b_{p-\tau}$ – весовые коэффициенты (их значения устанавливаются отправителем передаваемого сообщения). Здесь запись биномиального коэффициента выполнена в одной из ее употребительных форм [4]; в этой работе и далее будет использоваться именно такая форма.

Ниже нам предстоит выработать альтернативное количественное описание компонентов СВОС вида $\alpha_{j(\iota)}^\iota$, не зависящих от весовых коэффициентов, а также ее компонентов вида $\varphi_{p(\iota)0}$, зависящих от данных коэффициентов. Все необходимые доказательства будут получены на основе применения метода математической индукции.

ТЕОРЕМА 1. *Для чисел видов $\iota, i, j(\iota)$, а также для чисел из множеств*

$$S_1(\iota) = \{1, \dots, \iota\}, \quad S_0(i) = \{0, \dots, i\}, \\ Q(s(\iota)) = \{j(\iota) + s(\iota), \dots, \nu - \iota + s(\iota)\}, \\ Q(s(\iota) - 1) = \{j(\iota) + s(\iota) - 1, \dots, \nu - \iota + s(\iota) - 1\},$$

где $s(\iota) \in S_1(\iota)$, действительны следующие соотношения:

$$\forall j(\iota) \in J_0(\iota) :$$

$$\alpha_{j(\iota)}^\iota = \sum_{t(j(\iota))=1}^{\max t(j(\iota))} \prod_{s(\iota)=1}^{\iota} C(q_{s(\iota)}^{t(j(\iota))}, q_{s(\iota)-1}^{t(j(\iota))}); \quad (3)$$

$$q_{s(\iota)-1=0}^{t(j(\iota))} = j(\iota), \quad q_{s(\iota)=\iota}^{t(j(\iota))} = \nu;$$

$$\forall q_{s(\iota)}^{t(j(\iota))} \in Q(s(\iota)), \quad q_{s(\iota)-1}^{t(j(\iota))} \in Q(s(\iota) - 1),$$

$$s(\iota) \in S_1(\iota), \quad s(\iota) - 1 \in S_0(i) : \quad q_{s(\iota)}^{t(j(\iota))} > q_{s(\iota)-1}^{t(j(\iota))}; \quad (4)$$

$$\max t(j(\iota)) = C(\nu - \iota - j(\iota), i).$$

Доказательство. Базу индукции, используемую для доказательства этой теоремы, сформируем в соответствии с выражением (1), применяемым к частному случаю $\iota = 1$, а также в соответствии с выражением (2):

$$\alpha_{j(1)}^1 = \sum_{j(0)=j(1)+1}^{\nu} C(j(0), j(1))\alpha_{j(0)}^0,$$

$$j(1) \in J_0(1) = \{0, \dots, \nu - 1\}.$$

Отсюда следует, что $\alpha_{j(1)}^1 = C(\nu, j(1))$, $j(1) \in J_0(1)$.

С другой стороны, согласно утверждению о модифицированном виде СВОС (см. выражения (3), (4)), заявленному теоремой 1,

$$\alpha_{j(1)}^1 = \sum_{t(j(1))=1}^{C(\nu-1-j(1),0)} \prod_{s(1)=1}^1 C(q_1^{t(j(1))}, q_0^{t(j(1))}) = C(\nu, j(1)), j(1) \in J_0(1),$$

причём

$$q_1^{t(j(1))} > q_0^{t(j(1))} : \nu > j(1).$$

Как видим, полученные двумя различными способами выражения для величины $\alpha_{j(1)}^1$ совпадают друг с другом, то есть данную базу индукции можно считать реализованной.

Переходя теперь к выполнению индукционного шага, при определении величины $\alpha_{j(\ell+1)}^{\ell+1}$ согласно соотношению (1) учтём равенство (3). Тогда

$$\begin{aligned} \alpha_{j(\ell+1)}^{\ell+1} &= \sum_{j(\ell) > j(\ell+1)} C(j(\ell), j(\ell+1)) \alpha_{j(\ell)}^{\ell} = \\ &= \sum_{j(\ell) > j(\ell+1)} C(j(\ell), j(\ell+1)) \sum_{t(j(\ell))=1}^{\max t(j(\ell))} \prod_{s(\ell)=1}^{\ell} C(q_{s(\ell)}^{t(j(\ell))}, q_{s(\ell)-1}^{t(j(\ell))}), \end{aligned}$$

$$\forall q_{s(\ell)}^{t(j(\ell))} \in Q(s(\ell)), q_{s(\ell)-1}^{t(j(\ell))} \in Q(s(\ell) - 1),$$

$$s(\ell) \in S_1(\ell), s(\ell) - 1 \in S_0(i) : q_{s(\ell)}^{t(j(\ell))} > q_{s(\ell)-1}^{t(j(\ell))},$$

$$\max t(j(\ell)) = C(\nu - 1 - j(\ell), i).$$

Далее используем соотношение

$$(q_{s(\ell)}^{t(j(\ell))} > q_{s(\ell)-1}^{t(j(\ell))}, j(\ell) > j(\ell+1)) \Rightarrow q_{s(\ell+1)}^{t(j(\ell+1))} > q_{s(\ell+1)-1}^{t(j(\ell+1))},$$

а также известное комбинаторное тождество [5], что даёт

$$\begin{aligned} \sum_{j(\ell) > j(\ell+1)} \max t(j(\ell)) &= C(\nu - 1 - j(\ell), i) \Big|_{j(\ell)=j(\ell+1)+1} + \dots \\ &+ C(\nu - 1 - j(\ell), i) \Big|_{j(\ell)=\nu-(i+1)} = C(\nu - 1 - j(\ell+1), \ell). \end{aligned}$$

Начатое преобразование величины $\alpha_{j(\ell+1)}^{\ell+1}$ завершаем следующим образом:

$$\alpha_{j(\ell+1)}^{\ell+1} = \sum_{t(j(\ell+1))=1}^{\max t(j(\ell+1))} \prod_{s(\ell+1)=1}^{\ell+1} C(q_{s(\ell+1)}^{t(j(\ell+1))}, q_{s(\ell+1)-1}^{t(j(\ell+1))}), \quad (5)$$

$$\forall q_{s(\iota+1)}^{t(j(\iota+1))} \in Q(s(\iota+1)), q_{s(\iota+1)-1}^{t(j(\iota+1))} \in Q(s(\iota+1)-1),$$

$$s(\iota+1) \in S_1(\iota+1), s(\iota+1)-1 \in S_0(\iota) : q_{s(\iota+1)}^{t(j(\iota+1))} > q_{s(\iota+1)-1}^{t(j(\iota+1))}; \quad (6)$$

$$S_1(\iota+1) = \{1, \dots, \iota+1\}, \quad S_0(\iota) = \{0, \dots, \iota\},$$

$$Q(s(\iota+1)) = \{j(\iota+1) + s(\iota+1), \dots, \nu - (\iota+1) + s(\iota+1)\},$$

$$Q(s(\iota+1)-1) = \{j(\iota+1) + s(\iota+1) - 1, \dots, \nu - (\iota+1) + s(\iota+1) - 1\};$$

$$\max t(j(\iota+1)) = C(\nu - 1 - j(\iota+1), \iota).$$

Сравнивая заявленные (3), (4) и полученные (5), (6) соотношения, убеждаемся в их совпадении друг с другом, естественно, с учётом увеличения каждого числа ι , используемого в соотношениях (3), (4), на единицу. Таким образом, теорему 1 можно считать доказанной. \square

Для частного случая $j(\iota) = 0$ выражения (3), (4) принимают вид

$$\alpha_0^\iota = \sum_{t(0)=1}^{\max t(0)} \prod_{s(\iota)=1}^{\iota} C(q_{s(\iota)}^{t(0)}, q_{s(\iota)-1}^{t(0)});$$

$$q_{s(\iota)-1}^{t(0)} = 0, \quad q_{s(\iota)=\iota}^{t(0)} = \nu;$$

$$\forall q_{s(\iota)=\iota}^{t(0)} \in Q(s(\iota)), \quad q_{s(\iota)-1}^{t(0)} \in Q(s(\iota)-1),$$

$$s(\iota) \in S_1(\iota), \quad s(\iota)-1 \in S_0(i) : q_{s(\iota)}^{t(0)} > q_{s(\iota)-1}^{t(0)};$$

$$\max t(0) = C(\nu - \iota, i).$$

Совокупность всевозможных произведений биномиальных коэффициентов, включаемых в выражение (3) при соблюдении неравенства (4), может быть выявлена в рамках перечислительного процесса с использованием следующей алгоритмической концепции. Введем в рассмотрение цепочку перечисления — упорядоченный набор нижних индексов первого параметра биномиальных коэффициентов, указываемого в скобках, которые располагаются в выражении (3) рядом с символом C :

$$\prod_{s(\iota)=1}^{\iota} C(q_{s(\iota)}^{t(j(\iota))}, q_{s(\iota)-1}^{t(j(\iota))}) \longrightarrow (q_{s(i)}^{t(j(s(\iota)))}, s(i) = 1, \dots, i).$$

Нижние индексы указанного параметра биномиальных коэффициентов, включенные в сформированную цепочку, изменяются вместе с изменением параметра данного процесса $t(j(\iota))$. Данная цепочка занимает промежуточные положение между числами

$$q_{s(\iota)-1=0}^{t(j(\iota))} = j(\iota), \quad q_{s(\iota)=\iota}^{t(j(\iota))} = \nu,$$

привязанными соответственно к фиксируемой (нулевой, имеющей возможность смещаться лишь при смене значения $j(\iota)$) и неподвижной (ι -той) позициям.

Конкретные значения чисел, образующих цепочку перечисления, копируются в нее с соответствующих индексных позиций указанного первого параметра, которые и идентифицируют произведения биномиальных коэффициентов из (3), чем, в частности, может быть подтверждено соответствие (\rightarrow) данных произведений и цепочек перечисления. Ниже, при описании рассматриваемой алгоритмической концепции применительно к числам вида $q_{s(i)}^{t(j(i))}$, часть обозначений их верхних индексов будет для упрощения опускаться, то есть (только в указанных рамках) число этого вида будет обозначаться как $q_{s(i)}^t$.

Наращивание значений элементов, составляющих цепочку перечисления (элементов перечисления), производится аналогично тому, как это делается при суммировании m -того порядка, когда для обозначения данной операции записываются идущими подряд m символов суммирования, в частном случае — аналогично наращиванию числовых значений при двойном суммировании [6]. Здесь оказывается целесообразным так же, как и при суммировании m -того порядка, снабжать каждый элемент цепочки перечисления нижним и верхним пределами; такой элемент принимает вид $q_{s(i)}^{\max_{q_0} q_{s(i)}}$.

Нижние пределы элементов перечисления по ходу данного процесса изменяются. Как только при последовательном наращивании параметра процесса — целочисленного t в общем состоянии нижних пределов перечисляемых цепочек происходит очередное изменение, соответствующий очередной подпроцесс (цикл) их отсчетов может начинаться снова.

В начальном состоянии цепочки перечисления $t = t_{\text{нач}} = 1$ совокупность нижних пределов, относящихся к её элементам, имеет вид

$$q_{0\ 1}^{t=1}, \dots, q_{0\ s(i)}^{t=1}, q_{0\ i}^{t=1}.$$

Применительно к конечному состоянию цепочки верхние пределы её элементов приобретают значения вида

$$\max q_{s(i)}^{\max t} = \nu + s(i) - \iota.$$

Данное равенство нетрудно получить следующим образом. Пусть максимальное число текущей позиции $s(i)$ составляет значение

$$\max q_{s(i)} \leq \nu - 1$$

и пусть эта позиция примыкает к другим позициям с большими числами, идущим сразу одна за другой. Тогда за указанным значением следуют $(i - s(i))$ чисел, последнее из которых составляет $(\nu - 1)$, то есть

$$\max q_{s(i)}^t + i - s(i) = \nu - 1.$$

Отсюда и вытекает доказываемое равенство.

Можно показать, что если на $s_{-}(i)$ -той позиции рассматриваемой цепочки размещено достигнутое значение $\max q_{s_{-}(i)}^t$ то любое значение

$$q_{s_{-}(i) > s(i)}^t = \max q_{s(i)}^t.$$

Действительно, в противном случае хотя бы одно из значений вида $q_{s(i)}^t$ было бы снижено сравнительно с уровнем своего максимума $(\nu + s(i) - \iota)$, что вступило бы в противоречие с неравенством

$$q_{s(i)}^t > q_{s(i)-1}^t,$$

обязательным к исполнению для всех чисел $(s(i), s(i) - 1)$ — элементов множеств соответственно

$$S_1(i) = \{1, \dots, i\}, S_0(i - 1) = \{0, \dots, i - 1 \geq 0\}.$$

Непосредственное воздействие изменений параметра данного процесса t испытывает i -тая позиция формируемой цепочки перечисления. При достижении верхнего предела величины $q_{s(i)}^t$, отсчитываемой на позиции $s(i) = s_-(i)$, производится увеличение на единицу значения

$$q_{s(i)-1}^t |_{s(i)=s_-(i)},$$

а также установление уровня

$$q_{0 s(i)}^{t+1} = q_{0 s_-(i)}^t + (s(i) - s_-(i) + 1)$$

нижнего предела всякой величины вида $q_{s(i)}^t$, нижний индекс которой оказывается равным значению $s_-(i)$ или превышающим его.

После этого начинается очередной цикл рассматриваемого процесса, характеризующий восприятием i -той позицией цепочки перечисления очередного значения параметра t . Процесс завершается, когда содержанием всех i позиций формируемой цепочки станут идущие подряд целочисленные значения $\nu - i, \dots, \nu - 1$.

Процесс перечисления, соответствующий выражениям (3), (4), может быть проиллюстрирован с помощью несложных средств, изображенных на рисунке: клетчатой полосы 1 с числом клеток $(\nu - 1)$, а также совокупностью 2 подвижных элементов, число которых составляет i . Задача процесса — перевести совокупность 2 подвижных элементов, исходно прижатых друг к другу и к левой кромке полосы 1 (рис. а, $t_{\text{нач}}$), в её завершающее состояние, когда она прижимается к правой кромке данной полосы (рис. б, $\max t$). При этом состояния совокупности 2, характеризующиеся цепочками чисел вида

$$(q_{s(i)}^t, s(i) = 1, \dots, i)$$

и соответствующие как начальному, так и всем последующим значениям t , фиксируются (перечисляются) на информационном носителе, например, на бумаге. Правила пошагового перевода совокупности 2 из одного положения (а) в другое (б) определяются выражениями (3), (4).

Итак, по ходу рассматриваемого процесса в направлении правой кромки полосы 1 выполняются перемещения подвижных элементов, относящихся к совокупности 2. Это, наконец, создаёт ситуацию (рис. б), которая определяется тесным, без клеточных промежутков, расположением всех подвижных элементов возле указанной правой кромки.

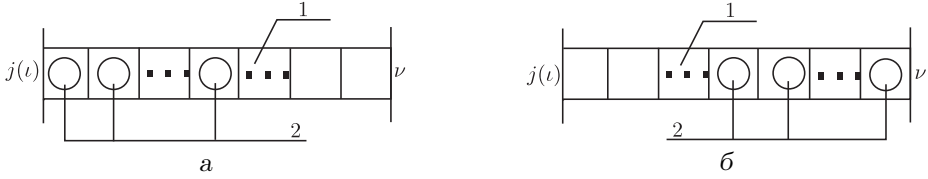


Иллюстрация к процессу перечисления: подвижные элементы сдвинуты к левой (а) и правой (б) краям клетчатой полосы

Теперь перейдём к модифицированному количественному описанию компонентов комбинаторного представления СВОС, зависящих от исходных весовых коэффициентов.

ТЕОРЕМА 2. *Применительно к весовым коэффициентам вида $b_{p-\tau} = b_{p-\tau}^0$ справедливо равенство*

$$b_{p^{(\iota)}-\tau^{(\iota)}}^{\iota} = \sum_{k=0}^{\tau^{(\iota)}} C(i + \tau^{(\iota)} - k, i) b_{p-k}^0; \quad (7)$$

$$0 \leq \tau^{(\iota)} \leq p^{(\iota)} = p - \iota, \quad 1 \leq \iota \leq p - \vartheta + 1, \quad \vartheta = 1, \dots, p.$$

Доказательство. Доказывая настоящую теорему, мы будем брать значения величины $\tau^{(\iota)}$ исходя из условия

$$\forall \iota_-, \iota_+ \in \{1, \dots, p\}: \quad \tau^{(\iota)} = \tau^{(\iota_-)} = \tau^{(\iota_+)} = \tau.$$

Тогда равенство (7) может быть представлено как

$$b_{p^{(\iota)}-\tau}^{\iota} = \sum_{k=0}^{\tau} C(i + \tau - k, i) b_{p-k}^0. \quad (8)$$

При этом значение τ должно сохранять свой заданный уровень на всем числовом интервале $[1, \dots, \max \iota(\tau)]$:

$$\max \iota(\tau) \rightarrow \tau = p - \iota \Rightarrow \max \iota(\tau) = p - \tau.$$

Используя затем введенный параметр ϑ , по определению дополняющий максимум $\iota(\tau)$ до значения $(p + 1)$, получаем

$$\max \iota(\tau) + \vartheta - 1 = p \Rightarrow \max \iota(\tau) = p - \tau + 1.$$

Следовательно,

$$\vartheta = \tau + 1.$$

Формируя базу индукции, задаем $\vartheta = 1$ ($\tau = 0$). Согласно соотношению, заявленному теоремой 2,

$$\forall \iota \in \{1, \dots, p\}: \quad b_{p^{(\iota)}-0}^{\iota} = C(i, i) b_p^0 = b_p^0.$$

С другой стороны, известно следующее соотношение [1]:

$$\forall \iota \in \{1, \dots, p\}: \quad b_{p^{(\iota)}(i)}^i + b_{p^{(\iota)}(i)}^{\iota} = b_{p^{(\iota)}}^{\iota};$$

$$b_{p(i)}^{\iota} = 0 \Rightarrow b_{p(i)}^i = b_{p(\iota)}^{\iota}.$$

Уже при $i = 0$ имеет место равенство $b_{p(i)}^i = b_p^0$, поэтому $b_{p(\iota)}^{\iota} = b_p^0$.
Итак,

$$\forall \iota \in \{1, \dots, p\} : b_{p(\iota)-0}^{\iota} = \sum_{k=0}^{\tau} C(i + \tau - k, i) b_{p-k}^0|_{\tau=0},$$

что является частным случаем утверждения, заявленного теоремой 2 для случая $\vartheta = 1$.

Перейдём к индукционному шагу доказательства. Для произвольного значения $\vartheta > 1$ и соответствующего

$$\tau = \vartheta - 1 \in \{1, \dots, p - 1\}$$

допустим, что соотношение (8) справедливо. В случае $\iota = 1$ согласно этому соотношению имеем

$$b_{p(1)-\tau}^1 = \sum_{k=0}^{\tau} C(0 + \tau - k, 0) b_{p-k}^0 = \sum_{k=0}^{\tau} b_{p-k}^0,$$

что совпадает с известным истинным соотношением [1].

Рассмотрим теперь равенство (8) применительно к совокупности произвольных элементов вида ι . Пусть выражение

$$b_{p(i)-(\tau+1)}^i = \sum_{k=0}^{\tau+1} C(i - 1 + \tau + 1 - k, i - 1) b_{p-k}^0 + \Delta, \quad i \geq 1,$$

представляет искомый вид соответствующего весового коэффициента; Δ — число, подлежащее определению как часть данного коэффициента.

Применяя известное равенство [1]

$$b_{p(\iota)-(\tau+1)}^{\iota} = b_{p(i)-(\tau+1)}^i + b_{p(\iota)-\tau}^{\iota},$$

получаем следующее выражение для весового коэффициента, определяемого числами вида $\vartheta = \tau + 1$:

$$b_{p(\iota)-(\tau+1)}^{\iota} = \sum_{k=0}^{\tau+1} C(i + \tau + 1 - k, i) b_{p-k}^0 + \Delta.$$

Это равенство, использующее введенное допущение, действительно, в том числе, и для $\iota = 1$. Согласно опять-таки известному соотношению [1], имеем

$$b_{p(1)-(\tau+1)}^1 = \sum_{k=0}^{\tau+1} b_{p-k}^0.$$

Правая часть данного равенства может быть расписана и как

$$\sum_{k=0}^{\tau+1} C(0 + \tau + 1 - k, 0) b_{p-k}^0,$$

что совпадает с упомянутым известным соотношением. Как видим, искомое число Δ следует приравнять нулю.

Итак, с использованием допущения (8) оказывается выведенным соотношение

$$b_{p^{(\iota)} - (\tau+1)}^\iota = \sum_{k=0}^{\tau+1} C(i + \tau + 1 - k, i) b_{p-k}^0,$$

которое соответствует тому же виду (8) при учёте увеличения на единицу исходно взятого в начале индукционного шага значения $\vartheta - 1$ (или τ). Здесь доказательство теоремы 2 заканчивается. \square

Теперь согласно определению суммы вида $\varphi_{p-\iota 0}$ и найденному виду величины $b_{p-\iota-\tau}^\iota$ ($\iota = \iota(\tau)$) имеем

$$\varphi_{p-\iota 0} = \sum_{\tau=0}^{p-\iota} b_{p-\iota-\tau}^\iota = \sum_{\tau=0}^{p-\iota} \sum_{k=0}^{\tau} C(\iota + \tau - k, i) b_{p-k}^0.$$

Эта модификация рассматриваемого компонента оказывается значительно более сжатой в сравнении с известным описанием данной суммы [1–3].

Таким образом, полученные в настоящем работе модифицированные выражения основных компонентов СВОС позволяют дать её количественное описание в обозримой форме без отсылок к каким-либо другим соотношениям, а также расширить возможности представления структуры и порядка формирования сумм рассматриваемого вида.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Никонов А. И. Преобразование суммы взвешенных степеней натуральных чисел с одинаковыми показателями // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2010. №1(20). С. 258–262. [Nikonov A. I. Converting the sum of weighted degrees of natural numbers with the same parameters // *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2010. no. 1(20). Pp. 258–262].
2. Никонов А. И. Об одном свойстве взвешенных сумм одинаковых степеней как матричных произведений // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2010. №5(21). С. 313–317. [Nikonov A. I. On one property of the weighed sums of equal powers as matrix products // *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2010. no. 5(21). Pp. 313–317].
3. Nikonov A. I. Matrix representation of the sum of the weighted equal powers with natural base numbers / In: *Mathematics. Computing. Education: Collect. of scient. abstracts 18th International Conf.* Pushchino, 2011. Pp. 123.
4. Anderson J. A. *Discrete Mathematics with Combinatorics*, 2nd Edn. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2003. 928 pp.; русск. пер.: *Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика*. М.: Вильямс, 2004. 960 с.
5. Виленкин Н. Я. *Комбинаторика*. М.: Наука, 1969. 328 с. [Vilenkin N. Ya. *Combinatorics*. Moscow: Nauka, 1969. 328 pp.]

6. *Turner J. C.* Modern applied mathematics: probability, statistics, operational research. London: English Universities Press, 1970. 502 pp.; русск. пер.: *Тернер Д.* Вероятность, статистика и исследование операций. М.: Статистика, 1976. 432 с.

Поступила в редакцию 07/XI/2011;
в окончательном варианте — 27/XII/2011.

MSC: 05A10

THE UPDATE EXPOSITION OF THE COMPONENTS ORGANISIG THE SUM OF WEIGHTED EQUAL POWERS

A. I. Nikonov

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russia.

E-mail: nikonovai@mail.ru

The sum of the weighted equal powers with natural bases and parameters is organized of components, which are independent or dependent on weight coefficients. Modification of components of the first aspect uses explicitly expressed products of binomial coefficients, and modification of components of the second aspect - products of binomial and weight coefficients. These visible expressions expand possibilities of representation of structure and an order of shaping of the considered sums.

Key words: *sum of the weighted equal powers, binomial and weight coefficients, product of binomial coefficients, product of binomial and weight coefficients, update expressions.*

Original article submitted 07/XI/2011;
revision submitted 27/XII/2011.