Механика деформируемого твёрдого тела

УДК 539.375.5

МНОГОУРОВНЕВЫЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРЕДЕЛОВ ВЫНОСЛИВОСТИ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ ПОРОШКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЁННОМ СОСТОЯНИИ

Ю.В. Соколкин, М.М. Шобей

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 614990, г. Пермь, Комсомольский пр-т, 29.

E-mails: maksim-shobey@yandex.ru

Приведена постановка связанной краевой задачи микромеханики композитов, которая замыкается кинетическими уравнениями накопления повреждений. Представлены результаты циклических испытаний образцов порошкового жеелеза при сложном напряжённом состоянии и статических испытаниях на растяжение и кручение. Разработан метод прогнозирования циклической долговечности порошкового железа при сложном напряжённом состоянии по данным статических экспериментов на растяжение и кручение, на основе которого построены кривые Вёллера. Проведён сравнительный анализ результатов математического моделирования и данных циклических испытаний.

Ключевые слова: многоцикловая усталость, структурно-неоднородный порошковый материал, прогнозирование долговечности, кривая Вёллера.

Введение. В работе исследуется влияние сложного напряжённого состояния, возникающего при одновременном воздействии изгиба и кручения на образец из порошкового материала марки ПЖР 3.200.28. Предлагается метод прогнозирования циклической долговечности структурно-неоднородных материалов по данным, полученным из кривых статического деформирования материала при растяжении и кручении, и исследования закономерностей поведения структурно-неоднородного порошкового материала при многоцикловой усталости.

1. Экспериментальное определение пределов выносливости порошкового железа при сложном напряжённом состоянии. При проведении эксперимента на многоцикловую усталость образцов порошкового материала, испытанных при сложном напряжённом состоянии, построены кривые усталости равной вероятности. Обработка экспериментальных результатов и определение ограниченных пределов выносливости порошкового материала проведена на базе $N = 5 \times 10^6$ циклов. Объектом исследования являлись циклические свойства образцов из порошковых компактированных материалов при сложном напряжённо-деформированном состоянии. Для испытаний на циклическую прочность использовались осесимметричные цилиндрические образцы порошкового железа согласно ГОСТ 25.504-82.

Испытания образцов порошкового железа проводились под углом α к оси вращения в специальном приспособлении-захвате [1], принципиальная схема которого представлена на рис. 1. Приспособление-захват состоит из двух сферических частей: подвижной (соединенной при помощи рычага с эксцентриком, за счёт которого возникают переменные нагрузки) и неподвижной, жёстко связанной с каркасом уста-

Юрий Викторович Соколкин (д.ф.-м.н., проф.), зав. кафедрой, каф. механики композиционных материалов и конструкций. Максим Михайлович Шобей, аспирант, каф. механики композиционных материалов и конструкций.



Рис. 1. Принципиальная схема крепления образца в приспособлении: 1—образец; 2—подвижная часть захвата; 3 неподвижная часть захвата; 4—прижимная планка; 5—подвижный вал

новки. Образец жёстко фиксируется в захвате прижимными планками. При закреплении образца в приспособлении под углом $\alpha = 90^{\circ}$ к оси вращения вала 5 осуществляется только изгиб, а при $\alpha = 0^{\circ}$ — только кручение.

При эксперименте на сложное напряжённое состояние образцов порошкового железа марки ПЖР 3.200.28 проведено 4 вида испытаний: под углами $\alpha = 15^{\circ}$, 30° , 45° , 60° к оси вращения. Всего испытано 120 образцов. Контролируемым параметром нагружения для испытаний в условиях кинематического изгиба и кручения является амплитуда перемещения точки на подвижной части захвата при фиксируемом радиусе 50 мм. Прогиб конца стержня и амплитудное значение угла поворота нормали определялись расчётным путем. Усталостные ис-

пытания проводились при симметричной форме цикла, путем определения усталостной долговечности образцов при различных амплитудах цикла нагружения. При расчёте напряжённо-деформированного состояния максимальная концентрация напряжений выявлена в опасном сечении образцов в области галтелей, причем как для изгиба, так и для кручения. Действие сложного напряжённого состояния разделяется на действие нормальных и касательных напряжений, возникающих при изгибе и кручении соответственно.

В результате обработки результатов экспериментов были построены усталостные кривые Вёллера. Аппроксимация разброса экспериментальных данных оценивается кривой с вероятностью разрушения 50%, доверительный интервал кривой усталости соответствует вероятности P = 0,9. Предел выносливости на базе 10^6 циклов для составляющей нормальных напряжений: при $\alpha = 15^\circ$ составляет 50 МПа, при $\alpha = 30^\circ - 55$ МПа, при $\alpha = 45^\circ - 64$ МПа, и при $\alpha = 60^\circ - 70$ МПа. Предел выносливости на базе 10^6 циклов для составляющей касательных напряжений: при $\alpha = 15^\circ$ составляет 40 МПа, при $\alpha = 30^\circ - 34$ МПа, при $\alpha = 45^\circ - 32$ МПа, при $\alpha = 60^\circ - 30$ МПа. Приведённые характеристики усталости порошкового железа ПЖР 3.200.28 не являются самостоятельными, а получены из одного многоосного эксперимента.

2. Постановка задачи. При циклическом нагружении прогнозирование пределов выносливости композитных конструкций основано на решении многоуровневой связанной краевой задачи микромеханики композитов. Краевая задача усталостного накопления микроповреждений, уравнения которой содержат тензор повреждённости четвертого ранга, в общем виде была сформулирована в работе [2]:

$$\sigma_{ij,j}(r,N) = 0,\tag{1}$$

$$\varepsilon_{ij}(r,N) = 0.5[U_{i,j}(r,N) + U_{j,i}(r,N)], \qquad (2)$$

$$\sigma_{ij}(r,N) = C_{ijmn}(r)[I_{mnpq} - \omega_{mnpq}(\sigma_h, r, N)]\varepsilon_{pq}(r, N), \qquad (3)$$

$$M_{\omega}^{(\gamma)}(\sigma_h, r, N) = C^{(\gamma)}, \quad \gamma = 1, 2, \dots k,$$

$$\tag{4}$$

$$\sigma_{ij}(r,N) \cdot n_j \big|_S = q_i(x_S), \tag{5}$$

где $\sigma_{ij}(r,N)$ — тензор микронапряжений; $\varepsilon_{pq}(r,N)$ — тензор микродеформаций; $C_{ijmn}(r)$ — тензор структурных модулей упругости среды; I_{mnpq} — единичный тензор четвертого ранга; $\omega_{mnpq}(\sigma_h, r, N)$ — изотропный тензор микроповреждений, зависящий от инвариантов тензора микронапряжений σ_h и числа циклов нагружения

N; r — радиус-вектор; $q_i(x_S)$ — плотность заданных поверхностных сил; n_j — внешняя единичная нормаль к поверхности S тела; $M_{\omega}^{(\gamma)}$ — инвариантные меры тензора микроповреждении; $C^{(\gamma)}$ — критические значения мер $M_{\omega}^{(\gamma)}$, при достижении которых происходит разрушение типа γ .

Система уравнений (1)–(5) не является замкнутой. Для её замыкания дополним записанную выше краевую задачу кинетическими уравнениями для изотропного тензора микроповреждений $\omega_{mnpq}(\sigma_h, r, N)$:

$$\frac{d\omega_E}{dN} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_E \cdot \sigma^{\alpha_E}} \exp\left[-\frac{\left(N + N_{0_E} - b_E \sigma^{\alpha_E}\right)^2}{2f_E^2 \cdot \sigma^{2\alpha_E}}\right],\tag{6}$$

$$\frac{d\omega_G}{dN} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_G \cdot \sigma^{\alpha_G}} \exp\left[-\frac{\left(N + N_{0_G} - b_G \sigma^{\alpha_G}\right)^2}{2f_G^2 \cdot \sigma^{2\alpha_G}}\right],\tag{7}$$

где ω_E , ω_G — функции повреждённости при одноосном растяжении и кручении соответственно; N_{0_E} , N_{0_G} — параметры, учитывающие накопление повреждений после первого цикла нагружения при растяжении и кручении; α_E , α_G , b_E , b_G , f_E , f_G — константы материала; $\sigma^{\alpha} = \sigma_B/\sigma_a$, σ_a — амплитудные напряжения.

3. Методика моделирования кривых Вёллера по данным статического эксперимента. Методика прогнозирования усталостной долговечности основана на статических испытаниях образцов из порошкового железа на одноосное растяжение согласно ГОСТ 1497-84. Построены диаграммы деформирования зависимости напряжений σ от деформаций ε (рис. 2). Для определения прочностных и деформационных характеристик при кручении используется диаграмма деформирования при чистом сдвиге.

По данной диаграмме находим следующие механические характеристики: предел прочности σ_B и соответствующую ему деформацию ε_B , модуль Юнга E на упругом участке, условный предел текучести σ_{02} и соответствующую деформацию ε_{02} . Аналогично с диаграммы при чистом сдвиге определяем предел прочности при сдвиге τ_B , соответствующую ему деформацию γ_B , модуль сдвига G, условный предел текучести τ_{02} и соответствующую ему деформацию γ_B , модуль сдвига G, условный предел текучести τ_{02} и соответствующую ему сдвиговую деформацию γ_{02} . Численные значения этих параметров приведены в таблице.



Рис. 2. Диаграмма деформирования при одноосном растяжении образца

делов текучести $\varphi(\sigma_{02})$ является второй производной от уравнения кривой диаграммы растяжения образцов [3]. По полученным значениям механических характеристик определяем основные константы кинетических уравнений накопления повреждений (6), (7): $\alpha_E = 22,06$, $\alpha_G = 22,02$, $b_E = 0,82$, $b_G = 0,847$, $f_E = 0,207$, $f_G = 0,276$.

Подробная методика определения констант кинетических уравнений описана в работе [3]. Задаём по диаграмме деформирования амплитуду для нормальных напряжений. Далее определяем соответствующую им деформацию. Определяем сред-

$σ_B,$ ΜΠα	$ au_B,$ МПа	ε_B	γ_B	$\sigma_{02},$ M Π a	$\tau_{02},$ M Πa	ε_{02}	γ_{02}	E, $\Gamma\Pi a$	$G,$ $\Gamma \Pi a$
138	79.6	0.0038	0.0067	90.9	52.4	0.00076	0.0013	160	60.9

Численные значения характеристик

ние амплитуды деформаций локальных областей поверхностного слоя ε'_a :

$$\varepsilon_a' = \frac{\varepsilon_B - \varepsilon_{02}}{\varepsilon_{02} - \tilde{\varepsilon}}\varepsilon,$$

где $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_{02}^2/\varepsilon_B$. Далее по диаграмме деформирования определяем соответствующие амплитудные напряжения на макроуровне. Определение констант b_E , b_G , f_E , f_G производится один раз, параметры n_{0_E} , n_{0_G} , характеризующие повреждённость, накопленную за один первый цикл нагружения, находятся для каждого амплитудного напряжения для нормальных и касательных напряжений. Далее рассчитываем разрушающее количество циклов \tilde{N}_E при заданном нормальном амплитудном напряжении [3] и разрушающее количество циклов \tilde{N}_G для касательных напряжений:

$$\tilde{N}_E = \left(\frac{\sigma_B}{\sigma_a}\right)^{\alpha_E} \left(1 - n_{0_E}\right), \quad \tilde{N}_G = \left(\frac{\tau_B}{\tau_a}\right)^{\alpha_G} \left(1 - n_{0_G}\right).$$

По данным расчётов получаем кривые Вёллера для нормальных и касательных напряжений при изгибе и чистом сдвиге соответственно.

4. Проведение сравнительного анализа экспериментальных и модельных результатов. Предел выносливости для расчётной кривой Вёллера в зависимости нормальных напряжений от логарифма числа циклов составляет 57 МПа, для экспериментальной кривой Вёллера при угле $\alpha = 60^{\circ} - 70$ МПа. Расчётный предел выносливости для касательных напряжений составляет 30 МПа, экспериментальный предел выносливости при угле $\alpha = 15^{\circ} - 40$ МПа. Сравнительный анализ результатов математического моделирования с данными натурного эксперимента свидетельствует о том, что с приемлемой для инженерной практики точностью данная методика даёт вполне удовлетворительные результаты.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Бабушкин А. В. Экспериментальное исследование усталости порошковых композитов на основе технически чистого железа // Вести. Перм. госуд. техн. ун-та. Механика, 2010. № 2. С. 17–33. [Babushkin A. V. Experimental research of powder composites fatigue on the basis of technically pure iron // Vestn. Perm. Gosud. Tehn. Un-ta. Mehanika, 2010. no. 2. Pp. 17–33].
- Соколкин Ю. В., Сирин Ю. П. Усталость композитов: особенности процессов разрушения и математическое моделирование / В сб.: Деформирование и разрушение композитов. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1985. С. 97–103. [Sokolkin Yu. V., Sirin Yu. P. Fatigue of composites: features of the fracture processes and mathematical simulation / In: Deformation and Fracture of Composites. Sverdlovsk: UNC AN SSSR, 1985. Pp. 97–103].
- Шестаков П. Д. Прогнозирование долговечности деталей из порошковых материалов при циклическом нагружении: Дисс. ... канд. техн. наук. Пермь, 1988. 178 с. [Shestakov P. D. Predicting durability of parts from powder materials under cyclic loading: Ph. D. Tesis (Techn.). Perm, 1988. 178 pp.]

Поступила в редакцию 27/IV/2011; в окончательном варианте — 20/VIII/2011.

MSC: 74E30

MULTILEVEL MODELS OF ENDURANCE LIMITS PREDICTION FOR HETEROGENEOUS MATERIALS UNDER COMPLEX STRESS STATE

Yu. V. Sokolkin, M. M. Shobey

Perm State National Research Polytechnical University, 29, Komsomolsky pr-t, Perm, 614990, Russia. E-mails: maksim-shobey@yandex.ru

The coupled boundary-value problem of composite micromechanics is presented and formulated. The problem is closed by kinetic equations, which describe possible scenarios of damage evolution. The results of biaxial (i.e buckling and torsion) high-cycle fatigue tests with powder-iron samples and quasistatic tests under uniaxial tension and torsion are presented at the paper. Based on the dates of quasistatic tests theoretical method for cyclical durability prediction is developed, and theoretical Wöhler's curves are plotted for powder-iron. The comparison of mathematical simulation results and the dates of high-cycle fatigue tests is carried out.

Key words: high-cycle fatigue, heterogeneous materials, method for cyclical durability prediction, Wöhler curve.

Original article submitted 27/IV/2011; revision submitted 20/VIII/2011.

Yuriy V. Sokolkin (Dr Sci. (Phys. & Math.)), Head of Dept., Dept. of Mechanics of Composite Materials and Structures. *Maxim M. Shobey*, Associate Professor, Dept. of Mechanics of Composite Materials and Structures.