

УДК 517.958:539.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СТРУКТУРНОГО РАЗРУШЕНИЯ ЗЕРНИСТЫХ КОМПОЗИТОВ С ИЗОТРОПНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ СТРУКТУРЫ

А. В. Ильиных

Пермский государственный технический университет,
614990, Пермь, Комсомольский проспект, 29а.

E-mail: ilinih@yandex.ru

Представлены результаты численного моделирования процессов деформирования, микро- и макроразрушения зернистых композитов. Подробно рассмотрены механизмы разрушения на структурном уровне. Обнаружен эффект самоподдерживаемого разрушения.

Ключевые слова: численное моделирование, структурное разрушение, закритическое деформирование, структурно-неоднородная среда, зернистые композиты.

Макроразрушению структурно-неоднородных тел предшествует сложный процесс потери несущей способности элементов структуры. Каждый акт микроразрушения приводит к перераспределению напряжённо-деформированного состояния внутри тела, в результате чего равновесный процесс накопления повреждений может перерасти в лавинообразный и в итоге привести к образованию макротрещины. Изучение кинетики этого процесса важно для выявления факторов появления макроскопической трещины и исследования особенностей механического поведения структурно-неоднородных сред.

Использование совокупности критериев прочности позволяет в рамках структурно-феноменологического подхода различать механизмы разрушения структурных элементов. Для случая изотропного материала необходимо учитывать два различных вида разрушения (отрыв и сдвиг), что приводит к необходимости рассмотрения не менее двух мер повреждений.

Для случая изотропной среды, упругие характеристики которой описываются модулями объёмного сжатия $K(r)$ и сдвига $G(r)$, мерами тензора повреждённости Ω являются независимые материальные функции k и g [1]. Эти функции выражают изменение деформационных свойств, определяющих поведение материалов при гидростатическом давлении и чистом сдвиге соответственно, и зависят от двух инвариантов тензора структурных напряжений

$$j_{\sigma}^{(1)}(r) = \frac{1}{3}\sigma_{kk}(r), \quad j_{\sigma}^{(2)}(r) = \sqrt{\check{\sigma}_{ij}\check{\sigma}_{ij}},$$

при записи которых использовано следующее обозначение:

$$\check{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij},$$

где δ_{ij} — символ Кронекера. Здесь и далее латинские индексы могут принимать значения 1, 2 и 3. По повторяющимся индексам производится суммирование.

Артём Валерьевич Ильиных, старший преподаватель, каф. механики композиционных материалов и конструкций.

Материальные функции k и g скачкообразным образом изменяют свои значения от 0 до 1 в зависимости от выполнения следующих условий, отражающих способность материала сопротивляться гидростатическому сжатию после разрушения:

$$g(j_\sigma^{(2)}) = \begin{cases} 0, & j_\sigma^{(2)} < j_{\sigma\text{cr}}^{(2)}; \\ 1, & j_\sigma^{(2)} \geq j_{\sigma\text{cr}}^{(2)}; \end{cases}$$

$$k(j_\sigma^{(1)}, j_\sigma^{(2)}) = \begin{cases} 0, & (j_\sigma^{(2)} < j_{\sigma\text{cr}}^{(2)}) \vee (j_\sigma^{(2)} < j_{\sigma\text{cr}}^{(2)} \wedge j_\sigma^{(1)} < 0); \\ 1, & (j_\sigma^{(2)} \geq j_{\sigma\text{cr}}^{(2)}) \wedge (j_\sigma^{(1)} \geq 0), \end{cases}$$

где $j_{\sigma\text{cr}}^{(2)}$ — второй инвариант тензора напряжений, соответствующий пределу прочности при формоизменении.

Для описания процессов неупругого деформирования и разрушения структурно-неоднородных сред воспользуемся двухуровневой структурно-феноменологической моделью механики композитов [1]. Рассматриваемая область деформирования состоит из множества элементов структуры, которые разделены отчётливыми границами и имеют различные механические свойства. При этом характерные размеры структурных элементов превосходят молекулярно-кинетические размеры.

Будем считать, что все уравнения, справедливые для однородных сплошных сред, применимы для описания механического поведения материалов на структурном уровне. Тогда система уравнений, описывающая механическое поведение материала на структурном уровне, состоит из уравнений равновесия, соотношений Коши и определяющих соотношений микрон неоднородной среды:

$$\sigma_{ij,j}(r) = 0, \quad \varepsilon_{ij}(r) = 0,5(u_{i,j}(r) + u_{j,i}(r)),$$

$$\sigma_{ij}(r) = (3K(r)(1-k)D_{ijmn} + 2G(r)(1-g)H_{ijmn})\varepsilon_{mn}(r),$$

где $D_{ijmn} = \delta_{ij}\delta_{mn}/3$, $H_{ijmn} = 0,5(\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm}) - D_{ijmn}$.

Для полной постановки краевой задачи механики деформирования и разрушения структурно-неоднородных сред рассмотренную систему уравнений необходимо дополнить граничными условиями:

$$u_i(r)|_{\Sigma_u} = u_i^0(r), \quad \sigma_{ij}(r)n_j(r)|_{\Sigma_s} = S_i^0(r),$$

где Σ_u и Σ_s — части общей границы Σ тела Ω , на которых заданы перемещения и силы соответственно; u^0 и S^0 — заданные векторы перемещений и поверхностных сил соответственно; $n_j(r)$ — направляющие косинусы вектора нормали к поверхности тела Ω в точке с координатой r .

Напряжённо-деформированное состояние макрообъёмов характеризуется тензорами макронапряжений σ_{ij}^* и макродеформаций ε_{ij}^* . В дальнейшем все величины, относящиеся к макроскопическому уровню, будут помечаться сверху звёздочкой. Макроскопические напряжения и деформации определяются осреднением по объёму соответствующих тензоров на структурном уровне:

$$\sigma_{ij}^* = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij}(r) dV, \quad \varepsilon_{ij}^* = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij}(r) dV.$$

Сопротивление элементарных макрообъёмов деформированию определяет связь макронапряжений и макродеформаций:

$$\sigma_{ij}^* = C_{ijmn}^* \varepsilon_{ij}^*$$

Соотношения Коши и уравнения равновесия на макроскопическом уровне представляются так:

$$\varepsilon_{ij}^*(r) = 0,5(u_{i,j}^*(r) + u_{j,i}^*(r)), \quad \sigma_{ij,j}^*(r) = 0.$$

Помимо рассмотренной краевой задачи для численного анализа механического поведения зернистых композитов необходима информация о геометрии микроструктуры, для чего был разработан алгоритм и на его основе реализован программный комплекс по синтезу микроструктур зернистых композиционных материалов [2]. В основе алгоритма заложена идея «выращивания» зёрен микроструктуры из эллипсов. Для получения разнообразных зернистых структур в алгоритм заложены параметры управления. В частности, в программном комплексе реализована возможность изменения геометрических параметров эллипсов (ориентация в пространстве, линейные размеры и форма) по различным законам статистического распределения.

Рассмотрим подробно процесс эволюции дефектной структуры зернистого композита, находящегося в условиях одноосного деформирования. В данном случае зернистый композит представляется в виде плоской структурно-неоднородной среды, состоящей из ста структурных элементов (зёрен), прочно соединённых по границам раздела. Упругие свойства для всех изотропных структурных элементов одинаковы: $E = 10$ ГПа, $\nu = 0,25$. Прочностные свойства задаются по двухпараметрическому закону распределения Вейбулла со средним значением прочностных свойств $\langle j_{\sigma cr}^{(2)} \rangle = 10$ МПа и коэффициентом вариации $k_V = 0,5$ следующим образом:

$$f(j_{\sigma}^{(2)}) = \frac{c(j_{\sigma}^{(2)})^{c-1}}{bc} \exp\left(-\left(j_{\sigma}^{(2)}/b\right)^c\right),$$

$$k_V = \left(\frac{\Gamma\left(\frac{c+2}{c}\right)}{\Gamma\left(\frac{c+1}{c}\right)^2} - 1\right)^{1/2}, \quad \langle j_{\sigma cr}^{(2)} \rangle = b\Gamma\left(\frac{c+1}{c}\right),$$

где b и c — соответственно параметры масштаба и формы плотности распределения $f(j_{\sigma}^{(2)})$; $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция.

Построение полных диаграмм деформирования проводилось по результатам численного моделирования методом конечных элементов с использованием процедур метода переменных параметров упругости и автоматического выбора шага нагружения, ведущего к разрушению минимально возможного числа элементов в каждой итерации. Разработанная программа решения краевых задач механики деформирования и разрушения методом конечных элементов помимо графического построения диаграмм деформирования позволяет отслеживать степень повреждённости структуры при заданном значении деформации.

На рис. 1 представлена расчётная диаграмма деформирования « $\sigma_{11}^* - \varepsilon_{11}^*$ » и график повреждённости « $\omega_2 - \varepsilon_{11}^*$ » при одноосном деформировании. При

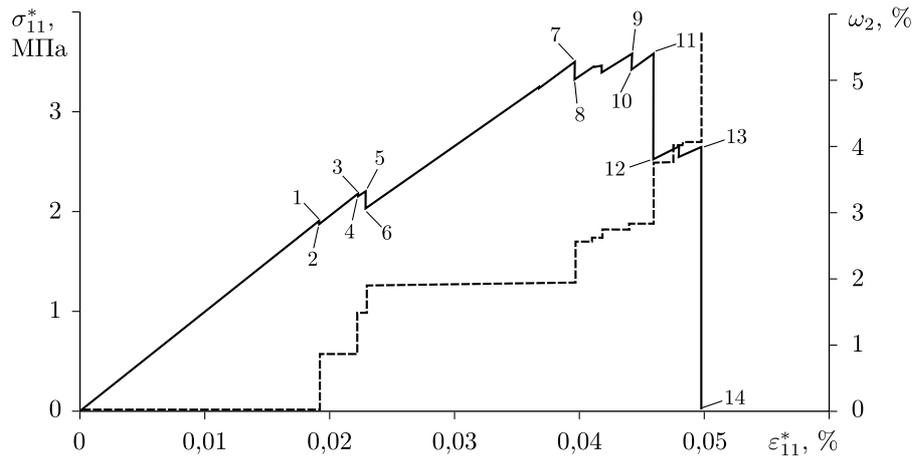


Рис. 1. Диаграмма деформирования при одноосном нагружении (сплошная линия) и рост повреждённости зернистого композита (штриховая линия)

этом величина повреждённости ω_2 при решении плоской задачи для рассматриваемой структурно-неоднородной зернистой среды соответствует отношению площади разрушенных конечных элементов к общей площади области деформирования. На рис. 2, а представлены синтезированная зернистая структурно-неоднородная среда и распределение прочностных характеристик по элементам структуры от максимального до минимального значения в оттенках серого цвета. Общее число элементов дискретизации области деформирования — 5269. При этом на каждое зерно в среднем приходится по 50 конечных элементов.

В начале процесса нагружения до точки 5 на диаграмме деформирования (рис. 1) поля напряжений и деформаций распределены однородно по всем зёрнам. Когда в зерне в процессе нагружения напряжения достигают предельных значений, все конечные элементы, принадлежащие этим зёрнам, разом разрушаются. Как следствие, на диаграмме деформирования появляются скачки 1–2 и 3–4, которые связаны с разрушением двух зёрен (см. рис. 2, б). Наличие двух разрушенных зёрен влияет на поля напряжений и деформаций оставшихся целых зёрен, в результате поля становятся неоднородными.

Неоднородность полей напряжений и деформаций определяет другой механизм структурного разрушения, при котором разрушения зёрен структуры происходит за счёт образования трещины. Например, скачок 5–6 на рис. 1 обусловлен прорастанием трещины через третье зерно (рис. 2, в). При дальнейшем нагружении на участке 6–7 в нескольких местах происходит несколько одиночных актов разрушения конечных элементов. Потеря несущей способности одного конечного элемента также даёт вертикальный срыв. Величина таких срывов очень мала по сравнению с масштабом диаграммы, поэтому они практически незаметны на кривой деформирования.

Следует отметить, что заметные скачки на диаграмме деформирования (участки 7–8, 9–10, 11–12 и 13–14) связаны с разрушением большого числа конечных элементов при неизменном уровне нагружения. Это объясняется тем, что при разрушении одного элемента дискретизации происходит перераспределение напряжений, которое может привести к разрушению следу-

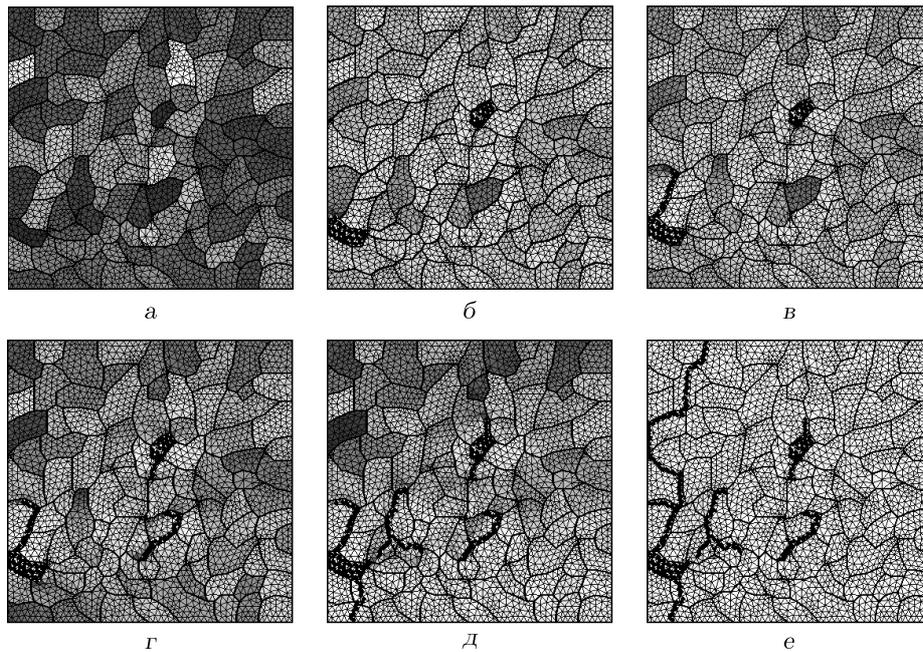


Рис. 2. Картины дефектной структуры в разных точках диаграммы деформирования (см. рис. 1): а) ненагруженное состояние при отсутствующих дефектах; б) точка 4; в) точка 6; г) точка 9; д) точка 13; е) точка 14 (в градациях серого цвета показаны: а) распределение прочностных характеристик от минимального (тёмно-серый цвет) до максимального (белый цвет); б–е) близость конечных элементов к разрушению)

ющего конечного элемента. Такое «лавинообразное» разрушение прекращается в тот момент, когда запас внутренней упругой энергии деформируемой системы становится меньше энергии, которую необходимо затратить для разрушения следующего конечного элемента. Подобная закономерность механического поведения была обнаружена в работах [3, 4].

На рис. 2, г, 2, д и 2, е приведены картины дефектной структуры, соответствующие пределу прочности (точка 9), последнему устойчивому состоянию области деформирования (точке 13) и макроразрушению (точка 14) соответственно. Обращает на себя внимание тот факт, что на участке упрочнения (между точками 1 и 9) процесс структурного разрушения протекает за счёт дисперсного накопления дефектов в виде трещин в разных зёрнах. А на участке разупрочнения диаграммы деформирования (между точками 9 и 14) процесс разрушения протекает за счёт объединения или дальнейшего развития уже существующих дефектов в магистральную трещину, которая приводит к макроразрушению области деформирования.

Таким образом, для рассматриваемой модели зернистого композита, учитывающей неоднородность полей напряжений и деформаций внутри структурных элементов, построены диаграммы деформирования с ниспадающим участком по результатам численного моделирования. Рассмотрен процесс микроструктурного разрушения с описанием причин изменения механизмов структурного разрушения. Показано, что срывы на диаграммах деформирования связаны с явлением самоподдерживаемого разрушения, когда даже в случае жёсткого нагружения при определённой величине деформации происходит разрушение большого числа конечных элементов.

Работа выполнена в рамках Постановления Правительства России от 9 апреля 2010 г. № 218 «О мерах государственной поддержки развития кооперации российских высших учебных заведений и организаций, реализующих комплексные проекты по созданию высокотехнологичного производства» (гос. контракт № 13.G25.31.0093 от 25 октября 2010 г.).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вильдеман В. Э., Соколкин Ю. В., Ташкинов А. А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. М.: Наука, 1997. 288 с. [Vil'deman V. É., Sokolkin Yu. V., Tashkinov A. A. Mechanics of non-elastic deformation and fracture of composite materials. Moscow: Nauka, 1997. 288 pp.]
2. Ильиных А. В., Радионова М. В., Вильдеман В. Э. Компьютерный синтез и статистический анализ распределения структурных характеристик зернистых композиционных материалов // *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2010. Т. 16, № 2. С. 251–264. [Ilyinikh A. V., Radionova M. V., Vildemann V. É. Computer synthesis and statistical analysis of distribution of structural characteristic for the granular composite materials // *Mekhanika Kompozitsionnykh Materialov i Konstruktsii*, 2010. Vol. 16, no. 2. Pp. 251–264].
3. Вильдеман В. Э., Соколкин Ю. В., Зайцев А. В. Эволюция структурных повреждений и макроразрушение неоднородной среды на закритической стадии деформирования // *Механика композит. материалов*, 1997. Т. 33, № 3. С. 329–339; англ. пер.: Vil'deman V. É., Sokolkin Yu. V., Zaitsev A. V. Evolution of structural damage and macrofailure of inhomogeneous media at the supercritical stage of deformation // *Mechanics of Composite Materials*. Vol. 33, no. 3. Pp. 231–238.
4. Зайцев А. В. Локальная неустойчивость деформирования и самоподдерживаемое разрушение зернистых композитов на стадии разупрочнения // *Физическая мезомеханика*, 2004. Т. 7 (Спец. выпуск. Часть 1). С. 351–354. [Zaitsev A. V. Local instability of deformation and self-supported failure of granular composites at prefracture stage // *Fizicheskaya mezomehanika*, 2004. Vol. 7 (Special Issue. Part 1). Pp. 351–354].

Поступила в редакцию 22/IV/2011;
в окончательном варианте — 08/VI/2011.

MSC: 74R20; 74S05

NUMERICAL MODELING OF STRUCTURAL FRACTURE PROCESSES FOR GRANULAR COMPOSITES WITH ISOTROPIC ELEMENTS OF STRUCTURE

A. V. Ilinykh

Perm State Technical University,
29a, Komsomolskiy prospekt, Perm, Russia, 614990.

E-mail: ilinikh@yandex.ru

Presents the results of numerical modeling of deformation processes, and processes of micro- and macrodestruction for granular composites. Detail discussed failure mechanisms at the structural level. Detected the effect of self-sustaining fracture.

Key words: *numerical modeling, structural destruction, supercritical deformation, structurally inhomogeneous medium, granular composites.*

Original article submitted 22/IV/2011;
revision submitted 08/VI/2011.

Artyom V. Ilinykh, Senior Teacher, Dept. of Mechanics of Composition Materials & Structures.