

Небесная механика и астрономия

УДК 521.1

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ БОЛЬШИХ ПЛАНЕТ НА ОСНОВЕ НОВОГО ПРИНЦИПА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

А. Ф. Заусаев

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

E-mail: Zausaev_AF@mail.ru

Проведено численное интегрирование уравнений движения больших планет на основе нового принципа взаимодействия. Вычислены элементы орбит больших планет на большом интервале времени (1602–2200 гг.). Результаты вычислений сопоставлены с элементами орбит, определёнными по данным координат и скоростей численной теории DE405. Показано, что элементы орбит внешних планет, найденные по новому алгоритму и по данным DE405, удовлетворительно согласуются. Для внутренних планет (Венера, Земля и Марс) имеются незначительные расхождения в вековых смещениях перигелиев по сравнению с данными DE405.

Ключевые слова: элементы орбит, численное интегрирование, дифференциальные уравнения движения, барицентрические координаты.

В работах [1, 2] получены дифференциальные уравнения движения, основанные на новом принципе взаимодействия материальных тел друг с другом. Даётся вывод дифференциальных уравнений движения. Напомним, что основная идея при выводе дифференциальных уравнений движения основана на сжатии пространства на величину, пропорциональную объёму движущегося материального тела. Полученные дифференциальные уравнения движения n материальных тел, основанные на новом принципе взаимодействия [1], в барицентрической декартовой системе координат имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 X}{dt^2} &= \sum_i \left(\frac{X_i - X}{\Delta_i} \right) \frac{3a_{0i} r_{0i}^2}{\Delta_i^2 + \Delta_i \sqrt{\Delta_i^3 - r_{0i}^3} + \sqrt{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)^2}}, \\ \frac{d^2 Y}{dt^2} &= \sum_i \left(\frac{Y_i - Y}{\Delta_i} \right) \frac{3a_{0i} r_{0i}^2}{\Delta_i^2 + \Delta_i \sqrt{\Delta_i^3 - r_{0i}^3} + \sqrt{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)^2}}, \\ \frac{d^2 Z}{dt^2} &= \sum_i \left(\frac{Z_i - Z}{\Delta_i} \right) \frac{3a_{0i} r_{0i}^2}{\Delta_i^2 + \Delta_i \sqrt{\Delta_i^3 - r_{0i}^3} + \sqrt{(\Delta_i^3 - r_{0i}^3)^2}}, \end{aligned} \quad (1)$$

Анатолий Фёдорович Заусаев (д.ф.-м.н.), профессор, каф. прикладной математики и информатики.

где X, Y, Z — барицентрические координаты возмущаемого тела; X_i, Y_i, Z_i — барицентрические координаты возмущающих тел; $\Delta_i^2 = (X_i - X)^2 + (Y_i - Y)^2 + (Z_i - Z)^2$; r_{0i} — эффективный радиус i -того тела; a_{0i} — соответствующее ускорение для i -того тела на расстоянии r_{0i} от центра массы.

Путём решения системы уравнений (1) в работе [1] проведено исследование эволюции орбит больших планет, Луны и Солнца на интервале времени 1600–2200 гг. По координатам и скоростям найдены элементы орбит: $M_0, a, e, \omega, \Omega, i$. Сопоставление элементов орбит, вычисленных на основании решения дифференциальных уравнений (1) и найденных по координатам и скоростям теории DE405, не выявило существенных расхождений в элементах внешних планет. Однако различие в средней аномалии Венеры и барицентре системы «Земля + Луна» на концах интервалов интегрирования превышало 10 секунд. Для устранения этих расхождений была произведена коррекция начальных данных координат и скоростей Венеры, Земли и Луны. Кроме того, учёт влияния несферичности Земли на движение Луны проводился по алгоритму, приведенному в работе [2].

В табл. 1 и 2 приведены начальные данные координат и скоростей внутренних планет, которые использовались для численного интегрирования уравнений (1). Следует отметить, что они несущественно отличаются от начальных данных координат и скоростей, которые использовались при создании численной теории движения больших планет DE405 [3, 4].

Для численного интегрирования уравнений движения (1) использовался метод Эверхарта 27 порядка [5, 6]. В табл. 3 приведены элементы орбит больших планет на ряд моментов, отстоящих друг от друга по времени на 36 500 суток. Элементы орбит первой строки соответствуют решению системы дифференциальных уравнений (1). Элементы орбит второй строки вычислены

Таблица 1

Начальные данные координат внутренних планет, Луны и Солнца в барицентрической системе координат на момент времени $T = 1969\ 6\ 28$ (JD = 2440400,5)

	x	y	z
Солнце	0,004502508156	0,000767074701	0,000266056805
Меркурий	0,361762747189	-0,090781975617	0,085714990648
Венера	0,612751941342	-0,348365368495	-0,1952782889802
Земля	0,120527233779	0,9258142646808	0,4015270193241
Луна	0,119719062857	-0,927808896784	-0,4026142829017
Марс	-0,11018607599	-1,3275994767	-0,60588914201

Таблица 2

Начальные данные скоростей внутренних планет, Луны и Солнца в барицентрической системе координат на момент времени $T = 1969\ 6\ 28$ (JD = 2440400,5)

	x	y	z
Солнце	$-0,351748210 \cdot 10^{-6}$	$0,51776253996 \cdot 10^{-5}$	$0,22291018544 \cdot 10^{-5}$
Меркурий	0,00336749391398	0,0248945204468	0,0129463006886
Венера	0,010952068352875	0,01561768533868	0,00633110596579
Земля	0,017405049505381	0,001750343873786	0,000759242499158
Луна	0,119719062857	0,001582898416648	0,000673680354182
Марс	0,0144816530597	0,00024246311776	-0,000281520734247

Таблица 3

Сопоставление элементов орбит, полученных путем совместного решения дифференциальных уравнений, с данными банка данных DE405

	M	a	e	ω	Ω	i
T = 1602 8 11 (JD = 2306400,5)						
Меркурий						
Совм. интегр.	194,9607	0,387098	0,205553	27,9945	48,8278	7,0287
DE405	194,9608	0,387098	0,205553	27,9944	48,8278	7,0287
ΔS	0,0001	0,0	0,0	0,0001	0,0	0,0
Венера						
Совм. интегр.	69,7775	0,723333	0,0069511	53,9995	77,7835	3,3975
DE405	69,7776	0,723333	0,0069511	53,9929	77,7835	3,3975
ΔS	0,0001	0,0	0,0	0,0066	0,0	0,0
«Земля + Луна»						
Совм. интегр.	223,1729	0,9999942	0,016904	105,6716	355,8820	0,0520
DE405.	223,1729	0,9999942	0,016904	105,6681	355,8828	0,0520
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0035	0,0008	0,0
Мартс						
Совм. интегр.	280,6292	1,523727	0,092961	283,5934	50,7217	1,8818
DE405	280,6292	1,523727	0,092961	283,5921	50,7217	1,8818
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0013	0,0	0,0
T = 1669 9 8 (JD = 2330900,5)						
Меркурий						
Совм. интегр.	17,1541	0,387098	0,205573	28,1862	48,7447	7,0247
DE405	17,1542	0,3870978	0,205573	28,1861	48,7447	7,0247
ΔS	0,0001	0,0	0,0	0,0001	0,0	0,0
Венера						
Совм. интегр.	82,0887	0,723329	0,0068943	54,0682	77,5961	3,3971
DE405	82,0889	0,723329	0,0068943	54,0627	77,5961	3,3971
ΔS	0,0002	0,0	0,0	0,0055	0,0	0,0
«Земля + Луна»						
Совм. интегр.	250,2029	0,999990	0,016853	106,3040	355,6416	0,0432
DE405	250,2029	0,999990	0,016853	106,3011	355,6424	0,0432
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0029	0,0008	0,0
Мартс						
Совм. интегр.	159,1618	1,523677	0,093146	284,0609	50,5266	1,8763
DE405	159,1619	1,523677	0,093146	284,0598	50,5265	1,8763
ΔS	0,0001	0,0	0,0	0,0011	0,0001	0,0
T = 1769 8 15 (JD = 2367400,5)						
Меркурий						
Совм. интегр.	347,3593	0,387099	0,205588	28,4690	48,6196	7,0187
DE405	347,3593	0,387099	0,205587	28,4690	48,6196	7,0187
ΔS	0,0	0,0	0,000001	0,0	0,0	0,0
Венера						
Совм. интегр.	239,8549	0,723328	0,0069026	54,3406	77,3193	3,3966
DE405	239,8542	0,723328	0,0069026	54,3378	77,3193	3,3966
ΔS	0,0007	0,0	0,0	0,0028	0,0	0,0

Продолжение таблицы 3

	M	a	e	ω	Ω	i
«Земля + Луна»						
Совм. интегр.	224,7671	1,000004	0,016828	106,8233	355,2918	0,0301
DE405	224,7670	1,000004	0,016828	106,8211	355,2926	0,0301
ΔS	0,0001	0,0	0,0	0,0022	0,0008	0,0
Марс						
Совм. интегр.	205,8907	1,523592	0,093264	284,8367	50,2342	1,8685
DE405	205,8908	1,523592	0,093264	284,8360	50,2342	1,8685
ΔS	0,0001	0,0	0,0	0,0007	0,0	0,0
T = 1869 7 22 (JD = 2403900,5)						
Меркурий						
Совм. интегр.	317,5712	0,387099	0,205602	28,7510	48,4942	7,0128
DE405	317,5712	0,387099	0,205602	28,7510	48,4942	7,0128
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Венера						
Совм. интегр.	37,3604	0,723330	0,0068243	54,8729	77,0435	3,3957
DE405	37,3604	0,723330	0,0068243	54,8712	77,0435	3,3957
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0017	0,0	0,0
«Земля + Луна»						
Совм. интегр.	199,0611	0,999987	0,016785	107,3134	355,2360	0,0171
DE405	199,0612	0,999987	0,016785	107,3120	355,2368	0,0171
ΔS	0,0001	0,0	0,0	0,0014	0,0008	0,0
Марс						
Совм. интегр.	252,7355	1,523750	0,093182	285,4839	49,9450	1,8604
DE405	252,7356	1,523750	0,093182	285,4836	49,9450	1,8604
ΔS	0,0001	0,0	0,0	0,0003	0,0	0,0
T = 2069 6 3 (JD = 2476900,5)						
Меркурий						
Совм. интегр.	257,9779	0,387099	0,205633	29,3239	48,2434	7,0008
DE405	257,9779	0,387099	0,205633	29,3239	48,2434	7,0008
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Венера						
Совм. интегр.	352,9557	0,723331	0,0067766	55,3561	76,4875	3,3941
DE405	352,9554	0,723331	0,0067766	55,3583	76,4875	3,3941
ΔS	0,0003	0,0	0,0	0,0021	0,0	0,0
«Земля + Луна»						
Совм. интегр.	147,9629	0,999986	0,016698	288,2139	174,8989	0,0090
DE405	147,9629	0,999986	0,016698	288,2133	174,9002	0,0090
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0006	0,0013	0,0
Марс						
Совм. интегр.	346,1592	1,523744	0,093550	287,0510	49,3501	1,8441
DE405	346,1591	1,523744	0,093551	287,0514	49,3501	1,8441
ΔS	0,0001	0,0	0,00001	0,0004	0,0	0,0

	M	a	e	ω	Ω	i
T = 2169 5 10 (JD = 2513400,5)						
Меркурий						
Совм. интегр.	228,1871	0,387100	0,205656	29,6089	48,1181	6,9948
DE405	228,1872	0,387100	0,205656	29,6090	48,1181	6,9948
ΔS	0,0001	0,0	0,0	0,0001	0,0	0,0
Венера						
Совм. интегр.	151,2762	0,723330	0,0066893	55,0713	76,2087	3,3930
DE405	151,2760	0,723330	0,0066894	55,0750	76,2087	3,3930
ΔS	0,0002	0,0	0,0000001	0,0037	0,0	0,0
«Земля + Луна»						
Совм. интегр.	122,3533	1,000000	0,016609	289,0927	174,3621	0,0221
DE405	122,3533	1,000000	0,016609	289,0931	174,3632	0,0221
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0004	0,0011	0,0
Марс						
Совм. интегр.	33,0168	1,523634	0,093635	287,6887	49,0539	1,8358
DE405	33,0168	1,523634	0,093635	287,6894	49,0539	1,8358
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0007	0,0	0,0
T = 2200 1 8 (JD = 2524600,5)						
Меркурий						
Совм. интегр.	342,3310	0,387098	0,205667	29,6962	48,0794	6,9930
DE405	342,3310	0,387098	0,205667	29,6963	48,0794	6,9930
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0001	0,0	0,0
Венера						
Совм. интегр.	94,6040	0,723327	0,0067024	55,6908	76,1244	3,3928
DE405	94,6040	0,723327	0,0067024	55,6948	76,1244	3,3928
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0040	0,0	0,0
«Земля + Луна»						
Совм. интегр.	0,9986	0,999998	0,016628	289,2236	174,4084	0,0260
DE405	0,9985	0,999998	0,016628	289,2242	174,4095	0,0260
ΔS	0,0001	0,0	0,0	0,0006	0,0011	0,0
Марс						
Совм. интегр.	142,0098	1,523715	0,093505	287,9603	48,9630	1,8333
DE405	142,0098	1,523715	0,093505	287,9611	48,9630	1,8333
ΔS	0,0	0,0	0,0	0,0008	0,0	0,0

по координатам и скоростям DE405 [4], ΔS — абсолютные значения разности в орбитальных элементах, полученных первым и вторым методами. Здесь средняя аномалия M , аргумент перигелия ω , долгота восходящего узла Ω и наклонение i выражены в градусах и долях градусов; большая полуось a — в астрономических единицах.

Как видно из табл. 2, элементы орбит, за исключением аргументов перигелия у Венеры, барицентра «Земля + Луна» и Марса, приведенные в первой и третьей строках, почти полностью совпадают, так как различие в угловых элементах не превосходит 1 секунды дуги, а большие полуоси совпадают до шестого знака включительно. Различие в значениях аргументов перигелиев у Венеры, «Земли + Луны» и Марса в 1602 г. достигает 0,0066, 0,0035 и 0,0013

градусов или около 24, 13 и 5 секунд соответственно. В 2200 г. различие в аргументах перигелиев вышеуказанных планет достигает 14, 2 и 3 секунд соответственно. Таким образом, расхождение вековых движений перигелиев планет, вычисленных совместным интегрированием и на основании данных теории DE405, составляет 5,8; 2,4; 1,2 секунд у Венеры, «Земли + Луны» и Марса соответственно. Величина векового смещения перигелия Меркурия, полученная на основании решения дифференциальных уравнений (1), практически полностью согласуется с величиной, полученной с учётом релятивистских эффектов.

Следует отметить, что при обработке наблюдений с целью уточнения элементов орбит в условных уравнениях величины $\Delta\pi$ входят всегда с множителем e (эксцентриситетом), т.е. $\Delta\pi e$. Так как величины эксцентриситетов Венеры, барицентра «Земля + Луна» и Марса малы, то вековые изменения $\Delta\pi e$ для вышеуказанных планет не превышают десятой доли секунды дуги. Обнаружить такие смещения непосредственно с помощью наблюдений затруднительно. Это означает, что величины смещений перигелиев у Венеры, барицентра «Земля + Луна» и Марса за счёт релятивистских эффектов получаются с большими ошибками. Так, например, релятивистские поправки в движении перигелиев, по данным работы [7], у Венеры, Земли и Марса в угловых секундах составляют $8'',06 \pm 5'',28$, $5'',01 \pm 1'',79$ и $1'',08 \pm 0'',27$.

Таким образом, с помощью решения систем дифференциальных уравнений движения больших планет (1) на интервале времени 1602–2200 гг. элементы орбит Меркурия, Юпитера–Плутона в пределах точности наблюдений совпадают с данными банка данных DE405. Расхождения в долготах перигелиев у Венеры, барицентра «Земля + Луна» и Марса незначительные, т.е. находятся в пределах точности оптических наблюдений.

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы: дифференциальные уравнения движения (1) вполне удовлетворительно описывают движение больших планет, Луны и Солнца на интервале времени 600 лет; они значительно проще дифференциальных уравнений, учитывающих релятивистские эффекты. Кроме того, проведение численного интегрирования уравнений движения (1) по затратам машинного времени происходит более чем в 2 раза быстрее по сравнению с численным интегрированием уравнений с учётом гравитационных и релятивистских эффектов, используемых при создании численной теории движения больших планет, Луны и Солнца DE405 [3, 4].

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках АВПЦ «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект 2.1.1/14069)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Заусаев А. Ф.* Теория движения n материальных тел, основанная на новом принципе взаимодействия // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2006. № 43. С. 132–139. [*Zausaev A. F.* Theory of motion of n material bodies, based on a new interaction principle // *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ. Ser. Fiz.-Mat. Nauki*, 2006. no. 43. Pp. 132–139].
2. *Заусаев А. Ф.* Влияние несферичности фигуры Земли на движение возмущаемого тела / В сб.: *Труды седьмой Всероссийской научной конференции с международным участием. Часть 3: Дифференциальные уравнения и краевые задачи / Матем. моделирование и краев. задачи.* Самара: СамГТУ, 2010. С. 105–111. [*Zausaev A. F.* Influence non-spherical

- shape of the Earth on perturbed body motion / In: *Proceedings of the Seven All-Russian Scientific Conference with international participation*. Part 3 / Matem. Modelirovanie i Kraev. Zadachi. Samara: SamGTU, 2010. Pp. 105–111].
3. *Newhall X. X., Standish E. M., Williams J. G.* DE 102: A numerically integrated ephemeris of the moon and planets spanning forty-four centuries // *Astron. Astrophys.*, 1983. Vol. 125, no. 1. Pp. 150–167.
 4. *Standish E. M.* JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405: Jet Prop Lab Technical Report. IOM 312. F-98-048, <http://iau-comm4.jpl.nasa.gov/de405iom/de405iom.pdf>.
 5. *Everhart E.* Implist single methods for integrating orbits // *Celestial Mechanics*, 1974. Vol. 10, no. 1 35–55.
 6. *Заусаев А. Ф., Заусаев А. А.* Применение модифицированного метода Эверхарта для решения задач небесной механики // *Матем. моделирование*, 2008. Т. 20, № 11. С. 109–114. [*Zausaev A. F., Zausaev A. A.* Employment of the modification Everhart's method for solution of problems of celestial mechanics // *Matem. Modelirovanie*, 2008. Vol. 20, no. 11. Pp. 109–114].
 7. *Брумберг В. А.* Релятивистская небесная механика. М.: Наука, 1972. 382 с. [*Brumberg V. A.* Relativistic celestial mechanics. Moscow: Nauka, 1972. 382 pp.]

Поступила в редакцию 20/IV/2011;
в окончательном варианте — 20/V/2011.

MSC: 85-08; 70M20, 65L99

NUMERICAL MODELLING OF MAJOR PLANETS MOVEMENT ON THE NEW INTERACTION PRINCIPLE BASIS

A. F. Zausaev

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russia.

E-mail: Zausaev_AF@mail.ru

Numerical integration of the equations of movement of major planets, on the basis of a new principle of interaction is spent. Elements of orbits of major planets on large time interval (1602—2200) are calculated. Results of calculations are compared with elements of the orbits defined according to coordinates and speeds by numerical theory DE405. It is shown that elements of orbits of the exterior planets, found on new algorithm, will well be coordinated with dates DE405. For internal planets Venus, the Earth and Mars have insignificant discrepancies in secular offsets of perihelions in comparison with dates DE405.

Key words: *orbital elements, numerical integration, motion differential equation, barycentric coordinates.*

Original article submitted 20/IV/2011;
revision submitted 20/V/2011.

Anatolii F. Zausaev (Dr. Sci. (Phys. & Math.)), Professor, Dept. of Applied Mathematics & Computer Science.