УДК 539.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ ТРЁХСЛОЙНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ СТЕКЛОМЕТАЛЛОКОМПОЗИТА

B. B. Пикуль¹, A. A. Pamhuko β^2

 Институт проблем морских технологий ДВО РАН, 690091, Владивосток, ул. Суханова, 5 а.
 Дальневосточный государственный технический университет (ДВПИ им. В.В. Куйбышева), Естественно-научный институт, Механико-математический факультет, 690600, Владивосток, ул. Пушкинская, 10.
 E-mails: pikulv@mail.ru, ratnikov2003@pisem.net

Представлены результаты математического моделирования процесса изготовления цилиндрической оболочки из слоистого материала на основе силикатного стекла. Рассмотрены задачи остывания композитной оболочки и осесимметричного деформирования в процессе её формирования. Полученные результаты свидетельствуют о возможности изготовления трёхслойных цилиндрических оболочек из стеклометаллокомпозита, которые могут использоваться для создания прочных корпусов глубоководной техники. Получены предельные значения остаточных напряжений на поверхностях сопряжения металлических обшивок со стеклянным слоем, которые существенно меньше пределов прочности соединяемых материалов композитной оболочки.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, стеклометаллокомпозит, наноматериал, температурная задача, теплопроводность, численный метод, деформационная задача, аналитический метод, остаточные напряжения.

Введение. Стеклометаллокомпозит представляет собой композиционный материал, состоящий из стеклянного слоя, заключённого между металлическими обшивками [1]. В процессе его изготовления обеспечивается надёжное соединение стеклянного слоя с общивками и создаются необходимые условия для формирования стеклянного слоя с наноструктурой без поверхностных микротрещин [2]. В результате стеклянный слой и стеклометаллокомпозит в целом приобретают исключительно высокую ударостойкость и прочность при относительно малой массе. И что очень важно — нет реальных препятствий для изготовления крупногабаритных изделий из стеклометаллокомпозита. Исследования эффективности стеклометаллокомпозита в глубоководной технике показали, что из него могут быть изготовлены прочные корпуса, способные обеспечить необходимую плавучесть глубоководной технике вплоть до предельных глубин Мирового океана [2]. При этом стоимость прочность прочного корпуса.

В процессе формирования цилиндрической оболочки из стеклометаллокомпозита расплав стекломассы, имеющий начальную температуру свыше 1000 °C, остывает до нормальной температуры (20 °C). При понижении температуры стекломасса из вязкого состояния переходит в вязко-пластическое,

Владимир Васильевич Пикуль (д.ф.-м.н., проф.), зав. лабораторией, лаб. проблем прочности глубоководной техники. Александр Александрович Ратников, старший преподаватель, каф. прикладной математики и механики.

и затем, наконец, в твёрдое состояние. Формирование цилиндрической композитной оболочки происходит под воздействием осесимметричного поля изменения температуры во времени. Изменения температуры, вызываемые деформированием стеклометаллокомпозита в процессе остывания, пренебрежимо малы по сравнению с температурой стекломассы. Вследствие этого общая задача формирования цилиндрической оболочки распадается на две части: температурную и деформационную. Поскольку потери тепла при остывании оболочки намного превосходят образующееся при её деформировании количество теплоты, температурная часть задачи решается независимо от деформационной. Решение деформационной задачи описано в работе [3], в данной статье приводится решение тепловой задачи и производится обобщение всего процесса формирования цилиндрической оболочки из стеклометаллокомпозита.

Процесс остывания стеклометаллокомпозита разбивается на 4 этапа:

- от температуры заливки стекла до температуры его соединения с металлическими облицовками;
- от температуры соединения с облицовками до температуры стеклования;
- отжиг при температуре стеклования;
- остывание от температуры стеклования до температуры окружающей среды.

Основной целью температурной части задачи является определение температурного режима формирования цилиндрической оболочки из стеклометаллокомпозита.

1. Математическая модель остывания цилиндрической оболочки. Остывание оболочки рассматривается в полярной системе координат. Основные координатные поверхности являются круговыми цилиндрическими. За их координаты приняты отсчитываемое от срединного поперечного сечения расстояние s вдоль образующей, угол ϕ между начальным и текущим радиальными направлениями и координата r, отсчитываемая от оси вращения оболочки. Нумерация слоёв ведётся от внутреннего слоя. На рис. 1 показана часть оболочки в продольном разрезе.

Математическая модель процесса остывания цилиндрической оболочки из стеклометаллокомпозита состоит из уравнений теплопроводности, условий сопряжения слоёв, краевых и начальных условий.



Рис. 1. Часть оболочки в продольном разрезе: 1 — внутренняя металлическая общивка; 2-стеклянный слой; 3 — внешняя металлическая общивка

Процесс остывания является симметричным относительно среднего поперечного сечения оболочки и осесимметричным относительно оси симметрии, поэтому рассматривается только половина длины оболочки, а распределение поля температур оказывается независимым от координаты ϕ .

Нелинейные уравнения теплопроводности для всех слоёв стеклометаллокомпозита записываются в виде

$$\frac{\partial T_k}{\partial t} = \frac{a_k(T_k)}{\lambda_k(T_k)} \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(\lambda_k(T_k) \frac{\partial T_k}{\partial s} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_k(T_k) r \frac{\partial T_k}{\partial r} \right) \right],\tag{1}$$

где $a_k(T_k)$ и $\lambda_k(T_k)$ — коэффициенты температуропроводности и теплопроводности *k*-того слоя оболочки, которые зависят от температуры T_k в нём; t — время.

Связь температурных полей между стеклозаполнителем и общивками осуществляется посредством условий сопряжения по поверхностям контакта:

$$T_{1}|_{r=R_{1}+h_{1}/2} = T_{2}|_{r=R_{2}-h_{2}/2};$$

$$\lambda_{1}(T_{1})\frac{\partial T_{1}}{\partial r}\Big|_{r=R_{1}+h_{1}/2} + \delta q^{-} = \lambda_{2}(T_{2})\frac{\partial T_{2}}{\partial r}\Big|_{r=R_{2}-h_{2}/2};$$

$$T_{2}|_{r=R_{2}+h_{2}/2} = T_{3}|_{r=R_{3}-h_{3}/2};$$

$$\lambda_{2}(T_{2})\frac{\partial T_{2}}{\partial r}\Big|_{r=R_{2}+h_{2}/2} = \lambda_{3}(T_{3})\frac{\partial T_{3}}{\partial r}\Big|_{r=R_{3}-h_{3}/2} + \delta q^{+},$$
(2)

где δq^- и δq^+ — количество тепловой энергии, требующееся для обеспечения соединения стеклянного слоя с металлическими общивками, происходящего за счёт их взаимной диффузии.

Граничные условия характеризуют закон теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой при постоянном потоке тепла:

$$\lambda_{1}(T_{1})\frac{\partial T_{1}}{\partial r}\Big|_{r=R_{1}-h_{1}/2} = \vartheta \left(T_{1}\Big|_{r=R_{1}-h_{1}/2} - T_{c}\right);$$

$$\lambda_{3}(T_{3})\frac{\partial T_{3}}{\partial r}\Big|_{r=R_{3}+h_{3}/2} = -\vartheta \left(T_{3}\Big|_{r=R_{3}+h_{3}/2} - T_{c}\right);$$

$$\lambda_{k}(T_{k})\frac{\partial T_{k}}{\partial s}\Big|_{s=\pm L} = \mp \vartheta \left(T_{k}\Big|_{s=L} - T_{c}\right),$$
(3)

где ϑ — коэффициент теплоотдачи в окружающую среду; R_i и h_i — соответственно радиусы срединных поверхностей и толщины металлических слоёв 1 и 3 (см. рис. 1); L — половина длины оболочки; T_c — температура окружающей среды.

Для срединного сечения граничное условие имеет вид

$$\left. \frac{\partial T_k}{\partial s} \right|_{s=0} = 0. \tag{4}$$

В качестве начального условия принимается равномерное распределение температуры, равной температуре заливки стекломассы:

$$T_k(s;r;0) = T_m. (5)$$

145

Для численного решения уравнений теплопроводности (1) при условиях сопряжения слоёв (2), граничных условиях (3), (4) и начальном условии (5) разработан алгоритм на языке программирования **Delphi** с использованием сеточного метода.

Численное решение позволяет моделировать различные условия теплоотдачи на внутренней и внешней общивках и учитывать потери тепла на торце. Путём введения эффективного коэффициента теплоотдачи можно учесть влияние излучения на теплообмен и неоднородность теплообмена по толщине стеклослоя. Может быть определена температура поверхности контакта металлических обшивок со стекломассой в любой момент времени и время остывания стекломассы до характерных значений температуры: спаивания с металлическими обшивками, стеклования стекломассы и окружающей среды. Тем самым определяются основные параметры температурного режима формирования трёхслойной цилиндрической оболочки из стеклометаллокомпозита.

2. Пример расчёта цилиндрической оболочки из стеклометаллокомпозита. В качестве примера рассмотрим модельную цилиндрическую оболочку, состоящую из наружных стальных обшивок (сталь 40Х13) и внутреннего стеклянного слоя (техническое стекло типа BB). Сталь 40Х13 сохраняет упругие свойства до температуры стеклования стекла (550 °C). Поэтому рассматриваемый пример позволяет оценить предельные значения остаточных напряжений на поверхностях сопряжения слоёв композитной оболочки.

Параметры обшивок из стали 40Х13:

– коэффициенты теплопроводности λ_1 , λ_3 , BT/(м · °C):

$$\lambda_1 = \lambda_3 = \begin{cases} 24.9 + 0.011T, & 20^{\circ} C \leqslant T \leqslant 400^{\circ} C; \\ 29.1, & 400^{\circ} C \leqslant T \leqslant 600^{\circ} C; \\ 34.51 - 0.009T, & 600^{\circ} C \leqslant T \leqslant 1200^{\circ} C; \end{cases}$$

– коэффициенты температуропроводности $a_1, a_3, M^2/c$:

$$a_1 = a_3 = \begin{cases} (7 + 0.0016T - 0.85 \cdot 10^{-5}T^2) \cdot 10^{-6}, & 20 \text{ }^\circ\text{C} \leqslant T \leqslant 700 \text{ }^\circ\text{C}; \\ (-0.757 + 0.0066T) \cdot 10^{-6}, & 700 \text{ }^\circ\text{C} \leqslant T \leqslant 1200 \text{ }^\circ\text{C}. \end{cases}$$

Параметры технического стекла типа ВВ:

– коэффициент теплопроводности λ_2 , Bt/(м · °C):

$$\lambda_2 = 0.87 + 0.00145T;$$

– коэффициент температуропроводности a_2 , м²/с:

$$a_2 = (0,412 + 0,578T - 0,45 \cdot 10^{-5}T^2) \cdot 10^{-6};$$

- коэффициент теплоотдачи ϑ принят равным 5,6 Вт/(м² · °C);
- количество тепловой энергии δq , требующейся для обеспечения соединения стекла с металлическими общивками, принято следующим: $\delta q^- = \delta q^+ = 0$ Дж.

146

Геометрические размеры оболочки: радиус срединой поверхности стеклянного слоя $R_2 = 1$ м, его толщина $h_2 = 0,1$ м; радиус срединной поверхности внутреннего металлического слоя $R_1 = 0,9495$ м, его толщина $h_1 = 0,001$ м; радиус срединной поверхности внешнего металлического слоя $R_3 = 1,055$ м, его толщина $h_3 = 0,01$ м; половины длины оболочки L = 4 м.

На рис. 2 представлен график остывания стеклянного слоя стеклометаллокомпозита. Из него следует, что время остывания оболочки до температуры размягчения стекла составляет примерно 6,5 часа. Температура стеклования достигается через 8,5 часа после начала остывания. При температуре стеклования в течение $\Delta t = 3,5$ часа производится отжиг, который задерживает охлаждение оболочки и обеспечивает полную релаксацию напряжений и стабилизацию физико-химических свойств стекла. Полное время остывания достигается за 60 часов, сократить его можно за счёт принудительного охлаждения на заключительном этапе формирования оболочки.



Рис. 2. Средние значения температур в стеклянном слое ($\Delta t = 3,5$ ч)

3. Определение остаточных напряжений. Из-за различия коэффициентов температурного расширения металлических обшивок и стеклянного слоя в оболочке при остывании появляются остаточные напряжения, которые определяются после отжига оболочки при начальных условиях полного отсутствия напряжений, устранённых вследствие их релаксации при отжиге [3]. Для определения остаточных напряжений использован метод физической дискретизации трёхмерных задач механики оболочек [4] и специально разработанный аналитический метод решения поставленной задачи [3].

Деформирование каждого слоя оболочки рассматривается в местной системе координат при совмещении основных координатных поверхностей со срединными поверхностями слов. Основные координатные поверхности являются круговыми цилиндрическими. За их координаты приняты расстояние *s* вдоль образующей, отсчитываемое от срединного поперечного сечения, и угол ϕ между начальным и текущим радиальными направлениями. Третьи координаты для каждого z_k отсчитываются по нормали к основным координатным поверхностям в направлении внешней нормали ($z_k = r - R_k$). Такие координаты позволяют свести краевую задачу механики оболочек к рассмотрению деформирования срединной поверхности и тем самым понизить трудоёмкость решения не менее чем на три порядка.

Математическая модель деформирования цилиндрической оболочки из

стеклометаллокомпозита включает фундаментальные уравнения, пригодные для каждого слоя оболочки, уравнения состояния, характеризующие индивидуальные механические и теплофизические свойства материала слоев, условия сопряжения слоев и краевые условия. Фундаментальные уравнения состоят из уравнений:

– равновесия

$$\begin{aligned} \frac{dN_{11}}{ds} &= -(\sigma_{31}^+ - \sigma_{31}^-);\\ \frac{d^2M_{11}}{ds^2} - \frac{N_{22}}{R} &= -\frac{h}{2}\frac{d}{ds}(\sigma_{31}^+ + \sigma_{31}^-) - (\sigma_{33}^+ - \sigma_{33}^-);\\ Q_1 &= \frac{dM_{11}}{ds} + \frac{h}{2}(\sigma_{31}^+ + \sigma_{31}^-); \end{aligned}$$

- геометрии

$$\varepsilon_{11} = \frac{du}{ds} + z\frac{d\psi_1}{ds}; \quad \varepsilon_{22} = \frac{w}{R};$$

- условий сопряжения слоев

$$u^{(1)} + h_1/2\psi_1^{(1)} = u^{(2)} - h_2/2\psi_1^{(2)}; \quad u^{(2)} + h_2/2\psi_1^{(2)} = u^{(3)} - h_3/2\psi_1^{(3)},$$

$$w^{(1)} + \Delta w_1^+ = w^{(2)} + \Delta w_2^-; \quad w^{(2)} + \Delta w_2^+ = w^{(3)} + \Delta w_3^-, \tag{6}$$

граничных условий

при
$$s = 0, s = L$$
: $Q_1^{(k)} = 0; \quad N_{11}^{(k)} = 0; \quad M_{11}^{(k)} = 0;$
 $\sigma_{31}^{-(1)} = \sigma_{33}^{-(1)} = \sigma_{31}^{+(3)} = \sigma_{33}^{+(3)} = 0,$

где N_{11} и N_{22} — удельные тангенциальные силы, отнесённые к единице длины в направлении образующей и окружном направлении соответственно; M_{11} — удельный изгибающий момент, отнесённый к единице длины в направлении образующей; σ_{31}^- и σ_{33}^- соответственно касательное и нормальное напряжения, действующие на нижней лицевой поверхности расчётного слоя; σ_{31}^+ и σ_{33}^+ — соответственно касательное и нормальное напряжения, действующие на верхней лицевой поверхности расчётного слоя; Q_1 — удельная поперечная сила, отнесённая к единице длины; u и w — перемещения срединной поверхности вдоль осей s и z соответственно, зависящие только от s; ψ_1 — угол поворота нормали к срединной поверхности; ε_{11} — нормальные деформации в направлении образующей цилиндрического слоя, ε_{22} — нормальные деформации в направлении слоя; L — длина половины оболочки; Δw — дополнительные прогибы поверхности стей сопряжения слоев, вызванные стесненной частью поперечных деформаций:

$$\Delta w_i^{\pm} = \frac{1}{E_i} \int_0^{\pm h_i/2} \sigma_{33}^{(i)} dz.$$

Фундаментальные уравнения дополняются уравнениями состояния материала:

– для внешних обшивок

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1 - \nu^2} \big[(\varepsilon_{11} + \nu \varepsilon_{22}) - (1 + \nu) \alpha^+ \Delta T \big],$$

$$\sigma_{22} = \frac{E}{1 - \nu^2} \big[(\varepsilon_{22} + \nu \varepsilon_{11}) - (1 + \nu) \alpha^+ \Delta T \big];$$

– для стеклянного слоя

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1 - \nu^2} \exp(-\mu t) \int_{t_0}^t \left[(\dot{\varepsilon}_{11} + \nu \dot{\varepsilon}_{22}) - (1 + \nu) \dot{\alpha}^+ \Delta T \right] \exp(\mu t) dt,$$

$$\sigma_{22} = \frac{E}{1 - \nu^2} \exp(-\mu t) \int_{t_0}^t \left[(\dot{\varepsilon}_{22} + \nu \dot{\varepsilon}_{11}) - (1 + \nu) \dot{\alpha}^+ \Delta T \right] \exp(\mu t) dt;$$

где σ_{11} — нормальные напряжения в направлении образующей цилиндрического слоя; σ_{22} — нормальные напряжения в окружном направлении; E осреднённый по температуре модуль упругости; *ν* – коэффициент Пуассона; α^+ — осреднённый по температуре коэффициент температурного расширения; ΔT – перепад температур; T_0 , T – начальная и конечная температура материалов слоёв; точкой сверху обозначены производные по времени; $\mu =$ $= E/(2(1+\nu)\eta)$ — коэффициент, учитывающий вязко-упругие свойства стеклянного слоя; η — коэффициент динамической вязкости стекла.

Процесс деформирования является симметричным относительно среднего поперечного сечения оболочки и осесимметричным относительно оси симметрии, поэтому рассматривается только половина длины оболочки. При этом перемещения, деформации и напряжения оказываются независимыми от координаты ϕ .

Удельные силы и изгибающие моменты можно определить через перемещения: -

$$Q_{1} = \int_{h} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \sigma_{13} dz = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \gamma_{1};$$

$$N_{11} = \int_{h} \left(1 + \frac{z}{R}\right) \sigma_{11} dz = \frac{Eh}{1-\nu^{2}} \left[\frac{du}{ds} + \nu \frac{w}{R} + \frac{h^{2}}{12R} \frac{d\psi_{1}}{ds}\right] - \sigma_{t}h;$$

$$N_{22} = \int_{h} \sigma_{22} dz = \frac{Eh}{1-\nu^{2}} \left[\frac{w}{R} + \nu \frac{du}{ds}\right] - \sigma_{t}h;$$

$$M_{11} = \int_{h} \left(1 + \frac{z}{R}\right) z \sigma_{11} dz = \frac{Eh^{3}}{12(1-\nu^{2})} \left[\frac{d\psi_{1}}{ds} + \frac{1}{R} \frac{du}{ds}\right] - \sigma_{t} \frac{h^{3}}{12R};$$

$$M_{22} = \int_{h} z \sigma_{22} dz = \frac{E\nu h^{3}}{12(1-\nu^{2})} \frac{d\psi_{1}}{ds},$$

$$\sigma_{t} = \frac{E}{2} \alpha^{+} \Delta T$$

где

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\nu} \alpha^+ \Delta T$$

— температурная составляющая напряжений.

Для решения поставленной задачи разработан аналитический метод, сущность которого заключается в последовательной подстановке всех функций

149

перемещений и силовых факторов в условия сопряжения слоёв (6). В результате решение сводится к отысканию касательных и радиальных напряжений на границе сопряжения нижней (τ_{13}^- и τ_{33}^-) и верхней (τ_{13}^+ и τ_{33}^+) металлической общивки со стеклянным слоем [3].

Результаты определения остаточных напряжений, возникших после остывания на поверхностях сопряжения слоёв для примера, рассмотренного в п. 2, представлены на рис. 3 и 4. Возле торцов оболочки наблюдается всплеск касательных напряжений. Максимальное значение касательного напряжения равно 4,6 МПа, отрывного — 20 МПа, сжимающего — 18 МПа [3]. Эти значения напряжений существенно меньше пределов прочности сопрягаемых материалов композитной оболочки.



Рис. 3. Распределение касательных напряжений по длине цилиндрической оболочки



Рис. 4. Распределение радиальных напряжений по длине цилиндрической оболочки

Заключение. В результате проведённых исследований разработаны методы расчёта и программы, определяющие температурный режим процесса формирования цилиндрической оболочки из стеклометаллокомпозита и расчёт остаточных напряжений на поверхностях сопряжения слоёв и в оболочке в целом.

К настоящему времени установлены реальная возможность получения наноструктуры стекла в составе стеклометаллокомпозита и надёжность соединения металлических общивок со стеклянным слоем [5]. На возможные способы изготовления различных изделий из стеклометаллокомпозита получены 7 патентов РФ. Три последних патента на изготовление цилиндрической оболочки представлены в списке литературы [6–8].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 09-08-98516-р восток а).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Пикуль В. В. Перспективы создания слоистого композита на основе стекломатериалов // Перспективные материалы, 1999. № 1. С. 61–64.
- 2. Пикуль В. В. К созданию композиционного наноматериала на основе стекла // Перспективные материалы, 2008. — № 3. — С. 78–81.
- 3. Пикуль В. В., Ратников А. А. Математическое моделирование деформирования цилиндрической оболочки из стеклометаллокомпозита при её изготовлении // Перспективные материалы, 2007. — № 3. — С. 10–15.
- 4. Пикуль В. В. Механика оболочек. Владивосток: Дальнаука, 2009. 536 с.
- Пикуль В. В., Гончарук В. К. Композиционный наноматериал на основе стекла стеклометаллокомпозит / В сб.: Все материалы. Энциклопедичный справочник. — № 6. — М.: Науки технологии, 2009. — С. 5–10.
- 6. Пикуль В. В., Наумов Л. А., Гончарук В. К. Патент на изобретение № 2337036. Способ изготовления цилиндрической оболочки прочного корпуса подводного аппарата // Бюл. изобр., 2008. № 30.
- 7. Пикуль В. В. Патент на изобретение № 2361770. Способ изготовления цилиндрической оболочки прочного корпуса подводного аппарата // Бюл. изобр., 2009. № 20.
- Пикуль В. В. Патент на изобретение № 2361771. Способ изготовления цилиндрической оболочки прочного корпуса подводного аппарата // Бюл. изобр., 2009. — № 20.

Поступила в редакцию 01/VII/2010; в окончательном варианте-06/IX/2010.

MSC: 74K25, 74E30, 74S30

MATHEMATICAL MODELLING OF GLASS-METALIC ENVELOPE THREE-LAYER CYLINDRICAL SHELL PROCESS FORMATION

V. V. Pikul¹, A. A. Ratnikov²

¹ Institute of Marine Technology Problems, Far East Branch of RAS,

- 5 a, Sukhanov st., Vladivostok, 690950, Russia.
- ² Far Eastern State Technical University,

Institute of Natural Science, Faculty of Mechanics and Mathematics, 10, Pushkinskaya st., Vladivostok, 690600, Russia.

E-mails: pikulv@mail.ru, ratnikov2003@pisem.net

The results of cylindrical layered silicate glass based material shell manufacturing process mathematical modeling are presented in the article. Problems of cooling of a composit shell and axisymmetric deformation in the course of its formation are considered. The received results testify the possibility of manufacturing of three-layer cylindrical glass-metalic envelope shells which can be used for creation of strong cases for deepwater technical devices. Limiting values of residual pressure on interface surfaces of metal coverings with a glass layer which it is essential less strength of connected materials of a composit cover are received.

Key words: cylindrical shell, glass-metalic envelope, namomaterial, temperature problem, heat conductivity, numerical method, deformation problem, analytical method, residual stresses.

Original article submitted 01/VII/2010; revision submitted 06/IX/2010.

Vladimir V. Pikul (Dr. Sci. (Phys. & Math.)), Head of Lab., Lab. of Deepwater Engineering Problems of Strength. *Alexander A. Ratnikov*, Senior Lecturer, Dept. of Applied Mathematics & Mechanics.