

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ КОЛЕБАНИЙ ДИССИПАТИВНЫХ СИСТЕМ

Рассматриваются дискретные модели колебаний диссипативных систем, учитывающие в своей структуре нелинейный характер сил трения и ориентированные на применение в современных информационные технологии при вибродиагностике машин и механизмов. Предлагается алгоритм идентификации диссипативных систем на основе линейных дискретных моделей, обладающий высокой помехозащищенностью оценок динамических характеристик системы. Приводятся результаты апробации линейных дискретных моделей в научно-технических экспериментах по расширению функциональных возможностей и повышению точности обнаружения некачественной сборки за счет фиксации локальных дефектов при запрессовке вала во втулку.

Большой класс механических систем (МС) образуют системы, в которых происходит диссипация энергии колебаний. К таким МС можно отнести отдельные и взаимодействующие механизмы, их узлы и детали, а также конструкционные материалы, применяемые в машиностроении. Оперативная и достоверная оценка технического состояния МС является одной из основных проблем в машиностроении. В этой связи важное место занимают новые прогрессивные технологии на базе современной вычислительной техники, научно спроектированных систем наблюдения и измерений с использованием оценочных процедур идентификации, прогнозирования и принятия решения на всех этапах существования механической системы от проектирования и изготовления до монтажа, эксплуатации и ремонта.

При диагностике технического состояния МС традиционно и широко используются методы, основанные на анализе изменения жесткостных и диссипативных характеристик системы в процессе ее эксплуатации, прочностных и других испытаний [1]. Результаты многочисленных исследований на конкретных примерах подтверждают непосредственную связь между техническим состоянием МС (например, усталостным разрушением материалов, возникновением и развитием микротрещин в деталях, появлением недопустимых люфтов в узлах конструкций, значительным износом контактирующих поверхностей, технологическим браком при сборке и т.п.) и динамическими характеристиками (ДХ) системы [1].

Улучшение качества машиностроительных конструкций требует разработки и применения при диагностике технического состояния МС высокоточных, оперативных методов оценки ДХ, в том числе характеристик нелинейности системы как диагностического признака ее технического состояния. Для успешного решения этой задачи необходима разработка новых математических моделей колебаний, позволяющих использовать алгоритмы параметрической идентификации систем с высокой степенью точности. Этим требованиям удовлетворяет класс линейных дискретных моделей (ЛДМ), которые эффективно используют преимущества статистического и прикладного анализа временных рядов и ориентированы на применение современных вычислительных средств с их богатым математическим обеспечением [2].

Математические модели диссипативных систем традиционно строятся на основе описания действующих в системе сил (моментов сил). Такой подход приводит в общем случае к матричному нелинейному дифференциальному уравнению относительно обобщенных координат [3]

$$M_{S \times S} \cdot \bar{y}'' + \bar{R}(\bar{y}, \bar{y}') + C_{S \times S} \bar{y} = \bar{P}, \quad (1)$$

где $M_{S \times S}$ и $C_{S \times S}$ – матрицы размерностью $(S \times S)$ коэффициентов инерции и упругости соответственно; $\bar{R}(\bar{y}, \bar{y}') = \{r_i(\bar{y}, \bar{y}'), i = \overline{1, S}\}$ – вектор-функция диссипативных сил; \bar{y} и \bar{P} – векторы размерностью S обобщенных координат и внешних возмущающих сил соответственно; S – число степеней свободы системы.

При малой диссипации колебаний система (1) является квазилинейной, и при выполнении соответствующих условий допускается линеаризация вектор-функции $\bar{R}(\bar{y}, \bar{y}')$:

$$\bar{R}(\bar{y}, \bar{y}') = B_{S \times S} \cdot \bar{y}' + C'_{S \times S} \cdot \bar{y} + \bar{d},$$

где $B_{S \times S} = \frac{\partial(r_1, r_2, \dots, r_S)}{\partial(y'_1, y'_2, \dots, y'_S)}$ и $C'_{S \times S} = \frac{\partial(r_1, r_2, \dots, r_S)}{\partial(y_1, y_2, \dots, y_S)}$ – матрицы Якоби.

Условие малой диссипации (слабой нелинейности), которое в этом случае может быть описано формулой $\frac{\|(M^{-1}B)^2\|}{\|M^{-1}(C+C')\|} \ll 1$, позволяет принять гипотезу Базеля, т.е. пренебречь

диссипативными связями между собственными формами и считать матрицу $M^{-1}B$ диагональной [3]. Это означает, что при указанных ограничениях математическая модель диссипативной МС может быть представлена системой скалярных, нелинейных в общем случае, дифференциальных уравнений вида

$$m y''(t) + r [y(t), y'(t)] + c y(t) = P(t), \quad (2)$$

где m и c – масса и коэффициент жесткости; $c y(t)$ – линейная сила упругости (восстанавливающая сила); $r [y(t), y'(t)]$ – внутренняя, в общем случае нелинейная, диссипативная сила (сила трения), обуславливающая рассеяние энергии колебаний; $P(t)$ – внешнее возбуждающее воздействие.

При частотно-зависимом трении (например, в различных демпфирующих устройствах), как правило, полагают, что диссипативные силы пропорциональны n -ной степени скорости движения, а дифференциальное уравнение, описывающее свободные колебания таких систем, имеет вид [3, 4]

$$m y''(t) + b y'(t) |y'(t)|^{n-1} + c y(t) = 0. \quad (3)$$

При частотно-независимом (гистерезисном) трении (например, внутреннее трение в материалах, конструкционное трение в опорах и формально неподвижных соединениях) энергия, рассеиваемая за цикл колебаний, практически не зависит от формы петли гистерезиса, а вполне определяется ее площадью [4]. При этом обычно отдают предпочтение эллиптической форме, и уравнение, описывающее свободные колебания систем с гистерезисным трением, имеет вид [4]

$$m y''(t) + b \operatorname{sign} y'(t) \cdot \frac{a^n}{\pi} \sqrt{1 - \frac{y^2}{a^2}} + c y(t) = 0. \quad (4)$$

С учетом квазилинейного характера уравнений при малой диссипации энергии колебаний приближенные решения уравнений (3) и (4) ищутся в виде асимптотических разложений методами возмущений. Несмотря на различия в природе диссипативных сил и вида уравнений свободных колебаний, равномерно пригодные решения первого порядка имеют идентичный вид:

$$y(t) = \frac{a_0}{\sqrt[n-1]{1 + (n-1) \frac{\delta_0 \omega}{2\pi} t}} \cos(\omega t + \psi_0), \quad (5)$$

где a_0 и ψ_0 – амплитуда и фаза колебаний в начальный момент времени; δ_0 и ω – декремент и частота колебаний; n – характеристика типа нелинейности системы. В частности, при $n = 0; 1$ и 2 различают системы с кулоновым (сухим), линейно-вязким и турбулентным (гидродинамическим) трением.

Математические модели в форме уравнений (3) и (4) получили широкое распространение при оценке диссипативных и жесткостных характеристик МС. Однако известные методы идентификации на их основе принципиально не учитывают нелинейный характер затухания колебаний системы, требуют значительного времени для получения одной оценки ДХ, обладают низкой помехозащищенностью и используют устаревшие технические средства [3, 5]. Как следствие, с развитием научно-технической базы эксперимента, разработкой принципиально новых информационных технологий, базирующихся на применении современных вычислительных средств, эти методы уже не удовлетворяют возросшим требованиям к достоверности и оперативности получения оценок ДХ. Совершенствование этих методов возможно только на основе развития самих моделей, разработки новых дискретных моделей, учитывающих в своей структуре нелинейный характер диссипативных сил. Такие модели позволят создать помехоустойчивые вычислительные алгоритмы для обработки больших объемов дискретной информации в реальном масштабе времени и, следовательно, оперативно использовать оценки ДХ непосредственно в системах управления качеством технологического процесса.

Среди известных линейных дискретных моделей, используемых при идентификации динамических систем, наиболее широкое распространение получили ковариационно-стационарные модели и модели авторегрессии - скользящего среднего (АРСС) [2, 6]:

$$y_k = -\sum_{i=1}^p \lambda_i y_{k-i} + \sum_{i=0}^q \theta_i \varepsilon_{k-i}, \quad (6)$$

где y_k – временная последовательность на выходе динамической системы; ε_k – входная возбуждающая последовательность (стационарный белый Гауссовский шум); $\lambda_i, i = \overline{1, p}$ – коэффициенты авторегрессии (АР); $\theta_i, i = \overline{0, q}$ – коэффициенты скользящего среднего (СС). Модели АРСС, которые благодаря своей простоте и большим функциональным возможностям получили распространение при описании стационарных случайных процессов, успешно используются в задачах прогнозирования и лежат в основе современного параметрического спектрального анализа, в частности, применяются при вычислении собственных частот и форм колебаний [2,6].

Динамический процесс, представленный АРСС моделью, вполне определяется ее коэффициентами λ_i . Динамическая система при этом считается линейной, и для нее устанавливаются соотношения между собственными частотами и формами колебаний, с одной стороны, и коэффициентами разностного уравнения (6) – с другой [6]. Однако при описании колебаний систем с нелинейными диссипативными силами эти модели практически теряют свою ценность (за исключением случая описания систем с линейно-вязким трением), так как, во-первых, они не учитывают нелинейный характер диссипативных сил и, во-вторых, не позволяют вычислять ДХ системы через коэффициенты λ_i . Для устранения этих принципиальных недостатков необходима разработка ЛДМ, коэффициенты которой известным образом связаны с ДХ системы, в частности, с параметром ее нелинейности.

Для решения этой задачи целесообразно использовать разработанное математическое описание колебаний диссипативной системы в форме уравнений, разрешенных относительно обобщенной координаты (5). Структура этого решения представляет собой произведение гармонической составляющей и монотонно убывающей функции

$$a(t) = \frac{a_0}{n-1 \sqrt{1 + (n-1) \frac{\delta_0 \omega}{2\pi} t}}, \quad (7)$$

описывающей затухание амплитуд колебаний.

В основе разработки ЛДМ лежит применение Z-преобразования к последовательности y_k , полученной в результате эквидистантной дискретизации с периодом τ непрерывной функции $y(t)$. При этом необходимо, чтобы соответствующая дискретная системная функция представляла собой отношение полиномов от z . Добиться этого можно только после аппроксимации функции $a(t)$, например, с помощью разложения по экспоненциальному базису или в степенной ряд. Необходимая адекватность такого приближения достигается за счет ограничения интервала времени, на котором модель с допустимой погрешностью описывает динамический процесс в системе.

Используя разложение в степенной ряд по аргументу $\frac{\delta_0 \omega}{2\pi} t$ знаменателя в (7), ограничиваясь при этом тремя членами, получаем модель огибающей амплитуд колебаний в виде рациональной дроби:

$$a(t) = \frac{a_0}{1 + \frac{\delta_0 \omega}{2\pi} t + \left(1 - \frac{n}{2}\right) \left(\frac{\delta_0 \omega}{2\pi} t\right)^2}. \quad (8)$$

Для систем со слабой нелинейностью на ограниченных отрезках времени относительная погрешность такой аппроксимации может быть оценена по формуле

$$\Delta \leq \left| \left(1 - \frac{n}{2}\right) \left(1 - \frac{2}{3}n\right) \right| \cdot \left(\frac{\delta_0 \omega}{2\pi} t\right)^3. \quad (9)$$

Отсюда интервал времени $t_{кр}$, в течение которого модель (8) с заданной погрешностью $\Delta_{кр} < \Delta$ описывает огибающую амплитуд колебаний, определяется выражением

$$t_{кр} \leq \frac{2\pi \sqrt[3]{6\Delta_{кр}}}{\sqrt[3]{|(2-n)(3-2n)|} \delta_0 \omega}. \quad (10)$$

Рассмотрим построение ЛДМ для общего случая, соответствующего поведению системы при монотонном медленно изменяющемся (относительно периода свободных колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega}$) возбуждающем воздействии $P(t)$ [7]. Последовательность отсчетов ординат колебаний описывается дискретной функцией

$$y_k = \frac{a_0}{1 + \frac{\delta_0 \pi}{T} k + \left(1 - \frac{n}{2}\right) \left(\frac{\delta_0 \tau}{T}\right)^2 k^2} \cos(\omega \tau k + \psi_0) + \frac{P_k}{c}, \quad (11)$$

где τ – период временной дискретизации; $P_k = P(k\tau)$, $k \in N$ – последовательность отсчетов входного воздействия.

Монотонный характер функции входного воздействия и слабая нелинейность диссипативной силы позволяют аппроксимировать с высокой точностью функцию $P(t)$ многочленом степени m . С учетом этого Z -преобразование последовательностей в (11) дает [7]

$$Z \left\{ \left(1 + \lambda_1 k + \lambda_2 k^2\right) y_k \right\} = a_0 \frac{\cos \psi_0 - z^{-1} \cos(\omega \tau - \psi_0)}{1 - \lambda_0 z^{-1} + z^{-2}} + \frac{R_{m+3}(z^{-1})}{(1 - z^{-1})^{m+3}},$$

где

$$\lambda_0 = 2 \cos \omega \tau, \quad \lambda_1 = \frac{\delta_0 \tau}{T}, \quad \lambda_2 = \left(1 - \frac{n}{2}\right) \left(\frac{\delta_0 \tau}{T}\right)^2; \quad (12)$$

$R_{m+3}(z^{-1})$ – многочлен степени $(m+3)$ относительно z^{-1} .

Отсюда можно получить уравнение колебаний в пространстве z -изображений

$$\sum_{i=0}^{m+3} q_i \cdot z^{-i} \cdot Z \left\{ \left(1 + \lambda_1 k + \lambda_2 k^2\right) y_k \right\} - \lambda_0 \sum_{i=0}^{m+5} d_i \cdot z^{-(i+1)} \cdot Z \left\{ \left(1 + \lambda_1 k + \lambda_2 k^2\right) y_k \right\} = F_{m+5}(z^{-1}),$$

где $F_{m+5}(z^{-1})$ – многочлен степени $(m+5)$ относительно z^{-1} , а коэффициенты q_i и d_i зависят от степени m аппроксимирующего многочлена и определяются по формулам

$$\begin{cases} q_i = (-1)^i \cdot C_{m+3}^i; \\ d_i = q_i + q_{i-2} = (-1)^i (C_{m+3}^i + C_{m+3}^{i-2}), \quad i = \overline{0, m+5}, \end{cases} \quad (13)$$

при условии, что $C_{m+3}^i = 0$ для $i < 0$ и $i > m+3$.

Возвращаясь в пространство оригиналов, после простых алгебраических преобразований для $k > m+5$ получаем разностное уравнение в виде

$$\begin{aligned} & \lambda_0 \sum_{i=0}^{m+3} q_i y_{k-(i+1)} - \lambda_1 \sum_{i=0}^{m+5} d_i (k-i) y_{k-i} - \lambda_2 \sum_{i=0}^{m+5} d_i (k-i)^2 y_{k-i} + \lambda_{31} \sum_{i=0}^{m+5} q_i [k-(i+1)] y_{k-(i+1)} + \\ & + \lambda_4 \sum_{i=0}^{m+3} q_i [k-(i+1)]^2 y_{k-1} = \sum_{i=0}^{m+5} d_i y_{k-i}, \end{aligned} \quad (14)$$

где коэффициенты $\lambda_i, i = \overline{0, 2}$ описываются формулами (12), $\lambda_3 = \lambda_0 \lambda_1$, $\lambda_4 = \lambda_0 \lambda_2$.

Последовательно увеличивая число m слагаемых в суммах и соответственно изменяя по формулам (13) весовые коэффициенты $q_i(m)$ и $d_i(m)$, можно обеспечить необходимую степень адекватности модели (14) при произвольной монотонной функции входного воздействия.

В режиме свободных колебаний, что соответствует случаю $m = -3$, из (14) следует

$$\begin{aligned} & \lambda_0 y_{k-1} - \lambda_1 [k y_k + (k-2) y_{k-2}] - \lambda_2 [k^2 y_k + (k-2)^2] y_{k-2} + \\ & + \lambda_3 (k-1) y_{k-1} + \lambda_4 (k-1)^2 y_{k-1} = y_k + y_{k-2}, \quad k = 2, 3, 4, \dots \end{aligned} \quad (15)$$

В частных случаях, для систем с кулоновым, линейно-вязким и турбулентным трением ЛДМ соответственно принимают вид

$$\lambda_0 y_{k-1} + \lambda_1 [(2k-3)y_k + (2k-1)y_{k-2}] - \lambda_2 [k(k-1)y_{k-2} + (k-1)(k-2)y_k] - \lambda_3 (k-1)y_{k-1} + \lambda_4 k(k-2)y_{k-1} = y_k + y_{k-2}, \quad k = 2, 3, 4, \dots, \quad (16)$$

где

$$\lambda_0 = 2 \cos \omega \tau, \quad \lambda_1 = \frac{\delta_0 \tau}{T}, \quad \lambda_2 = \lambda_1^2, \quad \lambda_3 = 2 \lambda_0 \lambda_1, \quad \lambda_4 = \lambda_0 \lambda_1^2; \quad (17)$$

$$\lambda_1 y_{k-1} - \lambda_2 y_{k-2} = y_k, \quad k = 2, 3, 4, \dots, \quad (18)$$

где

$$\lambda_1 = 2 \cos \omega \tau e^{\frac{-\delta_0 \tau}{T}}, \quad \lambda_2 = e^{\frac{-2\delta_0 \tau}{T}}; \quad (19)$$

$$\lambda_0 y_{k-1} - \lambda_1 [k y_k + (k-2)y_{k-2}] + \lambda_2 (k-1)y_{k-1} = y_k + y_{k-2}, \quad k = 2, 3, 4, \dots, \quad (20)$$

где

$$\lambda_0 = 2 \cos \omega \tau, \quad \lambda_1 = \frac{\delta_0 \tau}{T}, \quad \lambda_2 = \lambda_0 \lambda_1. \quad (21)$$

Все представленные выше дискретные модели в форме разностных уравнений являются линейными относительно коэффициентов λ_i . Поэтому задача вычисления λ_i сводится к задаче прикладного линейного регрессионного анализа, методы которого позволяют обеспечивать высокую помехозащищенность полученных оценок [9]. Представленные выше модели (14), (15), (16), (18) и (20) не исчерпывают всего многообразия разработанных линейных дискретных моделей колебаний диссипативных систем, а лишь являются его наиболее типичными представителями.

Алгоритм определения ДХ диссипативной системы на основе дискретных моделей состоит из следующих основных этапов.

1. *Дискретизация экспериментальных виброграмм и формирование последовательности ординат колебаний y_k , $k = 0, N-1$, где N – объем выборки.*

При малой диссипации энергии колебаний спектр функции $a(t)$ содержит основные частоты на порядок и более ниже, чем частота собственных колебаний динамической системы. Поэтому при выборе величины периода дискретизации τ необходимо учитывать условие $\tau \leq \frac{T}{2}$,

где T – период свободных колебаний

При аддитивной помехе в результатах измерений необходимо использовать выборки большого объема N , позволяющие посредством статистических методов обработки экспериментальных данных обеспечить помехозащищенность оценок. Стремление к увеличению N при ограниченном времени переходного процесса в системе требует уменьшения периода дискретизации τ . Однако проведенные исследования показали, что значительное уменьшение τ приводит к неустойчивости алгоритмов вычисления коэффициентов λ_i [10]. На степень такой зависимости оказывают влияние тип ЛДМ, динамические параметры самой системы, объем необходимых вычислений, метод решения системы нормальных уравнений и т.п. Окончательный выбор оптимального значения τ должен быть сделан после проведения исследований влияния его величины на устойчивость вычисления коэффициентов ЛДМ с учетом конкретной модели в форме разностного уравнения, типа нелинейности системы и ее диссипативных характеристик, используемых алгоритмов обработки результатов измерений.

2. *Выбор линейной дискретной модели, наиболее подходящей для данного динамического процесса.*

При выборе ЛДМ следует в максимальной степени использовать всю имеющуюся априорную информацию о системе. В первую очередь необходимо учитывать априори известный тип диссипативной силы (кулоново, линейно-вязкое, турбулентное трение). При отсутствии априорной информации о типе диссипативной силы следует использовать ЛДМ, предназначенные для систем с диссипативными силами общего вида, например (14) или (15). В этих случаях такие модели не только наиболее адекватны динамическим процессам в диссипативной системе,

но и позволяют оценить характеристику нелинейности n , т.е. решить задачу структурной идентификации. При этом может быть рекомендована двухэтапная процедура выбора дискретной модели. На первом этапе используются модели, соответствующие системам с диссипативными силами общего вида, и оценивается характеристика нелинейности n . Затем, на втором этапе, с учетом полученного значения n выбирается модель, наиболее соответствующая данному типу диссипативной силы.

3. Формирование на основе ЛДМ системы линейных алгебраических уравнений и выбор устойчивого метода ее решения.

Полагая в уравнениях (15), (16), (18) и (20) $k = 2, 3, 4, \dots, N$, получаем переопределенную систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно коэффициентов λ_i дискретной модели. Классическим методом решения такой системы является метод наименьших квадратов (МНК). Однако при использовании МНК корреляция между измерениями ординат колебаний приводит к смещению оценок λ_i и увеличению их дисперсии. Поэтому при отсутствии априорной информации о характере аддитивной помехи в результатах наблюдений МНК следует рассматривать лишь как базовый метод, на основе которого реализуются другие, более точные алгоритмы оценивания, например, обобщенный метод наименьших квадратов, метод инструментальной переменной и т.п. [9, 11].

4. Решение системы нормальных уравнений.

Одной из основных проблем, решаемых на данном этапе, является обеспечение устойчивости вычислений коэффициентов λ_i . Проведенные исследования показали, что, как правило, матрицы соответствующих систем нормальных уравнений имеют плохую обусловленность. С учетом этого наиболее предпочтительными при решении системы нормальных уравнений являются метод квадратного корня и методы, использующие ортогональное разложение [12]. В отдельных случаях следует рассмотреть вопрос о применении специальных методов регуляризации [13, 14] или методов, основанных на собственных числах матрицы [9, 12].

5. Вычисление динамических характеристик нелинейной диссипативной системы.

Из соотношений (12) следует, что ДХ системы могут быть найдены по формулам

$$\omega = \frac{1}{\tau} \arccos \frac{\lambda_0}{2}; \quad \delta_0 = \frac{2\pi\lambda_1}{\arccos \frac{\lambda_0}{2}}; \quad n = 2 \left(1 - \frac{\lambda_0}{2} \right). \quad (22)$$

Для модели (18), описывающей свободные колебания систем с линейно-вязким трением, соответственно имеем

$$\omega = \frac{1}{\tau} \arccos \frac{\lambda_1}{2\sqrt{\lambda_2}}; \quad \delta_0 = \frac{\pi \ln \lambda_2}{\arccos \frac{\lambda_1}{2\sqrt{\lambda_2}}}. \quad (23)$$

Полученные ЛДМ и разработанные на их основе алгоритмы позволяют оценивать не только ДХ, но и начальные амплитуду и фазу колебаний, что в некоторых случаях является информативной характеристикой технического состояния МС.

Из проведенного анализа составляющих погрешности оценок ДХ следует, что одной из основных является погрешность, связанная с вычислительной устойчивостью решения системы нормальных уравнений. Исследования на основе численного эксперимента показали, что мера обусловленности матрицы системы нормальных уравнений существенно ухудшается, во-первых, при добавлении в СЛАУ уравнений с номерами $k > 10$. Так, например, увеличение числа уравнений до 40 для модели (15) ухудшает меру обусловленности соответствующей матрицы более чем на порядок. При этом относительная погрешность вычисления декремента колебаний увеличивается в 6 раз.

Во-вторых, установлено, что отклонение периода дискретизации τ от оптимального (обеспечивающего наилучшую устойчивость вычислений) значения $\tau = 0,25T$ также приводит к резкой потере точности вычислений. При изменении τ от $0,2T$ до $0,05T$ вычислительная устойчивость ухудшается на 3 порядка, а погрешность оценок увеличивается в несколько десятков раз.

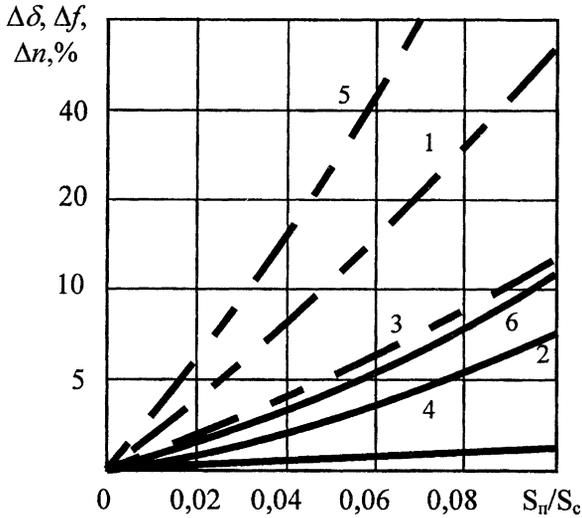
На основе результатов анализа причин, вызывающих неустойчивость вычисления коэффициентов λ_j , АР модель (15) модифицирована к виду, инвариантному к изменению указанных дестабилизирующих факторов:

$$\lambda_0 \frac{y_{k-1}}{k} - \lambda_1 \left[\frac{y_k}{l} + \left(\frac{1}{l} - \frac{2}{k} \right) y_{k-2l} \right] - \lambda_2 \left[\left(\frac{1}{l} \right)^2 y_k + \left(\frac{1}{l} - \frac{2}{k} \right)^2 y_{k-2l} \right] +$$

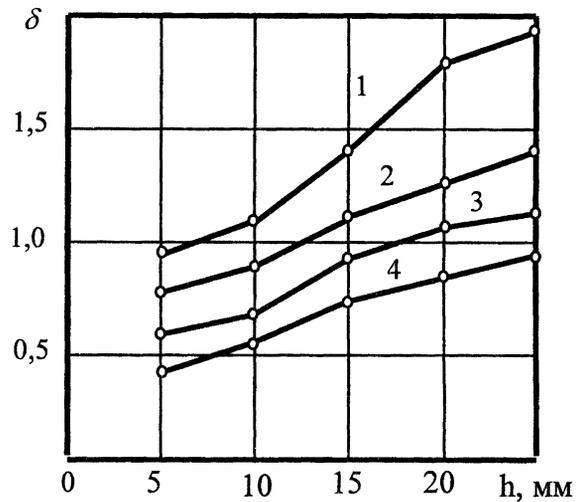
$$+ \lambda_3 \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{k} \right) y_{k-l} + \lambda_4 \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{k} \right)^2 y_{k-l} = \frac{y_k + y_{k-2l}}{k}, k \geq 2l, \quad (24)$$

где параметр l , обеспечивающий оптимальную величину меры обусловленности, выбирается из условия $l = \frac{T}{4\tau}$.

Проведен численный эксперимент, подтверждающий эффективность модифицированной модели (24) по сравнению с базовой (15). На рис.1 представлены зависимости относительной погрешности вычисления декремента $\Delta\delta$ (кривые 1, 2) и частоты Δf (кривые 3, 4) колебаний, а также показателя нелинейности Δn (кривые 5, 6) от соотношения мощности помеха / сигнал (S_{π}/S_c). При объеме выборки $N=100$ и $\tau=0,05$ кривые 1, 3 и 5 соответствуют базовой модели (15), а кривые 2, 4 и 6 - модифицированной модели (24) при оптимальном значении $l=3$. Очевидно, что выигрыш в точности составляет от 3 до 10 раз.



Р и с. 1. Зависимости относительно погрешности оценок ДХ от соотношения помеха-сигнал



Р и с. 2. Зависимости декремента колебаний от глубины запресовки при различном натяге (зазоре) в соединении

Разработанный алгоритм идентификации нелинейных диссипативных систем на основе линейных дискретных моделей реализован в форме пакета прикладных программ для обработки данных научно-промышленного эксперимента по обеспечению качества запресовки вала во втулку.

Пакет содержит процедуры, реализующие вычисление ДХ, а также модули, обеспечивающие необходимый интерфейс при его использовании. Программное обеспечение удобно для пользователя и при запуске открывает меню, позволяющее просматривать справочный материал, вызывать протокол результатов вычисления ДХ для выбранного соединения, выводить графики зависимости жесткости соединения от глубины запресовки вала во втулку или от изменения натяга (зазора) в соединении, просматривать, редактировать существующие или создавать новые файлы данных.

Разработанный пакет прикладных программ прошел апробацию в экспериментах, которые проводились с целью расширения функциональных возможностей и повышения точности обнаружения некачественной сборки за счет фиксации локальных дефектов.

По результатам обработки 20 виброграмм в зависимости от глубины запресовки $h = 5, 10, 15, 20$ и 25 мм и разности диаметров между валом и втулкой $\Delta d = -0,021; 0,020; 0,050$ и $0,100$ мм вычислялись декремент и частота колебаний, жесткость соединения, показатель нелинейности, а также статистические оценки относительной погрешности полученных результатов. Расчеты показали, что даже при небольшом объеме выборки и высокой оперативности получения результатов точность оценок достаточно велика (единицы процента) в широком диапазоне изменения технологических параметров сборки.

На рис.2 представлены кривые зависимости декремента колебаний δ от глубины запресовки h при различном натяге (зазоре) в соединении. Кривые 1, 2, 3, и 4 соответствуют

$\Delta d = -0,021 ; 0,020; 0,050$ и $0,100$ мм. Вычисленные для данных образцов характеристики могут быть использованы в качестве эталонных при автоматизированной технологической сборке.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Явленский Н.Н., Явленский А.К.* Вибродиагностика и прогнозирование качества механических систем. Л.: Машиностроение, 1983. 253 с.
2. *Кашиял Р.Л., Рао А.Р.* Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. М.: Наука, 1983. 384 с.
3. Вибрации в технике. Справочник: В 6 т. М.: Машиностроение, 1978–1981. Т.1, 352 с.; т.2, 351 с.; т.5, 496 с.
4. *Пановко А.Г.* Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Машиностроение, 1987. 224 с.
5. *Добрынин С.А., Фельдман М.С., Фирсов Г.И.* Методы автоматизированного исследования вибраций машин: Справочник. М.: Машиностроение, 1987. 224 с.
6. *Марпл (мл.) С.А.* Цифровой спектральный анализ и его приложения : Пер.с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
7. *Зотеев В.Е.* Математические модели колебаний нелинейных диссипативных систем при типовых тестовых воздействиях // Математическое моделирование и краевые задачи : Тр.седьмой межвуз.конф. Ч.2. Самара: Сам-ГТУ, 1997. С. 48–50.
8. *Дёч Г.* Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. М.: Наука, 1971. 288 с.
9. *Себер Дж.* Линейный регрессионный анализ. М.: Мир, 1980. 456 с.
10. *Зотеев В.Е.* Идентификация диссипативных и жесткостных характеристик механических систем на основе линейных дискретных моделей // Надежность и неупругое деформирование конструкций : Сб.науч.тр. Куйбышев: КнГИ, 1990. С. 152–159.
11. *Штейнберг Ш.Е.* Идентификация в системах управления. М.: Энергоатомиздат, 1987. 80 с.
12. *Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А.* Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. 320 с.
13. *Тихонов А.И., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.
14. *Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г.* Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1983. 200 с.