

Механика деформируемого твердого тела

УДК 539.376

В. П. РАДЧЕНКО

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕУПРУГОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛОВ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ТИПА

В работе, носящей обзорный характер, проанализировано состояние проблем построения определяющих реологических уравнений и критерия разрушения металлов в условиях одноосного и сложного напряженного состояний. Предложен энергетический (диссипативный) вариант уравнений состояния и критерия разрушения, который позволяет с единых позиций описать основные эффекты неупругого деформирования (немонотонный характер неупругой деформации в момент разрушения, нелинейный характер диаграммы длительной прочности, четвертую («лавиновую») стадию ползучести), выявлены условия и характер отклонения от принципа линейного суммирования повреждений. Обоснованность выдвинутых положений подтверждена обстоятельной экспериментальной проверкой и сравнением с работами других авторов.

1. Реологические определяющие соотношения при одноосном напряженном состоянии

Разрозненность экспериментальных данных, характеризующих ползучесть металлов вплоть до разрушения, и неоднозначность выводов, следующих из них, приводит к тому, что вопрос о формировании определяющих реологических уравнений и установления критерия разрушения и в настоящее время во многом остается открытым. Так все рекомендованные в существующей нормативно-технической документации [1] модели, описывающие третью стадию ползучести, базируются либо на теории упрочнения, либо на теории течения и имеют ряд их недостатков. Одним из них является невозможность описания обратной ползучести при разгрузке, пренебрежение которой приводит к ошибкам при нахождении времени до разрушения, особенно в условиях нестационарных и циклических нагрузок. Проблемным остается также вопрос о формулировке определяющих реологических уравнений, позволяющих описывать ползучесть за пределами упругости, а также выбора критерия разрушения материалов, при помощи которого можно было бы с единых позиций описать, например, следующие экспериментально наблюдаемые при одноосной ползучести факты: немонотонный характер предельной неупругой деформации при разрушении; нелинейный характер диаграмм длительной прочности; наличие стадии «лавиновой» ползучести. Поэтому в настоящей работе была поставлена задача анализа затронутой выше проблемы и разработки теории ползучести и критерия разрушения металлов, которые позволили бы решить сформулированные выше задачи как одноосного, так и сложного напряженного состояния.

Одно из наиболее развитых направлений для описания трех стадий ползучести связано с построением теории деформирования и разрушения при ползучести с учетом кинетики развития микромеханизмов

разрушения, интегрально описываемых с помощью некоторых структурных параметров поврежденности.

Большая группа теорий базируется на кинетической теории ползучести Ю. Н. Работнова [2], основанной на методах механики непрерывного накопления поврежденности [3—11], согласно которой процесс накопления поврежденности материала непосредственно связывается с накопленной неупругой деформацией и текущим напряжением. Одной из характеристик состояния материала принимается параметр (или несколько параметров) поврежденности, с которым либо явно, либо косвенно связывается относительно уменьшение эффективной площади поперечного сечения образца, вызываемое микроразрушением материала в процессе деформирования и, как следствие, этого, увеличение истинного напряжения.

Другая группа теорий базируется на гипотезе пластического разрыхления [12], согласно которой ответственность за разрушение возлагалась на необратимое изменение объема (плотности). За последние годы появился ряд экспериментальных работ [13—19], в которых приводятся результаты непосредственного измерения пластического разрыхления в условиях ползучести при одноосном растяжении. В ряде работ, например, [14, 20—23], удалось теоретически связать разрушение в условиях ползучести с разрыхлением. Согласно этим теориям описание процесса разрушения твердых тел естественно сводится к совместному рассмотрению уравнений необратимого деформирования с условием достижения разрыхлением критического значения. В этом смысле они более сложны по сравнению с первой группой теорий, так как возникает необходимость в измерении еще одной величины — разрыхления материала.

Однако в большинстве рассмотренных выше теорий, исходя из того, что при изменении скорости деформирования и температуры в широких пределах возникают определенные трудности в фиксации мгновеннопластической деформации и деформации ползучести, часто стирается различие упомянутых выше деформаций и либо они обе объединяются в одну неупругую, либо исследуют деформацию ползучести, не указывая ни прямо, ни косвенно на область работы (упругая или упругопластическая) материала. При рассмотрении же вопроса о разрушении металлов при высокотемпературном неупругом деформировании нужно учитывать, что механизмы упругопластического и длительного разрушения различны и поэтому необходимо разделять деформации пластичности и ползучести.

В связи с изложенным в настоящей работе развивается энергетический подход к описанию деформирования и разрушения металлов, предложенный в [24, 25], базирующийся на принципе суперпозиции упругой, пластической деформаций и деформации ползучести и метода разделения деформации ползучести, изложенного для случая первой и второй стадий в [26]. Для описания стадии разупрочнения материала вводится гипотеза, согласно которой параметр поврежденности в материале полагается пропорциональным линейной комбинации работы истинного напряжения (напряжения, отнесенного к площади поперечного сечения образца с учетом микроповреждений) на деформации ползучести и на пластической деформации. Основным вариант определяющих соотношений имеет вид

$$\varepsilon = e + e^p + p; \quad e = \sigma/E;$$

$$\dot{e}^p = \begin{cases} 0, & \sigma(t) \leq \sigma_{np}; \\ \lambda [a(\sigma(t) - \sigma_{np})^{n_1} - e^p(t)], & a(\sigma(t) - \sigma_{np})^{n_1} > e^p(t); \\ 0, & a(\sigma(t) - \sigma_{np})^{n_1} \leq e^p(t), \sigma(t) \geq \sigma_{np}; \end{cases}$$

$$p = u + v + w;$$

$$u(t) = \sum_{k=1}^s u_k(t), \quad u_k(t) = \lambda_k(t) [a_k(\sigma(t)/\sigma_*)^{n_2} - u_k(t)];$$

$$v(t) = \sum_{k=1}^s v_k(t), \quad v_k(t) = \begin{cases} \lambda_k [b_k(\sigma(t)/\sigma_*)^{n_2} - v_k(t)], & b_k(\sigma(t)/\sigma_*)^{n_2} > v_k(t), \\ 0, & b_k(\sigma(t)/\sigma_*)^{n_2} \leq v_k(t); \end{cases}$$

$$\dot{w}(t) = c [\sigma(t)/\sigma_*]^{m_2}; \quad (1.1)$$

$$\sigma = \sigma_0(1 + w); \quad (1.2)$$

$$\dot{w} = \gamma \sigma \dot{e}^p + \alpha \sigma \dot{p}. \quad (1.3)$$

Здесь ε — полная деформация; e и e^p — упругая и пластическая деформации соответственно; p — деформация ползучести; u, v, w — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие соответственно; σ_0 и σ — соответственно номинальное и истинное напряжение ($\sigma_0 \geq 0$); E — модуль Юнга; $\lambda_k, a_k, b_k, c, n_2, m, \sigma_*$ — константы модели, при помощи которых описываются первая и вторая стадии ползучести материала и ее обратимая после разгрузки часть; γ и α — параметры модели, контролирующие процессы разупрочнения материала на пластической деформации и деформации ползучести соответственно; a, n_1, λ — константы, описывающие диаграмму мгновенного деформирования; σ_{np} — предел пропорциональности.

Согласно третьему соотношению (1.1) пластическая деформация e^p описывается такими же по структуре уравнениями, как и компонента v деформации ползучести, т. е. также развивается во времени. Такой подход к описанию пластической деформации соответствует так называемым эндохронным теориям пластичности, т. е. теориям пластичности с внутренним временем. В предложенных уравнениях в качестве внутреннего времени используется обычное физическое время. Если выбрать $\lambda \gg \max_k \{\lambda_k\}$, то при фиксированном σ_0 всегда можно указать

такой интервал времени $[0, t]$, что $e^p(t)$ будет сколь угодно мало отличаться от своего асимптотического значения, полученного из решения третьего соотношения (1.1) при $t \rightarrow \infty$, в то время как $p(t) \approx 0$. Схема развития упругопластической деформации в координатах $\sigma_0 \sim \varepsilon$ в режиме мягкого нагружения (мгновенного приложения нагрузки) представляет ломаную ОАВ (рис. 1). Такой подход к оценке пластической деформации удобен в расчетной практике, так как позволяет с единых методологических позиций алгоритмизировать процесс расчета неупругой деформации. Детальный анализ экспериментальных данных показал, что в общем случае $\gamma = \gamma(\sigma^p)$ и $\alpha = \alpha(\sigma_0)$ и для них можно использовать степенные аппроксимации вида

$$\gamma = \gamma_1 (e^p)^{n_3}, \quad \alpha = \alpha_1 (\sigma_0)^{m_3}. \quad (1.4)$$

Для ряда материалов в частных случаях $\alpha = \text{const}$, $\gamma = \text{const}$.

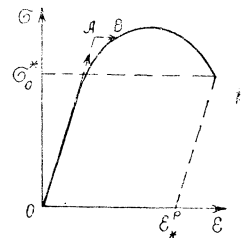


Рис. 1. Схема развития пластической деформации по эндохронной теории пластичности

2. Критерий разрушения металлов при одноосном напряженном состоянии

Для оценки времени до разрушения при неупругом реологическом деформировании, как правило, используют кинетические уравнения силового типа [27], деформационные [5, 7, 28], энергетические (диссипативные) [31—35] критерии разрушения либо же критерии, связанные с достижением параметрами поврежденности (функции от них) некоторой критической величины [8, 36—38]. В настоящей работе предпочтение отдано энергетическим критериям разрушения, т. к., с одной стороны, они позволяют без особых усложнений описать отмеченный в ряде работ немонотонный характер предельной неупругой деформации в момент разрушения [7, 39, 40] и экспериментально наблюдаемый нелинейный характер диаграммы длительной прочности в двойных логарифмических (или полулогарифмических) координатах, а, с другой стороны, очень удобны в использовании в силу аддитивности энергий различного вида [41].

Для вывода критерия разрушения будем исходить из термодинамических соображений на основании подхода, предложенного в работах [31, 32], согласно которому ни количество работы, ни количество теплоты, ни параметры, их определяющие (температура, деформация, напряжения), не могут являться свойствами материальной системы, т. к. они являются функциями процесса. Коренным же свойством материальной системы является внутренняя ее энергия, изменение которой не зависит от пути процесса и определяется суммой обобщенных работ. Поэтому в [31, 32] предлагается в качестве критерия разрушения использовать состояние, в котором плотность внутренней энергии достигает критической величины. Проведенные в [42] теоретические и экспериментальные исследования для некоторых процессов позволяют считать, что критическая величина плотности внутренней энергии не зависит от процесса нагружения и является константой материала.

Накапливаемая в деформируемом элементе тела внутренняя энергия u_+ определяется суммой двух составляющих. Часть этой энергии (10—30%) обусловлена накоплением в деформируемых объемах материала потенциальной (запасенной, скрытой) энергии u^e , которая связана с зарождением различного рода дефектов и служит количественной характеристикой его поврежденности в процессе деформирования, а другая часть этой энергии (70—90%) накапливается в виде тепло-содержания u^T , это приводит к ослаблению межатомных связей и, как следствие этого, к физическому разупрочнению материала. Таким образом, исходя из принципа суперпозиции энергии [41], имеем

$$u_+ = u^e + u^T. \quad (2.1)$$

В соответствии с изложенным выше критерий разрушения принимает вид

$$u_+ = u_0 + u_1 = u_*, \quad (2.2)$$

где $u_0 = u_0(T)$ — начальное значение удельной внутренней энергии, u_1 — приращение внутренней энергии за время деформирования, u_* — константа материала. Приращение $\Delta u_* = \Delta u_1$ за время Δt складывается из двух составляющих

$$\Delta u_+ = \Delta u^e + \Delta u^T, \quad \Delta u^e = \sigma \Delta \epsilon^p + \sigma \Delta p, \quad \Delta u^T = \Delta u^T_1 + \Delta u^T_2. \quad (2.3)$$

где приращение потенциальной энергии Δu^e в отличие от работ [31—35]

записано не для номинального, а для истинного напряжения σ ; Δu^T_1 , Δu^T_2 — соответственно приращения теплосодержания при образовании пластической деформации и деформации ползучести. Дальнейшая задача состоит в определении величины Δu^T . Непосредственное измерение этой величины при помощи калориметрирования даже в лабораторных условиях при фиксированной температуре — трудоемкая задача. При таком подходе практически не разрешима задача определения Δu^T при оценке ползучести элементов конструкций в реальных условиях эксплуатации, поэтому необходимы поиски других способов оценки величины Δu^T .

Некоторые экспериментальные данные (в основном по усталости) [42] позволяют ввести следующую гипотезу: в каждый момент времени величины Δu^T_1 и Δu^T_2 пропорциональны соответственно $\sigma \Delta e^p$ и $\sigma \Delta p$. Преобразуем (2.3) к виду

$$\Delta u = \sigma \Delta e^p (1 + \Delta u^T_1 / \sigma \Delta e^p) + \sigma \Delta p (1 + \Delta u^T_2 / \sigma \Delta p). \quad (2.4)$$

На основании введенной гипотезы с использованием обозначения

$$C(e^p, T) = 1 + \Delta u^T_1 / \sigma \Delta e^p, \quad D(\sigma_0, T) = 1 + \Delta u^T_2 / \sigma \Delta p$$

выражению (2.4) можно придать вид

$$\Delta u = C(e^p, T) \sigma \Delta e^p + D(\sigma_0, T) \sigma \Delta p. \quad (2.5)$$

После интегрирования (2.5) с использованием (2.2) получаем критерий разрушения

$$\int_0^{t_*} C(e^p, T) \sigma de^p + \int_0^{t_*} D(\sigma_0, T) \sigma dp = u'(T), \quad (2.6)$$

где $u'(T) = u_* - u_0(T)$ — величина, вообще говоря, неизвестная; t_* — время разрушения.

В дальнейшем для простоты будем считать, что $C(e^p, T) = C_1(T)$, и перепишем соотношение (2.6) в виде

$$\int_0^{t_*} \frac{\sigma de^p}{A_*^p(T)} + \int_0^{t_*} \frac{\sigma dp}{A_*^c(\sigma_0, T)} = 1, \quad (2.7)$$

где $A_*^p(T) = u'(T) / C_1(T)$, $A_*^c(\sigma_0, T) = u'(T) / D(\sigma_0, T)$.

Соотношение (2.7) и есть критерий разрушения при неупругом деформировании.

Для частного случая изотермической ползучести $A_*^p = \text{const}$, $A_*^c = A_*^c(\sigma_0)$ и критерий разрушения (2.7) принимает вид

$$\int_0^{t_*} \frac{\sigma de^p}{A_*^p} + \int_0^{t_*} \frac{\sigma dp}{A_*^c(\sigma_0)} = 1. \quad (2.8)$$

Соотношение (2.8) при $A_*^c(\sigma_0) = \text{const}$ было предложено в работе [24], а далее в предлагаемом виде — в [25]. Для аппроксимации величины $A_*^c(\sigma_0)$ использовалось соотношение вида

$$A_*^c(\sigma_0) = \alpha_A (\sigma_0)^{m_A}, \quad (2.9)$$

где α_A , m_A — константы.

Таким образом, отличие критерия (2.8) от аналогичных критериев [6, 29—35, 42] заключается в введении как в определяющие уравнения, так и в критерии разрушения истинного напряжения и представления неупругой деформации в виде суммы пластической деформации и деформации ползучести.

Следует отметить, что по форме критерий (2.8) встречался например, в работе [43], где в соответствующем критерии величины A^{p*} , A^{c*} полагались константами и вычислялись экспериментальным путем по отношению к номинальному напряжению.

Необходимой информацией для определения параметров модели (1.1)—(1.3) и критерия разрушения (2.8) являются диаграмма упругопластического разрушения и серия стационарных кривых ползучести вплоть до разрушения.

Методика идентификации параметров по экспериментальным данным подробно изложена в работах [24, 25].

3. Экспериментальная проверка определяющих реологических уравнений и критерия разрушения

В данном пункте рассматриваются следующие основные задачи, решать которые должна любая вновь создаваемая теория ползучести:

1) экспериментальная проверка предложенной модели (1.1)—(1.4) и критерия (2.8) и их сравнение с существующими теориями ползучести;

2) анализ диаграммы упругопластического деформирования вплоть до разрушения;

3) анализ характера предельной неупругой деформации в момент разрушения;

4) анализ характера диаграмм длительной прочности в широком диапазоне напряжения;

5) проверка широко применяемого в расчетной практике принципа линейного суммирования поврежденности и анализа отклонения от него.

Для экспериментальной проверки предложенной модели (1.1)—(1.4) и критерия (2.8) была выполнена серия испытаний на сплаве ЭИ698 при трех уровнях температур $T=700^{\circ}\text{C}$, $T=750^{\circ}\text{C}$, $T=775^{\circ}\text{C}$; сплаве ЭП693 при $T=650^{\circ}\text{C}$, $T=700^{\circ}\text{C}$, $T=725^{\circ}\text{C}$, $T=750^{\circ}\text{C}$; сплаве ЭП742 при $T=650^{\circ}\text{C}$ и $T=750^{\circ}\text{C}$. Все испытания проводились на унифицированных круглых образцах с отношением длины к диаметру, равным 10. Заготовки образцов для сплавов ЭИ698 и ЭП742 вырезались из диска газотурбинного двигателя, а для ЭП693 — из прутка и обрабатывались по штатной технологии. Испытания проводились на установке для одноосной ползучести типа МП-3Б, снабженной дополнительным приводом для обеспечения скорости активного захвата равной 20 мм/мин. Необходимые температуры в зоне испытаний создавались печью сопротивления. Контроль температуры осуществлялся двумя термopарами типа ПП. Разброс ее по длине образца не превышал $1,5^{\circ}\text{C}$. На каждом из задаваемых режимов испытывалось по 2—3 образца и данные осреднялись.

Для сравнения результатов расчета по предложенной модели с существующими теориями были использованы также экспериментальные данные других авторов, в частности, по сплаву ОТ-4 при $T=450^{\circ}\text{C}$ и $T=500^{\circ}\text{C}$ [6, 40, 44]; сплаву ЖС6КП при $T=900^{\circ}\text{C}$, $T=950^{\circ}\text{C}$, $T=1000^{\circ}\text{C}$ [45]; нержавеющей стали 12Х18Н10Т при $T=850^{\circ}\text{C}$ [7, 46]. При этом недостающие экспериментальные данные по диаграммам упругопластического деформирования для сплава ЖС6КП ($T=900$ — 1000°C) были позаимствованы из работы [47], для стали 12Х18Н10Т ($T=850^{\circ}\text{C}$) — из [28, 48]. Для сплава ОТ-4 использовались данные работы [49], где представлены диаграммы при $T=\{20^{\circ}\text{C}, 100^{\circ}\text{C}, 200^{\circ}\text{C}$,

300°C, 400°C}. После их обработки по предложенной в работах [24, 25] методике была осуществлена экстраполяция для температуры $T=450^\circ\text{C}$ и $T=500^\circ\text{C}$.

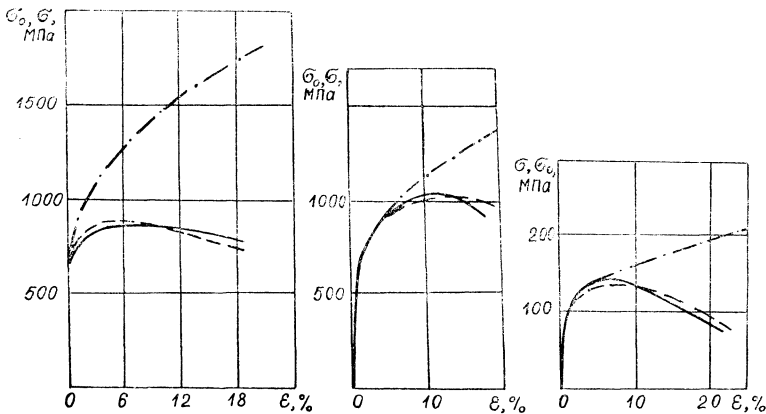


Рис. 2. Диаграммы упругопластического деформирования сплавов ЭИ698 при $T = 750^\circ\text{C}$ (а), ЭП742 при $T = 750^\circ\text{C}$ (б), стали 12X18H10T при $T=850^\circ\text{C}$: ———— — эксперимент; - - - - - расчет в координатах $\sigma_0 \sim \varepsilon$; — · — · — расчет в координатах $\sigma \sim \varepsilon$

В качестве примера на рис. 2 приведен расчет диаграмм мгновенного упругопластического деформирования для трех материалов: сплошные линии соответствуют экспериментальным данным, пунктирные — расчету по модели (1.1) — (1.4), (2.8) в координатах «номинальное напряжение — деформация» ($\sigma_0 \sim \varepsilon$), штрихпунктирная — расчету в координатах «истинное напряжение — деформация» ($\sigma \sim \varepsilon$). Материальные константы для расчета упругопластической деформации для всех материалов, используемых в данной работе, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения параметров модели для описания деформации пластичности

Материал	T°, C	$\sigma_{пр}, \text{МПа}$	$E \cdot 10^3, \text{МПа}$	$a, \text{МПа}^{-n}$	n_1	$\gamma_1, \text{МПа}^{-1}$	$\bar{A} p_{*}, \text{МДж/м}^3$	m_2
ЭИ 698	700	500,3	1,52	$1,18 \cdot 10^{-7}$	1,995	$3,77 \cdot 10^{-3}$	284,3	0
	750	480,7	1,47	$1,27 \cdot 10^{-8}$	2,145	$7,06 \cdot 10^{-3}$	201,2	0
	775	466,0	1,44	$2,17 \cdot 10^{-8}$	2,458	$5,73 \cdot 10^{-3}$	147,5	0
ЭП 742	650	696,3	1,79	$8,614 \cdot 10^{-7}$	1,854	$1,776 \cdot 10^{-3}$	227,5	0
	750	608,2	1,70	$5,102 \cdot 10^{-7}$	1,943	$1,623 \cdot 10^{-3}$	180	0
ОТ-4	450	206,0	0,696	$1,89 \cdot 10^{-9}$	2,82	$1,83 \cdot 10^{-2}$	51,1	0
	500	176,6	0,667	$6,07 \cdot 10^{-9}$	2,61	$3,3 \cdot 10^{-2}$	49,6	0
Х18Н10Т	850	44,1	0,775	$7,48 \cdot 10^{-7}$	3,46	$1,19 \cdot 10^{-5}$	36,44	1,48

Как видно из приведенных рисунков, расчетная диаграмма в координатах $\sigma_0 \sim \varepsilon$ имеет немонотонный характер с точкой максимума, что соответствует расчетному значению временного предела сопротивления материала, а диаграмма в истинных напряжениях $\sigma \sim \varepsilon$ строго

монотонна. Одним из важных, на наш взгляд, результатов является теоретическое описание немонотонного характера кривой мгновенного деформирования, что, как известно [39, 49], встречает наибольшие трудности при соответствующей аппроксимации. Следует отметить, что немонотонный характер расчетной диаграммы мгновенного деформирования $\sigma_0 \sim \varepsilon$ есть не результат формальной математической аппроксимации, а прямое следствие накопления поврежденности (пластического разрушения) в материале.

Проверка адекватности модели (1.1)—(1.4) и критерия (2.8) по экспериментальным данным в процессе ползучести осуществлялась при описании кривых неупругой деформации в область интерполяции в условиях стационарного нагружения (фактически интерполяционная аппроксимация) при фиксированных значениях σ_0 (базовый эксперимент), по которым определялись все константы модели, а также в область интерполяции в условиях нестационарного (ступенчатого) нагружения теми же значениями σ_0 и в область экстраполяции результатов для стационарного нагружения напряжениями σ_0 , не входящими в базовый эксперимент.

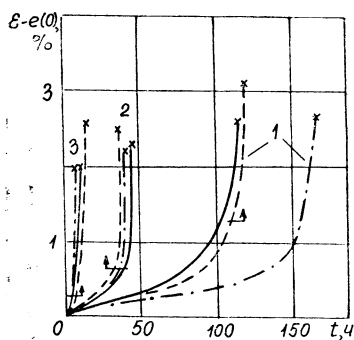


Рис. 3. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые неупругой деформации сплава ЭИ698 ($T=750^\circ\text{C}$):
1 — $\sigma_0=378,8$; 2 — $\sigma_0=421,8$; 3 — $\sigma_0=470,9$ МПа

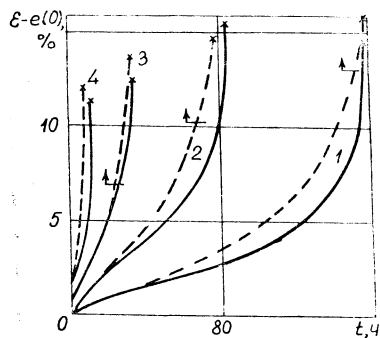


Рис. 4. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые неупругой деформации сплава ЭП742 ($T=750^\circ\text{C}$):
1 — $\sigma_0=470,9$; 2 — $\sigma_0=520$; 3 — $\sigma_0=570$;
4 — $\sigma_0=686,7$ МПа

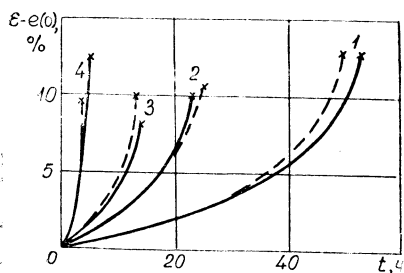


Рис. 5. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые ползучести стали 12X18H19T при $T=850^\circ\text{C}$:
1 — $\sigma_0=38,24$; 2 — $\sigma_0=49,05$; 3 — $\sigma_0=58,86$;
4 — $\sigma_0=78,48$ МПа

На рис. 3—5 приведен расчет стационарной ползучести (пунктирные линии) для сплавов ЭИ698 ($T=750^\circ$), ЭП742 ($T=750^\circ\text{C}$), стали 12X18H10T ($T=850^\circ\text{C}$) по модели (1.1)—(1.4), (2.8). Здесь сплошные линии соответствуют экспериментальным данным, крестики — разрушению материала. Реологические константы для этих материалов, вычисленные по приведенной в работах [24, 25] методике на основании экспериментальных данных стационарной ползучести, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения параметров модели для описания деформации ползучести

Материал	$T, ^\circ\text{C}$	$\sigma_*, \text{МПа}$	k	$\lambda_{k, q-1}$	a_k	b_k	c	n_2	m_1	$\alpha_{1, -1-m_1}$ МПа	m_1	$\alpha_{\lambda, -1-m_A}$ МПа	m_A
ЭИ 698	700	490,5	1,	0,2	$2,96 \cdot 10^{-4}$	$4,44 \cdot 10^{-4}$	$2,51 \cdot 10^{-5}$	2,9	10,96	$9,56 \cdot 10^3$	-2,03	12,2	0
	750	490,5	1	0,2	$5,2 \cdot 10^{-4}$	$7,8 \cdot 10^{-4}$	$3,98 \cdot 10^{-5}$	3,45	10,96	$3,81 \cdot 10^5$	-2,6	12,6	0
	725	490,5	1	0,2	$6,28 \cdot 10^{-4}$	$9,42 \cdot 10^{-4}$	$1,41 \cdot 10^{-3}$	4,1	10,96	$1,94 \cdot 10^7$	-3,2	9,02	0
ЭП 742	650	490,5	1	0,022	$7,32 \cdot 10^{-4}$	$5,37 \cdot 10^{-3}$	$7,22 \cdot 10^{-7}$	3,29	14,3	$3,0 \cdot 10^{14}$	-6,09	174,4	0
		490,5	2	0,2	0	0	$7,22 \cdot 10^{-7}$	3,29	14,3	$3,0 \cdot 10^{14}$	-6,09	174,4	0
	750	490,5	1	0,022	0	0	$4,15 \cdot 10^{-5}$	3,76	8,9	$2,81 \cdot 10^6$	-3,3	81,1	0
			2	0,2	$6,55 \cdot 10^{-4}$	$4,804 \cdot 10^{-3}$							
ОТ-4	450	294,3	1	1,95	0	$3,47 \cdot 10^{-3}$	$6,07 \cdot 10^{-4}$	3,19	3,94	$9,37 \cdot 10^{-3}$	0	219,7	0
	500	9,81	—	—	—	—	$1,29 \cdot 10^{-7}$	—	3,59	$1,18 \cdot 10^{-2}$	0	114,0	0
X18H10T	850	9,81	—	—	—	—	$9,91 \cdot 10^{-6}$	—	3,2	42,28	-1,5	7,52	0

На рис. 6 и 8 приведены примеры расчета (пунктирные линии) для сплавов ЭИ698 и ЭП742 при переменных режимах нагружения. Сплошные линии здесь соответствуют экспериментальным данным.

На рис. 7 показан пример экстраполяции расчета по модели (1.1)—(1.4), (2.8) для сплава ЭП742 в область кратковременной ползучести по информации, представленной на рис. 4.

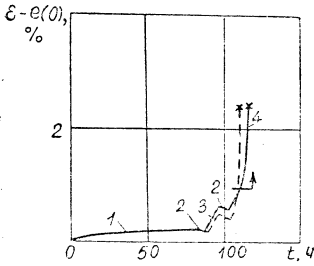


Рис. 6. Экспериментальные (сплошная линия) и расчетные (штриховая линия) значения неупругой деформации сплава ЭИ698 ($T=750^{\circ}\text{C}$) при нестационарном нагружении:

1 — $\sigma_0 = 372,8$; 2 — $\sigma_0 = 0$; 3 — $\sigma_0 = 421,8$; 4 — $\sigma_0 = 470,9$ МПа

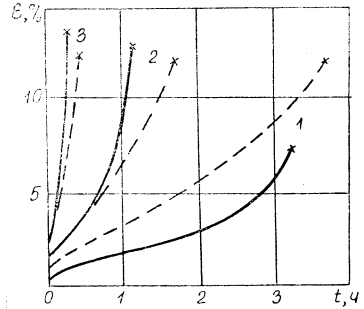


Рис. 7. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые стационарной ползучести сплава ЭП742 ($T=750^{\circ}\text{C}$):
1 — $\sigma_0 = 735,7$; 2 — $\sigma_0 = 784,8$; 3 — $\sigma_0 = 883$ МПа

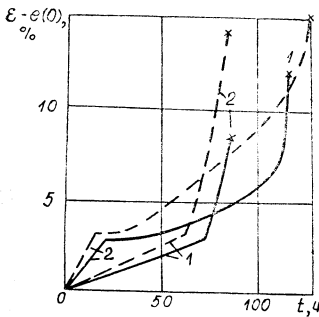


Рис. 8. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые неупругой деформации сплава ЭП742 ($T=750^{\circ}\text{C}$) при нестационарном нагружении:

1 — $\sigma_0 = 470,9$; 2 — $\sigma_0 = 570$ МПа

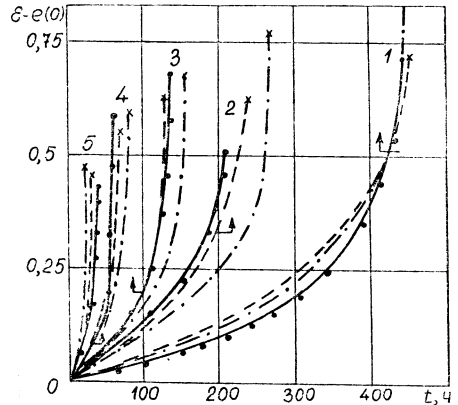


Рис. 9. Экспериментальные (точки) расчетные (—) по модели (1.1)—(1.4), (2.8) и (---) по модели Соснина О. В. кривые ползучести сплава ОТ-4 при $T=500^{\circ}\text{C}$:

1 — $\sigma_0 = 98,1$; 2 — $\sigma_0 = 112,8$; 3 — $\sigma_0 = 127,5$;
4 — $\sigma_0 = 147,5$; 5 — $\sigma_0 = 176,6$ МПа

Как следует из приведенных рисунков, результаты расчетов имеют хорошее согласование с экспериментальными данными.

Сравнение предложенной модели (1.1)—(1.4), (2.8) с существующими теориями было осуществлено по данным работ [6, 44], в которых приведены результаты испытаний на ползучесть титанового сплава ОТ-4 при $T=500^{\circ}\text{C}$, а также по экспериментальным данным ползучести и разрушения стали 12X18H10T при $T=850^{\circ}$ [7, 46]. На рис. 9

сплошными линиями обозначены экспериментальные данные по ползучести ОТ-4, пунктирными — расчет по модели (1.1)—(1.4), (2.8), а штрихпунктирными—по энергетическому варианту Соснина О. В. [6, 44].

Таблица 3

Экспериментальные и расчетные данные для сплава ЕТ-4 при $T=500^{\circ}\text{C}$

σ_0 , МПа	98.1	112.8	127.5	147.1	176.6	Q , %
$t^*_{(1)}$, ч	444	211	141	65	38	—
$t^*_{(2)}$, ч	445	265	155	78	26	17.46
$t^*_{(3)}$, ч	356	216	139	83	43	12.9
$t^*_{(4)}$, ч	455.8	240.1	137.7	70.3	30.1	9.5

В табл. 3 приведены расчеты значения времени разрушения для этого сплава, выполненные разными авторами. Здесь t^*_1 соответствует экспериментальным данным [6, 44]; t^*_2 — расчету по энергетическому критерию Соснина О. В. [6, 30]; t^*_3 — расчету по деформированному критерию на основании кинетических уравнений Работнова Ю. Н., выполненному в [7, 38]; t^*_4 — расчету по модели (1.1)—(1.4), (2.8). Очевидно, что для этого сплава соотношения (1.1)—(1.4) в целом аппроксимируют опытные данные несколько лучше, чем уравнения работ [6, 30], а критерий (2.8) более точный, чем в работах [7, 38, 6,30], а чем свидетельствует величина средней относительной ошибки Q отклонения расчетных и экспериментальных данных времени разрушения. Для стали 12Х18Н10Т получены практически одинаковые результаты расчета по модели (1.1)—(1.4), (2.8) и по кинетическим уравнениям Работнова Ю. Н. [7, 38].

В табл. 4 приведены экспериментальные (t^*_1) [7], расчетные по модели (1.1)—(1.4), (2.8) (t^*_4), расчетные по модели Локошенко А. М., Шестерикова С. А. [7] (t^*_3) данные времени до разрушения для стали 12Х8Н10Т при $T=850^{\circ}\text{C}$.

Таблица 4

Экспериментальные и расчетные данные для стали 12Х8Н10Т при $T=850^{\circ}\text{C}$

σ_0 , МПа	39.24	49.05	58.86	78.48	Q , %
$t^*_{(1)}$, ч	54	23.5	15.4	6.0	—
$t^*_{(3)}$, ч	51	25.2	14.1	5.7	6.57
$t^*_{(4)}$, ч	51.3	26.4	15.0	5.75	6.07

Отметим следующий интересный факт. Несмотря на то, что напряжение σ_0 может не превышать предела пропорциональности, истинное напряжение с течением времени за счет накопления повреждений становится выше предела пропорциональности и на деформацию ползучести будет накладываться мгновенно-пластическая деформация. Это соответствует так называемой четвертой («лавиной») стадии ползучести, на которую указывалось в работах [50, 51] и появление которой с позиции механики микронеоднородных сред обосновано в работе [52]. Начало стадии «лавиной» ползучести на рис. 3—9 показано стрелкой. В отличие от работы [50], где метод определения начала

этой стадии применим лишь для стационарных кривых ползучести, по модели (1.1)—(1.4), (2.8) это можно сделать при любых законах изменения напряжения. К тому же такой подход обосновывает физическое состояние материала на феноменологическом уровне в момент начала стадии «лавиной» ползучести. Следует отметить, что «лавиная» стадия реализуется не всегда. В частности, для сплава ЖС6КП [47] для исследуемого диапазона напряжений разрушение происходило в упругой области без появления пластических деформаций. На рис. 10 приведены расчетные зависимости предельной неупругой деформации $\varepsilon^* = \varepsilon^*(\sigma_0)$ в момент разрушения для различных сплавов. Как видно, определяющие уравнения (1.1)—(1.4) и критерий разрушения (2.8) описывают и монотонный, и немонотонный характер зависимости $\varepsilon^* = \varepsilon^*(\sigma_0)$ как с одним, так и с двумя локальными экстремумами.

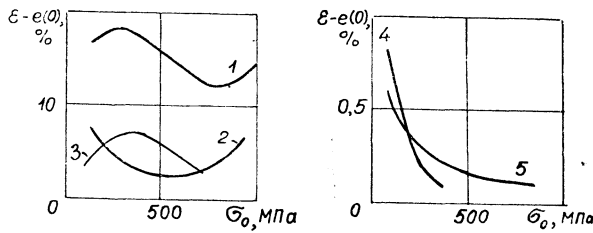


Рис. 10. Значения неупругой деформации в момент разрушения для сплавов:

1 — ЭП742 ($T=750^\circ\text{C}$); 2 — ЭИ698 ($T=750^\circ\text{C}$); 3 — ЖС6КП ($T=900^\circ\text{C}$); 4 — ОТ-4 ($T=500^\circ\text{C}$); 5 — ЭИ693 ($T=750^\circ\text{C}$)

В ряд работ [6, 8, 30, 38, 39] были описаны либо монотонные зависимости $\varepsilon^* = \varepsilon^*(\sigma_0)$, либо немонотонные с одним локальным экстремумом.

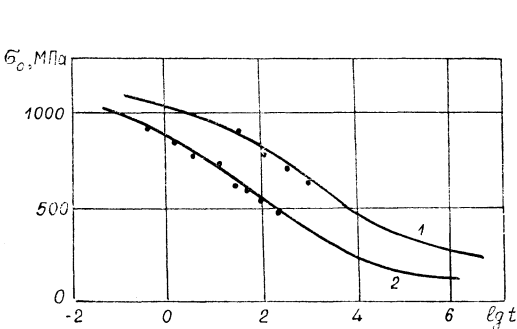


Рис. 11. Расчетные диаграммы длительной прочности сплава ЭП742:

1 — $T=650^\circ\text{C}$; 2 — $T=750^\circ\text{C}$ (точки — экспериментальные данные)

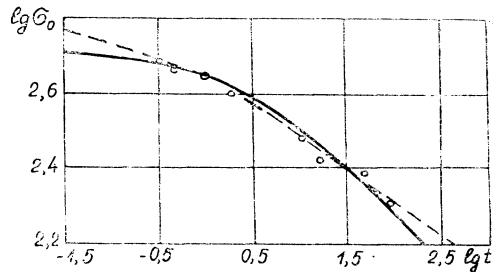


Рис. 12. Расчетные диаграммы длительной прочности по модели (1.1)—(1.4), (2.8) (сплошная линия) и по данным [54] (—) для сплава ЭИ4375 при $T=800^\circ\text{C}$ (точки — экспериментальные данные [54])

На рис. 11, 12 представлены типичные расчетные диаграммы длительной прочности как в полулогарифмических, так и в двойной логарифмических координатах. Как видно, диаграммы длительной прочности имеют ярко выраженный нелинейный характер, причем в полулогарифмических координатах они имеют точку перегиба (см. рис. 11).

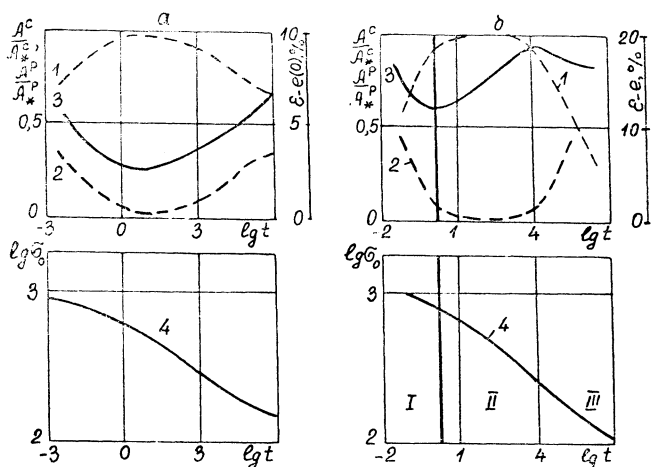


Рис. 13. Расчетные значения неупругой деформации в момент разрушения (3):

относительные величины работ $A^c(t)/A_*^c$ (1) и $A^p(t)/A_*^p$ (2) в момент разрушения; диаграммы длительной прочности (4): а) сплав ЭП698 $T=750^\circ\text{C}$, б) сплав ЭП1742 при $T=750^\circ\text{C}$

При этом можно выделить прямолинейный участок диаграммы и две прилегающие к нему области, которые, по-видимому, определяют 3 области с различными механизмами разрушения. Для подтверждения этого обратимся к рис. 13, где к единой оси ординат $\lg t$ приведены графики предельной неупругой деформации (3), относительных деформаций ползучести $A^c(t)/A_*^c$ (1) и деформаций пластичности $A^p(t)/A_*^p$ (2) в момент разрушения и диаграммы длительной прочности (4) сплава ЭП 742 при $T=750^\circ\text{C}$. Как видно из рис. 13, можно выделить область II, где величины $A^c(t)/A_*^c$ и $A^p(t)/A_*^p$ практически постоянны и именно этой области соответствуют прямолинейный участок диаграммы длительной прочности и некоторая стабилизация скорости предельной неупругой деформации $de^*/d\lg t$. На рис. 13 в качестве примера на основе модифицированного в [53] критерия Н. В. Смирнова принадлежности точек однородной совокупности ($de^*/d\lg t = \text{const}$) выделены три области: первая соответствует области кратковременной ползучести; вторая — области ползучести с развитой третьей стадией, которая составляет до 50% и выше от общего времени до разрушения; третью можно условно назвать областью хрупкого разрушения, т. к. по расчетам на основании модели (1.1)–(1.4), (2.8) длительность третьей стадии составляет здесь доли процента и вторая стадия заканчивается практически вертикальной асимптотой.

Большое внимание в работе было уделено проверке широко используемой в расчетной практике гипотезы линейного суммирования поврежденности

$$\int_0^{t_*} \frac{d\tau}{t_*(\sigma_0(\tau))} = 1. \quad (3.1)$$

Здесь $t_*(\sigma_0)$ — функция, аппроксимирующая диаграмму длительной прочности. В значительном количестве экспериментальных исследований, например [55, 56], при кусочно-постоянной функции растягивающего напряжения $\sigma_0 = \sigma_0(t)$ наблюдаются систематические отклонения

от равенства (3.1) как в ту, так и в другую сторону, выходящие за границы естественного разброса.

Анализ соотношения (3.1) на основании (1.1)—(1.4), (2.8) при кусочно-постоянной аппроксимации $\sigma_0 = \sigma_0(t)$ ($\sigma_0 = \sigma_0^1$ при $t \in [0, t_1]$, $\sigma_0 = \sigma_0^2$ при $t \in [t_1, t_*]$), показал, что значение интеграла в (3.1) $S_1 > 1$, если $\sigma_0^1 > \sigma_0^2$ и $S_1 < 1$ при $\sigma_0^1 < \sigma_0^2$. Это отклонение возрастает, если σ_0^1 и σ_0^2 принадлежат разным областям разрушения (см. рис. 13).

И, наконец, разделение упругой деформации на пластическую деформацию и деформацию ползучести позволяет избежать типичного недостатка теорий, в которых подобное разделение не производится, связанного с необходимостью введения гипотезы о «скачке» внутренней энергии при переходе через некоторое значение σ_0 [57]. На самом деле происходит просто изменение механизма разрушения и существенную роль начинает играть первый член в соотношении (2.8). Таким образом, предложенная модель (1.1)—(1.4) и критерий разрушения (2.8) позволяют с единых позиций описать ряд фактов, которые встречаются наибольшие трудности при феноменологическом подходе.

4. Реологические уравнения и критерий разрушения при сложном напряженном состоянии

Известно, что процесс накопления поврежденности и разрушения материалов при сложном напряженном состоянии носит многостадийный характер. На первом этапе происходит интегральное (рассеянное) накопление микроповреждений, характерный размер которых много меньше среднего линейного размера поликристаллического материала. Далее происходит образование микротрещин, эволюция которых приводит к образованию магистральной трещины и разрушению материала на макроуровне. Это уже область макромеханики разрушения. Целью настоящего раздела является разработка математической феноменологической реологической модели для описания процесса накопления рассеянной поврежденности и критерия разрушения в пределах первой стадии разрушения (до появления макротрещины).

Одним из первых подходов решения поставленной задачи являлись методы введения скалярного параметра поврежденности, базирующиеся на концепции эквивалентного напряжения, которое вводится как в основные кинетические соотношения, так и в уравнения для параметра поврежденности в виде $\sigma_{\text{Э}}/(1-\omega)$. Одним из главных вопросов при таком подходе является выбор эквивалентного напряжения. Этот вопрос изучен достаточно хорошо, и обзор существующих аналитических выражений для $\sigma_{\text{Э}}$ можно найти, например, в [58]. Естественным образом при таком подходе записывается критерий разрушения: $\omega(t_*) = 1$ (t_* — время разрушения).

Энергетический подход к интерпретации скалярного параметра поврежденности ω дан в работах Соснина О. В. с соавторами [6, 30], где в качестве ω выступает диссипируемая работа $A = \sigma_{ij} dp_{ij}$. Разрушение происходит при выполнении условия $A(t_*) = A_*$, где A_* — константа материала. Близко примыкают к подходу Соснина О. В. работы, базирующиеся на принципах термодинамики. Так, Федоров В. В. [32, 42] в качестве критерия разрушения использует скалярную величину внутренней энергии. В [59] рассмотрена возможность в качестве параметра, характеризующего накопление поврежденности, использовать текущее значение величины энтропии, а за условие разрушения

принимать критическое приращение плотности энтропии в процессе деформирования. Этот же критерий предлагался и рядом других авторов [33—35, 60].

Однако, как следует из экспериментальных [61] и теоретических работ [12, 62], распределение поврежденности в материале в условиях сложного напряженного состояния носит анизотропный характер. Так, в [61] детальный анализ структурных механизмов разрушения показал их существенное отличие при кручении и двухосном растяжении. Отсюда возникает необходимость введения отличной от скалярной характеристики поврежденности, позволяющей учесть анизотропный характер кинетики накопления поврежденности.

Л. М. Качанов [63] характеризует уровень поврежденности на некоторой площадке вектором с модулем ψ_* , направленным по нормали ν к этой площадке. Некоторое обобщение этой модели дано в работе [64], где в качестве параметра поврежденности используется вектор $\bar{\omega}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$, компоненты которого связаны с пространством главных напряжений σ_i ($i=1, 2, 3$). Условие разрушения задается соотношением

$$\min_i \{t: \omega_i(t) = 1\} = t_*, \quad (4.1)$$

где t_* — время разрушения. Наряду с (4.1) используют и гипотезу слабого звена

$$\max_i \{t: \omega_i(t) = 1\} = t_*. \quad (4.2)$$

Чтобы учесть различный механизм внутриверного и межзеренного разрушения, Г. М. Хажинским [23] введена комбинация скалярного параметра ω , характеризующего разрыхление материала, и вектора сплошности ψ_* , описывающего межзеренные повреждения на площадках с нормалью ν .

Однако введение вектора поврежденности, формирующегося только от нормальных напряжений, вообще говоря, недостаточно для описания полиморфизма микроразрушения по границам зерен. В работе [62] экспериментально показано, что процесс накопления повреждаемости при ползучести контролируется не только действием максимальных нормальных напряжений, но и влиянием максимальных касательных напряжений, и для его описания требуется ввести тензор поврежденности. Поэтому многие авторы формально вводят в рассмотрение либо симметричный тензор второго ранга (в общем случае четного ранга), либо две последовательности симметричных тензоров четного ранга. В качестве критериев разрушения используют различные нормы и инварианты тензоров поврежденности.

Все рассмотренные теории, во-первых, базируются либо на теории квазиустановившейся ползучести, либо на теории упрочнения и не описывают обратимую деформацию при ползучести, а во-вторых, не учитывают пластическую деформацию, учет которой позволяет с единых позиций описать многие реологические эффекты на стадии разупрочнения. Для устранения отмеченных недостатков предлагается следующий энергетический вариант феноменологических реологических уравнений на основе обобщения одноосных соотношений (1.1) — (1.4) со скалярным параметром поврежденности ω :

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + e^p_{ij} + p_{ij}; \quad (4.3)$$

$$e_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{kk}; \quad (4.4)$$

$$e^p_{\nu\nu} = 1,5 \beta^p_{\nu\nu} - 0,5(\beta_{11} + \beta_{22} + \beta_{33});$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\beta}^p_{\nu\nu} = 0, \text{ при } \left| \frac{3}{2} \sigma_{\nu\nu} - \frac{1}{2} \sigma^0 \right| \leq \sigma_{\text{пр}}; \\ \dot{\beta}^p_{\nu\nu} = \begin{cases} \lambda [a(S - \sigma_{\text{пр}})^{n_1-1} \cdot B - \beta^p_{\nu\nu}], & [\dots] \cdot B > 0; \\ 0, & [\dots] \cdot B \leq 0, \text{ при } \left| \frac{3}{2} \sigma_{\nu\nu} - \frac{1}{2} \sigma^0 \right| > \sigma_{\text{пр}}; \end{cases} \end{array} \right. \quad (4.5)$$

$$p_{ij} = u_{ij} + v_{ij} + w_{ij}; \quad (4.6)$$

$$\dot{w}_{ij} = c \left(\frac{S}{\sigma_*} \right)^{n_2-1} \frac{1}{\sigma_*} [1,5\sigma_{ij} - 0,5(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})]; \quad (4.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{ij}(t) = \sum_k u_{ij}(t); \\ \dot{u}^k_{ij} = \lambda_k \left\{ a_k \left(\frac{S}{\sigma_*} \right)^{n_1-1} \frac{1}{\sigma_*} [(1 + \mu'_k) \sigma_{ij} - \mu'_k (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})] - \right. \\ \left. - u^k_{ij}(t) \right\}; \end{array} \right. \quad (4.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{\nu\nu}(t) = \sum v^k_{\nu\nu}(t); \\ v^k_{\nu\nu}(t) = (1 + \mu''_k) \beta^k_{\nu\nu}(t) - \mu''_k (\beta^k_{11}(t) + \beta^k_{22}(t) + \beta^k_{33}(t)); \\ \dot{\beta}^k_{\nu\nu} = \begin{cases} \lambda_k [b_k \left(\frac{S}{\sigma_*} \right)^{n_2-1} \left(\frac{\sigma_{\nu\nu}}{\sigma_*} \right) - \beta^k_{\nu\nu}(t)], & [\dots] \sigma_{\nu\nu} > 0; \\ 0, & [\dots] \sigma_{\nu\nu} \leq 0 \quad (\nu = 1, 2, 3); \end{cases} \end{array} \right. \quad (4.9)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma^0_{ij} \cdot (1 + \omega); \quad (4.10)$$

$$\dot{\omega} = \gamma(E_2) \sigma_{ij} d e^p_{ij} + \alpha(S_0) \sigma_{ij} d p_{ij}, \quad (4.11)$$

где ϵ_{ij} , e_{ij} , e^p_{ij} , p_{ij} — полная, упругая, пластическая деформация и деформация ползучести соответственно; σ_{ij} , σ^0_{ij} — соответственно истинный и номинальный тензоры напряжений; E , ν — упругие константы материала; E_2 , S , S_0 — соответственно интенсивности тензоров пластической деформации истинных и номинальных напряжений; λ , a , n_1 , $\sigma_{\text{пр}}$, c , a_k , b_k , λ_k , n_2 , m_2 , σ_* — имеют тот же смысл, что и в соотношениях (1.1)–(1.4); μ' , μ'' — коэффициенты Пуассона для обратимой и необратимой компоненты деформации ползучести; $\beta^p_{\nu\nu}$, $\beta_{\nu\nu}$ — соответственно активные пластические и вязкопластические деформации, которые можно было бы наблюдать при отсутствии пуассоновского сужения материала; $\gamma(E_2)$ и $\alpha(S_0)$ задаются формулами (1.4) с заменой e^p на E_2 , σ_0 на S_0 . В (4.3)–(4.11) использованы обозначения

$$B = \left(\left| \frac{3}{2} \sigma_{\nu\nu} - \frac{1}{2} \sigma_0 \right| - \sigma_{\text{пр}} \right) \text{sign} \left(\frac{3}{2} \sigma_{\nu\nu} - \frac{1}{2} \sigma^0 \right),$$

$$\sigma^0 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}, \quad (4.12)$$

где sign — функция сигнатуры (знака). Расчет пластической деформации e^p_{ij} и вязкопластической компоненты v_{ij} осуществляется в главных осях, поэтому суммирование по индексу ν в формулах (4.5), (4.9) и (4.12) не выполняется. Очевидно, что при записи (4.3)–(4.11) использовалась гипотеза соосности тензоров напряжений и деформаций. Таким образом, уравнения (4.3)–(4.13) описывают процесс не-

упругого деформирования с изотропным разупрочнением относительно истинных напряжений.

Какими же причинами обусловлен выбор параметра поврежденности в виде скалярной величины, так как с точки зрения теории очевидно, что в общем случае поврежденность должна носить тензорный характер?

1. Принципиальное различие, по которому можно было бы судить о преимуществах конкретных вариантов теории ползучести при сложном напряженном состоянии со скалярной, векторной или тензорной характеристикой поврежденности, проявляется лишь в экспериментах с резким изменением вида напряженного состояния в процессе деформирования на стадии разупрочнения. К сожалению, как это следует из последнего обзора [65] и анализа отечественной и зарубежной литературы по данной тематике за последние десятилетия, таких прямых экспериментов на сегодняшний день не существует. Если же обрабатывать экспериментальные данные в условиях сложного напряженного состояния при неизменных его видах, то одна и та же теория ползучести со скалярным, векторным и тензорным параметром дает практически одинаковые результаты не только для «чистого» сложного напряженного состояния [64], но и при решении некоторых краевых задач (толстостенные трубы под действием внутреннего, внешнего давлений и осевой силы; вращающегося диска) [66].

2. Использование тензорного параметра поврежденности в феноменологических теориях наталкивается на значительные сложности при экспериментальном определении параметров определяющих уравнений.

3. Зачастую все уточнения теории, связанные с введением векторной или тензорной меры поврежденности, перекрываются разбросом экспериментальных данных по ползучести при сложном напряженном состоянии.

4. Не последнюю роль играют чисто прикладные аспекты использования теории ползучести к расчету реальных элементов конструкций энергетического, нефтехимического и авиационного машиностроительных комплексов (трубо- и паропроводы, оболочечные элементы, диски газотурбинных двигателей, диафрагмы паровых турбин и др.) в реальных условиях эксплуатации, которые близки к постоянным видам напряженного состояния.

Не составляет труда обобщение критерия разрушения (2.8) на случай сложного напряженного состояния:

$$\int_0^{t_*} \frac{\sigma_{ij} de_{ij}^p}{A_*^p} + \int_0^{t_*} \frac{\sigma_{ij} k dp_{ij}}{A_*^c(S_0)} = 1,$$

где A_*^p и A_*^c имеют тот же смысл, что и для соотношения (2.8), причем A_*^c так же задается формулой (2.9) с заменой σ_0 на интенсивность S_0 .

Таким образом, предложенная модель (4.3)—(4.14) для описания неупругой деформации при ползучести не требует дополнительных экспериментальных затрат при сложном напряженном состоянии. Все параметры модели определяются по результатам одноосных испытаний.

5. Экспериментальная проверка определяющих уравнения и критерия разрушения при сложном напряженном состоянии

Для проверки модели (4.3)—(4.14) необходимо иметь диаграмму мгновенного упругопластического деформирования и кривые стационарной одноосной ползучести. К сожалению, экспериментальных работ на сложное напряженное состояние в условиях ползучести в научной литературе крайне мало, и лишь экспериментальные данные по ползучести и разрушению (при стационарном нагружении) для стали 12X18H10T при $T=850^{\circ}\text{C}$ [46] удовлетворяют требованиям к построению модели (4.3)—(4.14). В [46] приведены экспериментальные данные по длительной прочности для 69 образцов двух плавок при трех видах напряженного состояния: одноосного растяжения, растяжения и кручения, внутреннего давления и растяжения. Параметры модели (4.3)—(4.14) были определены по результатам одноосных испытаний 21 образца при четырех уровнях напряжения $\sigma_0 = \{40, 50, 60, 80\}$ МПа [46] и приведены в табл. 1 и 2, при этом использовалась диаграмма упругопластического деформирования из [28]. Далее по модели (4.3)—(4.14) рассчитывалось время до разрушения. При сложном напряженном состоянии относительная ошибка отклонения расчетных данных от экспериментальных составила 39,4%. Для сравнения, эта же ошибка для лучшей аппроксимации диаграммы длительной прочности, используемой в [46],

$$t = C \sigma_0^{-\omega_1}, \quad (5.1)$$

где C , ω_1 — константы, t — время до разрушения, при $\sigma_0 = \sigma_{\max}$ составляет 38,4%. Но если модель (5.1) есть не что иное, как аппроксимация всех экспериментальных данных ($n=69$), то исходной информацией для модели (4.3)—(4.14) являются данные по одноосной ползучести ($n=21$), а для остальных режимов нагружения при сложном напряженном состоянии осуществляется прогноз по модели.

Еще одним недостатком моделей типа (5.1), базирующихся на эквивалентных напряжениях, являются трудности, связанные с оценкой длительной прочности при нестационарных режимах изменения при одном виде и, особенно, при смене вида напряженного состояния. В таких случаях приходится применять различные варианты линейного или нелинейного суммирования повреждений. При использовании же модели (4.3)—(4.14) эта проблема решается естественным образом, при этом, кроме времени до разрушения, фиксируется эволюция напряженно-деформированного состояния.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Расчеты и испытания на прочность. Расчетные методы определения несущей способности и долговечности элементов машин и конструкций. Метод определения параметров кривых ползучести и накопления повреждений при одноосном нагружении: Методические рекомендации. М.: ВНИИНМАШ, 1982. 91 с.
2. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 572 с.
3. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.
4. Качанов Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести//Изв. АН СССР. ОТН. 1958. С. 26—31.
5. Лепин Г. Ф. Ползучесть металлов и жаропрочность. М.: Металлургия, 1976. 345 с.
6. Соснин О. В. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности//Проблемы прочности. 1973. № 5. С. 45—49.

7. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении//ПМТФ. 1980. № 3. С. 155—159.
8. Астафьев В. И. К вопросу о поврежденности и критериях разрушения при ползучести//Проблемы прочности. 1983. № 3. С. 11—13.
9. Киселевский В. Н. Вариант кинетического уравнения ползучести//Проблемы прочности. 1982. № 1. С. 93—96.
10. Голуб В. П. Поврежденность и одномерные задачи разрушения в условиях циклического нагружения//Прикладная механика. 1987. Т. 23. № 10. С. 19—29.
11. Леметр Дж., Плантри А. Применение понятия поврежденности для расчета разрушения в условиях одномерной усталости и ползучести//Теор. основы инж. расчетов. 1979. № 3. С. 124—134.
12. Новожилов В. В. О пластическом разрыхлении//Прикладная математика и механика. 1965. Т. 29. № 4. С. 681—689.
13. Вудфорд Д. А. Повреждение при ползучести и концепция остаточной долговечности//Теоретические основы инженерных расчетов. 1979. Т. 101. № 4. С. 1—8.
14. Рыбакина О. Г., Сидорин Я. С. Экспериментальное исследование пластического разрыхления материалов при однократном и многократном статическом нагружении//Инженерный журнал. МТТ. 1966. № 1. С. 120—124.
15. Boettner R. G., Robertson W. D. A study of the Growth of the voids in Copper During the Creep Process Measurement of the Accompanying Change in Density//Transaction of the Metallurgical Society of American Institute of Mining Metallurgical and Petroleum Engineers (AIME). 1961. V. 221. № 3, June. P. 613—622.
16. Dyson B. F., Melear D. New Method of predicting Creep life//Metal Science Journal. 1972. V. 6. № 3, November. P. 220—223.
17. Gittins A. The kinetics of cavity growth in 20 Cr/25 Ni stainless steel//Journ. of Mater. Science. 1970. V. 5. N 3. P. 223—232.
18. Hanna M. D., Greenwood G. W. Cavity growth and creep in copper at low stresses//Acta Metallurgica. 1982. V. 30. № 3. P. 719—724.
19. Woodford D. A. Density changes during creep in Nickel//Metal Science Journal. 1969. V. 3, November. P. 234—240.
20. Арутюнян Р. А. О критериях разрушения в условиях ползучести//Проблемы прочности. 1982. № 9. С. 42—45.
21. Вакуленко А. А., Литов Ю. Н., Чебанов В. М. О разрыхлении структуры и прочности полимерных материалов//Докл. АН СССР. 1967. Т. 175. № 3. С. 539—541.
22. Колмогоров В. Л. и др. Пластичность и разрушение. М.: Металлургия, 1977. 336 с.
23. Хажинский Г. М. О теории ползучести и длительной прочности металлов//Изв. АН СССР. МТТ. 1977. № 6. С. 29—36.
24. Радченко В. П. Энергетический вариант одноосной теории ползучести и длительной прочности//ПМТФ. 1991. № 4. С. 172—179.
25. Радченко В. П., Кичаев Е. К. Феноменологическая реологическая модель и критерий разрушения металлов при одноосном напряжении состояния//Проблемы прочности. 1991. № 11. С. 13—19.
26. Самарин Ю. П. Об одном обобщении метода разделения деформации в теории ползучести//Изв. АН СССР. МТТ. 1971. № 3. С. 60—63.
27. Павлов П. А., Курилович Н. Н. Длительное разрушение жаропрочных сталей при нестационарном нагружении//Проблемы прочности. 1982. № 2. С. 44—47.
28. Махутов Н. А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. М.: Машиностроение, 1981. 272 с.
29. Ромаков А. Н. Энергетические критерии разрушения при малоцикловом нагружении//Проблемы прочности. 1974. № 1. С. 4—13.
30. Сосниц О. В., Герев Б. В., Никитенко А. Ф. Энергетический вариант теории ползучести. Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1986. 95 с.
31. Федоров В. В. Термодинамические представления о прочности и разрушении твердого тела//Пробл. прочности. 1971. № 11. С. 32—34.
32. Федоров В. В. Термодинамический метод оценки длительной прочности//Пробл. прочности. 1972. № 9. С. 45—47.
33. Киялбаев Д. А., Чудновский А. Н. О разрушении деформируемых тел//ПМТФ. 1970. № 3. С. 105—110.
34. Чудновский А. И. Некоторые вопросы разрушения деформируемых твердых тел//Изв. АН СССР. МТТ. 1969. № 5. С. 30—34.

35. Астафьев В. И. Энтропийный критерий разрушения при ползучести (рост вязких трещин)//Прочность и надежность конструкций. Куйбышев: КуАИ, 1981. С. 103—106.
36. Локощенко А. М., Шестериков С. А. К проблеме оценки длительной прочности при ступенчатом нагружении//ПМТФ. 1982. № 2. С. 139—143.
37. Локощенко А. М., Наместникова И. В. Описание длительной прочности при ступенчатом нагружении//Пробл. прочности. 1983. № 1. С. 9—13.
38. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Модель длительной прочности с немонотонной зависимостью деформации при разрушении от напряжения//ПМТФ. 1982. № 1. С. 160—163.
39. Дачева М. Д., Локощенко А. М., Шестериков С. А. Модельное представление предельной деформации при ползучести//ПМТФ. 1984. № 4. С. 139—142.
40. Ковпак В. И. Методы прогнозирования длительной прочности и ползучести металлических материалов на большие сроки службы: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Киев, 1979. 54 с.
41. Планк М. Принципы сохранения энергии. М.-Л.: ГОНТИ, 1938. 325 с.
42. Федоров В. В. Кинетика поврежденности и разрушения твердых тел. Ташкент: ФАН, 1985. 167 с.
43. Романов А. Н. Закономерности образования и развития трещин при высокотемпературном статическом и циклическом нагружении: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М.: ИМАШ АН СССР, 1979. 52 с.
44. Соснин О. В., Торшенин И. Г. О ползучести и разрушении титанового сплава ОТ-4 в интервале температур 400—500°C//Проблемы прочности. 1972. № 7. С. 45—49.
45. Бадаев А. Н. К вопросу об определении функции распределения параметров уравнения состояния ползучести//Проблемы прочности. 1984. № 12. С. 22—26.
46. Закономерности ползучести и длительной прочности: Справочник/Под ред. С. А. Шестерикова. М.: Машиностроение, 1983. 101 с.
47. Булыгин И. П. и др. Атлас диаграмм растяжения при высоких температурах, кривые ползучести и длительной прочности сталей и сплавов для двигателей. М.: Оборонгиз, 1953. 173 с.
48. Либерман Л. Я., Пейсикис М. И. Справочник по свойствам сталей, применяемых в котлотурбостроении. М.: Машгиз, 1958. 302 с.
49. Соснин О. В., Соснин О. О. О термопластичности//Проблемы прочности. 1988. № 12. С. 3—9.
50. Баумштейн М. В., Бадаев А. И. К вопросу определения области «лавиной» ползучести, 1980. № 5. С. 19—21.
51. Осасюк В. В. Прогнозирование остаточного ресурса материала элементов конструкций энергетического оборудования после длительной эксплуатации: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Киев, 1987. 33 с.
52. Радченко В. П., Кузьмин С. В. Структурная модель накопления повреждений и разрушения металлов при ползучести//Пробл. прочности. 1989. № 11. С. 18—23.
53. Мухина Л. Г. Вычисление характеристик ползучести по опытным данным с применением метода непараметрического выравнивания //Теоретико-экспериментальный метод исследования ползучести в конструкциях. Куйбышев: КПТИ, 1984. С. 86—94.
54. Аршакуни А. Л. Использование обобщенной кинетической модели ползучести и длительной прочности конструкционных металлических материалов для межотраслевой стандартизации//Унифицированные методы определения ползучести и длительной прочности. М.: Изд-во стандартов, 1986. С. 38—50.
55. Гуляев В. Н., Колинченко М. Г. К оценке долговечности в процессе ползучести при ступенчатом изменении нагрузки//Заводская лаборатория. 1963. № 6. С. 748—752.
56. Захарькова Т. П., Сизова Р. Н. О методике определения длительного статического повреждения жаропрочных сплавов в связи с их растрескиванием//Заводская лаборатория. 1962. № 11. С. 1356—1361.
57. Маклаков В. В. О связи прочностных свойств с плотностью внутренней энергии в процессе ползучести конструкций//Ползучесть и длительная прочность конструкций. Куйбышев: КПТИ, 1986. С. 88—94.
58. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Стандартизация критериев длительной прочности//Унифицированные методы определения ползучести и длительной прочности. М.: Изд-во стандартов, 1986. С. 3—15.
59. Калинин А. В. Длительная прочность вязкоупругой среды при сложном состоянии в условиях нестационарного нагружения//Динамика, прочность и долговечность деталей машин. Вып. 4. Ижевск, 1975. С. 68—75.

60. Гольденблат И. И., Бажанов В. Л., Копнов В. А. Длительная прочность в машиностроении. М.: Машиностроение, 1977. 248 с.
61. Киселев А. В. Влияние вида напряженного состояния на разрушение и ползучесть// Физика и электроника твердого тела. Ижевск, 1976. Вып. 1. С. 33—41.
62. Чижик А. А., Петреня Ю. К. Разрушение вследствие ползучести и механизмы микроразрушения//ДАН СССР. 1987. Т. 297. № 6. С. 1331—1333.
63. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. С. 312.
64. Наместникова И. В., Шестериков С. А. Векторное представление параметра поврежденности//Деформирование и разрушение твердых тел. М.: МГУ, 1985. С. 43—52.
65. Шестериков С. А., Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов// Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. М.: ВИНТИ, 1980. Вып. 13. С. 104.
66. Наместникова И. В., Шестериков С. А. Применение векторной характеристики поврежденности к расчету на прочность диска толстостенной трубы в условиях ползучести//Деформирование и разрушение твердых тел. М.: МГУ, 1985. С. 53—67.

УДК 539. 3

Н. Н. СТОЛЯРОВ

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ГИБКИХ ОБОЛОЧЕК И ПЛАСТИН ПЕРЕМЕННОЙ ЖЕСТКОСТИ

Предлагается математическая модель упругопластического деформирования гибких пластин и оболочек при простом и сложном нагружении. Модель позволяет единообразно исследовать деформирование на основе деформационной теории пластичности, теории течения с трансляционно-изотропным упрочнением и теории двухзвенных процессов А. А. Ильюшина [1].

Разработан математический аппарат решения начально-краевых двумерных задач механики упругопластического деформирования, основанный на развитии методов и алгоритмов и широком использовании их модификаций. В теорию расчета гибких упругопластических оболочек вводятся новые эффективные методы вычислительной математики: двухступенчатый, метод Р. П. Федоренко, итерационный метод с чебышевским ускорением [2—6].

Дано решение новых задач, связанных с определением напряженно-деформированного состояния, исследование двухпараметрического нагружения. Впервые на основе теории двухзвенных процессов и экспериментально-вычислительного метода СН—ЭВМ А. А. Ильюшина разработана методика расчета пластин и оболочек при сложном нагружении [7—11].

Предложены и реализованы алгоритмы решения задач упругопластической устойчивости пластин и оболочек при поперечном, продольном и комбинированном нагружении с использованием различных теорий пластичности [12—13].

Впервые дается постановка и решение ряда задач оптимизации упругопластических пластин и оболочек в геометрически нелинейной постановке. Предлагается алгоритм решения задач оптимизации пластин и оболочек, основанный на использовании методов теории планирования экстремальных экспериментов [14—16].

Постановка задач

1. Объектом исследования являются гибкие упругопластические прямоугольные пластинки и пологие оболочки двоякой кривизны со сторонами $2a$, $2b$ и толщиной h , нагруженные поперечной $p(x, y)$ и продольными p_1 , p_2 нагрузками. Пластинки и оболочки могут находиться под действием равномерно распределенных, местных, полосовых, сосредоточенных нагрузок. Рассматриваются однопараметрические и двухпараметрические нагружения. Исследуется деформирование пластин и оболочек при циклических знакопеременных нагружениях.

Рассматриваются пластинки и оболочки, по кромкам которых реализуются в любых комбинациях граничные условия шарнирного опира-