

1. Немков В. С., Демидович В. Б. Теория и расчет устройств индукционного нагрева. Л.: Энергоатомиздат, 1979
2. Слухоцкий А. Е. Установки индукционного нагрева. Л.: Энергоиздат, 1981.
3. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986.
4. Норри Л., Ж де Фриз. Введение в метод конечных элементов. М.: Мир, 1981.

УДК 621.305

Г.Ф. Егорова

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ВНУТРЕННЕГО ВРЕЗНОГО ШЛИФОВАНИЯ

Приводятся результаты исследования вынужденных колебаний, возникающих в процессе внутреннего врезного шлифования вследствие дисбаланса шлифовального круга и неблагоприятного соотношения угловых скоростей круга детали. На основе проведенного анализа даются рекомендации по повышению виброустойчивости процесса

Математическая модель процесса внутреннего врезного шлифования с учетом формообразующего запаздывания, контактного деформирования в зоне резания, а также упругодиссипативных свойств узлов шпинделей шлифовального круга и детали представляет собой дифференциальное уравнение четвертого порядка с отклоняющимся аргументом нейтрального типа:

$$\sum_{k=0}^4 a_k x^{(k)}(t) + \sum_{k=0}^4 b_k x^{(k)}(t - \tau) = f(t), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= (k_1 + c_3)c_1c_2 + c_3k_1(c_1 + c_2); & b_0 &= -k_1(c_1c_2 + c_3(c_1 + c_2)); \\ a_1 &= (k_1 + c_3)(\xi_1c_2 + \xi_2c_1) + k_1c_3(\xi_1 + \xi_2); & b_1 &= -k_1((\xi_1c_2 + \xi_2c_1) + c_3(\xi_1 + \xi_2)); \\ a_2 &= (k_1 + c_3)(m_1c_2 + m_2c_1 + \xi_1\xi_2) + k_1c_3(m_1 + m_2); & b_2 &= -k_1((m_1c_2 + m_2c_1 + \xi_1\xi_2) + c_3(m_1 + m_2)); \\ a_3 &= (k_1 + c_3)(m_1\xi_2 + m_2\xi_1); & b_3 &= -k_1(m_1\xi_2 + m_2\xi_1); \\ a_4 &= (k_1 + c_3)m_1m_2; & b_4 &= -k_1m_1m_2. \end{aligned}$$

Здесь k_1 - коэффициент передачи усилия резания по приращению толщины среза; c_2, c_1 - жесткости упругих систем узла шпинделя шлифовального круга и шпинделя детали, c_3 - жесткость контакта круга с деталью, m_2, m_1 - массы узлов шпинделя круга и шпинделя детали, ξ_2, ξ_1 - коэффициенты демпфирования упругих систем узлов шпинделей круга и детали, τ - время одного оборота детали (кольца подшипника).

Основными факторами, влияющими на возникновение вибраций в процессе шлифования, являются плохая балансировка шлифовального круга после его правки, волнистость периферии круга, а также исходная погрешность формы колец подшипников. Все эти факторы аналитически можно описать с помощью задания периодических функций в правой части уравнения (1). Поскольку рассматриваемое уравнение представляет собой линейное уравнение с постоянными коэффициентами, то можно ограничиться определением одночастотных колебаний, возникающих в системе вследствие периодического воздействия с известными частотой и амплитудой. Сложные формы вынужденных колебаний, появляющиеся в процессе при действии сразу нескольких факторов, могут быть получены с помощью суперпозиции найденных одночастотных.

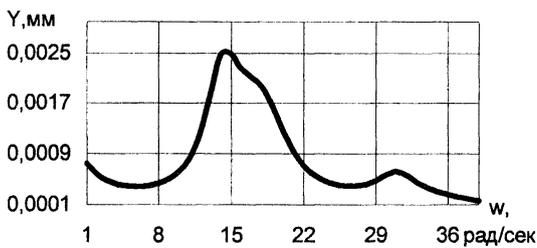
Представим функцию в правой части (1) в виде $f(t) = A_0 \cos(\omega t)$ и найдем зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты внешнего воздействия. После всех преобразований эта зависимость будет следующей:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(P(i\omega)) &= a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - \cos(\tau\omega)(b_0 - b_2\omega^2 + b_4\omega^4) - \sin(\tau\omega)(b_1\omega - b_3\omega^3); \\ \operatorname{Im}(P(i\omega)) &= a_1\omega - a_3\omega^3 - \sin(\tau\omega)(b_0 - b_2\omega^2 + b_4\omega^4) + \cos(\tau\omega)(b_1\omega - b_3\omega^3); \end{aligned}$$

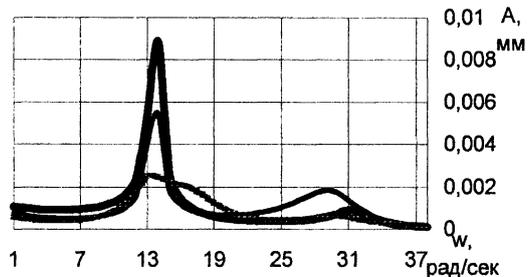
$$R = \frac{A_0}{\sqrt{\operatorname{Re}(P(i\omega))^2 + \operatorname{Im}(P(i\omega))^2}}$$

Расчеты представлены на рис.1, на котором можно видеть резонанс, соответствующий частоте собственных колебаний детали при времени запаздывания 0,03 с.

Второй менее выраженный резонанс наблюдается на частоте близкой к собственной частоте круга. Время запаздывания оказывает существенное влияние на форму и величину резонанса, что видно на рис.2, на котором представлены диаграммы амплитуды вынужденных колебаний модели с различным временем запаздывания. Кроме того, существенными факторами являются как величины коэффициента передачи усилия резания и жесткости контакта круга с деталью, так и отношение этих величин. На рис. 3 представлены те же диаграммы, что и на рис. 2, только в первом случае $k_1=10400$ Н/мм, $c_3=1030$ Н/мм, а во втором $k_1=3300$ Н/мм, $c_3=5000$ Н/мм. Как видно из сравнения этих диаграмм, при выравнивании значений коэффициентов передачи усилия резания и контактной жесткости происходит сдвиг основного резонанса в зону частоты собственных колебаний круга и рост его абсолютной величины. Это вполне объяснимое явление, так как с ухудшением режущей способности круга одновременно возрастает жесткость в зоне контакта круга с деталью, что и вызывает рост амплитуды радиальных колебаний круга.



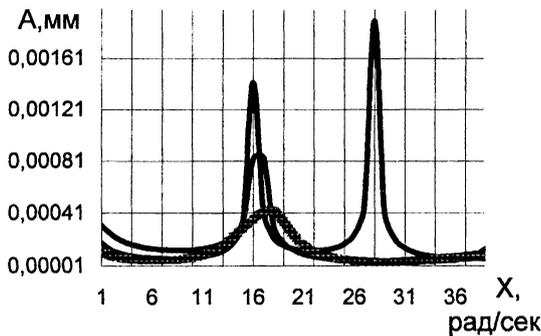
Р и с. 1. Амплитуда внутренних колебаний при времени запаздывания 0,03 с



Р и с. 2. Графики амплитуды вынужденных колебаний при различных значениях запаздывания (сверху вниз – 0,01; 0,02; 0,03)

Исследование модели (1), учитывающей большинство особенностей процесса шлифования, представляет довольно трудоёмкую задачу. Для анализа явлений, возникающих при учете ещё одного запаздывания, связанного с вращением круга, можно рассмотреть следующую упрощенную модель:

$$(c_3 + k_1)x'(t) - k_1x'(t - \tau_1) = c_3(v(t) - v(t - \tau_2)), \quad (2)$$



Р и с. 3. Графики амплитуды вынужденных колебаний при различных коэффициентах жесткости контакта

где $x(t), x(t - \tau_1)$ - координаты поверхности детали, τ_1 - время одного оборота детали, $v(t), v(t - \tau_2)$ - скорость поперечной подачи шлифовального круга, τ_2 - время одного оборота круга. Если скорость поперечной подачи круга постоянна, то правая часть равна нулю и решение (2) будет:

$$x(t) = H \left(1 - \left(\frac{c_3}{c_3 + k_1} \right)^{\frac{t}{\tau_1}} \right) / \left(1 - \left(\frac{c_3}{c_3 + k_1} \right)^{\frac{t_k}{\tau_1}} \right),$$

где H, t_k - заданная толщина среза металла и время обработки соответственно. Погрешность, связанная с мнимой частью корней характеристического уравнения, с увеличением времени

обработки стремится к нулю. В реальности такого решения быть не может, так как процесс шлифования всегда сопровождается вибрациями, возникающими либо вследствие дисбаланса круга, либо из-за исходной волнистости поверхности детали, либо из-за наличия зазора в подшипниках шпинделей круга и детали. Поэтому практически важным является решение (1), когда к постоянной составляющей скорости поперечной подачи добавляется некоторая периодическая функция:

$$(c_3 + k_1)x'(t) - k_1x'(t - \tau_1) = c_3 A_B e^{i\omega t} (1 - e^{-i\omega \tau_2}), \quad (3)$$

где A_B, ω - амплитуда и частота колебаний внешнего воздействия. Амплитуда вынужденных колебаний уравнения (3), соответствующих такой правой части, будет иметь вид

$$R = \left| \frac{c_3 A_B (1 - e^{-i\omega\tau_2})}{i\omega(c_3 + k_1 - k_1 e^{-i\omega\tau_1})} \right|. \quad (4)$$

После очевидных преобразований (4) получим

$$R = \frac{2 A_B c_3 \left| \sin \frac{\omega\tau_2}{2} \right|}{|\omega| \sqrt{(c_3 + k_1)^2 + k_1^2 - 2k_1(c_3 + k_1) \cos \omega\tau_1}}. \quad (5)$$

Наибольшего значения амплитуда вынужденных колебаний будет достигать при значении частоты, при котором:

$$\left| \sin \frac{\omega\tau_2}{2} \right| = 1, \quad \omega = \pi(2k + 1) / \tau_2; \quad \cos \omega\tau_1 = 1, \quad \omega = 2\pi n / \tau_1,$$

т. е. $\pi(2k + 1) / \tau_2 = 2\pi n / \tau_1, \Rightarrow \tau_2 / \tau_1 = (2k + 1) / 2n$.

Таким образом, самым неблагоприятным является такое сочетание угловых скоростей круга и детали, при котором отношение их будет пропорционально отношению целых чисел, причем четного к нечетному числу. Важным является то, что это соотношение не зависит от частоты возмущения, а определяется заданием угловых скоростей круга и детали. Для проверки адекватности предложенной модели были взяты волнограммы колец подшипников типа 412/01 из стали ШХ-15, обработанных шлифовальными кругами 24A166МЛ, полученными с помощью прибора Talyrand. Анализ этих волнограмм подтверждает полученный в результате расчетов вывод о том, что в случае неблагоприятного соотношения угловых скоростей круга и детали, волнистость с наибольшей амплитудой на поверхности колец имеет частоту, близкую по значению к частному от деления скорости круга на скорость вращения детали, и не зависит от других факторов.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о принципиальной неустойчивости процесса шлифования, так как даже при достаточной жесткости конструкций станка и при отсутствии дисбаланса круга (что позволяет избежать возникновения резонанса вынужденных колебаний на частотах, близких к собственным частотам узлов шпинделей круга или детали), если отношение угловых скоростей круга и детали будет представлять собой рациональную дробь, то в процессе обработки возникнут колебания на частоте, близкой к целой части этой дроби.

Основными рекомендациями по повышению виброустойчивости процесса шлифования являются: во-первых, изменение скорости вращения детали непосредственно во время обработки; во-вторых, максимальное увеличение угловой скорости круга; в-третьих, уменьшение дисбаланса круга.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Егорова Г.Ф., Михелькевич В.Н., Чабанов Ю.А. Автоколебания при шлифовании // Изв. вузов. Машиностроение. 1986, №1. С. 95-101.

УДК 681.51.015.23

Б.К. Чостковский, С.А. Колпациков

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ СКОРОСТИ ДВИЖУЩЕГОСЯ КАБЕЛЬНОГО ИЗДЕЛИЯ

Рассмотрен метод оценивания скорости движущегося кабельного изделия по показаниям двух датчиков диаметра. Алгоритм может быть использован для построения устройства измерения скорости.

Существует несколько способов измерения скорости движущегося кабельного изделия: измерение скорости катящимся колесиком, корреляционно спектральный метод и др. Эти методы имеют недостатки. Первый способ имеет низкую точность измерения и воздействует на изоляционное покрытие кабеля, второй же является довольно медленным способом из-за необходимости вычисления автокорреляционных функций. Для оценки корреляционной функции необходимо использовать усреднение по значительным реализациям случайных процессов [1], причем от этого зависит точность оценки.