Теоретическая физика

УДК 530.1

А. П. ЗУБАРЕВ

ДВУХМЕРНАЯ ГРАВИТАЦИЯ, ТЕОРИЯ ЛИУВИЛЛЯ И НЕКРИТИЧЕСКИЕ СТРУНЫ

Изложены первоначальные сведения о квантовой теории гравитации в двух измерениях. Рассматривается простейшая модель двухмерной гравитации и ее квантование, изучается модель гравитации, взаимодействующая с простой системой безмассовых скалярных полей. Дана интерпретация этих результатов с точки зрения струнной теории.

Настоящая статья является кратким введением в двухмерную квантовую гравитацию — одно из направлений в современной квантовой теории поля, которое в последние несколько лет привлекает к себе широкое внимание специалистов. Интерес к моделям двухмерной гравитации обусловлен, прежде всего, развитием теории (супер) струн [1]. Вот уже более десятилетия эта теория рассматривается как главный кандидат на роль последовательной квантовой теории элементарных частиц и их взаимодействий. Несмотря на значительный прогресс, который был достигнут в теории струн за период ее существования, многое в этой теории пока находится за пределами нашего понимания.

В основе концепции струнного подхода лежит понятие релятивистской струны. Струна есть кривая в пространстве, одномерный протяженный объект, обобщающий понятие релятивистской частицы. Классическое движение релятивистской струны описывается двухмерной поверхностью в пространстве-времени (мировой поверхностью), подобно тому, как движение релятивистской частицы описывается мировой линией. Если x^ν — координаты точек пространства-времени, то такая поверхность задается функцией $x^\mu(\zeta^\alpha)$, где ζ^α $(\alpha=1,2)$ — локальные координаты, параметризующие точки поверхности. Динамика релятивистской струны определяется действием

$$S = -\frac{1}{8\pi}\int d^2\zeta\sqrt{g}g^{\alpha\beta}\,\partial_\alpha x^\mu\,\partial_\beta x^\nu\,G_{\mu\nu}(x), \tag{1}$$

где $g_{\alpha\beta}$ — метрический тензор на 2-мерной мировой поверхности струны, задающий геометрию самой поверхности. В то время, как $x^\mu(\zeta)$ и $g_{\alpha\beta}(\zeta)$ рассматриваются как динамические переменные, метрика пространства-времени считается фиксированной функцией от координат.

В настоящий момент понятно, как сформулировать струнную теорию в плоском пространстве-времени. Хорошо известно, что такую теорию удается последовательно проквантовать только тогда, когда размерность пространства-времени имеет критическое значение ($D=26$ для бозонной струны и $D=10$ для фермионной струны).

Основной вопрос, который предельно важен для всего последующего понимания струнной теории, можно поставить так: существует ли последовательное квантовое описание струнной динамики в пространстве-времени произвольной геометрии? В несколько более полной постановке, когда наряду с метрикой $G_{\mu\nu}$ в действие (1) включаются другие пространственно-временные поля, подобная задача формулируется в так называемом σ-модельном подходе [2]. Хотя в этом подходе получен ряд важных результатов, он, как правило, ограничен низкоэнергетическим приближением, что связано с неперенормируемостью действия общей σ-модели. Другим мощным подходом для исследования данной проблемы является струнный полевой подход [3]. В полевом подходе струна квантуется как свободная в плоском пространстве-времени. Пространственно-временная метрика и другие поля содержатся в специальном объекте теории — струнном поле, которое является функционалом от струнных координат: $\Phi=\Phi(x^{\mu}(\zeta))$. Динамика струнного поля определяется струнными полевыми уравнениями, которые строятся исходя из геометрических принципов. Основное препятствие для развитого полевого подхода — чрезвычайная сложность конкретных вычислений.

В данной ситуации, когда традиционные методы исследования в теории струн сталкиваются с рядом вычислительных трудностей, очень полезно предварительно исследовать ряд пробных моделей, которые являются достаточно простыми для полного понимания, но в то же время несут в себе все особенности стандартной струнной теории. К числу таких моделей относятся как раз модели двухмерной гравитации, взаимодействующей с простейшими полями материи.

Нетрудно видеть, что любая проблема, сформулированная как струнная, всегда допускает интерпретацию с точки зрения 2-мерной гравитации. Рассмотрим, например, простейший случай, когда пространственно-временная метрика в действии (1) является плоской, евклидовой: $G_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu}$. Тогда (1) является не чем иным, как действием для D безмассовых скалярных полей x^{μ} (ζ) $(\mu=1,..., D)$ в двух пространственно-временных измерениях (ζ^{α} — локальные координаты двухмерного пространства-времени), взаимодействующих с двухмерной гравитацией $g_{\alpha\beta}$. Зависимость $G_{\mu\nu}$ от x^{μ} означает самодействие этих полей. Можно рассмотреть действие (1) в более общей форме, когда в него включены другие поля материи (тензорные, спинорные), а также нетривиальные члены со скалярной кривизной типа R^n и др.

Важным обстоятельством, сыгравшим свою положительную роль в исследовании моделей двухмерной гравитации, является то, что некоторые из этих моделей допускают альтернативную дискретную формулировку в формализме матричных моделей [4]. Техника, развитая в матричных моделях, — мощный математический метод, позволивший получить ряд точных результатов.

Кроме связи со струнной теорией двухмерная гравитация представляет интерес и с другой точки зрения — она является упрощенной моделью четырехмерной гравитации. В ней существуют нетривиальные решения.

В данной статье изложены лишь первоначальные сведения о квантовой теории гравитации в двух измерениях. Основная цель, которую преследует автор, — доступность материала неспециалистам в данной области. Ниже рассматриваются простейшая модель двухмерной гравитации и ее квантование, модель гравитации, взаимодействующая с простой системой безмассовых скалярных полей, дана интерпретация этих результатов с точки зрения струнной теории.

1. Простейшая модель гравитации в двух измерениях

Напомним, что классическая гравитация в 4-мерном пространстве-времени описывается действием Эйнштейна-Гильберта

$$S_{E-G} \sim \int_{\mu} d^4x \sqrt{g} R. \tag{2}$$

Здесь интегрирование ведется по некоторому 4-мерному многообразию μ; x^α $(\alpha = 1, \ldots, 4)$ — локальные координаты на μ; $g_{\alpha\beta}$ — метрический тензор на μ, описывающий гравитационное поле: $g = |\det(g_{\alpha\beta})|$; R — скалярная кривизна.

Действие (2) может быть записано для любой размерности d многообразия μ. Варьируя (2) относительно метрики $g_{\alpha\beta}$, мы получаем уравнения Эйнштейна

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} R = 0, \tag{3}$$

описывающие динамику гравитационного поля $g_{\alpha\beta}$.

Попытка записать действие (2) в случае, когда размерность пространства-времени равна двум, приводит к тривиальному ответу, который означает отсутствие динамики для $g_{\alpha\beta}$. В самом деле, согласно теореме Гаусса-Боннэ, известной из теории двухмерных поверхностей [5], для любой компактной ориентируемой поверхности Σ мы имеем

$$\int_{\Sigma} d^2x \sqrt{g} R = 4\pi\chi(\Sigma), \tag{4}$$

где $\chi(\Sigma)$ — Эйлерова характеристика поверхности Σ. Напомним, что Эйлерова характерстика определяется как

$$\chi(\Sigma) = f - e + v,$$

где f, e и v есть, соответственно, число граней, ребер и вершин для произвольной триангуляции поверхности Σ. Эйлерова характеристика является топологическим инвариантом: она зависит только от глобальных свойств (топологии) самой поверхности. Другим топологическим инвариантом является род (число ручек) поверхности, который обычно обозначается через h. Род поверхности связан с ее Эйлеровой характеристикой формулой

$$\chi(\Sigma) = 2 - 2h. \tag{5}$$

В простейшем случае, когда Σ есть сфера, мы имеем $h=0$, $\chi=2$; для тора $h=1$, $\chi=0$ и т. д.

Мы видим, что действие (2), записанное в случае, когда число измерений равно двум, есть топологический инвариант — константа, что означает отсутствие динамического принципа для гравитационного поля $g_{\alpha\beta}$. Замечательный факт, тем не менее, состоит в том, что ситуация становится качественно иной после квантования теории. Как мы увидим, в квантовой теории, даже в случае тривиального действия, метрика становится динамической величиной.

Полевая теория считается проквантованной, если задан способ вычисления функций Грина — основных объектов, через которые выражаются различные физические величины. В свою очередь, объектом, несущим в себе всю информацию о функциях Грина, является производящий функционал. Если мы имеем теорию с набором полей $\varphi_i(x)$ и действием $s(\varphi_i(x))$, то производящий функционал записывается в форме функционального интеграла следующим образом:

$$Z(J^i(x)) = \int D\varphi_i(x)\exp[-S(\varphi_i(x)) + \sum_i \int dx\varphi_i(x)J^i(x)], \tag{6}$$

где $J^i(x)$ — произвольные функции (источники), число которых равно числу полей теории.

Применительно к нашему случаю производящий функционал равен

$$Z = \int Dg_{\alpha\beta}e^{-S(g_{\alpha\beta})}, \tag{7}$$

где мы для краткости записи опустили члены с источниками в экспоненте. В формуле (7) s есть классическое действие, которое мы выбираем в форме (2):

$$S(g_{\alpha\beta}) = -\frac{1}{8\pi}\int_\Sigma d^2\zeta\sqrt{g}R = 1-h. \tag{8}$$

Во всем последующем изложении мы в целях простоты ограничимся случаем, когда поверхность Σ топологически эквивалентна сфере. В этом случае $h=0$ и $s=1$, и выражение (7) с точностью до постоянного множителя перепишется в виде

$$Z = \int Dg_{\alpha\beta}. \tag{9}$$

Для того, чтобы придать конкретный смысл этому, пока формальному, выражению, необходимо задать меру функционального интегрирования $Dg_{\alpha\beta}$. Эта мера однозначно фиксируется заданием скалярного произведения на пространстве всех инфинитезимальных вариаций метрики $\delta g_{\alpha\beta}$:

$$(\delta_1 g_{\alpha\beta}, \delta_2 g_{\alpha\beta}) = \int_\Sigma d^2\zeta\sqrt{g}g^{\alpha\gamma}g^{\beta\delta}\delta_1 g_{\alpha\beta}\delta_2 g_{\gamma\delta}. \tag{10}$$

Форма скалярного произведения (10) диктуется требованиями локальности и инвариантности относительно 2-мерных общекоординатных преобразований (репараметризацией):

$$\delta\zeta^\alpha = \varepsilon^\alpha(\zeta), \quad \delta g_{\alpha\beta} = \nabla_\alpha\varepsilon_\beta + \nabla_\beta\varepsilon_\alpha \tag{11}$$

(символ ∇_α означает ковариантное дифференцирование). Мера интегрирования в (9), которая строится по (10), автоматически инвариантна относительно репараметризаций (11).

Следующим шагом является преобразование интеграла (9). Для этого мы воспользуемся известной классической теоремой Гаусса, согласно которой произвольную метрику $g_{\alpha\beta}$ на двухмерной сфере всегда можно преобразовать к произвольно заданному виду $\hat{g}_{\alpha\beta}$ (с топологическим ограничением (8)) преобразованиями (11) одновременно с конформными преобразованиями:

$$g_{\alpha\beta} \to e^{2\varnothing}g_{\alpha\beta}. \tag{12}$$

Используя данную теорему, можно представить произвольную вариацию метрики как сумму преобразования (11) и инфинитезимального конформного преобразования (12):

$$\delta g_{\alpha\beta} = (\nabla_\beta\varepsilon_\beta + \nabla_\beta\varepsilon_\alpha) + (2\delta\varnothing g_{\alpha\beta}). \tag{13}$$

Члены в этом выражении, стоящие в круглых скобках, не являются ортогональными в смысле скалярного произведения (10). Для того, чтобы записать выражение для вариации метрики в виде суммы двух ортогональных вариаций (которое нам будет необходимо), мы сделаем перегруппировку членов:

$$\delta g_{\alpha\beta} = (\nabla_\alpha \varepsilon_\beta + \nabla_\beta \varepsilon_\alpha - g_{\alpha\beta}\nabla_\gamma \varepsilon^\gamma) + (2\delta\varnothing g_{\alpha\beta} + g_{\alpha\beta}\nabla_\gamma \varepsilon^\gamma) \equiv$$
$$\equiv (P_g\varepsilon)_{\alpha\beta} + (2\delta\varnothing g_{\alpha\beta}) \equiv \delta_1 g_{\alpha\beta} + \delta_2 g_{\alpha\beta}. \qquad (14)$$

Нетрудно проверить, что вариации $\delta_1 g_{\alpha\beta}$ и $\delta_2 g_{\alpha\beta}$ ортогональны друг другу относительно (10).

При ортогональном разложении (14) мера $Dg_{\alpha\beta}$ может быть представлена в виде произведения двух мер $D_1 g_{\alpha\beta}$ и $D_2 g_{\alpha\beta}$, каждая из которых соответствует интегрированию в определенном «направлении». Переходя от интегрирования по $g_{\alpha\beta}$ к интегрированию по переменным $(\varepsilon^\alpha, \varnothing)$, параметризующим метрику, можно записать

$$Z = \int Dg_{\alpha\beta} = \int D\varnothing D\varepsilon^\alpha (\det P_g), \qquad (15)$$

где $\det P_g$ представляет собой функциональный детерминант оператора P_g (см. формулу (15)), возникающий вследствие замены переменных интегрирования. Индекс g в P_g означает, что оператор зависит от метрики $g_{\alpha\beta}$, которая может быть положена равной $g_{\alpha\beta} = e^{2\varnothing}\hat{g}_{\alpha\beta}$.

В выражении (15) $D\varepsilon^\alpha$ представляет собой меру интегрирования по объему группы 2-мерных репараметризаций. Поскольку в подынтегральном выражении нет зависимости от ε^α, мы можем провести интегрирование. Это дает постоянный (бесконечный) множитель, который может быть устранен бесконечной перенормировкой интеграла (15). Результирующее выражение для Z примет вид

$$Z = \int D\varnothing (\det P_g). \qquad (16)$$

Вычисление функционального детерминанта является более сложной и тонкой процедурой, которая требует регуляризации. Мы не будем вдаваться в детали этих вычислений (интересующиеся могут обратиться к обзору [6]) и приведем лишь окончательный ответ

$$\det P_g = \exp\left[-\frac{13}{12\pi}\int d^2\zeta\sqrt{\hat{g}}\,(\hat{g}^{\alpha\beta}\partial_\alpha\varnothing\partial_\beta\varnothing + R_{\hat{g}}\varnothing + \mu(e^{-2\varnothing}-1))\right], \qquad (17)$$

где $\hat{g}_{\alpha\beta}$ — фиксированная метрика на Σ, $R_{\hat{g}}$ — скалярная кривизна, соответствующая $\hat{g}_{\alpha\beta}$, μ — бесконечная константа, связанная с параметром регуляризации. Окончательное выражение для Z принимает вид

$$Z = \int D\varnothing \exp\left[-\frac{13}{12\pi} S_L(\varnothing, \hat{g}_{\alpha\beta})\right], \qquad (18)$$

где

$$S_L(\varnothing, \hat{g}_{\alpha\beta}) = \int d^2\zeta\sqrt{\hat{g}}\,(\hat{g}^{\alpha\beta}\partial_\alpha\varnothing\partial_\beta\varnothing + R_{\hat{g}}\varnothing + \mu(e^{-2\varnothing}-1)). \qquad (19)$$

Выражение (18) можно интерпретировать как производящий функционал теории одного скалярного поля $\varnothing$ с действием (19). По историческим причинам классическая теория, описываемая этим действием, носит название теории Лиувилля. Мы видим, таким образом, что несмотря на то, что на классическом уровне модель двухмерной гравитации с действием Эйнштейна-Гильберта тривиальна, квантование теории приводит к нетривиальной динамике гравитационного поля (точнее, его конформной моды $\varnothing$), описываемой квантовой теорией Лиувилля.

2. Двухмерная гравитация с полями материи

В предыдущем разделе мы ограничились рассмотрением простейшей модели двухмерной гравитации с действием Эйнштейна-Гильберта без каких-либо полей материи. В этом разделе мы рассмотрим случай, когда кроме гравитационного поля $g_{\alpha\beta}$ имеется также набор безмассовых скалярных полей x_μ, $\mu=1,\dots,D$, заданных на поверхности Σ. Как и прежде, мы будем считать поверхность Σ сферой.

Действие для скалярных полей имеет вид

$$S(x_\mu, g_{\alpha\beta}) = -\frac{1}{8\pi}\int_\Sigma d^2\xi\sqrt{g}\,g^{\alpha\beta}\,\partial_\alpha\, x_\mu\, \partial_\beta\, x^\mu \tag{20}$$

и формально совпадает со струнным действием (1) в плоской евклидовой метрике $G_{\mu\nu}$.

Уже на классическом уровне динамика системы, описываемой действием (20), нетривиальна.

Варьируя по полям x_μ и $g_{\alpha\beta}$, мы получаем уравнение движения

$$\partial_\alpha\,(\sqrt{g}g^{\alpha\beta}\,\partial_\beta\, x_\mu) = 0, \tag{21}$$

$$\partial_\alpha\, x_\mu\, \partial_\beta\, x^\mu - \frac{1}{2}\,g_{\alpha\beta}\,g^{\gamma\delta}\,\partial_\gamma\, x_\mu\, \partial_\beta\, x^\mu = 0. \tag{22}$$

Квантовая теория описывается функциональным интегралом

$$Z = \int Dg_{\alpha\beta}Dx_\mu \exp\left[-S(x_\mu, g_{\alpha\beta})\right]. \tag{23}$$

В этом выражении мера $Dg_{\alpha\beta}$ по-прежнему определяется скалярным произведением (10). Мера интегрирования по полям материи Dx_μ определяется скалярным произведением

$$(\delta_1 x_\mu\, \delta_2 x_\nu) = \delta_{\mu\nu}\int_\Sigma d^2\xi\sqrt{g}\,\delta_1 x_\mu\,\delta_2 x_\nu \tag{24}$$

на пространстве инфинитезимальных вариаций δx_μ. Поскольку обе меры являются инвариантными относительно группы 2-мерных репараметризаций, подынтегральное выражение в (23) также инвариантно, и мы можем выделить объем интегрирования по этой группе, как это было сделано ранее. Повторяя предыдущие рассуждения, мы приходим к следующему выражению для Z:

$$Z = \int D\varnothing Dx_\mu\,(\det P_g)\exp\left[-S(x_\mu, g_{\alpha\beta})\right] \tag{25}$$

(сравните с выражением (16), где $g_{\alpha\beta} = e^{2\varnothing}\ \hat{g}_{\alpha\beta}$, $\hat{g}_{\alpha\beta}$ — произвольно зафиксированная метрика на Σ, а функциональный детерминант дается формулой (17)). На первый взгляд зависимость от конформной моды — функции $\varnothing$ — содержится только в детерминанте $\det P_g$, который пропорционален экспоненте от действия Лиувилля. Однако в действительности это не так. Мера интегрирования по полям материи также несет в себе зависимость от $\varnothing$. Причина эта лежит в определении меры: мера определяется скалярным произведением (24), в которое входит метрика $g_{\alpha\beta}$. Представляя $g_{\alpha\beta}$ как $e^{2\varnothing}\ \hat{g}_{\alpha\beta}$, мы видим, что зависимость от $\varnothing$ не исчезает из скалярного произведения

$$(\delta_1 x_\mu, \delta_2 x_\nu) = \delta_{\mu\nu} \int_\Sigma d^2\zeta \sqrt{\hat{g}} e^{2\varnothing} \delta_1 x_\mu \delta_2 x_\nu . \tag{26}$$

Для того, чтобы выделить из меры эту зависимость явно, мы используем следующий трюк. Заметим, что действие (20) не зависит от конформной моды, т. е. $S(x_\mu, g_{\alpha\beta}) = S(x_\mu, \hat{g}_{\alpha\beta})$. Тогда зависимость от $\varnothing$ меры Dx_μ будет такой же, как и выражения

$$I(\varnothing, \hat{g}_{\alpha\beta}) = \int Dx_\mu \exp\left[-S(x_\mu, g_{\alpha\beta})\right], \tag{27}$$

и чтобы найти эту зависимость, нам нужно вычислить функциональный интеграл (27). Формально этот интеграл равен

$$I(\varnothing, \hat{g}_{\alpha\beta}) = N(\det\Delta_g)^{-1/2}, \tag{28}$$

где

$$\Delta_g = -g^{-1/2}\partial_\alpha (g^{1/2} g^{\alpha\beta} \partial_\beta) \tag{29}$$

есть 2-мерный оператор Лапласа, а N — (бесконечный) постоянный множитель. Мы вновь опускаем все детали вычисления функционального детерминанта в (28) [6] и приводим лишь окончательный ответ

$$(\det\Delta_g)^{-1/2} = \exp\left[\frac{D}{24\pi} S_L(\varnothing, \hat{g}_{\alpha\beta})\right], \tag{30}$$

где $S_L(\varnothing, \hat{g}_{\alpha\beta})$ — действие Лиувилля, которое дается выражением (19). Мы приходим к замечательному результату: вся зависимость теории от конформной моды $\varnothing$ представляется в форме экспоненты от действия Лиувилля. Собирая все формулы вместе, мы запишем окончательное выражение для производящего функционала:

$$Z = \int D\varnothing D_0 x_\mu \exp\left[-S(x_\mu, \hat{g}_{\alpha\beta}) - \frac{26-D}{24\pi} S_L(\varnothing, \hat{g}_{\alpha\beta})\right]. \tag{31}$$

В этой формуле мера $D_0 x_\mu$ отличается от прежней меры Dx_μ: она не зависит от $\varnothing$ и соответствует скалярному произведению

$$(\delta_1 x_\mu, \delta_2 x_\nu) = \delta_{\mu\nu} \int_\Sigma d^2\zeta \sqrt{\hat{g}}\, \delta_1 x_\mu \delta_2 x_\nu . \tag{32}$$

3. Струны в некритической размерности

Формула (31), полученная в предыдущем разделе, проясняет значение критической размерности D в теории базонной струны [7]. Именно при таком числе скалярных полей множитель $\frac{D-26}{24\pi}$ перед действием Лиувилля в экспоненте обращается в ноль. Поскольку зависимость от конформной моды в подынтегральном выражении исчезает, интегрирование по ней становится тривиальным. Оно дает бесконечный постоянный множитель, который устраняется перенормировкой функционального интеграла. В итоге мы остаемся только со струнными координатами $x_\mu(\zeta)$.

Совершенно иная ситуация возникает, когда размерность пространства-времени D отлична от 26. В этом случае множитель перед действием Лиувилля отличен от нуля, и мы должны принять во внимание динамический эффект поля $\varnothing$. Иными словами, в струнной теории вне критической размерности появляется дополнительная степень свободы.

Кинетический член в действии Лиувилля с точностью до постоянного множителя совпадает со струнным действием. Это наводит на мысль интерпретировать поле Лиувилля как дополнительную координату пространства-времени. В этом случае мы имели бы струну, распространяющуюся в $D+1$ пространстве-времени.

Тем не менее, такая наивная интерпретация Лиувилльского поля в функциональном интеграле (31) является неудачной, поскольку меры интегрирования по струнным координатам x_μ и мера интегрирования по $\varnothing$ являются совершенно разными. Мера $D_0 x_\mu$ определяется скалярным произведением (32) и является трансляционно-инвариантной. Что касается меры $D\varnothing$, то она определяется скалярным произведением, форма которого следует из формулы (10):

$$(\delta_1\varnothing, \delta_2\varnothing) = \int\limits_{\Sigma} d^2\zeta \sqrt{\hat{g}}\, e^{2\varnothing} \delta_1\varnothing\delta_2\varnothing. \qquad (33)$$

Поскольку это скалярное произведение содержит зависимость от $\varnothing$ через экспоненту $e^{2\varnothing}$, оно, как и определяемая им мера $D\varnothing$, не является трансляционно-инвариантным.

Усложненная зависимость меры интегрирования по полю Лиувилля от него же самого долгое время служила препятствием к изучению струн вне критической размерности. Решающий шаг к решению этой проблемы был сделан в работе [8]. Используя косвенные соображения, автор выдвинул предположение, что мера $D\varnothing$ может быть представлена как трансляционно-инвариантная мера $D_0\varnothing$ (которая строится аналогично мере $D_0 x_\mu$), умноженная на экспоненту от действия Лиувилля:

$$D\varnothing = D_0\varnothing \exp\left[\frac{1}{24\pi} S_L(\varnothing, \hat{g}_{\alpha\beta})\right]. \qquad (34)$$

Данное предположение до сих пор не является строго доказанным. Имеются лишь различного рода аргументы в пользу его справедливости, основной из которых — одинаковые трансформационные свойства левой и правой частей (34) при конформных преобразованиях [9].

Предписание (34) позволяет представить производящий функционал некритической струнной теории в виде

$$Z = \int D_0\varnothing D_0 x_\mu \exp\left[-S(x_\mu, \hat{g}_{\alpha\beta}) - \frac{25-D}{24\pi} S_L(\varnothing, \hat{g}_{\alpha\beta})\right]. \qquad (35)$$

Обе меры в этом интеграле теперь выступают равноправно, но множитель перед действием Лиувилля изменился по сравнению с выражением (31).

Переопределяя Лиувиллевское поле $\varnothing \to \sqrt{\frac{3}{25-D}}\,\varnothing$ и вводя $D+1$-мерные обозначения

$$X_I = (x_\mu, \varnothing),\ Q_I = (0, \ldots, 0, Q),\ Q = \sqrt{\frac{25-D}{3}},\ I = 1, \ldots, D+1, \qquad (36)$$

мы можем представить (35) как производящий функционал теории в $D+1$-мерном пространстве-времени

$$Z = \int DX_I \exp\left[-S(X_I, \hat{g}_{\alpha\beta})\right], \qquad (37)$$

где

$$S(X_I, \hat{g}_{\alpha\beta}) = \frac{1}{8\pi} \int d^2\zeta \sqrt{\hat{g}}\,(\hat{g}^{\alpha\beta}\partial_\alpha X_I \partial_\beta X^I + Q_I X^I R\hat{g}). \qquad (38)$$

В выражении для действия (38) мы опустили член, содержащий бесконечную константу регуляризации μ (см. формулу (17)), так как он может быть уничтожен добавлением космологического члена $\mu\int d^2\zeta\sqrt{g}$ в исходное струнное действие.

Действие (38) отличается от стандартного струнного действия вторым слагаемым, пропорциональным скалярной кривизне. Из-за этого слагаемого теория не является Лоренц-инвариантной в $D+1$-мерном пространстве-времени. Почти все остальные качественные черты критической струнной теории полностью сохранены здесь. При $D=1$ мы получаем теорию в двухмерном пространстве-времени, которая в настоящее время рассматривается как пробная модель для исследования ряда вопросов в теории струн (см. [10—14], там же имеются более подробные ссылки).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Грин М., Шварц Дж., Виттен Э.* Теория суперструн. М.: Мир, 1990. Т. 1, 2.
2. *Tseytlin A. A.* Int. I. Mod. Phys. 1989. P. 1257.
3. *Siegek W.* Introduction to sring field theory. World Scientific. Sinqapore, 1988. 570 p.
4. *Gross D., Miqdal A.* Phys. Rev. Lett. 1990. 64. 127.
5. *Дубровин Б. А., Новиков С. П., Фоменко А. Т.* Современная геометрия. М.: Наука, 1979.
6. *D'Hoker E., Phono D. H.* Rev. Mod. Phys. 1988. 60. P. 917.
7. *Polyacov A. M.* Phys Lett. 19817103 B. P. 207.
8. *David F.* Mod. Phys. Lett., 1988. A3. 1651.
9. *Mavromatos N. E., Miramontes J. L.* Mod. Phys. Lett. 1989. A 4. P. 1847.
10. *Polyacov A.* Mod. Phys. Lett. 1991. A 6. P. 635.
11. *Aref'eva I. Ya., Zubarev A. P.* Mod. Phys. Lett. 1991. A 7. P. 677.
12. *Klebanov I. R., Polyakov A. M.* Mod. Phys. Lett. 1991. A 6. P. 3273.
13. *Witten E.* Nicl. Phys. 1992. B 373. P. 187.
14. *Aref'eva I. Ya., Medvedev P. B., Zubarev A. P.* Interaction of D=2 C=1 discrete states from string field theory. Preprint SMI — 17, 1992.

УДК 535.3; 539.2

А. В. ГОРОХОВ, В. А. МИХАЙЛОВ

СЖАТЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ТЕРМОСТАТА И КИНЕТИКА ДВУХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ

Рассмотрена кинетика модельной двухуровневой системы, взаимодействующей с термостатом, у которого наряду с белым шумом существуют так называемые «сжатые» флуктуации. Выведены уравнения, описывающие релаксацию N одинаковых двухуровневых атомов в таком «сжатом» термостате. Методом когерентных состояний получено уравнение Фоккера-Планка для ковариантного символа матрицы плотности. Для случая изолированного двухуровневого атома получено точное решение. Показано, что при специальном выборе начальной матрицы плотности, на начальной стадии релаксации, наблюдается интерференциальная картина по углу, которая отсутствует, если термостат не имеет «сжатых» флуктуаций. Это свойство, в принципе, может быть использовано для «тестирования» «сжатия» термостата.

Сжатый свет является одним из наиболее ярких явлений в квантовой электродинамике, не имеющим классического аналога и обещающим исключительно важные применения в оптических системах связи с предельно низким уровнем шума и в детектировании грави-