

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Седнев, С. Л. Копнышев, А. В. Седнев, Оценка поля скоростей в сплошной упругопластической среде при камуфлетном взрыве, *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2023, номер 2, 384–393

DOI: 10.14498/vsgtu2004

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 109.124.202.119

26 сентября 2023 г., 14:27:08





УДК 539.3

Оценка поля скоростей в сплошной упругопластической среде при камуфлетном взрыве

В. А. Седнев¹, С. Л. Копнышев¹, А. В. Седнев²

¹ Академия государственной противопожарной службы МЧС России, Россия, 129366, Москва, ул. Б. Галушкина, 4.

² Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет), Россия, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская ул., д. 5/1.

Аннотация

Представлено решение центрально-симметричной задачи определения поля скоростей в сплошной упругопластической среде при камуфлетном взрыве в предположениях о бесколебательном характере движения камуфлетной полости и несжимаемости среды в пластической и упругой областях. Получены зависимости для определения размеров зон расширения и пластического деформирования среды. В основу решения положено «камуфлетное уравнение» — соотношение для определения давления на контактной поверхности расширяющейся сферической полости за счет внутреннего давления.

Ключевые слова: упругопластическая среда, камуфлетная полость, поле скоростей, расширение, камуфлетный взрыв.

Получение: 9 марта 2023 г. / Исправление: 28 апреля 2023 г. /

Принятие: 25 мая 2023 г. / Публикация онлайн: 21 июня 2023 г.

Механика деформируемого твердого тела

Краткое сообщение

© Коллектив авторов, 2023

© СамГТУ, 2023 (составление, дизайн, макет)

 Контент публикуется на условиях лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 International \(https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

Образец для цитирования

Седнев В. А., Копнышев С. Л., Седнев А. В. Оценка поля скоростей в сплошной упругопластической среде при камуфлетном взрыве // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2023. Т. 27, № 2. С. 384–393. EDN: ZLCILC. DOI: 10.14498/vsgtu2004.

Сведения об авторах

Владимир Анатольевич Седнев  <https://orcid.org/0000-0002-4922-430X>

доктор технических наук, профессор; профессор кафедры гражданской обороны, защиты населения и территорий; e-mail: sednev70@yandex.ru

Сергей Львович Копнышев  <https://orcid.org/0009-0005-8071-0444>

кандидат технических наук, доцент; доцент кафедры гражданской обороны, защиты населения и территорий; e-mail: serkoptn@mail.ru

Анатолий Владимирович Седнев  <https://orcid.org/0009-0009-5510-6316>

студент

В настоящее время наибольшим разрушающим воздействием на объекты обладает заглубленное взрывание зарядов (камуфлетный взрыв), которое исключает возникновение воздушной ударной волны и вредное воздействие продуктов взрыва на окружающую среду, однако приводит к возникновению сильных сейсмических колебаний. Воздействие сейсмических нагрузок на расположенные рядом объекты может привести к трещинообразованию в элементах конструкций, потере их несущей способности, к повреждению и разрушению. Поэтому наряду с выполнением общепринятых требований по защищенности объектов инфраструктуры, отраженных в технических стандартах и правилах, возникает необходимость оценки физической стойкости их критических элементов и повышения защищенности от воздействия взрывных нагрузок.

В работе рассматривается камуфлетный взрыв обычного взрывчатого вещества (ВВ), в результате которого до земной поверхности доходят только упругие волны деформации и не происходит образования воронки на земной поверхности [1–3]. Предполагается, что детонация заряда взрывчатого вещества происходит в условиях сферической симметрии и представляет собой процесс, протекающий без изменения объема.

Целью данной работы является решение задачи определения поля скоростей в сплошной упругопластической среде при камуфлетном взрыве.

Решение центрально-симметричной задачи о распространении взрывных возмущений в твердых средах основывается на предположении, что в безграничное полупространство помещен глубинный сферический заряд радиуса r_0 , который мгновенно без изменения объема превращается в газ высокого давления P_0 . В результате обмена энергией между газообразными продуктами взрыва и окружающей средой с момента времени $t = 0$ начинается снижение давления в сферической полости и одновременное увеличение ее радиуса $a(t)$ от начального значения, равного радиусу заряда $a(0) = r_0$. Текущий радиус камуфлетной полости $a(t)$ является первой характеристикой геометрического положения точек возмущенной окружающей среды в сферических координатах. Второй характеристикой является радиус упругопластической границы $b(t)$, который при разработке волновой теории действия взрыва называют радиусом «фронта» пластической волны. Предполагается, что давление в полости уменьшается в соответствии с уравнением

$$P_0 = P_{00}(a/r_0)^{-3m}, \quad (1)$$

где m — степенной показатель, P_{00} — начальное давление в полости при $a = r_0$, а связь давления при $t > 0$ с радиусом, скоростью и ускорением расширяющейся полости определяется камуфлетным уравнением [2]

$$P_0 = A + Ba\ddot{a} + C\dot{a}^2, \quad (2)$$

где A , B и C — константы, являющиеся характеристиками среды, выражения для вычисления которых представлены авторами в [4, 5]. Вызванное расширяющейся полостью возмущенное состояние среды характеризуется также плотностями ρ_0 и ρ , соответственно, в упругой и пластической областях ее деформирования, причем переход от упругого состояния к пластическому сопровождается мгновенным изменением плотности среды от ρ_0 до ρ , вводимым для приближенного учета действительной сжимаемости.

Представим (2) в виде

$$a\ddot{a} + \frac{C}{B}\dot{a}^2 = \frac{1}{B}(P_0 - A)$$

и введем безразмерные переменные $y = \rho\dot{a}^2/P_{00}$ или $\dot{a}^2 = yP_{00}/\rho$, $x = a/r_0$.

Продифференцируем переменные по времени и радиальной координате:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\dot{a}}{r_0}, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{2\rho\dot{a}\ddot{a}}{P_{00}} \quad \text{и} \quad y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{dx}.$$

С учетом выражения для x и указанных производных последнее уравнение сводится к следующему:

$$y' = \frac{2\rho\dot{a}\ddot{a}}{P_{00}} \frac{dt}{dx} = \frac{2\rho\dot{a}\ddot{a}}{P_{00}} \frac{r_0}{\dot{a}} = \frac{2\rho\dot{a}\ddot{a}}{xP_{00}},$$

откуда

$$a\ddot{a} = \frac{y'xP_{00}}{2\rho}.$$

Подставляя полученные для \dot{a}^2 и $a\ddot{a}$ выражения в исходное соотношение (2), получаем

$$\frac{y'xP_{00}}{2\rho} + \frac{C}{B} \frac{yP_{00}}{\rho} = \frac{1}{B}(P_0 - A). \quad (3)$$

Запишем равенство (3) в виде

$$y' + 2N \frac{y}{x} = \frac{2\rho}{xBP_{00}}(P_0 - A), \quad (4)$$

где

$$N = C/B. \quad (5)$$

Дифференциальное уравнение (4) является основным в поставленной задаче. Решение его однородного уравнения

$$\frac{dy}{dx} + 2N \frac{y}{x} = 0 \quad (6)$$

имеет вид

$$y = y_c x^{-2N}, \quad (7)$$

где y_c — константа. Решение уравнения (4) будем искать в виде

$$y(x) = y_c(x)x^{-2N},$$

считая y_c функцией аргумента x .

После дифференцирования (7) по x и подстановки (7) и (6) в (5) получим

$$y'_c(x) = \frac{2\rho}{Bx^{-2N+1}} \left(\frac{P_0}{P_{00}} - \frac{a}{P_{00}} \right). \quad (8)$$

Для определения функции $y_c(x)$ подставим в (8) выражение (1):

$$y'_c = \frac{2\rho}{B} x^{2N-3m-1} - \frac{2\rho A}{BP_{00}} x^{2N-1}.$$

Проинтегрируем полученное соотношение:

$$y_c = \frac{2\rho}{B} \frac{x^{2N-3m}}{2N-3m} - \frac{2\rho A}{BP_{00}} \frac{x^{2N}}{2N} + \Phi, \quad (9)$$

где Φ — постоянная. Подставив найденное выражение (9) в (7), для искомой функции $y(x)$ получим

$$y(x) = \frac{2\rho}{B} \frac{x^{-3m}}{2N-3m} - \frac{\rho A}{BP_{00}} \frac{1}{N} + \frac{\Phi}{x^{2N}}. \quad (10)$$

Таким образом, единственной неизвестной величиной в соотношении (10) остается постоянная интегрирования Φ . Для ее нахождения будем считать, что известен максимальный безразмерный радиус полости x_1 , образующейся при камуфлетном взрыве (радиус полости в момент ее остановки):

$$x_1 = a_{\max}/r_0 = \sqrt[3]{V_{\max}/V_0},$$

где $V_0 = \frac{4}{3}\pi r_0^3$ — объем полости (сферического заряда) в начальный момент, $V_{\max} = \frac{4}{3}\pi a_{\max}^3$ — объем полости при камуфлетном взрыве, наблюдаемый по окончании ее расширения. Тогда условием определения Φ будет условие остановки расширения полости $y(x_1) = 0$:

$$\frac{2\rho x_1^{-3m}}{B(2N-3m)} - \frac{\rho A}{BP_{00}N} + \frac{\Phi}{x_1^{2N}} = 0,$$

откуда

$$\Phi = \frac{\rho A x_1^{2N}}{BP_{00}N} - \frac{2\rho x_1^{2N-3m}}{B(2N-3m)}.$$

Окончательное выражение (10) для определения $y(x)$ примет вид

$$y(x) = \frac{\rho A}{BP_{00}} \frac{1}{N} \left[\left(\frac{x_1}{x} \right)^{2N} - 1 \right] - \frac{2\rho}{B} \frac{x^{-3m}}{2N-3m} \left[\left(\frac{x_1}{x} \right)^{2N-3m} - 1 \right]. \quad (11)$$

Для оценки радиуса полости x_1 воспользуемся законом сохранения энергии. Работа продуктов взрыва, расширяющихся по адиабатическому закону, описывается выражением

$$A_0 = \int_{V_0}^{V_{\max}} P dV = \frac{P_{00} V_0}{m-1} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_{\max}} \right)^{m-1} \right].$$

Для оценки энергии деформаций связь между касательным напряжением τ и деформацией сдвига γ примем в виде, показанном на рисунке.

В упругой области действие внешних сил уравновешивается напряжением $\tau = G_0 \gamma$, где G_0 — постоянная.

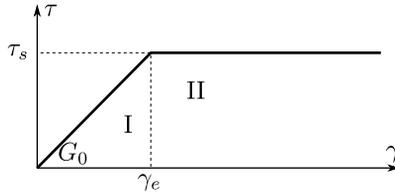


Диаграмма сдвига: I — упругая область ($r > b$), II — пластическая область ($a < r < b$); τ_s — предел упругости; γ_e — предельное упругое значение деформации сдвига; G_0 — модуль упругости при сдвиге; a — радиус полости; b — радиус упругопластической области; r — радиальная координата

[Stress-strain curve in shear: I — elastic region ($r > b$), II — plastic region ($a < r < b$); τ_s — yield strength; γ_e — ultimate elastic shear strain; G_0 — shear modulus; a — radius of the cavity; b — radius of the elastoplastic region; r — radial coordinate]

Элементарная работа частицы среды в упругой области ($r > b$) представляется в виде

$$\tau d\gamma = G_0 \gamma d\gamma,$$

а потенциальная энергия деформации частицы среды при изменении деформации сдвига от 0 до γ определяется выражением

$$\int_0^\gamma G_0 \gamma d\gamma = \frac{1}{2} G_0 \gamma^2.$$

Потенциальная энергия деформаций сдвига во всей упругой области Π_e находится из равенства

$$\Pi_e = 2\pi \int_b^\infty G_0 \gamma^2 r^2 dr. \quad (12)$$

Рассмотрим связи между тремя радиусами: радиусом заряда r_0 , радиусом расширяющейся камуфлетной полости $a(t)$ и радиусом упругопластической границы $b(t)$.

Пластическое деформирование среды наступает при достижении деформацией сдвига $\gamma = \gamma(r, t)$ предельного упругого значения γ_e . Свяжем величину перемещения $W(r, t)$ среды в точке r с радиусом полости $a(t)$ в произвольный момент времени t . Объем вытесняемой среды камуфлетной полостью при ее расширении за время t составит

$$V_1 = \frac{4\pi}{3} (a^3 - r_0^3).$$

За это же время объем перемещаемой среды через поверхность сферы с радиусом r будет определяться зависимостью

$$V_2 = \frac{4\pi}{3} ((r + W)^3 - r^3).$$

Из закона сохранения массы при условии несжимаемости среды следует, что

$$(r + W)^3 = a^3 + r^3 - r_0^3,$$

а при обозначении $x = a/r_0$ последнее соотношение переписывается как

$$(r + W)^3 = r^3 + a^3(1 - x^{-3})$$

или после преобразований

$$\frac{W^3}{3r^2} + \frac{W^2}{r} + W = \frac{a^3}{3r^2}(1 - x^{-3}). \quad (13)$$

При $r \gg a$, что имеет место в окрестности упругопластической границы, величины W и W/r имеют разные порядки ($W \gg W/r$). Поэтому, пренебрегая первыми двумя слагаемыми соотношения (13), получим

$$W(r, t) \approx \frac{a^3}{3r^2}(1 - x^{-3}), \quad (14)$$

и, соответственно,

$$\frac{\partial W}{\partial r} = -\frac{2a^3}{3r^3}(1 - x^{-3}). \quad (15)$$

Величина главного сдвига γ при постоянстве плотности определяется соотношением

$$\gamma \approx \frac{W}{r} - \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{2}\left(\frac{W}{r}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial W}{\partial r}\right)^2. \quad (16)$$

Заменяя в (16) W и $\frac{\partial W}{\partial r}$ их выражениями из (14) и (15), получаем

$$\gamma = (a/r)^3(1 - x^{-3}) \frac{1 + 0.5(a/r)^3(1 - x^{-3})}{(1 + (a/r)^3(1 - x^{-3}))^{4/3}} \approx (a/r)^3(1 - x^{-3}), \quad (17)$$

так как в упругой области $(a/r)^3(1 - x^{-3}) \ll 1$.

Из последнего выражения следует, что на упругопластической границе ($r = b$ и $\gamma = \gamma_e$) выполняется соотношение

$$\gamma_e = (a/b)^3(1 - x^{-3}). \quad (18)$$

С учетом (17) и (18) выражение (12) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \Pi_e &= 2\pi \int_b^\infty G_0 \left(\frac{a}{r}\right)^6 (1 - x^{-3})^2 r^2 dr = 2\pi G_0 a^6 (1 - x^{-3})^2 \int_b^\infty \frac{1}{r^4} dr = \\ &= -\frac{2\pi}{3} G_0 a^6 (1 - x^{-3})^2 \frac{1}{r^3} \Big|_b^\infty = \frac{2\pi a^3}{3} G_0 \left(\frac{a}{b}\right)^3 (1 - x^{-3})^2 = \\ &= \frac{1}{2} G_0 \gamma_e (1 - x^{-3}) V_{\max} = \frac{1}{2} \tau_s (1 - x^{-3}) V_{\max}. \end{aligned}$$

В упругопластической области $a < r < b$ потенциальная энергия деформации частицы среды запасена как упруго (так как каждая частица нагружена упруго до предела $\gamma = \gamma_e$), так и в виде пластических деформаций, т.е. выполняются следующие равенства:

$$\frac{1}{2} G_0 \gamma_e^2 + \tau_s (\gamma - \gamma_e) = \frac{1}{2} \tau_s \gamma_e + \tau_s \gamma - \tau_s \gamma_e = \tau_s \gamma - \frac{1}{2} \tau_s \gamma_e.$$

Потенциальная энергия деформаций сдвига во всей упругопластической области Π_p определяется из равенства

$$\begin{aligned}
 \Pi_p &= 4\pi \int_a^b \left[\tau_s \left(\frac{a}{r} \right)^3 (1 - x^{-3}) - \frac{1}{2} \tau_s \gamma_e \right] r^2 dr = \\
 &= 4\pi \tau_s a^3 (1 - x^{-3}) \int_a^b \frac{1}{r} dr - 2\pi \tau_s \gamma_e \int_a^b r^2 dr = \\
 &= 4\pi \tau_s a^3 (1 - x^{-3}) \ln r \Big|_a^b - \frac{2\pi}{3} \tau_s \gamma_e r^3 \Big|_a^b = \\
 &= 4\pi a^3 \ln \frac{b}{a} \tau_s (1 - x^{-3}) - \frac{2\pi}{3} \tau_s \gamma_e (b^3 - a^3) = \\
 &= V_{\max} \ln \left(\frac{b}{a} \right)^3 \tau_s (1 - x^{-3}) - \frac{2\pi}{3} a^3 \tau_s \gamma_e \left[\left(\frac{b}{a} \right)^3 - 1 \right] = \\
 &= \tau_s V_{\max} \ln \left(\frac{b}{a} \right)^3 (1 - x^{-3}) - \frac{1}{2} \tau_s V_{\max} \left(\frac{a}{b} \right)^3 (1 - x^{-3}) \left[\left(\frac{b}{a} \right)^3 - 1 \right] = \\
 &= \tau_s V_{\max} (1 - x^{-3}) \ln \left(\frac{b}{a} \right)^3 - \frac{1}{2} \tau_s V_{\max} (1 - x^{-3}) \left[1 - \left(\frac{a}{b} \right)^3 \right] = \\
 &= \tau_s V_{\max} (1 - x^{-3}) \left\{ \ln \left(\frac{b}{a} \right)^3 - \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{a}{b} \right)^3 \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Так как $(a/b)^3 \ll 1$, последнее выражение можно представить в виде

$$\Pi_p \approx \tau_s V_{\max} (1 - x^{-3}) \left[\ln \left(\frac{b}{a} \right)^3 - \frac{1}{2} \right]. \quad (19)$$

Для определения величины $\ln(b/a)^3$ воспользуемся законом сохранения массы в возмущенной области от центра камуфлетной полости до упругопластической границы b :

$$\rho_0 (b^3 - r_0^3) = \rho (b^3 - a^3),$$

откуда

$$\left(\frac{b}{a} \right)^3 = \frac{\rho}{\rho - \rho_0} - \frac{\rho_0}{\rho - \rho_0} \frac{r_0^3}{a^3}. \quad (20)$$

Учитывая, что $(r_0/a)^3 \ll 1$, уже при $a \geq 2$, вычитаемом в соотношении (20), можно пренебречь и записать его в виде

$$\left(\frac{b}{a} \right)^3 = \frac{\rho}{\rho - \rho_0} = \frac{1}{\beta}.$$

Тогда соотношение (19) примет вид

$$\Pi_p \approx \tau_s V_{\max} (1 - x^{-3}) \left[\ln \frac{1}{\beta} - \frac{1}{2} \right].$$

Приравнивая работу расширяющихся продуктов взрыва сумме $\Pi_e + \Pi_p$, получаем, что

$$\tau_s (1 - x_1^{-3}) \ln \frac{1}{\beta} = \frac{P_{00} V_0}{(m-1) V_{\max}} \left[1 - \left(\frac{V_0}{V_{\max}} \right)^{m-1} \right], \quad (21)$$

где $x_1 = a_{\max}/r_0 = (V_{\max}/V_0)^{1/3}$ и, соответственно, $V_0/V_{\max} = x_1^{-3}$.

Заменяя в (21) V_0/V_{\max} через x_1^{-3} , получим уравнение относительно только одной неизвестной величины x_1 , разрешив которое, определим эту неизвестную.

Соотношение (11) и зависимость $\dot{a}^2 = y(x)P_{00}/\rho$ позволяют вычислять значения размерной скорости камуфлетной поверхности $\dot{a}(x)$. После того как значение $\dot{a}(x)$ определено, по формуле $u(r) = a^2\dot{a}/r^2$ при заданном r вычисляются значения скорости частиц на различных расстояниях от центра взрыва $u(r)$ на момент достижения радиусом камуфлетной полости значения a .

Полученное решение задачи определения поля скоростей в сплошной упругопластической среде при камуфлетном взрыве позволяет оценивать размеры зон расширения, пластического деформирования среды и воздействия взрывных возмущений на различные объекты.

Конкурирующие интересы. Заявляем, что в отношении авторства и публикации этой статьи конфликта интересов не имеем.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы принимали участие в разработке концепции статьи; все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной рукописи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Библиографический список

1. Бовт А. Н., Ловецкий Е. Е., Селяков В. И. [и др.] *Механическое действие камуфлетного взрыва*. М.: Недра, 1990. 184 с.
2. Chadwick P., Cox A. D., Hopkins H. G. Mechanics of deep underground explosions // *Philos. Trans. R. Soc. Lond., Ser. A, Math. Phys. Eng. Sci.*, 1964. vol. 256, no. 1070. pp. 235–300. DOI: <https://doi.org/10.1098/rsta.1964.0006>.
3. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. *Проблемы гидродинамики и их математические модели*. М.: Наука, 1977. 408 с.
4. Седнев В. А., Копнышев С. Л., Седнев А. В. Исследование этапов процесса и обоснование математической модели расширения сферической полости в грунтах и горных породах // *Устойчивое развитие горных территорий*, 2020. Т. 12, № 2(44). С. 302–312. EDN: [IIJROE](https://doi.org/10.21177/1998-4502-2020-12-2-302-314). DOI: <https://doi.org/10.21177/1998-4502-2020-12-2-302-314>.
5. Седнев В. А., Копнышев С. Л. Модель расширения сферической полости в упругопластической сплошной среде с учетом ее упрочнения // *Проблемы машиностроения и автоматизации*, 2018. № 4. С. 105–113. EDN: [YPOSCT](https://doi.org/10.21177/1998-4502-2020-12-2-302-314).

MSC: 74L10, 74C05

Estimation of the velocity field in a continuous elastoplastic medium during a camouflet explosion

V. A. Sednev¹, S. L. Kopnyshev¹, A. V. Sednev²

¹ Fire Fighting Service of State Academy of Emercom of Russia, 4, B. Galushkina str., Moscow, 129366, Russian Federation.

² Bauman Moscow State Technical University, 5/1, 2-ya Baumanskaya str., Moscow, 105005, Russian Federation.

Abstract

The paper presents a solution to the centrally symmetric problem of determining the velocity field in a continuous elastoplastic medium during a camouflet explosion, assuming that the motion of the camouflet cavity is non-oscillatory and that the medium is incompressible in both the plastic and elastic regions. Dependencies for determining the size of the expansion zones and plastic deformation of the medium are obtained. The solution is based on the “camouflet equation” — a relationship for determining the pressure on the contact surface of the expanding spherical cavity due to internal pressure.

Keywords: elastoplastic medium, camouflage cavity, velocity field, expansion, camouflage explosion.

Received: 9th March, 2023 / Revised: 28th April, 2023 /

Accepted: 25th May, 2023 / First online: 21st June, 2023

Competing interests. We declare that we have no conflicts of interest in the authorship and publication of this article.

Authors' contributions and responsibilities. Each author has participated in the article concept development; the authors contributed equally to this article. The authors

Mechanics of Solids
Short Communication

© Authors, 2023

© Samara State Technical University, 2023 (Compilation, Design, and Layout)

 The content is published under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Please cite this article in press as:

Sednev V. A., Kopnyshev S. L., Sednev A. V. Estimation of the velocity field in a continuous elastoplastic medium during a camouflet explosion, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2023, vol. 27, no. 2, pp. 384–393. EDN: ZLCILC. DOI: [10.14498/vsgtu2004](https://doi.org/10.14498/vsgtu2004) (In Russian).

Authors' Details:

Vladimir A. Sednev  <https://orcid.org/0000-0002-4922-430X>

Dr. Techn. Sci., Professor; Dept. of Civil Defense, Protection of the Population and Territories; e-mail: sednev70@yandex.ru

Sergey L. Kopnyshev  <https://orcid.org/0009-0005-8071-0444>

Cand. Techn. Sci., Associate Professor; Dept. of Civil Defense, Protection of the Population and Territories; e-mail: serkopr@mail.ru

Anatolii V. Sednev  <https://orcid.org/0009-0009-5510-6316>

Student

are absolutely responsible for submit the final manuscript to print. Each author has approved the final version of manuscript.

References

1. Bovt A. N., Lovetsky E. E., Selyakov V. I., et al. *Mekhanicheskoe deistvie kamufletnogo vzryva* [Mechanical Action of a Camouflet Explosion]. Moscow, Nedra, 1990, 184 pp. (In Russian)
2. Chadwick P., Cox A. D., Hopkins H. G. Mechanics of deep underground explosions, *Philos. Trans. R. Soc. Lond., Ser. A, Math. Phys. Eng. Sci.*, 1964, vol. 256, no. 1070, pp. 235–300. DOI: <https://doi.org/10.1098/rsta.1964.0006>.
3. Lavrent'ev M. A., Shabat B. V. *Problemy gidrodinamiki i ikh matematicheskie modeli* [Hydrodynamics Problems and Their Mathematical Models]. Moscow, Nauka, 1977, 408 pp. (In Russian)
4. Sednev V. A., Kopnyshev S. L., Sednev A. V. Research of process stages and justification of mathematical model of spherical cavity expansion in soils and rocks, *Sustainable Development of Mountain Territories*, 2020, vol. 12, no. 2(44), pp. 302–312 (In Russian). EDN: [IIJROE](https://doi.org/10.21177/1998-4502-2020-12-2-302-314). DOI: <https://doi.org/10.21177/1998-4502-2020-12-2-302-314>.
5. Sednev V. A., Kopnyshev S. L. The model of spherical cavity expansion in the elastoplastic environment with its hardening, *Engineering and Automation Problems*, 2018, pp. 105–113 (In Russian). EDN: [YPOCCT](https://doi.org/10.21177/1998-4502-2020-12-2-302-314).