



УДК 539.3

Численное моделирование взаимодействия деформируемого газопроницаемого фрагмента гранулированного слоя с ударной волной в трехмерной постановке

Е. Г. Глазова, А. В. Кочетков, А. А. Лисицын, И. А. Модин

Научно-исследовательский институт механики

Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского,
Россия, 603022, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23, корпус 6.

Аннотация

Разработанная авторами ранее численная методика решения трехмерных задач динамического взаимодействия деформируемых тел и сред в эйлеровых переменных на базе схемы Годунова повышенной точности применяется для решения задач взаимодействия деформируемого газопроницаемого фрагмента гранулированного слоя с ударными волнами. Моделирование основано на базе единого модифицированного разностного метода Годунова как для расчета движения газа, так и для расчета динамического деформирования упругопластических элементов пронизываемого гранулированного слоя. Повышение точности достигается путем сближения областей влияния разностной и дифференциальной задач. Предполагается, что песчаный гранулированный слой состоит из совокупности одинаковых шаровых деформируемых кварцевых частиц, представляющей собой кубическую упаковку. Пространство между частицами заполнено сжимаемой газовой средой (воздухом). Выделяется симметричный элемент упаковки в виде последовательности шаровых частиц. Для демонстрации численной методики предполагается, что многослойная гранулированная среда в направлении распространения плоской ударной волны состоит из трех слоев частиц в канале квадратного сечения с жесткими стенками. Исследование проводится по методике с явным выделением подвижных лагранжевых контактных поверхностей с использованием многосеточных алгоритмов. Приводятся

Механика деформируемого твердого тела

Научная статья

© Коллектив авторов, 2023

© СамГТУ, 2023 (составление, дизайн, макет)

  Контент публикуется на условиях лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 International \(https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

Образец для цитирования

Глазова Е. Г., Кочетков А. В., Лисицын А. А., Модин И. А. Численное моделирование взаимодействия деформируемого газопроницаемого фрагмента гранулированного слоя с ударной волной в трехмерной постановке // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2023. Т. 27, № 4. С. 645–658. EDN: CFAYCE. DOI: [10.14498/vsgtu2007](https://doi.org/10.14498/vsgtu2007).

Сведения об авторах

Елена Геннадьевна Глазова  <https://orcid.org/0000-0003-4351-889X>

кандидат физико-математических наук; ученый секретарь; лаб. динамики многокомпонентных сред; e-mail: glazova@mech.unn.ru

Анатолий Васильевич Кочетков  <https://orcid.org/0000-0001-7939-8207>

доктор физико-математических наук; заведующий лабораторией; лаб. динамики многокомпонентных сред; e-mail: kochetkov@mech.unn.ru

результаты численных исследований процесса распространения ударной волны в гранулированном слое с учетом движения его деформируемых элементов. Показано, что для заданных параметров задачи влияние деформационных процессов незначительно. Проходящая через слой ударная волна формирует за преградой газодинамическое течение, близкое к одномерному. Соответствие результатов численного решения известным экспериментальным результатам по параметрам проходящей через слой ударной волны свидетельствует об адекватности применяемых математических и численных моделей.

Ключевые слова: численное моделирование, схема Годунова, повышенная точность, многосеточный подход, трехмерная задача, ударные волны, газопроницаемость, упругопластическая преграда, взаимодействие.

Получение: 16 марта 2023 г. / Исправление: 17 ноября 2023 г. /

Принятие: 13 декабря 2023 г. / Публикация онлайн: 25 декабря 2023 г.

Введение. Гранулированные слои являются перспективным элементом для защиты ответственных конструкций от действия ударных волн. Защитные свойства слоев из различных материалов достаточно хорошо изучены для действия акустических и слабых ударных волн [1–5]. Исследования проводились экспериментальными, аналитическими и численными методами. Взаимодействия гранулированных слоев с интенсивными ударными волнами в ударных трубах рассматривались в основном экспериментальными методами в циклах работ [6–12] и численно в [13]. В этих работах исследовались песчаные гранулированные слои, в результате воздействия ударных волн на которые происходило разрушение и разлет частиц. В силу ограниченности возможностей экспериментальных подходов в части измерений и наблюдений многие особенности протекающих процессов остались невыясненными. Современные численные методы имеют значительный исследовательский потенциал и позволяют решать сложные нелинейные задачи, включающие распространение ударных волн в твердых телах, в газах и в гранулированных средах. В данной работе для моделирования трехмерных быстропротекающих процессов и в газе, и в деформируемом теле используется единый численный метод — модифицированный метод Годунова [14–23], основанный на интегрировании законов сохранения с использованием решения задачи «распада разрыва» в газе, деформируемом теле и на границе «газ – деформируемое тело», имеющий второй порядок аппроксимации на гладких решениях и монотонный на разрывных. Повышение точности достигается только за счет модификации решения задачи распада разрыва на шаге «предиктор» схемы путем сближения областей влияния разностной и дифференциальной задач [14].

Артём Александрович Лисицын  <https://orcid.org/0009-0006-9397-6257>
аспирант; младший научный сотрудник; лаб. динамики многокомпонентных сред;
e-mail: artem.lisitsyn@unn.ru

Иван Александрович Модин  <https://orcid.org/0000-0002-3561-4606>
кандидат технических наук; старший научный сотрудник; лаб. физико-механических испытаний материалов; e-mail: mianet@mail.ru

1. Постановка задачи. Постановка задачи соответствует условиям проведения экспериментальных исследований [12]. В квадратной стальной трубе (рис. 1) в левой ударной секции находится воздух под высоким давлением. В правой секции находится воздух низкого давления и песчаный гранулированный слой, расположенный поперек трубы. Его свободные поверхности с двух сторон закрыты бумажными экранами. Формирование ударной волны производится на границе двух камер путем разрыва диафрагмы. В расчетах использовались параметры ударной волны, близкие по давлению, плотности и скорости к экспериментальным. Требуется описать в связанной постановке процессы формирования, распространения ударной волны по длине трубы и ее взаимодействия с гранулированным деформируемым слоем.

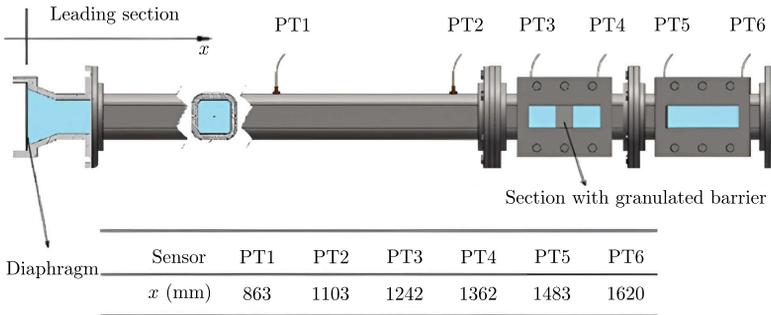


Рис. 1. Экспериментальная установка
[Figure 1. Schematic front view of the shock tube]

Для численного моделирования используются уравнения динамики сплошных сред в векторном виде [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} + \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{f} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{g} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{h} = \mathbf{k}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \\ s_{xx} \\ s_{yy} \\ s_{zz} \\ s_{xy} \\ s_{xz} \\ s_{yz} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - s_{xx} \\ \rho uv - s_{xy} \\ \rho uw - s_{xz} \\ (e + p - s_{xx})u - s_{xy}v - s_{xz}w \\ u(s_{xx} - \frac{4}{3}\mu) \\ u(s_{yy} + \frac{2}{3}\mu) \\ u(s_{zz} + \frac{2}{3}\mu) \\ us_{xy} - \mu v \\ us_{xz} - \mu w \\ us_{yz} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv + p - s_{xy} \\ \rho v^2 + p - s_{yy} \\ \rho vw - s_{yz} \\ (e + p - s_{yy})v - s_{xy}u - s_{yz}w \\ v(s_{xx} + \frac{2}{3}\mu) \\ v(s_{yy} - \frac{4}{3}\mu) \\ v(s_{zz} + \frac{2}{3}\mu) \\ vs_{xy} - \mu u \\ vs_{xz} \\ us_{yz} - \mu w \end{pmatrix}, \quad \mathbf{h} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw - s_{xz} \\ \rho vw - s_{yz} \\ \rho w^2 + p - s_{zz} \\ (e + p - s_{zz})w - s_{yz}v - s_{xz}u \\ w(s_{xx} + \frac{2}{3}\mu) \\ w(s_{yy} + \frac{2}{3}\mu) \\ w(s_{zz} - \frac{4}{3}\mu) \\ ws_{xy} \\ us_{xz} - \mu u \\ us_{yz} - \mu w \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ s_{xx}(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}) + s_{xy}(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}) + s_{xz}(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}) - \lambda s_{xx} \\ s_{xy}(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}) + s_{yy}(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}) + s_{xz}(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}) - \lambda s_{yy} \\ s_{xz}(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}) + s_{yz}(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z}) + s_{xz}(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}) - \lambda s_{zz} \\ s_{xy}(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}) - \frac{1}{2}(s_{xx} - s_{yy})(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{1}{2}s_{xz}(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}) + \frac{1}{2}s_{yz}(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}) - \lambda s_{xy} \\ s_{xy}(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}) - \frac{1}{2}(s_{xx} - s_{zz})(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial x}) + \frac{1}{2}s_{xy}(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z}) + \frac{1}{2}s_{yz}(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}) - \lambda s_{xz} \\ s_{xy}(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}) - \frac{1}{2}(s_{yy} - s_{zz})(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial x}) + \frac{1}{2}s_{xz}(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{1}{2}s_{xy}(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}) - \lambda s_{yz} \end{pmatrix}.$$

Здесь $e = \rho(\varepsilon + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2))$. Система (1) замыкается уравнением состояния (УРС) для шаровых компонент в форме

$$\varepsilon = \varepsilon(p, \rho). \quad (2)$$

В соотношениях (1), (2) используются следующие обозначения: p — давление; ρ — плотность; u, v, w — компоненты скоростей по x, y и z ; ε — внутренняя энергия единицы массы, e — полная механическая энергия единицы объема сплошной среды; $s_{xx}, s_{yy}, s_{zz}, s_{xy}, s_{xz}, s_{yz}$ — компоненты девиатора тензора истинных напряжений Эйлера; μ — модуль сдвига.

Первые пять уравнений системы (1) представляют собой законы сохранения массы, импульса и энергии. Следующие шесть уравнений — физические соотношения упругости и пластичности с учетом поворота тензора напряжений в эйлеровых переменных (производная Яумана), записанные в дифференциальной форме. К системе (1), (2) добавляются начальные и краевые условия. В случае отсутствия сдвиговых напряжений система (1) переходит в уравнения Эйлера для движения сжимаемого газа [14].

Для описания процессов в плотных сжимаемых средах применяется баротропное УРС вида $p = p(\rho)$, позволяющее избежать интегрирования уравнения сохранения энергии. Для песчаных частиц плотностью ρ_0 это будет УРС

идеального упругопластического тела $p = K\varepsilon_v$, где K — модуль объемного сжатия, $\varepsilon_v = 1 - \rho_0/\rho$ — объемная деформация.

Критерием перехода из упругого напряженно-деформированного состояния в пластическое является условие текучести Мизеса:

$$J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \leq \sigma_T^2,$$

где J_2 — второй инвариант девиатора тензора напряжений s_{ij} , σ_T — предел текучести. В соответствии с [20] в этом случае происходит коррекция компонент девиатора напряжений умножением на $\lambda = \sigma_T/\sqrt{3J_2}$. Для воздуха принимается $s_{xx} = s_{yy} = s_{zz} = s_{xy} = s_{yz} = s_{xz} = 0$, $\varepsilon = p/[\rho(\gamma - 1)]$, где γ — показатель адиабаты.

Интегральная форма (1), на базе которой строится разностная схема, имеет вид

$$\iiint_{\omega} (\mathbf{u} \, dx \, dy \, dz + \mathbf{f} \, dy \, dz \, dt + \mathbf{g} \, dx \, dz \, dt + \mathbf{h} \, dx \, dy \, dt) = \iiint_{\Omega} \mathbf{k} \, dx \, dy \, dz \, dt, \quad (3)$$

где Ω — любой замкнутый объем, поверхность ω которого гомеоморфна сфере в четырехмерном пространстве (x, y, z, t) .

На границах контакта газа с деформируемыми телами ставится условие непроникания без трения [14]. В начальный момент времени все среды покоятся, напряжения и деформации в гранулированном слое отсутствуют.

2. Многосеточный метод численного решения. Решение уравнений (1)–(3) производится методом Годунова повышенной точности [14, 17], единым как для газодинамических, так и для упругопластических течений.

Данная модификация позволяет повысить порядок аппроксимации схемы до второго на гладких решениях, сохранив монотонность на разрывных, без изменения разностного шаблона явной двухшаговой схемы, изменив только шаг «предиктор» [14].

Повышение точности в области гладких решений модифицированной схемы достигается выбором соответствующих точек интерполяции параметров для решения задачи распада разрыва в предположении линейного распределения этих параметров между центрами ячеек. Этот же принцип используется для повышения точности при реализации граничных условий.

Этап «корректор» численного интегрирования уравнений (3) остается неизменным и совпадает с классической схемой.

Эйлерово-лагранжевые подходы, описывающие взаимодействие сред и конструкций, основанные на использовании подвижных криволинейных сеток, отслеживающих движение лагранжевых контактных границ с соответствующими перестройками эйлеровых сеток внутри однородной области, широко используемые в решении двумерных задач, оказались практически непригодными для решения трехмерных задач этого класса. Поэтому в данной работе применяется многосеточный эйлерово-лагранжевый подход, который использует три типа расчетных сеток [14].

Первый тип сеток — лагранжевые сетки в виде STL-файлов, задающие и сопровождающие деформирующиеся поверхности тел. Внутри однородных областей — второй тип с неподвижными регулярными эйлеровыми сетками

с кубическими ячейками. Третий тип сеток — вспомогательные локальные подвижные эйлерово-лагранжевые сетки, связанные с поверхностями тел.

3. Исследование взаимодействия ударной волны с гранулированным слоем. Математическая постановка задачи основывается на следующих предположениях.

1. Гранулированный слой состоит из совокупности одинаковых шаровых деформируемых кварцевых частиц, представляющей собой кубическую упаковку (рис. 2).
2. Пространство между частицами заполнено сжимаемой газовой средой (воздухом).
3. Кубическая упаковка предполагает симметрию расположения частиц вдоль осей координат.
4. Воздействующая ударная волна распространяется вдоль оси X .

Выделяется симметричный элемент упаковки в виде последовательности шаровых частиц диаметром 1 мм.

Для демонстрации работоспособности численной методики предполагается, что многослойная гранулированная среда в направлении оси X состоит из трех слоев частиц, ограниченных в канале квадратного сечения с жесткими стенками. Фрагмент расчетной области представлен на рис. 3. Фактически рассматривается взаимодействие шаровых тел и газа в канале квадратного сечения с жесткими стенками. На рис. 3, *b* сетка внутри окружности — сетка по шаровой песчинке.

Коэффициент газопроницаемости поперечного сечения, то есть отношение минимальной площади, занимаемой газом, к площади бокового сечения составляет 0.215, объемное содержание воздуха — 0.476. На боковых стенках

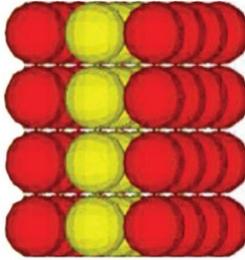


Рис. 2. Вид гранулированного слоя
[Figure 2. View of a granular layer]

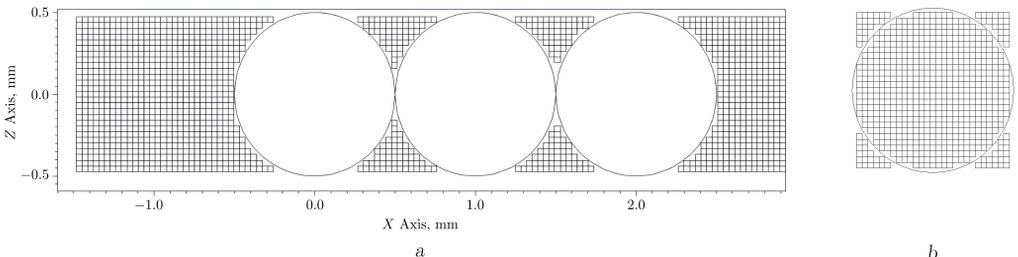


Рис. 3. Расчетная область (a) и сетка в поперечном сечении (b)
[Figure 3. Computational domain (a) and mesh in cross section (b)]

канала общей длиной 21 мм по оси X реализуются условия жесткой стенки, а на граничных плоскостях $X = -1.5$ мм и $X = 19.5$ мм выполняются условия «свободного вытока» [16]. Для кварца, из которого состоят тела, принимаем, что модуль объемного сжатия $K = 109$ ГПа, модуль сдвига $\mu = 43$ ГПа, предел текучести $\sigma_T = 0.17$ ГПа, плотность $\rho = 2650$ кг/м³. Для воздуха принимаем, что показатель адиабаты $\gamma = 1.4$, плотность $\rho_0 = 1.23$ кг/м³.

Тела шаровой формы взаимодействуют между собой, воздухом и плоскостями симметрии. Начало координат расположено в центре крайнего левого шарика.

В начальный момент времени все среды предполагаются невозмущенными, кроме области газа. Перед первым шариком длиной 1.5 мм по оси X в начальный момент задаются параметры, как за фронтом отраженной ударной волны: давление 1.6 МПа, плотность 13.2 кг/м³ и нулевая скорость.

Размер расчетной области по оси X составляет 21 мм, по оси $Y - 1$ мм, по оси $Z - 1$ мм, размер ячеек в основной сетке второго типа 0.03 мм, всего использовалось около 900 тыс. ячеек, в том числе порядка 100 тыс. ячеек по кварцевым телам.

Расчеты проводились на 4-ядерных компьютерах с процессором Intel I7. Время расчета составило порядка 100 ч.

На рис. 4 показаны поля давления в газе в диагональном сечении расчетного канала в моменты времени 0.2, 2.5, 10 мкс. В поровом газе наблюдаются сложные многомерные сверхзвуковые течения, возникающие в процессе распространения ударной волны. На выходе в свободное пространство формируется течение, близкое к одномерному, на расстоянии порядка трех диаметров шарика.

На рис. 5 показано распределение давлений в диагональном сечении вдоль двух линий, параллельных оси X , в момент времени 10.4 мкс: кривая 1 проходит через центры шариков, кривая 2 проходит через всю расчетную область газа в диагональном сечении. Разрывы в кривых связаны с тем, что линии проходят и через газ, и через твердые частицы. Амплитуда на фронте

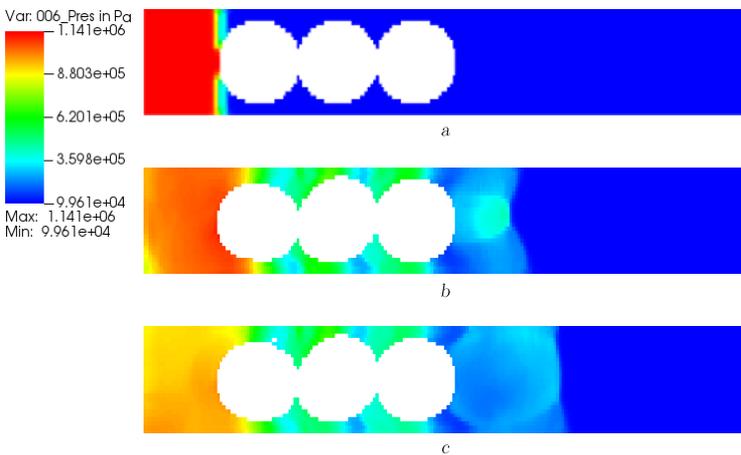


Рис. 4. Поля давлений (Па) в газе в диагональном сечении в различные моменты времени: $a - 0.2$ мкс, $b - 2.5$ мкс, $c - 10$ мкс

[Figure 4. Pressure fields (Pa) in gas in a diagonal section at different times: $a - 0.2$ μ s, $b - 2.5$ μ s, $c - 10$ μ s]

выходящей квазиодномерной ударной волны составляет около 0.4 МПа, что примерно на 10 % превышает аналогичные экспериментальные значения [12]. Несмотря на используемый в расчетах на порядок более тонкий гранулированный слой (3 мм), чем в экспериментах (20 мм), наблюдается соответствие численных и экспериментальных данных.

На рис. 6 показано распределение давления в кварцевых шариках в моменты времени 0.2, 2.5, 10 мкс. Наблюдается сложная картина взаимодействия деформационных волн при контактном взаимодействии шариков между собой, окружающим газом и жесткими границами. Уже на ранних этапах взаимодействия возникают кратковременные отрывы шариков друг от друга.

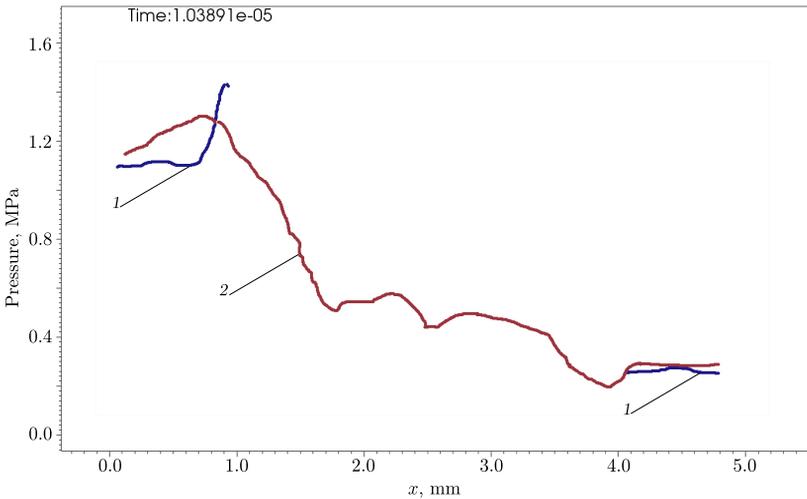


Рис. 5. Давление в поровом газе в диагональном сечении в момент времени 10.4 мкс
 [Figure 5. Pressure in the pore gas in the diagonal section at a time of 10.4 μ s along lines parallel to the X axis: curve 1 passes through the centers of the balls, curve 2 passes through the entire computational domain of the gas]

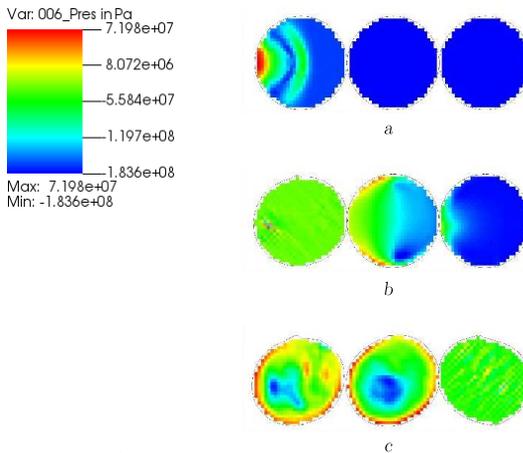


Рис. 6. Поля давлений (Па) в кварцевых шариках в различные моменты времени:
 a — 0.2 мкс, b — 2.5 мкс, c — 10 мкс

[Figure 6. Pressure fields (Pa) in quartz balls at different times:
 a — 0.2 μ s, b — 2.5 μ s, c — 10 μ s]

Первый отрыв формируется к моменту времени 10 мкс. В результате схождения упругих волн с оси симметрии шариков образуются локальные области высокого давления до 2 ГПа, но время их существования незначительно, порядка сотых долей микросекунды, не оказывающих заметного влияния на контактное взаимодействие шариков, их формоизменение и газодинамические процессы.

Заключение. Полученные численные результаты свидетельствуют об адекватности применяемых математических и численных моделей для решения задач взаимодействия ударных волн с деформируемыми газопроницаемыми гранулированными слоями.

Конкурирующие интересы. Заявляем, что в отношении авторства и публикации этой статьи конфликта интересов не имеем.

Авторский вклад и ответственность. И. А. Модин — проведение численных расчетов, обработка и анализ результатов, работа с черновиком и переработанным вариантом рукописи. А. В. Кочетков — идея исследования, формулировка целей и задач исследования, визуализация и верификация результатов. Е. Г. Глазова — проведение численных расчетов, работа с черновиком и переработанным вариантом рукописи. А. А. Лисицын — проведение численных расчетов, визуализация и верификация результатов, работа с черновиком и переработанным вариантом рукописи. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной рукописи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-29-00672, <https://rscf.ru/project/22-29-00672/>.

Библиографический список

1. Britan A., Ben-Dor G., Elperin T., et al. Mechanism of compressive stress formation during weak shock waves impact with granular materials // *Experiments in Fluids*, 1997. vol. 22, no. 6. pp. 507–518. DOI: <https://doi.org/10.1007/s003480050078>.
2. Ben-Dor G., Britan A., Elperin T., et al. Experimental investigation of the interaction between weak shock waves and granular layers // *Exper. Fluids*, 1997. vol. 22, no. 5. pp. 432–443. DOI: <https://doi.org/10.1007/s003480050069>.
3. Glam B., Igra O., Britan A., Ben-Dor G. Dynamics of stress wave propagation in a chain of photoelastic discs impacted by a planar shock wave; Part I, experimental investigation // *Shock Waves*, 2007. vol. 17, no. 1. pp. 1–14. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00193-007-0094-x>.
4. Губайдуллин А. А., Болдырева О. Ю., Дудко Д. Н. Взаимодействие акустических волн с пористым слоем // *Теплофиз. аэромех.*, 2009. Т. 16, № 3. С. 455–470. EDN: **KTOLRN**.
5. Глазова А. А., Турыгина И. А., Модин И. А. Моделирование взаимодействия ударной волны с деформируемым гранулированным слоем // *Пробл. прочн. пласт.*, 2020. Т. 82, № 3. С. 353–363. EDN: **DZEECW**. DOI: <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2020-82-3-353-363>.
6. Мирова О. А., Котельников А. Л., Голуб В. В., Баженова Т. В. Воздействие ударной волны на защитные песчаные экраны различной толщины // *Теплофиз. выс. темп.*, 2015. Т. 53, № 1. С. 145–147. EDN: **TFVOUF**. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0040364415010172>.
7. Котельников А. Л., Мирова О. А., Голуб В. В. [и др.] Исследование взаимодействия взрывной волны с разрушаемым экраном из гранулированного материала // *Теплофиз. выс. темп.*, 2014. Т. 52, № 5. С. 739–745. EDN: **SKIBAH**. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0040364414040140>.

8. Мирова О. А., Котельников А. Л., Голуб В. В. [и др.] Влияние скорости разлета материала защитного песчаного экрана на ослабление импульса отраженной от него взрывной волны // *Теплофиз. выс. темп.*, 2016. Т. 54, № 5. С. 761–766. EDN: **WLNIMN**. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0040364416050197>.
9. Мирова О. А., Котельников А. Л., Голуб В. В., Баженова Т. В. Влияние защитного экрана на уменьшение давления при взаимодействии ударной волны со стенкой // *Теплофиз. выс. темп.*, 2016. Т. 54, № 6. С. 963–964. EDN: **WCGAH**. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0040364416060119>.
10. Мирова О. А., Котельников А. Л., Голуб В. В., Баженова Т. В. Многократные отражения ударных волн при взрыве в замкнутом объеме с защищенными экранами стенками // *Теплофиз. выс. темп.*, 2017. Т. 55, № 2. С. 324–326. EDN: **YIARZ**. DOI: <https://doi.org/10.7868/S0040364417020119>.
11. Xue K., Yu Q., Bai C. Dual fragmentation modes of the explosively dispersed granular materials // *Eur. Phys. J. E*, 2014. vol. 37, no. 9, 88. DOI: <https://doi.org/10.1140/epje/i2014-14088-y>.
12. Lv H., Wang Z., Li J. Experimental study of planar shock wave interactions with dense packed sand wall // *Int. J. Multiphase Flow*, 2017. vol. 89. pp. 255–265. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2016.07.019>.
13. Stewart C., Balachandran S., McGrath T. P. Soft-sphere simulations of a planar shock interaction with a granular bed // *Phys. Rev. Fluids*, 2018. vol. 3, no. 3, 034308. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.3.034308>.
14. Абузьяров М. Х., Глазова Е. Г., Кочетков А. В., Крылов С. В. Численная методика решения трехмерных задач взаимодействия высоко-скоростных газовых струй с упругопластическими преградами // *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов*, 2021. № 4. С. 24–40. EDN: **RWCYSJ**.
15. Абузьяров М. Х., Глазова Е. Г., Кочетков А. В. [и др.] Численное моделирование трехмерных процессов разгона упругопластических тел взрывом // *Пробл. прочн. пласт.*, 2018. Т. 80, № 2. С. 255–266. EDN: **RSXR XV**.
16. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. [и др.] *Численное решение многомерных задач газовой динамики*. М.: Наука, 1976. 400 с. EDN: **UESERL**.
17. Абузьяров К. М. Метод распада разрывов в трехмерной динамике упругопластических сред // *Пробл. прочн. пласт.*, 2020. Т. 82, № 3. С. 377–389. EDN: **VUAHHS**. DOI: <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2020-82-3-377-389>.
18. Abouziarov M., Aiso H. An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows) / *Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Applications: Proc. of the 18th Comput. Conf. on Hyperbolic Problems*. Japan: Yokohama Publ., 2006. pp. 223–230.
19. Abouziarov M., Aiso H., Takahashi T. An application of conservative scheme to structure problems (elastic-plastic flows) // *Sūri-Kaiseki-Kenkyūsho-kōkyūroku* [Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics], 2003. vol. 1353. pp. 192–201.
20. Кукуджанов В. Н. Метод расщепления упругопластических уравнений // *Изв. РАН. МТТ*, 2004. № 1. С. 98–108. EDN: **OVYHCB**.
21. Брагов А. М., Константинов А. Ю., Кочетков А. В. [и др.] Экспериментальное исследование деформационных свойств насыпного слоя из свинцовых шариков при динамическом и квазистатическом нагружении // *Вестн. ПНИПУ. Механика*, 2017. № 4. С. 16–27. EDN: **YLDACI**. DOI: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2017.4.02>.
22. Модин И. А., Кочетков А. В., Глазова Е. Г. Численное исследование взаимодействия ударной волны с проницаемым деформируемым гранулированным слоем // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2022. Т. 26, № 1. С. 79–92. EDN: **FUXBZE**. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1879>.
23. Kochetkov A. V., Modin I. A. Numerical simulation of the interaction of a shock wave with a permeable granulated layer / *Behavior of Materials under Impact, Explosion, High Pressures and Dynamic Strain Rates* / *Advanced Structured Materials*, 176. Cham: Springer, 2023. pp. 129–143. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-17073-7_9.

MSC: 74E20, 74J40, 74-10

Numerical simulation of the interaction of a deformable gas permeable fragment of a granular layer with a shock wave in a three-dimensional formation

E. G. Glazova, A. V. Kochetkov, A. A. Lisitsyn, I. A. Modin

Research Institute of Mechanics,
National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
23, korp. 6, pr. Gagarina, Nizhny Novgorod, 603022, Russian Federation.

Abstract

The numerical method developed by the authors earlier for solving three-dimensional problems of dynamic interaction of deformable bodies and media in Eulerian variables based on the high-precision Godunov scheme is applied to solve problems of interaction of a deformable gas-permeable fragment of a granular layer with shock waves. The modeling is based on a unified modified Godunov's numerical method both for calculating gas motion and for calculating the dynamic deformation of elastic-plastic elements of a permeable granular layer. The increase in accuracy is achieved by merging the domains of influence of the numerical and differential problems. It is assumed that the sandy granular layer consists of a set of identical spherical deformable quartz particles representing a cubic packing. The space between the particles is filled with compressible gas medium (air). A symmetrical packaging element is highlighted in the form of a sequence of spherical particles. To demonstrate the numerical methodology, it is assumed that a multilayer granular medium in the direction of propagation of a planar shock wave consists of three layers of particles in a square-section channel with rigid walls. The study is conducted following the methodology with explicit identification of moving Lagrangian contact surfaces using multigrid algorithms. The results of numerical studies of the shock wave propagation process in a granular layer taking into account the movement of its deformable elements

Mechanics of Solids

Research Article

© Authors, 2023

© Samara State Technical University, 2023 (Compilation, Design, and Layout)

 The content is published under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Please cite this article in press as:

Glazova E. G., Kochetkov A. V., Lisitsyn A. A., Modin I. A. Numerical simulation of the interaction of a deformable gas permeable fragment of a granular layer with a shock wave in a three-dimensional formation, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2023, vol. 27, no. 4, pp. 645–658. EDN: CFAYCE. DOI: [10.14498/vsgtu2007](https://doi.org/10.14498/vsgtu2007) (In Russian).

Authors' Details:

Elena E. Glazova  <https://orcid.org/0000-0003-4351-889X>

Cand. Phys. & Math. Sci., Associate Professor; Scientific Secretary; Lab. of Dynamics of Multicomponent Media; e-mail: glazova@mech.unn.ru

Anatoliy A. Kochetkov  <https://orcid.org/0000-0001-7939-8207>

Dr. Phys. & Math. Sci.; Head of Laboratory; Lab. of Dynamics of Multicomponent Media; e-mail: kochetkov@mech.unn.ru

are presented. It is shown that for the given task parameters, the influence of deformation processes is insignificant. The shock wave passing through the layer forms a gas dynamic flow close to one-dimensional behind the barrier. The agreement of the results of the numerical solution with known experimental results regarding the parameters of the shock wave passing through the layer indicates the adequacy of the applied mathematical and numerical models.

Keywords: numerical simulation, Godunov scheme, increased accuracy, multigrid approach, three-dimensional problem, shock waves, gas permeability, elastoplastic barrier, interaction.

Received: 16th March, 2023 / Revised: 17th November, 2023 /

Accepted: 13th December, 2023 / First online: 25th December, 2023

Competing interests. We declare that we have no conflicts of interest in the authorship and publication of this article.

Authors' contributions and responsibilities. I.A. Modin: Numerical calculations; Processing and verification of results; Writing — original draft and review & editing. A.V. Kochetkov: Idea of study; Formulation of research goals and aims; Visualization and verification of results. E.G. Glazova: Numerical calculations; Writing — original draft and review & editing. A.A. Lisitsyn: Numerical calculations; Visualization and verification of results; Writing — original draft and review & editing. The authors are absolutely responsible for submit the final manuscript to print. Each author has approved the final version of manuscript.

Funding. The research was funded by the Russian Science Foundation grant no. 22–29–00672, <https://rscf.ru/en/project/22-29-00672/>.

References

1. Britan A., Ben–Dor G., Elperin T., et al. Mechanism of compressive stress formation during weak shock waves impact with granular materials, *Experiments in Fluids*, 1997, vol. 22, no. 6, pp. 507–518. DOI: <https://doi.org/10.1007/s003480050078>.
2. Ben–Dor G., Britan A., Elperin T., et al. Experimental investigation of the interaction between weak shock waves and granular layers, *Exper. Fluids*, 1997, vol. 22, no. 5, pp. 432–443. DOI: <https://doi.org/10.1007/s003480050069>.
3. Glam B., Igra O., Britan A., Ben–Dor G. Dynamics of stress wave propagation in a chain of photoelastic discs impacted by a planar shock wave; Part I, experimental investigation, *Shock Waves*, 2007, vol. 17, no. 1, pp. 1–14. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00193-007-0094-x>.
4. Gubaidullin A. A., Boldyreva O. Yu., Dudko D. N. Interaction of acoustic waves with porous layer, *Thermophys. Aeromech.*, 2009, vol. 16, no. 3, pp. 429–443. EDN: MWUHRV. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0869864309030123>.
5. Glazova E. G., Turygina I. A., Modin I. A. Modeling the interaction of a shock wave with a deformable permeable granular layer, *Problems of Strength and Plasticity*, 2022, vol. 82, no. 3, pp. 353–363. EDN: DZEECW. DOI: <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2020-82-3-353-363>.

Artem A. Lisitsyn  <https://orcid.org/0009-0006-9397-6257>

Postgraduate Student; Junior Researcher; Lab. of Dynamics of Multicomponent Media; e-mail: artem.lisitsyn@unn.ru

Ivan I. Modin  <https://orcid.org/0000-0002-3561-4606>

Cand. Tech. Sci.; Senior Researcher; Lab. of Physical and Mechanical Testing for Materials; e-mail: mianet@mail.ru

6. Mirova O. A., Kotel'nikov A. L., Golub V. V., Bazhenova T. V. Shock wave effect on protective sand screens of different thicknesses, *High Temp.*, 2015, vol. 53, no. 1, pp. 155–157. EDN: **UFKZTF**. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X15010174>.
7. Kotel'nikov A. L., Mirova O. A., Golub V. V., et al. Study of an interaction of a blast wave with a destructible screen made of a granular material, *High Temp.*, 2014, vol. 52, no. 5, pp. 708–714. EDN: **UFJBEP**. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X14040130>.
8. Mirova O. A., Kotel'nikov A. L., Golub V. V., et al. Effect of the expansion velocity of material of a sand protective screen on the at-tenuation of a shock wave reflected from this screen, *High Temp.*, 2016, vol. 54, no. 5, pp. 716–721. EDN: **XFNUET**. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X16050199>.
9. Mirova O. A., Kotel'nikov A. L., Golub V. V., Bazhenova T. V. Protecting shield influence on pressure decrease at shock wave interaction with the wall, *High Temp.*, 2016, vol. 53, no. 6, pp. 905–906. EDN: **YUXQVF**. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X16060110>.
10. Mirova O. A., Kotel'nikov A. L., Golub V. V., Bazhenova T. V. Multiple shock wave reflections at an explosion in a closed volume with shielded walls, *High Temp.*, 2017, vol. 55, no. 2, pp. 315–317. EDN: **XMVICH**. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0018151X17020110>.
11. Xue K., Yu Q., Bai C. Dual fragmentation modes of the explosively dispersed granular materials, *Eur. Phys. J. E*, 2014, vol. 37, no. 9, 88. DOI: <https://doi.org/10.1140/epje/i2014-14088-y>.
12. Lv H., Wang Z., Li J. Experimental study of planar shock wave interactions with dense packed sand wall, *Int. J. Multiphase Flow*, 2017, vol. 89, pp. 255–265. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2016.07.019>.
13. Stewart C., Balachandar S., McGrath T. P. Soft-sphere simulations of a planar shock interaction with a granular bed, *Phys. Rev. Fluids*, 2018, vol. 3, no. 3, 034308. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.3.034308>.
14. Abuzyarov M. H., Glazova E. G., Kochetkov A. V., Krylov S. V. Numerical method for solving three-dimensional problems of interaction of high-velocity gas jets with elastic-plastic barriers, *Voprosy Atomnoy Nauki i Tekhniki, Ser. Mathematical Modeling of Physical Processes*, 2021, vol. 4, pp. 24–40. EDN: **RWCYSJ**.
15. Abuzyarov M. Kh., Glazova E. G., Kochetkov A. V., et al. Numerically modeling 3D processes of explosive acceleration of elastoplastic bodies, *Problems of strength and plasticity*, 2018, vol. 80, no. 2, pp. 255–266 (In Russian). EDN: **RSXRXV**.
16. Godunov S. K., Zabrodin A. V., Ivanov M. Ya., et al. *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoi dinamiki* [Numerical Solution of Multidimensional Problems of Gas Dynamics]. Moscow, Nauka, 1976, 400 pp. (In Russian). EDN: **UESERL**.
17. Abuzyarov K. M. The method of decomposition of gapes in the three-dimensional dynamics of elastoplastic media, *Problems of Strength and Plasticity*, 2020, vol. 82, no. 3, pp. 377–389 (In Russian). EDN: **VUAHHS**. DOI: <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2020-82-3-377-389>.
18. Abouziarov M., Aiso H. An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows), In: *Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Applications*, Proc. of the 18th Comput. Conf. on Hyperbolic Problems. Japan, Yokohama Publ., 2006, pp. 223–230.
19. Abouziarov M., Aiso H., Takahashi T. An application of conservative scheme to structure problems (elastic-plastic flows), *Sūri-Kaiseki-Kenkyūsho-kōkyūroku* [Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics], 2003, vol. 1353, pp. 192–201.
20. Kukudzhyanov V. N. Decomposition method for elastoplastic equations, *Mech. Solids*, 2004, vol. 39, no. 1, pp. 73–80.
21. Bragov A. M., Konstantinov A. Yu., Kochetkov A. V., et al. Experimental study of deformation properties of a bulk layer from plumbum balls under dynamic and quasistatic loading, *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2017, no. 4, pp. 16–27 (In Russian). EDN: **YLDACI**. DOI: <https://doi.org/10.15593/perm.mech/2017.4.02>.

22. Modin I. A., Kochetkov A. V., Glazova E. G. Numerical simulation of the interaction of a shock wave with a permeable deformable granulated layer, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2022, vol.26, no.1, pp. 79–92 (In Russian). EDN: FUXBZE. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1879>.
23. Kochetkov A. V., Modin I. A. Numerical simulation of the interaction of a shock wave with a permeable granulated layer, In: *Behavior of Materials under Impact, Explosion, High Pressures and Dynamic Strain Rates*, Advanced Structured Materials, 176. Cham, Springer, 2023, pp. 129–143. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-17073-7_9.