Механика деформируемого твёрдого тела



УДК 539.3

Аналитико-экспериментальное определение удельного сопротивления прониканию, описание лицевого и тыльного ослабляющего эффекта

В. Н. Аптуков, А. Р. Хасанов, А. Ф. Мерзляков

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Россия, 614990, Пермь, Букирева, 15.

Аннотация

В рамках статических испытаний оценивается основной силовой параметр процесса проникания — удельное сопротивление прониканию. Принято считать, что в случае статического проникания данный параметр является постоянной величиной, однако существуют экспериментальные и теоретические свидетельства об изменении удельного сопротивления прониканию с глубиной. Этот фактор — краевой эффект свободных поверхностей — необходимо учитывать при проведении экспериментов, а также в инженерных расчетах, поэтому вопрос влияния краевых эффектов свободных поверхностей на параметры проникания является актуальным.

Предлагается уточненное соотношение для определения удельного сопротивления прониканию остроконечных инденторов в преграду средней толщины при условии вязкого образования кратера с учетом ослабляющего влияния свободных поверхностей пластины. Приводятся основные соотношения, описывающие процесс индентирования, излагается методика обработки экспериментальных данных.

Для испытаний были изготовлены образцы различной толщины и три цилиндрических индентора диаметром 7 мм с конической головной

Научная статья

З ⊕ Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

Образец для цитирования

Аптуков В. Н., Хасанов А. Р., Мерзляков А. Ф. Аналитико-экспериментальное определение удельного сопротивления прониканию, описание лицевого и тыльного ослабляющего эффекта // Вести. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2019. Т. 23, № 1. С. 49–68. doi: 10.14498/vsgtu1646.

Сведения об авторах

Валерий Нагимович Аптуков № № https://orcid.org/0000-0001-8048-3804 доктор технических наук, профессор; заведующий кафедрой; каф. фундаментальной математики; e-mail: aptukov@psu.ru

Артур Раисович Хасанов № https://orcid.org/0000-0003-0776-6909 ассистент; каф. фундаментальной математики; e-mail: artur_raisovich@rambler.ru

Андрей Федорович Мерзляков 📵 https://orcid.org/0000-0003-3897-548X

кандидат технических наук; заведующий лабораторией; каф. механики сплошных сред и вычислительных технологий; лаб. сопротивления материалов; e-mail: merzlyakov@psu.ru

частью высотой 3.2 мм, 5.6 мм и 8.4 мм. В качестве материалов образца использовались технический пластилин, сплав Вуда и свинец, испытания проводились на машине Zwick/Roell Z-250. На основе результатов эксперимента определены ключевые параметры новых соотношений — удельное сопротивление прониканию глубинных слоев пластины, коэффициент трения, параметры краевых эффектов свободных поверхностей.

Анализ результатов исследований позволил получить в общем виде аппроксимирующее соотношение для оценки силы сопротивления внедрению индентора в преграду в зависимости от ряда параметров — глубинного удельного сопротивления и коэффициента трения материала образца, геометрических параметров индентора и пластины. Для технического пластилина ошибка аппроксимации не превосходит $25\,\%$, для сплава Вуда — $16\,\%$, для свинцового сплава — $25\,\%$. Отметим, что предельная ошибка аппроксимации указана здесь для «острого» (высота конуса $8.4\,$ мм) и «среднего» (высота $5.6\,$ мм) инденторов, поскольку на основании изложенного в статье аналитико-экспериментального исследования выявлено, что для инденторов с более «тупым» носком необходимо применять модели, основанные на отличных от механизма вязкого образования кратера условиях (например, образование и сдвиг пробки).

Полученные результаты предлагается использовать в приближенных моделях проникания при оценке силы сопротивления прониканию остроконечных бойков в преграды средней толщины.

Ключевые слова: статическое проникание, технический пластилин, сплав Вуда, удельное сопротивление прониканию, ослабляющее влияние свободных поверхностей.

Получение: 25 сентября 2018 г. / Исправление: 25 ноября 2018 г. / Принятие: 27 января 2019 г. / Публикация онлайн: 19 февраля 2019 г.

Введение. При средних скоростях удара процесс проникания остроконечных бойков в пластичные преграды средней толщины (а также в преграды больших толщин) сопровождается вязким образованием кратера (проколом). В этих условиях удельное сопротивление динамическому прониканию индентора выражается в виде известного эмпирического соотношения, полученного Ф. Ф. Витманом и В. А. Степановым в 1940—50-х годах [1]:

$$\sigma_d = H_d + k\rho v^2,\tag{1}$$

где σ_d — удельное сопротивление динамическому прониканию; H_d , ρ — динамическая твердость и плотность материала преграды; k — коэффициент формы бойка; v — текущая скорость бойка.

Зависимость (1) является достаточно простой и удобной, имеющей ясный физический смысл, что обусловило ее широкое распространение в различных приложениях. Однако приведенная модель в классическом виде (1) не учитывает многих факторов, сопутствующих прониканию, — трение, вязкостные эффекты, ослабляющее влияние свободных поверхностей преграды [2].

К настоящему времени разработано большое количество как эмпирических, так и аналитических моделей динамического проникания ударников в металлические сплавы [3,4], бетон [5], геологические среды [6]. Систематическое изложение проблем, связанных с моделями проникания, а также об-

ширные обзоры можно найти в работах [7,8]. Вопросы, связанные с прониканием при малых скоростях или статическим прониканием, рассматривались в классических работах [9,10].

Краткий обзор приближенных моделей проникания позволяет сделать следующий вывод: обычно сопротивление прониканию принимается постоянным (или зависящим от скорости удара в динамических задачах), краевые эффекты при этом не учитываются.

В работе [11] был проведен анализ классического соотношения (1) и сделан качественный вывод о динамической твердости H_d как об осредненной характеристике, определяющей силовую сторону взаимодействия ударника и преграды. Динамическая твердость имеет смысл удельной работы вытеснения объема материала пластины при внедрении в ее поверхностные слои и характеризует собственное (статическое) сопротивление преграды. В силу слабого влияния скорости деформации на динамическую твердость (для определенных металлов и сплавов) в работе [11] также была сделана попытка определить краевые эффекты свободных поверхностей при статическом внедрении. Были проведены испытания по внедрению индентора со сфероконоидной головкой в алюминиевую пластину. Проведенные эксперименты подтвердили наличие лицевого и тыльного краевых эффектов свободных поверхностей пластины, что говорит о неправомерности перенесения результатов определения H_d на пластины произвольной толщины в силу изменения значения данной характеристики с глубиной внедрения.

Заметим, что динамическую твердость материала задают как частное начальной кинетической энергии движения индентора к объему образовавшегося кратера в исследуемом материале в процессе ударного нагружения (столкновения). Поскольку возможны различные способы определения объема оставленного индентором кратера в плите, существуют разнообразные приближенные оценки расчета динамической твердости материала. Эти особенности приводят к проблемам совершенствования существующих методик расчета — технические задачи повышения точности определения динамической твердости материалов [12], оценка ключевых параметров, характеризующих механические свойства деформируемой среды, например, определение упругопластического коэффициента [13].

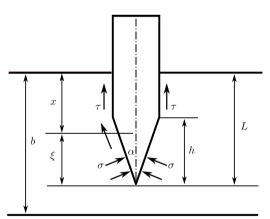
Вопросы соотношения динамической и статической твердости металлов рассмотрены в исследовании [14]. В этой работе изучено влияние скорости деформации на величину твердости, предложена методика перевода динамических чисел твердости в статические числа. Отметим также работы, посвященные проблеме разработки и развития методов определения механических свойств материалов по твердости — классический труд [15] и сравнительный анализ методов [16].

Настоящая работа посвящена развитию исследования [11] — проведено более детальное изучение краевых эффектов свободных поверхностей пластины при статическом индентировании, на основе которого предложены аппроксимирующие зависимости для оценки силы сопротивления прониканию. Анализ известных литературных источников позволяет выдвинуть предположение о существовании аппроксимации, основные параметры которой зависят от механических характеристик материала среды, геометрии пластины и индентора. Результаты экспериментальных исследований, изложенные в насто-

ящей статье, подтвердили данное предположение с удовлетворительной точностью. Вопросы, связанные с переносом результатов статических испытаний на динамические задачи, в статье не рассматриваются.

Выбор материалов для испытаний был продиктован их относительной доступностью, а также тем обстоятельством, что среда моделируется как упруго-вязкопластическая. Для испытаний были отобраны металлические сплавы (сплав Вуда и свинец) и технический пластилин (ТП). Специфика такого материала, как ТП, изучена в [17], где представлены результаты различных экспериментов по изучению механических свойств ТП. В работе выявлены зависимости предела текучести (прочности) от скорости деформирования, проведена серия экспериментов по определению статической и динамической твердости материала. Интерес к ТП обусловлен его широким применением в таких исследованиях, как моделирование процессов обработки металлов [18, 19], моделирование процессов проникания в малопрочную среду [20], использование ТП в качестве регистрирующей среды для оценки степени травмирования тела человека после удара в бронежилет пули [21, 22] или ножа [23].

1. Вывод аналитических соотношений. Для анализа результатов испытаний примем, что полная сила сопротивления прониканию индентора P складывается из силы собственного сопротивления прониканию F_n и силы трения F_f . Пусть L — текущая глубина внедрения, отсчитываемая от свободной поверхности пластины (образца) толщины b. Рассмотрим цилиндрический индентор радиуса R_0 с конической головкой высоты h и половиной угла α при вершине конуса. Введем локальную систему координат ξ , отсчитываемую от вершины конуса, так что текущий радиус головной части $R(\xi) = \xi \operatorname{tg} \alpha$ (рис. 1).



Puc. 1. Схема проникания индентора в образец [Figure 1. Penetration scheme]

При условии L < h имеем следующие выражения для составляющих полной силы:

$$F_n = 2\pi \operatorname{tg}^2 \alpha \int_0^L \sigma(\xi) \xi d\xi, \quad F_f = 2\pi \operatorname{tg} \alpha \int_0^L \tau(\xi) \xi d\xi, \tag{2}$$

где $\sigma(\xi)$ — собственное удельное сопротивление материала прониканию индентора, $\tau(\xi)$ — удельное трение на боковой поверхности индентора.

При условии L>h составляющие полной силы выражаются как

$$F_n = 2\pi \operatorname{tg}^2 \alpha \int_0^h \sigma(\xi) \xi d\xi, \quad F_f = 2\pi \operatorname{tg} \alpha \int_0^h \tau(\xi) \xi d\xi + 2\pi h \operatorname{tg} \alpha \int_h^L \tau(\xi) d\xi.$$
 (3)

Используем классический закон трения

$$\tau(\xi) = k_f \sigma(\xi),$$

где k_f — коэффициент трения.

Перейдем к безразмерным величинам, введем переменную $\bar{L}=L/h$. Тогда соотношения (2), (3) примут вид

$$\bar{F}_n = 2\pi \operatorname{tg}^2 \alpha \int_0^{\bar{L}} \sigma(\xi) \xi d\xi, \quad \bar{F}_f = 2\pi \operatorname{tg} \alpha \int_0^{\bar{L}} \tau(\xi) \xi d\xi \quad \text{при } \bar{L} < 1$$
 (4)

И

$$\bar{F}_n = 2\pi \operatorname{tg}^2 \alpha \int_0^1 \sigma(\xi) \xi d\xi, \quad \bar{F}_f = 2\pi \operatorname{tg} \alpha \int_0^1 \tau(\xi) \xi d\xi + 2\pi \operatorname{tg} \alpha \int_1^{\bar{L}} \tau(\xi) d\xi \quad (5)$$

при $\bar{L} > 1$. Следует отметить, что $F_n = h^2 \bar{F}_n, \; F_f = h^2 \bar{F}_f.$

Для оценки трения в первом приближении примем условие постоянства собственного удельного сопротивления от глубины проникания $\sigma(\xi) = \sigma_0 =$ = const. Следовательно, $\tau(\xi) = k_f \sigma_0 =$ const. Тогда составляющие полной силы (4), (5) преобразуются к виду

$$\bar{F}_n = \sigma_0 \pi \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \bar{L}^2, \quad \bar{F}_f = \sigma_0 \pi k_f \operatorname{tg} \alpha \cdot \bar{L}^2 \quad \text{при } \bar{L} < 1$$
 (6)

И

$$\bar{F}_n = \sigma_0 \pi \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad \bar{F}_f = \sigma_0 \pi k_f \operatorname{tg} \alpha \cdot (2\bar{L} - 1) \quad \text{при } 1 < \bar{L} < \bar{b}.$$
 (7)

Поскольку в выражениях присутствуют неизвестные параметры k_f и σ_0 , их можно определить путем аппроксимации экспериментальных кривых индентирования для различных углов при вершине конуса с помощью выражений (6), (7). В этом случае мы получим базовый вариант приближения экспериментальных данных без учета ослабляющего влияния краевых эффектов свободных поверхностей.

Заметим, что при $\bar{L}<1$ усилие возрастает и продолжает возрастать на некотором промежутке при $\bar{L}>1$. Будем полагать, что на некотором начальном этапе внедрения $0<\bar{L}<\bar{L}_f$, где $\bar{L}_f>1$, действует лицевой ослабляющий эффект свободной поверхности. Также мы предполагаем, что толщина преграды достаточно велика, и тыльный краевой эффект, действуя в границах $\bar{L}_r<\bar{L}<\bar{b}$, не оказывает своего влияния в области $0<\bar{L}<\bar{L}_f$, то есть области ослабляющего влияния лицевой и тыльной поверхностей не «перекрываются» ($\bar{L}_f<\bar{L}_r$).

Для оценки ослабляющего влияния краевых эффектов свободных поверхностей примем

$$\sigma(\bar{L}) = k_{\text{weak}}(\bar{L}) \cdot \sigma_0, \tag{8}$$

т.е. параметр σ в глубинных слоях $\bar{L}_f < \bar{L} < \bar{L}_r$ равен своему «истинному» значению σ_0 , однако вблизи лицевой и тыльной поверхностей его значение под влиянием краевого эффекта уменьшается, следовательно, значение σ следует скорректировать с помощью ослабляющего коэффициента k_{weak} . Отсюда следует, что формулы (6), (7) необходимо уточнить, считая удельное сопротивление непостоянной величиной, которая подчиняется закону (8).

Коэффициент ослабления k_{weak} оценим линейной зависимостью

$$k_{\text{weak}}(\bar{L}) = \begin{cases} \frac{1 - k_r^1}{\bar{L}_f} \cdot \bar{L} + k_r^1, & 0 < \bar{L} < \bar{L}_f, \\ 1, & \bar{L}_f < \bar{L} < \bar{L}_r, \\ \frac{k_r^2 - 1}{\bar{b} - \bar{L}_r} \cdot (\bar{L} - \bar{L}_r) + 1, & \bar{L}_r < \bar{L} < \bar{b}, \end{cases}$$
(9)

где $k_{\rm weak}$ принимает свои наименьшие значения k_r^1 и k_r^2 в моменты входа $(\bar{L}=0)$ кончика бойка в пластину и его выхода $(\bar{L}=\bar{b})$ из тыльной поверхности пластины соответственно; \bar{L}_f и \bar{L}_r —границы областей ослабляющего влияния лицевого и тыльного краевых эффектов соответственно; безразмерные величины получены относительно высоты головной части h.

С учетом ослабляющего влияния краевых эффектов свободных поверхностей (8), (9) необходимо уточнить соотношения (6), (7), это уточнение разбивает полный участок проникания $0 < \bar{L} < \bar{b}$ на четыре отдельные стадии проникания:

$$-\bar{F}_n = \sigma \pi \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \bar{L}^2, \quad \bar{F}_f = \sigma \pi k_f \operatorname{tg} \alpha \cdot \bar{L}^2$$
 при $\bar{L} < 1,$ (10)

$$-\bar{F}_n = \sigma \pi \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad \bar{F}_f = \sigma \pi k_f \operatorname{tg} \alpha \cdot (2\bar{L} - 1) \quad \text{при } 1 < \bar{L} < \bar{L}_f,$$
 (11)

$$-\bar{F}_n = \sigma_0 \pi \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad \bar{F}_f = \sigma_0 \pi k_f \operatorname{tg} \alpha \cdot (2\bar{L} - 1) \quad \text{при } \bar{L}_f < \bar{L} < \bar{L}_r,$$
 (12)

$$- \bar{F}_n = \sigma_0 \pi \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad \bar{F}_f = \sigma_0 \pi k_f \operatorname{tg} \alpha \cdot (2\bar{L} - 1) \quad \text{при } \bar{L}_f < \bar{L} < \bar{L}_r,$$

$$- \bar{F}_n = \sigma \pi \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad \bar{F}_f = \sigma \pi k_f \operatorname{tg} \alpha \cdot (2\bar{L} - 1) \quad \text{при } \bar{L}_r < \bar{L} < \bar{b},$$

$$(12)$$

где удельное сопротивление σ в (10), (11) и (13) вычисляется по формулам (8), (9).

Дадим условные названия полученным стадиям проникания:

- вход и проникание головной части индентора ($\bar{L} < 1$);
- проникание в области ослабляющего влияния лицевого краевого эффекта свободной поверхности $(1 < \bar{L} < \bar{L}_f)$;
- проникание в глубинных слоях преграды ($\bar{L}_f < \bar{L} < \bar{L}_r$);
- проникание в области ослабляющего влияния тыльного краевого эффекта свободной поверхности ($\bar{L}_r < \bar{L} < \bar{b}$).

Соотношения (10)-(13) запишем в более компактном виде, для чего введем следующие обозначения:

$$A = \sigma_0 \pi \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad B = \sigma_0 \pi k_f \operatorname{tg} \alpha,$$

$$A_1 = \frac{1 - k_r^1}{\bar{L}_f}, \quad B_1 = k_r^1, \quad A_2 = \frac{k_r^2 - 1}{\bar{b} - \bar{L}_r}, \quad B_2 = 1,$$

$$k_{\text{weak}}^1 = A_1 \bar{L} + B_1, \quad k_{\text{weak}}^2 = A_2 \cdot (\bar{L} - \bar{L}_r) + B_2, \quad \bar{P} = \bar{F}_n + \bar{F}_f.$$

С учетом последних обозначений и формул (8), (9) получим следующий вид для ключевых соотношений (10)–(13):

- 1-я стадия проникания ($\bar{L} < 1$)

$$\bar{P} = (A+B)k_{\text{weak}}^1 \bar{L}^2, \tag{14}$$

– 2-я стадия проникания $(1 < \bar{L} < \bar{L}_f)$

$$\bar{P} = (A + B \cdot (2\bar{L} - 1))k_{\text{weak}}^{1},$$
 (15)

– 3-я стадия проникания ($\bar{L}_f < \bar{L} < \bar{L}_r$)

$$\bar{P} = A + B \cdot (2\bar{L} - 1),\tag{16}$$

— 4-я стадия проникания ($\bar{L}_r < \bar{L} < \bar{b}$)

$$\bar{P} = (A + B \cdot (2\bar{L} - 1))k_{\text{weak}}^2. \tag{17}$$

2. Методика проведения испытаний и результаты. Для проведения испытаний были изготовлены три стальных индентора диаметром цилиндрической части 7 мм и высотой головной конической части 3.2 мм, 5.6 мм, 8.4 мм с условными названиями «тупой», «средний» и «острый» инденторы соответственно (рис. 2). В качестве материала образцов использовались технический пластилин (ТП), сплав Вуда и свинец. Испытания проводились на машине Zwick/Roell Z-250 в лаборатории кафедры механики сплошных сред и вычислительных технологий Пермского государственного национального исследовательского университета. Перед испытанием образец устанавливался на металлическую пластину с круглым отверстием (шайбу), таким образом обеспечивался свободный выход кончика индентора за тыльную поверхность пластины. Чтобы обеспечить движение индентора по нормали к образцу, использовалась направляющая разъемная муфта — кондуктор. Перемещение индентора в пластине осуществлялось с постоянной скоростью 10 мм/мин.



Puc. 2. Инденторы для испытаний [Figure 2. The indenters used in experiments]

Результаты испытаний, полученные в виде пар «усилие — глубина внедрения», обрабатывались с помощью программных продуктов MS Excell, C++, Wolfram Mathematica. Обработка результатов заключалась в поиске ключевых параметров на диапазоне $1 < \bar{L} < \bar{b}$ при следующих ограничениях:

 $0 < k_f < 1, \ \sigma_0 > 0, \ 0 < k_r^1 < 1, \ 0 < k_r^2 < 1, \ 1 < \bar{L}_f < \bar{L}_r < \bar{b}$. Поиск этих параметров осуществляется следующим образом: задаются случайные значения параметров, по формулам (8), (9), (14)–(17) вычисляется относительное сопротивление прониканию \bar{P} в каждой точке, затем вычисленные значения $P = \bar{P}h^2$ сравниваются с экспериментальными. Выбор делается в пользу тех наборов параметров, которые приводят к наилучшему приближению экспериментальной кривой. Для выбора наилучшего приближения применялись метод наименьших квадратов, метод наименьших модулей и наименьшее относительное отклонение. Все методы привели к приблизительно одинаковому итоговому набору ключевых параметров.

По результатам обработки экспериментальных данных получены зависимости для оценки основных величин краевого ослабляющего эффекта от геометрических параметров. Для лицевого ослабляющего эффекта $B_1=k_r^1=0$, следовательно, $k_{\rm weak}^1=A_1\bar{L}$, где при условии, что d—диаметр цилиндрической части индентора, имеем

$$A_1 = \frac{1}{\bar{L}_f}, \quad \bar{L}_f = 1 + k_1 \frac{1}{\bar{d}}.$$
 (18)

Для тыльного ослабляющего эффекта зависимость имеет вид

$$k_{\text{weak}}^2 = A_2 \cdot (\bar{L} - \bar{L}_r) + 1,$$

где

$$A_2 = \frac{1 - k_2/\bar{d}}{\bar{L}_r - \bar{b}}, \quad \bar{L}_r = \bar{b} - \sqrt[3]{\bar{b}} \cdot \bar{d}. \tag{19}$$

Получены следующие значения констант: $k_1=0.3$ для сплава Вуда и свинца; $k_1=0.5$ для ТП; $k_2=0.45$ для сплава Вуда и свинца (для ТП влияние тыльного краевого эффекта выходит за толщину пластины).

На рис. 3 представлены результаты обработки экспериментальных данных по индентированию в ТП с помощью соотношений (14)–(19). Здесь маркеры — экспериментальные данные, а кривые — аппроксимация данных при проникании «острого» (1), «среднего» (2) и «тупого» (3) инденторов. Вертикальная пунктирная линия соответствует относительной толщине образца $\bar{b} = b/h$. Результаты представлены в безразмерных величинах $P/(\sigma_0 S)$ и L/h, где P — полная сила сопротивления индентированию, σ_0 — удельное сопротивление прониканию глубинных слоев, L — текущая глубина внедрения, h — высота конической головной части индентора, S — площадь миделевого сечения.

Рассмотрим более подробно полученные результаты. Численные значения удельного сопротивления прониканию и коэффициента трения определены на основе экспериментальных данных, полученных для толстого образца с толщиной b=42 мм (аппроксимация I). Испытание проводилось без сквозного прокалывания (моделировалась полубесконечная преграда). Полученные значения $\sigma_0=150$ КПа, $k_f=0.22$ также справедливы для аппроксимаций Π и Π . Приведем ошибки аппроксимации данных с учетом ослабляющего влияния свободных поверхностей и без учета краевых эффектов (базовый вариант проникания), в скобках указана ошибка для базового варианта:

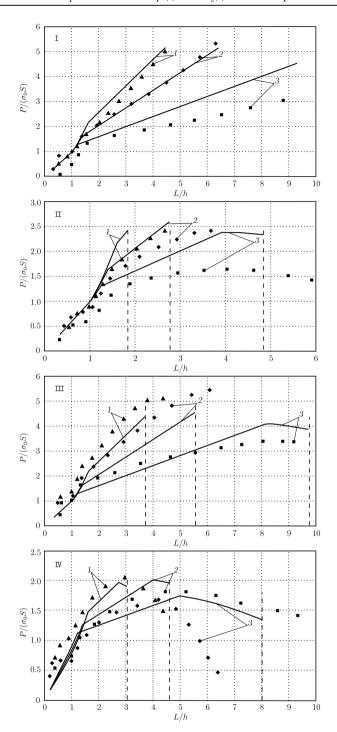


Рис. 3. Аппроксимация экспериментальных данных по индентированию в ТП «острого» (1), «среднего» (2) и «тупого» (3) инденторов (\mathbf{I} — образец толщиной 42 мм; \mathbf{II} — образец толщиной 31.2 мм; \mathbf{IV} — «жесткий» образец толщиной 25.7 мм)

[Figure 3. Approximation of experimental data on penetration into technical plasticine of "sharp" (1), "middle" (2), and "blunt" (3) indenters (I—the sample thickness is 42 mm; III—the sample thickness is 15.5 mm; III—the sample thickness is 31.2 mm; IV—the "hard" sample, the thickness is 25.7 mm)]

- для аппроксимации I ошибка составляет 9–11 % (14–31 %) для «острого» индентора, 2–5 % (2–16 %) для «среднего» и 30–35 % (31–42 %) для «тупого»;
- для аппроксимации II ошибка составляет 12–15 % (34–63 %) для «острого» индентора, 14–15 % (20–46 %) для «среднего» и 30–36 % (36–83 %) для «тупого»;
- для аппроксимации Ш ошибка составляет 19—25 % (16—21 %) для «острого» индентора, 18—21 % (18—22 %) для «среднего» и 12—13 % (13—14 %) для «тупого».

Поскольку был проведен ряд испытаний на индентирование, ошибки аппроксимации представлены в виде интервалов. Полученные отклонения экспериментальных данных от теоретических значений включены в приведенные интервалы.

Таким образом, в случае проникания тупого индентора возникает отличный от прокола механизм проникания, связанный с появлением присоединенной массы перед головной частью бойка. Поскольку в настоящей работе исследуется процесс проникания при вязком образовании кратера, предлагается учитывать краевой ослабляющий эффект в диапазоне конических инденторов с углом раствора 30° и 60°.

Показано, что в достаточно толстых образцах из ТП (аппроксимация Ш) учитывать лицевой эффект необязательно, поскольку учет данного фактора не приводит к значительному уменьшению ошибки аппроксимации по сравнению с базовым вариантом проникания. Также отметим, что влияние тыльного краевого эффекта для «острого» и «среднего» инденторов в отличие от «тупого» выходит за толщину образца. Это объясняется различным характером деформирования материала образца — образованием и выталкиванием пробки в случае «тупого» индентора (что подтверждается и фотографиями образцов после испытаний).

На основании ошибок аппроксимации II заключаем, что в сравнительно тонких образцах учет лицевого эффекта важен—аппроксимация с учетом краевого эффекта является лучшим приближением по сравнению с базовой аппроксимацией.

Образцы, по которым были построены аппроксимации I—III, во время испытаний имели комнатную температуру. Для повышения сопротивляемости образца был проведен также ряд испытаний с «жесткими» образцами. Такой образец (толщиной 25.7 мм) помещался за день до испытаний в морозильную камеру холодильника. Результаты испытаний и их обработка представлена на рис. 3 (аппроксимация IV). Необходимо отметить, что в «жестких» образцах тыльный краевой эффект проявляется до момента достижения кончика индентора тыльной поверхности пластины, однако область ослабляющего влияния тыльного краевого эффекта довольно незначительна. Получены следующие значения основных параметров: $\sigma_0 = 2.6 \text{ MII}$ a, $k_f = 0.09, k_2 = 0.95$. Для аппроксимации IV ошибка составляет 11-20% (6–24%) для «острого» индентора, 16-19% (20–34%) для «среднего» и 9–10% (14–18%) для «тупого». Как и ранее, здесь в скобках указана ошибка для базового варианта.

Анализ экспериментальных данных показывает, что ТП можно использовать в качестве модельного материала с целью выявления общих свойств поведения металлов при статическом индентировании. Основным минусом это-

го материала являются относительно низкие механические характеристики. Отметим, что ошибка аппроксимации с учетом ослабляющего влияния свободных поверхностей меньше ошибки аппроксимации для базового варианта в 1.5–5 раз. Ошибка аппроксимации для базового варианта лежит в пределах 10–30%, но в ряде случаев может быть и больше.

На рис. 4 представлены результаты индентирования в образец из сплава Вуда (I) и свинца (Π).

При проникании в металлические сплавы полный путь движения индентора можно разбить на 4 стадии, которые описываются формулами (14)–(17):

- проникание конической головной части, $\bar{L} < 1$ (1-я стадия проникания);
- резкое возрастание удельного сопротивления за счет снижения ослабляющего влияния лицевой свободной поверхности, $1<\bar{L}$ (2-я стадия проникания);
- замедление роста сопротивления, но увеличение влияния трения— индентор входит в глубинные слои пластины (3-я стадия проникания);
- достижение максимального значения удельного сопротивления переход от глубинных слоев к области ослабляющего влияния тыльной свободной поверхности (4-я стадия проникания).

Для аппроксимаций получены следующие значения параметров:

 $-\sigma_0 = 129.6 \text{ M}$ Па, $k_f = 0.08 \text{ для сплава Вуда (аппроксимация I)};$

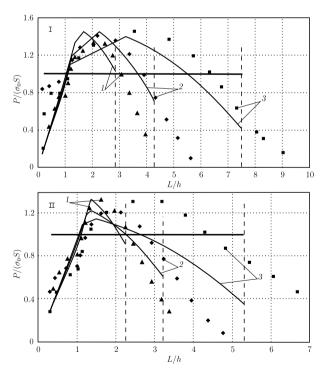


Рис. 4. Аппроксимация экспериментальных данных по индентированию в металлический сплав «острого» (1), «среднего» (2) и «тупого» (3) инденторов (I-сплав Вуда, образец толщиной <math>24 мм; II-свинец, образец толщиной <math>18 мм)

[Figure 4. Approximation of experimental data on penetration into metallic alloy of "sharp" (1), "middle" (2), and "blunt" (3) indenters (I—the Wood's metal, the sample thickness is 24 mm; II—the plumbum, the sample thickness is 18 mm)]

 $-\sigma_0 = 50.0 \text{ M}\Pi$ а, $k_f = 0.08$ для свинца (аппроксимация II).

Для наглядности на рис. 4 также приведена базовая аппроксимация, которая соответствует горизонтальной прямой при нулевом трении.

Приведем ошибки аппроксимации данных:

- для аппроксимации I ошибка составляет 9–15 % (16–48 %) для «острого» индентора, 4–16 % (15–22 %) для «среднего» и 9–19 % (22-45 %) для «тупого»;
- для аппроксимации I ошибка составляет 9–12 % (21–30 %) для «острого» индентора, 22–25 % (46–49 %) для «среднего», 34–40 % (26–41 %) для «тупого».

Здесь так же, как и ранее, интервалы содержат ошибки аппроксимации для нескольких испытаний.

Необходимо отметить, что толщина свинцового образца в случае внедрения «острого» индентора оказалась малой, поэтому кривая аппроксимации не содержит 3-й стадии проникания. При проникании «тупого» индентора в металлические сплавы также наблюдается отличный от вязкого образования кратера механизм разрушения—образование и сдвиг пробки. Пример образовавшейся пробки в свинцовом образце представлен на рис. 5.



Puc. 5. Пробка в свинцовом образце, образованная тупым индентором [Figure 5. Plug formation in the plumbum sample due to penetration of the "blunt" indenter]

3. Анализ результатов. На основе обработки экспериментальных данных могут быть предложены уточняющие соотношения для оценки силы сопротивления прониканию в достаточно простом и удобном виде. С этой целью введем гипотезу о пропорциональной зависимости между удельным сопротивлением прониканию глубинных слоев σ_0 и пределом текучести материала $\sigma_{\rm T}$. Заметим, что в работах [15, 16] для пластичных металлов предложена линейная зависимость между твердостью по Бринелю и пределом текучести/прочности, подобная связь предлагается и для ТП [17]. Поскольку твердость может служить в качестве меры сопротивления деформированию материала (см., например, исследование [1] и соотношение (1)), представленные выше факты можно охарактеризовать как эмпирическое обоснование введенной гипотезы. В качестве теоретического подтверждения можно обратиться к работе [24], в которой была получена линейная связь между пределом теку-

чести и сопротивлением деформированию материала (сопротивлением среды расширению сферической полости).

Для оценки коэффициента пропорциональности k_0 были проведены стандартные испытания на сжатие образцов в виде кубиков и цилиндров. Получены следующие значения:

- $-\sigma_{\rm T} = 36 \pm 1 \ {\rm M}$ Па для сплава Вуда,
- $-\sigma_{\rm T} = 400 \pm 20 \; {\rm K}\Pi{\rm a}$ для жесткого пластилина,
- $-\sigma_{
 m T} = 100 \pm 20 \ {
 m K}\Pi$ а для мягкого пластилина (что совпадает с пределом текучести, полученным в экспериментальном исследовании С. Б. Сапожникова [17]).

Для свинцового сплава использовался условный предел текучести $\sigma_{\rm T}=5~{
m M}\Pi{
m a}.$ Из соотношения

$$k_0 \sigma_T = \sigma_0$$

были найдены следующие значения k_0 :

- $-k_0=3.6$ для сплава Вуда,
- $-k_0 = 6.5$ для жесткого пластилина,
- $-k_0 = 1.5$ для мягкого пластилина,
- $-k_0 = 10$ для свинцового сплава.

Выпишем аппроксимирующие соотношения для определения силы сопротивления прониканию с учетом связей $k_0\sigma_T = \sigma_0$ и $\bar{d}/2 = \operatorname{tg} \alpha$ в общем виде:

$$\bar{P} = \begin{cases} \pi k_0 \sigma_{\rm T} \bar{d}/2 \cdot (\bar{d}/2 + k_f) \cdot k_{\rm weak} \cdot \bar{L}^2, & \bar{L} < 1, \\ \pi k_0 \sigma_{\rm T} \bar{d}/2 \cdot (\bar{d}/2 + k_f \cdot (2\bar{L} - 1)) \cdot k_{\rm weak}, & \bar{L} > 1, \end{cases}$$
(20)

$$\bar{P} = \begin{cases}
\pi k_0 \sigma_{\rm T} \bar{d}/2 \cdot (\bar{d}/2 + k_f) \cdot k_{\rm weak} \cdot \bar{L}^2, & \bar{L} < 1, \\
\pi k_0 \sigma_{\rm T} \bar{d}/2 \cdot (\bar{d}/2 + k_f \cdot (2\bar{L} - 1)) \cdot k_{\rm weak}, & \bar{L} > 1,
\end{cases}$$

$$k_{\rm weak} = \begin{cases}
\bar{L}/\bar{L}_f, & \bar{L} < \bar{L}_f, \\
1, & \bar{L}_f < \bar{L} < \bar{L}_r, \\
\frac{1 - k_2/\bar{d}}{\bar{b} - \bar{L}_r} \cdot (\bar{L} - \bar{L}_r) + 1, & \bar{L}_r < \bar{L} < \bar{b},
\end{cases}$$
(20)

где параметры \bar{L}_f и \bar{L}_r определяются соотношениями (18), (19).

Отметим, что предложенные уточняющие соотношения (20), (21) для оценки силы сопротивления прониканию зависят только от геометрических параметров индентора и пластины и от основных механических характеристик материала образца.

Из анализа полученных аппроксимирующих соотношений можно сделать основной вывод: необходимость учитывать ослабляющее влияние свободных поверхностей пластины при проникании в преграды малой и средней толщины. В настоящей работе новые соотношения (20), (21) получены при следующем основном условии: вязком образовании кратера. Следовательно, применимость уточняющих равенств (20), (21) будет ограничена инденторами с углом раствора, не превышающим 60° (пластинами «средней» толщины).

При проникании «тупого» индентора и при индентировании в пластины малой толщины также наблюдается явление ослабляющего эффекта свободных поверхностей. Однако в этих случаях должны применяться иные модели, соответствующие таким механизмам разрушения, как сдвиг пробки и образование лепестков. В случае толстых преград ослабляющее влияние свободных поверхностей пластины незначительно и его влиянием можно пренебречь.

Для оценки диапазона толщин пластин, при которых применима новая модель (20), (21), была построена зависимость среднего удельного сопротивления пластины прониканию

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{\bar{b}} \int_0^{\bar{b}} \frac{F_n(\bar{L})}{S} d\bar{L}$$

от величины безразмерной толщины образца \bar{b} (рис. 6), где S – площадь миделевого сечения.

Результаты, представленные на рис. 6, качественно подтверждают необходимость учета ослабляющего влияния свободных поверхностей пластины малой и средней толщины. По мере роста толщины преграды величина $\sigma_{\rm eff}$ приближается к σ_0 , поэтому ослабляющее влияние краевых эффектов на сопротивление прониканию уменьшается. Следовательно, в достаточно толстых образцах данным эффектом можно пренебречь. Отметим, что для ТП (рис. 6, снизу) за счет выхода тыльного краевого эффекта за толщину переход от пластин средней толщины к толстым осуществляется при меньших значениях \bar{b} по сравнению с металлическим сплавом (рис. 6, сверху).

Таким образом, классификация пластин по толщинам зависит не только от геометрических параметров плиты и индентора, но и от материала образца.

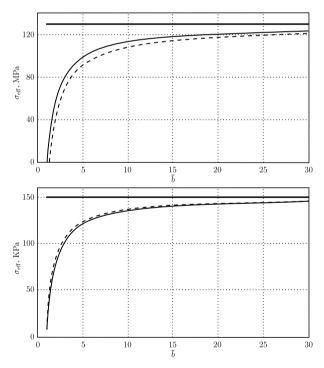


Рис. 6. Зависимость среднего удельного сопротивления прониканию $\sigma_{\rm eff}$ от безразмерной толщины образца \bar{b} для «острого» (сплошная линия) и «среднего» (штриховая линия) инденторов, горизонтальная линия соответствует значению σ_0 (сверху — сплав Вуда, снизу — технический пластилин)

[Figure 6. Dependence of the average specific penetration resistance (σ_{eff}) vs. the dimensionless sample thickness (\bar{b}) for "sharp" (solid line) and "middle" (dashed line) indenters, the horizontal line fits the value of σ_0 (top—the Wood's metal, bottom—the technical plasticine)]

На основании аналитико-экспериментального анализа предлагается следующая классификация преград по толщинам. В преградах малой толщины области лицевого и тыльного краевых эффектов пересекаются, отсутствуют глубинные слои с постоянным удельным сопротивлением σ_0 , следовательно, в преградах малой толщины ослабляющее влияние свободных поверхностей выражено еще сильнее, чем для преград средней толщины. Границей между преградами средней и малой толщин является соотношение $\bar{L}_f = \bar{L}_r$. В преградах средней толщины ослабляющее влияние свободных поверхностей в значительной степени сказывается на среднем сопротивлении преграды, т.е. краевые эффекты необходимо учитывать при расчетах. К толстым относятся преграды со значительной областью собственного сопротивления, следовательно, влияние свободных поверхностей на сопротивление прониканию незначительно и краевыми эффектами в расчетах можно пренебречь (в рамках механизма вязкого образования кратера). Количественная граница между средними и толстыми преградами — предмет дискуссии. В полубесконечных преградах индентор значительно не доходит до тыльной поверхности, т.е. эффект влияния тыльной свободной поверхности отсутствует.

Если считать толстыми преграды, в которых величина $\sigma_{\rm eff}$ отличается менее чем на $10\,\%$ от σ_0 , то для сплава Вуда (рис. 6) имеем $\sigma_{\rm eff}>116.6$ МПа. В этом случае для «острого» индентора (сплошная линия) получим $\bar{b}>13$, а для «среднего» (штриховая линия) — $\bar{b}>17$. Или в размерных величинах для «острого» — b>11 см и «среднего» — b>9.5 см. Аналогично, для ТП получим $\sigma_{\rm eff}>135$ КПа и $\bar{b}>9$ или b>7.5 см для «острого» и b>5 см для «среднего» инденторов.

Заключение. На основе аналитико-экспериментального анализа предложены новые соотношения для оценки силы сопротивления прониканию с учетом ослабляющего влияния свободных поверхностей пластины для остроконечных инденторов в условиях вязкого образования кратера. Экспериментальное исследование процесса индентирования в образцы из разных материалов (ТП, сплав Вуда, свинец) позволило получить аппроксимирующие соотношения, основные параметры которых зависят от механических характеристик материала образца и геометрических величин пластины и индентора.

В статье предлагается корректировка некоторых сложившихся представлений. Во-первых, показано, что удельное сопротивление прониканию σ является производной характеристикой, отражающей ослабляющее влияние свободных поверхностей пластины. В качестве устойчивой характеристики следует использовать удельное сопротивление прониканию глубинных слоев σ_0 . Проведенные исследования показывают, что можно установить пропорциональную зависимость данной характеристики от предела текучести/прочности материала. Во-вторых, предлагается уточнить количественные диапазоны существующей классификации преград по толщинам (тонкие, средние, толстые и полубесконечные) с учетом влияния краевых эффектов на силовые параметры процесса проникания. В работе показано влияние на данную классификацию не только геометрических параметров, но и механических свойств материала.

Полученные оценки позволяют уточнить приближенные модели проникания. Отметим, что модернизированные модели проникания могут привести к новым качественным результатам в задачах проникания, в частности, в [25]

аналитически получен результат, свидетельствующий о качественном влиянии краевых эффектов свободных поверхностей на оптимальную слоистую систему при ударном проникании бойка.

Конкурирующие интересы. Мы заявляем, что у нас нет конфликта интересов в авторстве и публикации этой статьи.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы принимали участие в разработке концепции статьи и в написании рукописи. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной рукописи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Финансирование. Исследование выполнялось без финансирования.

Благодарность. Авторы благодарны рецензенту за тщательное прочтение статьи и ценные предложения и комментарии.

Библиографический список

- 1. Витман Ф. Ф., Степанов В. А. Влияние скорости деформирования на сопротивление деформированию металлов при скоростях удара 100–1000 м/с / Некоторые проблемы прочности твердого тела. М., Л.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 207–221.
- 2. Аптуков В. Н. Проникание: механические аспекты и математическое моделирование (обзор) // Пробл. прочности, 1990. № 2. С. 60–68.
- 3. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Ballistic impact: recent advances in analytical modeling of plate penetration dynamics A Review // Appl. Mech. Rev., 2005. vol. 58. pp. 355–371. doi: 10.1115/1.2048626.
- 4. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Analytical engineering models of high speed normal impact by hard projectiles on metal shields // Cent. Eur. J. Eng., 2013. vol. 3, no. 3. pp. 349–373. doi: 10.2478/s13531-013-0108-7.
- 5. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Empirical models for predicting protective properties of concrete shields against high-speed impact // J. Mech. Mater. Struct., 2013. vol. 8, no. 2-4. pp. 199–232. doi: 10.2140/jomms.2013.8.199.
- 6. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Engineering models of high speed penetration into geological shields // Cent. Eur. J. Eng., 2014. vol. 4, no. 1. pp. 1–19. doi: 10.2478/s13531-013-0135-4.
- Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Applied High-Speed Plate Penetration Dynamics / Solid Mechanics and its Applications. vol. 132. Dordrecht: Springer, 2006. 364 pp. doi: 10. 1007/1-4020-4239-6.
- 8. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. *High-speed penetration dynamics: Engineering models and methods.* Singapore: World Scientific Publishing, 2013. 680 pp. doi: 10.1142/8651.
- 9. Витман Ф. Ф., Златин Н. А., Иоффе Б. С. Сопротивление деформированию металлов при скоростях 10^{-6} – 10^2 м/с // $XT\Phi$, 1949. Т. 19, № 3. С. 123–128.
- 10. Zukas J. A., Nicholas T., Swift H. F., Greszczuk L. B., Curran D. R. *Impact Dynamics*. New York: Wiley and Sons, 1982. 452 pp.
- 11. Аптуков В. Н., Гладковский В. А., Лесниченко Ю. Ю. Взаимодействие ударника с преградой конечной толщины / Упругое и вязкоупругое поведение материалов и конструкций. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1981. С. 68–73.
- 12. Болденков В. В., Дрокин П. А. Способ определения динамической твердости материалов: Пат. 2258211 Рос. Федерация: МКП 7 G 01 N 3/48; заявитель и патентообладатель Минатом РФ, ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ». № 2004109856/28; заявл. 31.03.04; опубл. 10.08.05, Бюл. № 22. 6 с.
- 13. Горик А. В., Ковальчук С. Б., Шулянский Г. А. Определение упругопластического коэффициента ударного взаимодействия сферического индентора с деформируемым полупространством // Восточноевропейский эсурнал передовых технологий, 2013. Т. 1, N 7 (61). С. 56–59.

- 14. Рудницкий В. А., Крень А. П., Ланцман Г. А. Соотношение динамической и статической твердости металлов // Весці Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі. Сер. фізікатэхнічных навук, 2016. № 4. С. 16–22.
- 15. Марковец М. П. Определение механических свойств металлов по твердости. М.: Машиностроение, 1979. 191 с.
- 16. Стоев П. И., Мощенок В. И. Определение механических свойств металлов и сплавов по твердости // *Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна*, 2003. Т. 601, № 2 (22). С. 106–112.
- 17. Сапожников С. Б., Игнатова А. В. Исследование механических свойств технического пластилина при квазистатическом и динамическом деформировании // Вестник ПНИ-ПУ. Механика, 2014. № 2. С. 200–219. doi: 10.15593/perm.mech/2014.2.09.
- Wang X., Zhang D., Gu C., Shen Z., Liu H. Research on the micro sheet stamping process using plasticine as soft punch // Materials, 2014. vol. 7, no. 6. pp. 4118–4131. doi: 10.3390/ma7064118.
- 19. Wojcik L., Lis K., Pater Z. Plastometric tests for plasticine as physical modelling material // Open Engineering, 2016. vol. 6, no. 1. pp. 653–659. doi: 10.1515/eng-2016-0093.
- 20. Велданов В. А., Марков В. А., Пусев В. И., Ручко А. М., Сотский М. Ю., Федоров С. В. Расчет проникания недеформируемых ударников в малопрочные преграды с использованием данных пьезоакселерометрии // $KT\Phi$, 2011. Т. 81, № 7. С. 94–104.
- 21. Долганина Н. Ю. Оценка баллистического предела и прогиба многослойных тканевых пластин при ударе индентором // Вестник ЮУрГУ. Машиностроение, 2010. Т. 15, № 10 (186). С. 17–23.
- 22. NIJ Standard-0101.04. Ballistic Resistance of Personal Body Armor. Washington: National Institute of Justice Office of Science and Technology, 2010. 67 pp.
- 23. NIJ Standard-0115.00. Stab Resistance of Personal Body Armor. Washington: National Institute of Justice Office of Science and Technology, 2010. 46 pp.
- 24. Аптуков В. Н. Расширение сферической полости в упругопластической сжимаемой среде. Сообщение 1. Влияние механических характеристик, свободной поверхности, слойности // Пробл. прочности, 1991. № 12. С. 7–11.
- 25. Аптуков В. Н., Хасанов А. Р. Оптимизация параметров слоистых плит при динамическом проникании жесткого индентора с учетом трения и ослабляющего эффекта свободных поверхностей // Вестник ПНИПУ. Механика, 2014. № 2. С. 48–75. doi:10.15593/perm.mech/2014.2.03.

Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki

[J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2019, vol. 23, no. 1, pp. 49-68

ISSN: 2310-7081 (online), 1991-8615 (print)

do https://doi.org/10.14498/vsgtu1646

MSC: 74C10, 74M20

Analytical and experimental determination of the specific penetration resistance. Description of the facial and rear weakening free-surface effect

V. N. Aptukov, A. R. Khasanov, A. F. Merzlyakov

Perm State National Research University, 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russian Federation.

Abstract

In the present paper, the main force parameter is estimated under the static tests. This parameter is the specific penetration resistance and it is generally believed that the parameter is a constant in case of static penetration. However, a number of experimental and analytical data illustrate varying the specific penetration resistance according to the current depth of penetration. It is noted that the weakening free-surface effect decreases the specific penetration resistance near the facial or rear edge. Consequently, the relevance of the topic is emphasized by the influence of the facial and rear weakening free-surface effect on the penetration parameters detected in the experimental studies and engineering calculations.

The refined approximation of the specific penetration resistance presented in this paper is taking account of the penetration of the sharp indenter into the plate of middle thickness within the framework of the viscous crater formation and the facial and rear weakening free-surface effect. Also this article contains data processing technique.

For carrying out the tests a number of experimental samples were made. It is plates of different thicknesses, it must be emphasized that test sample materials are technical plasticine, plumbum and Wood's metal. It should also be noted that for the static tests three cone-nose indenters were made. Indenter sizes: the diameter of the cylindrical part is 7 mm in all cases and the lengths of the conical nose are 3.2 mm, 5.6 mm, and 8.4 mm. The test were carryed out on a testing machine Zwick/Roell Z-250. The key parameters derived from the experiment are the specific penetration resistance of the deep layers, the friction coefficient and the parameters of the weakening free-surface effect.

Research Article

∂ ⊕ The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Please cite this article in press as:

Aptukov V. N., Khasanov A. R., Merzlyakov A. F. Analytical and experimental determination of the specific penetration resistance. Description of the facial and rear weakening free-surface effect, Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2019, vol. 23, no. 1, pp. 49–68. doi: 10.14498/vsgtu1646 (In Russian).

Authors' Details:

Valery N. Aptukov № 10 https://orcid.org/0000-0001-8048-3804

Dr. Tech. Sci., Professor; Head of Department; Dept. of Fundamental Mathematics; e-mail: aptukov@psu.ru

Assistant; Dept. of Fundamental Mathematics; e-mail: artur_raisovich@rambler.ru

Andrey F. Merzlyakov b https://orcid.org/0000-0003-3897-548X

Cand. Tech. Sci.; Head of Laboratory; Dept. of Continuum Mechanics and Computing Technologies, Strength of Materials Lab.; e-mail: merzlyakov@psu.ru

The results obtained in the experiment lead to the approximation of the resistance force from more general parameters. These parameters are the specific penetration resistance of the deep layers and the friction coefficient of a sample, geometric parameters of indenter and plate. An approximation error does not exceed 25 % for the technical plasticine, 16 % for the Wood's metal, and 25 % for the plumbum. These errors are given for "sharp" (the length of the cone-nose is 5.6 mm) indenter because of a problem has been in depth considered in the investigation. This problem is that penetration of the "blunt" indenter is not follow to condition of viscous crater formation. Therefore, different versions should be used to describe the penetration process (for example, plugging mechanism).

It is proposed in penetration models for the estimation of the penetration resistance force of sharp indenters into the plate of middle thickness.

Keywords: static penetration test, technical plasticine, Wood's metal, specific penetration resistance, weakening free-surface effect.

Received: $25^{\rm th}$ September, 2018 / Revised: $25^{\rm th}$ November, 2018 / Accepted: $27^{\rm th}$ January, 2019 / First online: $19^{\rm th}$ February, 2019

Competing interests. We declare that we have no conflicts of interest in the authorship and publication of this article.

Authors' contributions and responsibilities. Each author has participated in the article concept development and in the manuscript writing. The authors are absolutely responsible for submitting the final manuscript in print. Each author has approved the final version of manuscript.

Funding. This research received no specific grant from any funding agency in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Acknowledgments. The authors are grateful to the referee for careful reading of the paper and valuable suggestions and comments.

References

- 1. Vitman F. F., Stepanov V. A. Effect of the strain rate on the resistance of metals to deformation at impact velocities of 100–1000 m/sec, In: *Nekotorye problemy prochnosti tverdogo tela* [Some problems of the strength of solids]. Moscow, Leningrad, USSR Academy of Sciences, 1959, pp. 207–221 (In Russian).
- 2. Aptukov V. N. Penetration: Mechanical aspects and mathematical modeling (review), Strength of Materials, 1990, vol. 22, no. 2, pp. 230–240. doi: 10.1007/BF00773243.
- 3. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Ballistic impact: recent advances in analytical modeling of plate penetration dynamics A Review, *Appl. Mech. Rev.*, 2005, vol. 58, pp. 355–371. doi: 10.1115/1.2048626.
- 4. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Analytical engineering models of high speed normal impact by hard projectiles on metal shields, *Cent. Eur. J. Eng.*, 2013, vol. 3, no. 3, pp. 349–373. doi: 10.2478/s13531-013-0108-7.
- 5. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Empirical models for predicting protective properties of concrete shields against high-speed impact, *J. Mech. Mater. Struct.*, 2013, vol. 8, no. 2-4, pp. 199–232. doi: 10.2140/jomms.2013.8.199.
- Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Engineering models of high speed penetration into geological shields, Cent. Eur. J. Eng., 2014, vol. 4, no. 1, pp. 1–19. doi: 10.2478/ s13531-013-0135-4.
- Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Applied High-Speed Plate Penetration Dynamics, Solid Mechanics and its Applications, vol. 132. Dordrecht, Springer, 2006, 364 pp. doi: 10.1007/ 1-4020-4239-6.

- 8. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. High-speed penetration dynamics: Engineering models and methods. Singapore, World Scientific Publishing, 2013, 680 pp. doi: 10.1142/8651.
- 9. Vitman F. F., Zlatin N. A., Ioffe B. S. Deformation resistance of metals at rates of 10⁻⁶–10² m/sec, Zh. Tekhn. Fiz., 1949, vol. 19, no. 3, pp. 123–128 (In Russian).
- 10. Zukas J. A., Nicholas T., Swift H. F., Greszczuk L. B., Curran D. R. *Impact Dynamics*. New York, Wiley and Sons, 1982, 452 pp.
- 11. Aptukov V. N., Gladkovsky V. A., Lesnichenko Yu. Yu. Interaction of the impactor with a shield of a finite thickness, In: *Uprugoe i viazkouprugoe povedenie materialov i konstruktsii* [Elastic and viscoelastic behavior of materials and structures]. Sverdlovsk, Ural Scientific Center of the USSR Academy of Sciences, 1981, pp. 68–73 (In Russian).
- 12. Boldenkov V. V., Drokin P. A. Method of determining dynamical hardness of materials, RU Patent 2258211, Int. Cl. 7 G 01 N 3/48. Proprietor(s) Minatom RF (RU), FGUP "RFJaTs-VNIIEF" (RU). Appl. No. 2004109856/28. Filed 31.03.2004 and issued 10.08.2004. Bull. 22 (In Russian).
- 13. Goryk A., Kovalchuk S., Shulyansky G. Determination of elastoplastic coefficient of shock interaction of spherical indenter with deformable halfspace, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2013, vol. 1, no. 7 (61), pp. 56–59 (In Russian).
- 14. Rudnitsky V. A., Kren A. P., Lantsman G. A. Investigation of the ratio between the dynamic and static hardness of metals, *Vestsi Natsyianal'nai Akademii Navuk Belarusi. Ser. Fizika-Tekhnichnykh Navuk*, 2016, no. 4, pp. 16–22 (In Russian).
- 15. Markovets M. P. Opredelenie mekhanicheskikh svoistv metallov po tverdosti [Determination of the Mechanical Properties of Metals on the Basis of Hardness]. Moscow, Mashinostroenie, 1979, 191 pp. (In Russian)
- 16. Stoev P. I., Moschenok V. I. Definition of mechanical properties of metals and alloys on hardness, *Visnik Kharkivs'kogo Natsional'nogo Universitetu im. V. N. Karazina*, 2003, vol. 601, no. 2 (22), pp. 106–112 (In Russian).
- 17. Sapozhnikov S. B., Ignatova A. V. Mechanical properties of technical plasticine under static and dynamic loadings, *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2014, no. 2, pp. 200–219 (In Russian). doi: 10.15593/perm.mech/2014.2.09.
- Wang X., Zhang D., Gu C., Shen Z., Liu H. Research on the micro sheet stamping process using plasticine as soft punch, *Materials*, 2014, vol. 7, no. 6, pp. 4118–4131. doi: 10.3390/ma7064118.
- 19. Wojcik L., Lis K., Pater Z. Plastometric tests for plasticine as physical modelling material, *Open Engineering*, 2016, vol. 6, no. 1, pp. 653–659. doi: 10.1515/eng-2016-0093.
- Veldanov V. A., Markov V. A., Pusev V. I., Ruchko A. M., Sotskii M. Y., Fedorov S. V. Computation of nondeformable striker penetration into low-strength obstacles using piezoelectric accelerometry data, *Tech. Phys.*, 2011, vol. 56, no. 7, pp. 992–1002. doi: 10.1134/ S1063784211070231.
- 21. Dolganina N. Yu. Evaluation of ballistic limit and multilayer fabric plate deflection under indenter impact, *Bulletin of the South Ural State University, Series: Mechanical Engineering Industry*, 2010, vol. 15, no. 10 (186), pp. 17–23 (In Russian).
- 22. NIJ Standard-0101.04. Ballistic Resistance of Personal Body Armor. Washington, National Institute of Justice Office of Science and Technology, 2010, 67 pp.
- 23. NIJ Standard-0115.00. Stab Resistance of Personal Body Armor. Washington, National Institute of Justice Office of Science and Technology, 2010, 46 pp.
- Aptukov V. N. Expansion of a spherical cavity in a compressible elastoplastic medium. Report 1. Effect of mechanical characteristics, free surface, and lamination, Strength of Materials, 1991, vol. 23, no. 12, pp. 1262–1268. doi: 10.1007/BF00779445.
- Aptukov V. N., Khasanov A. R. Optimization of parameters of layered plates during dynamic hard indenter penetration with friction and weakining effect of free surfaces, PNRPU Mechanics Bulletin, 2014, no. 2, pp. 48–75 (In Russian). doi: 10.15593/perm.mech/2014.
 2.03.