



УДК 520.88:523.982

Математическое моделирование зарождения солнечных пятен на фотосферном уровне Солнца

Д. В. Романов¹, К. В. Романов¹, В. А. Романов²,
Е. А. Степанов², А. А. Лебедев²

¹ Красноярский государственный педагогический университет им. В. П. Астафьева, Россия, 660049, Красноярск, ул. Ады Лебедевой, 89.

² Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Россия, 410012, Саратов, ул. Астраханская, 83.

Аннотация

Методом компьютерного моделирования исследуется начальная стадия зарождения группы солнечных пятен на фотосферном уровне Солнца. Численно моделируется процесс развития нелинейной фазы неустойчивости Паркера крупномасштабных колебаний магнитных полей в средних слоях конвективной зоны. Исследуется процесс адиабатического охлаждения тонкой магнитной трубки, всплывающей с глубин порядка 100 000 км к фотосферному уровню. Результаты расчетов позволяют детально проанализировать изменение магнитогазодинамических параметров трубки на различных глубинах конвективной зоны и получить значения физических параметров зарождающихся солнечных пятен, сопоставляемых с данными наблюдений.

Исследуется физический механизм временной задержки формирования головной части активной области по сравнению с формированием распыленной хвостовой части. Также исследуется проблема устойчивости зарождающихся активных областей. Выделены физические параметры, определяющие устойчивость сформированных активных областей на различных фазах цикла солнечной активности. Определен физический механизм генерации мощного волнового потока ударных волн

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ
Научная статья

© Коллектив авторов, 2023

© СамГТУ, 2023 (составление, дизайн, макет)

  Контент публикуется на условиях лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

Образец для цитирования

Романов Д. В., Романов К. В., Романов В. А., Степанов Е. А., Лебедев А. А. Математическое моделирование зарождения солнечных пятен на фотосферном уровне Солнца // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2023. Т. 27, № 4. С. 723–736. EDN: JEEWMQ. DOI: 10.14498/vsgtu2015.

Сведения об авторах

Дмитрий Валерьевич Романов  <https://orcid.org/0000-0002-4982-5973>

кандидат физико-математических наук; доцент; каф. информатики и информационных технологий в образовании; e-mail: d-v-romanov@ya.ru

Константин Валерьевич Романов  <https://orcid.org/0000-0001-7320-2517>

кандидат физико-математических наук; доцент; каф. математики и методики обучения математике; e-mail: k-v-romanov@ya.ru

Валерий Александрович Романов  <https://orcid.org/0000-0001-9876-0822>

доктор физико-математических наук; профессор; каф. математической кибернетики и компьютерных наук; e-mail: valeriy.a.romanov@yandex.ru

в начальной стадии зарождения активной области, вносящий существенный вклад в аномальный разогрев солнечной атмосферы, регистрируемый в наблюдательных данных.

Ключевые слова: фотосфера, солнечные пятна, конвективная зона Солнца, магнитная трубка, неустойчивость Паркера.

Получение: 30 апреля 2023 г. / Исправление: 5 октября 2023 г. /

Принятие: 1 ноября 2023 г. / Публикация онлайн: 13 декабря 2023 г.

Введение. Математическое моделирование нестационарных магнитогазодинамических процессов, протекающих в недрах и атмосфере Солнца, играет важную роль в изучении феномена циклической солнечной активности. Одним из наиболее важных и практически значимых направлений анализа феномена солнечной активности является изучение временной эволюции крупномасштабных активных областей в солнечной атмосфере, связанных с зарождением и формированием групп пятен на фотосферном уровне. В солнечных пятнах реализуется выход сильных магнитных полей из конвективной зоны в атмосферу Солнца (рис. 1). Структура расположения солнечных пятен на фотосферном уровне фактически определяет пространственную структуру всей активной области в пределах солнечной атмосферы [1–3].

Визуальная регистрация расположения солнечных пятен на фотосферном уровне производится по эффекту резкого падения температуры газа в области тени пятен (~ 4000 К) по сравнению с температурой окружающего газа на фотосферном уровне (~ 6000 К, рис. 1). Феномен резкого понижения температуры газа в области тени пятен детально не изучен вплоть до настоящего времени.

В монографии Паркера [4] сделано предположение о реализации охлаждения газа в пятнах за счет протекания нелинейных МГД-процессов при всплывании сильных магнитных полей из конвективной зоны в атмосферу Солнца. В настоящей работе исследуется процесс адиабатического охлаждения тонкой магнитной трубки, всплывающей из средних слоев конвективной зоны к фотосферному уровню.

Результаты расчетов позволяют детально проанализировать изменение магнитогазодинамических параметров трубки на различных глубинах конвективной зоны и получить значения физических параметров зарождающихся солнечных пятен на фотосферном уровне, допускающие прямое сопоставление с данными наблюдений (рис. 1) [5, 6]. Помимо установления механизма зарождения солнечных пятен представляется возможным объяснение различных закономерностей формирования активных областей в начальной стадии, зарегистрированных по наблюдательным данным [2, 5, 7].

Евгений Александрович Степанов  <https://orcid.org/0000-0002-2050-2724>
аспирант; каф. математической кибернетики и компьютерных наук;
e-mail: ev_stepanof@yandex.ru

Антон Андреевич Лебедев  <https://orcid.org/0000-0002-8241-1916>
аспирант; каф. математической кибернетики и компьютерных наук;
e-mail: maiorovaleks94@gmail.com

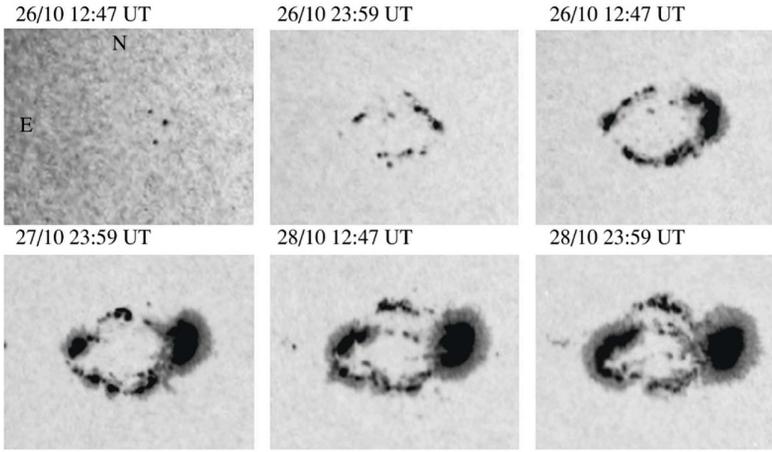


Рис. 1. Формирование группы пятен в активной области NOAA 10488 по изображениям в континууме SOHO MDI [7]

[Figure 1. Formation of a sunspot group in the active region of NOAA 10488 from images in the SOHO MDI continuum [7]]

Физические условия развития неустойчивости Паркера в конвективной зоне Солнца. Современная разрешающая способность наблюдательных инструментов позволяет уверенно установить, что магнитные образования в солнечной атмосфере представляют собой множество мелкомасштабных магнитных трубок с высокими значениями напряженности (порядка $1 \div 3$ кГс на фотосферном уровне), расположенных в практически немагнитной плазме (рис. 1). Динамика движения тонкой магнитной трубки в пределах конвективной зоны описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений [8, 9]:

$$\rho_i \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{H}{4\pi} \frac{\partial(\vec{H})}{\partial \ell} + (\rho_i - \rho_e) \vec{g}, \quad (1)$$

$$\frac{\rho_i^\gamma}{\gamma - 1} \frac{d}{dt} \left(\frac{p_i}{\rho_i^\gamma} \right) = \text{div}(k \vec{\nabla} T), \quad (2)$$

$$p_i + \frac{H^2}{8\pi} = p_e, \quad (3)$$

$$H \pi a^2 = \Phi_0 = \text{const}, \quad (4)$$

$$\vec{\nabla} p_e = \rho_e \vec{g}, \quad (5)$$

где (1) — уравнение движения с учетом силы натяжения магнитного поля и силы Архимеда; (2) — уравнение энергии с учетом теплопроводности газа внутри трубки; (3) — уравнение баланса давлений внутри и снаружи трубки; (4) — условие сохранения магнитного потока внутри трубки; (5) — уравнение гидростатики для внешнего газа в конвективной зоне и атмосфере Солнца. Здесь введены следующие обозначения: H — напряженность магнитного поля, ρ — плотность газа, p — газодинамическое давление, \vec{g} — ускорение свободного падения на Солнце, a — радиус магнитной трубки. Индексом i обозначаем МГД-параметры внутри трубки, индексом e — снаружи. Необходимые для

замыкания системы (1)–(5) зависимости $\rho_e(r)$, $p_e(r)$, $\vec{g}(r)$ на различных глубинах конвективной зоны определяются по данным модели внутреннего строения Солнца [10, 11] и обладают сферической симметрией (зависят только от радиуса r). Форма трубки задается однопараметрической кривой (рис. 2, а):

$$\vec{r} = \vec{r}(\ell),$$

где ℓ — длина трубки (натуральный параметр).

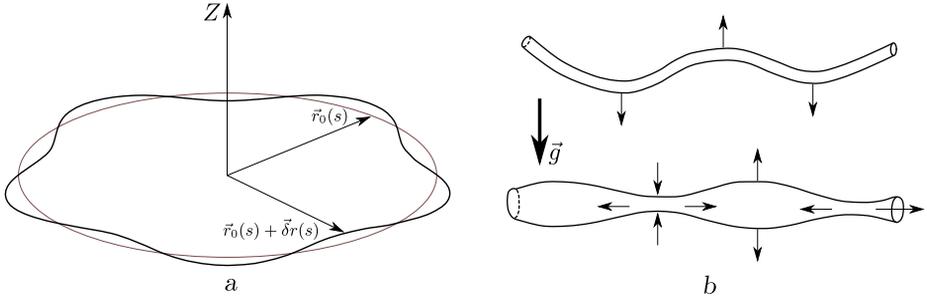


Рис. 2. Начальная форма магнитной трубки для волнового числа $m = 5$ (а); течение плазмы в трубке для изгибающей (быстрой) и продольной (медленной) мод колебаний (б) [Figure 2. The initial shape of the magnetic tube for the wavenumber $m = 5$ (а); plasma flow in a tube for bending (fast) and longitudinal (slow) oscillation modes (б)]

В начальный момент времени трубка замкнута в кольцо и расположена в экваториальной плоскости Солнца (рис. 2, а). Число стоячих волн, укладываемых по периметру трубки, называется волновым числом m . Для численного решения системы уравнений (1)–(5) удобно ввести массовую лагранжеву переменную s , равную массе вещества, заключенного между фиксированными начальным и текущим сегментами трубки. Масса жидкости трубки длиной $d\ell$ определяется выражением

$$ds = \rho_i \sigma d\ell,$$

где $\sigma = \pi a^2$ — поперечное сечение трубки.

Следовательно,

$$\frac{\partial}{\partial \ell} = \rho_i \sigma \frac{\partial}{\partial s}$$

и уравнение (1) приводится к виду

$$\rho_i \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{H\sigma\rho_i}{4\pi} \frac{\partial(H\vec{\ell})}{\partial s} + (\rho_i - \rho_e)\vec{g}.$$

Начальные условия задачи. В положении равновесия выталкивающая сила Архимеда уравновешивается натяжением силовых магнитных линий. Условие равновесия магнитной трубки является начальным условием задачи. Вблизи положения равновесия реализуются два типа линейных колебаний магнитной трубки: «быстрые» (изгибающие) альфвеновские волны и «медленные» (варикозные) колебания с течением газа вдоль трубки (рис. 2, б).

В гравитационном поле Солнца наименее устойчивы «варикозные» (медленные) моды колебаний. При малых значениях напряженности магнитного поля области сгущения газа проваливаются вниз — тонут (рис. 3, а). Легкие участки остаются наверху. Газ из этих участков стекает вниз под действием силы тяжести. Легкие участки, теряя массу, под действием выталкивающей силы Архимеда с ускорением всплывают к фотосферному уровню (рис. 3, б). Так развивается неустойчивость Паркера для медленных мод колебаний магнитного поля в конвективной зоне Солнца [8, 12].

Развитие неустойчивости Паркера в зависимости от глубины расположения трубки в конвективной зоне реализуется в различных режимах. На рис. 4, а представлены данные по распределению газодинамических параметров

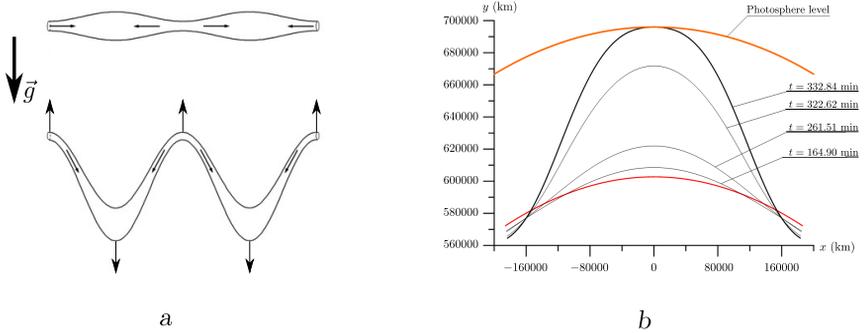


Рис. 3. Потеря устойчивости начального положения магнитной трубки (а); нелинейная фаза развития неустойчивости Паркера ($m = 5$, б)

[Figure 3. Loss of stability of the initial position of the magnetic tube (a); nonlinear phase of development of the Parker instability ($m = 5$, b)]

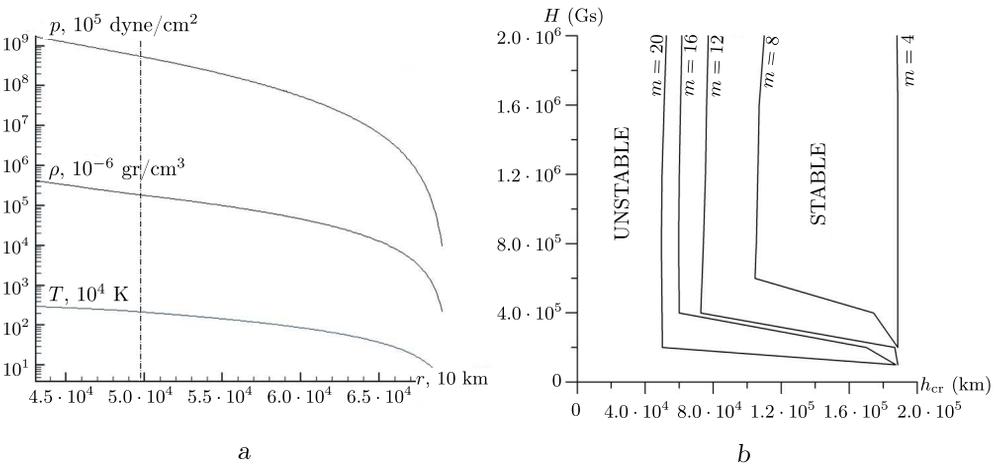


Рис. 4. Распределение газодинамических параметров в зависимости от глубины конвективной зоны [12] (а); распределение критических значений напряженности магнитного поля развития неустойчивости Паркера в зависимости от глубины конвективной зоны и волнового числа m (б)

[Figure 4. Distribution of gas-dynamic parameters depending on the depth of the convective zone [12] (a); distribution of critical values of the magnetic field strength for the development of the Parker instability depending on the depth of the convective zone and the wave number m (b)]

ров в пределах конвективной зоны, полученные в рамках проекта GONG [11]. На глубинах, меньших 10^5 км (средние слои конвективной зоны, радиус Солнца равен 695 000 км на фотосферном уровне), значения газодинамических параметров нелинейно понижаются: образуется зона высоких градиентов изменения газодинамических параметров по глубине. Равновесные положения магнитной трубки с уменьшением глубины погружения в конвективную зону становятся менее устойчивыми. С ростом напряженности магнитного поля устойчивость равновесных положений магнитной трубки возрастает. Но главным параметром для сохранения устойчивости является длина волны (волновое число m) колебаний магнитной трубки: с ростом длины волны области сгущения газа в трубке под действием силы тяжести легче проваливаются вниз, что приводит к развитию неустойчивости Паркера (рис. 3, *b*). На рис. 4, *b* представлены распределения критических значений напряженности магнитного поля в зависимости от глубины расположения трубки в конвективной зоне и волнового числа m . Напряженность магнитного поля эффективно влияет на устойчивость колебаний магнитной трубки только для слабых полей. При высоких значениях напряженности главным физическим параметром, определяющим устойчивость, становится длина волны (волновое число m): с увеличением волнового числа m устойчивые равновесные положения магнитного поля реализуются вплоть до средних слоев конвективной зоны и выше вблизи фотосферного уровня (рис. 4, *b*).

Для численного решения система уравнений (1)–(5) обезразмеривается и выписывается в виде конечных разностей [13]. Итоговая система разностных уравнений разбивается на три группы: группу пересчета координат узлов магнитной трубки, динамическую группу и тепловую группу. Результирующая система разностных уравнений получается неявной и нелинейной. Численное решение реализуется по методу Ньютона с помощью отдельных циклических прогонок [13]. Выбранная форма уравнений и использование массовой переменной позволяет добиться законов сохранения массы и магнитного потока со вторым порядком точности по массовой переменной при численном решении системы уравнений (1)–(5).

Математическое моделирование зарождения солнечных пятен.

Характерные размеры активных областей в солнечной атмосфере превышают величину порядка $5 \cdot 10^5$ км [14]. По длине волны это соответствует развитию неустойчивости Паркера для волновых чисел $m \leq 10$ (рис. 4, *b*). Отметим следующее принципиальное обстоятельство: по начальной постановке задачи развитие неустойчивости Паркера является МГД-процессом с небольшим числом степеней свободы. При работе с конкретной моделью внутреннего строения Солнца [11] для выбранной длины волны (волнового числа m) начальное развитие неустойчивости Паркера определяется единственным свободным МГД-параметром. Наиболее удобным параметром является начальная напряженность магнитного поля в трубке H_0 .

На рис. 3, *b* представлена нелинейная фаза развития неустойчивости Паркера для волнового числа $m = 10$ (длина волны $\lambda \sim 4.2 \cdot 10^5$ км — порядка размеров стандартной активной области [1, 3]). Начальная напряженность магнитного поля $H_0 = 4 \cdot 10^6$ Гс. В этих условиях по данным внутреннего строения Солнца из работы [11] неустойчивость Паркера развивается на глубине $\sim 93\,800$ км от фотосферного уровня. Начальная температура газа

в трубке $T_i = 757\,000$ К. Однозначно рассчитываются остальные термодинамические параметры газа в трубке.

По начальным условиям задачи рассчитываются значения МГД-параметров всплывающей магнитной трубки на фотосферном уровне. Эти же значения являются физическими параметрами зарождающихся солнечных пятен (рис. 1). На рис. 3, *b* представлено всплывание арочной структуры магнитного поля из исходного положения равновесия к фотосферному уровню в выбранном режиме. Эволюция всплывающей и подгружающейся частей трубки происходит несимметричным образом: верхняя часть всплывает неограниченно высоко, при этом все вещество из нее стекает вниз. Скорость опускания нижней части трубки с течением времени постепенно понижается — приток вещества заставляет ее постепенно опускаться вниз, но основная часть массы поступает на ранней стадии, после чего она практически не меняется — трубка «заякоривается».

На рис. 5, *a* представлено изменение температуры газа в верхней точке всплывающей арочной магнитной структуры при подъеме к фотосферному уровню. Температура газа внутри трубки плавно уменьшается от начального значения $757\,000$ К до значения 600 К на фотосферном уровне. Сравнение температуры газа внутри и снаружи трубки при подъеме обнаруживает следующую закономерность. Практически на всех глубинах конвективной зоны температура газа в трубке близка к температуре окружающей среды (отношение температур близко к единице, см. рис. 5, *b*). На глубинах, меньших 10^4 км от фотосферного уровня, возникает аномалия: температура газа внутри трубки резко понижается по отношению к значениям температуры окружающего газа.

Аналогично ведет себя напряженность магнитного поля в трубке на различных глубинах конвективной зоны (рис. 6, *a*). Напряженность поля в трубке плавно понижается от начального значения $H_0 = 4 \cdot 10^6$ Гс до величины 326 Гс на фотосферном уровне. При этом отношение магнитного давления в трубке к давлению окружающего газа стабильно удерживается в диапазоне $0.1 \div 0.2$ на всех глубинах конвективной зоны. При достижении глубин, меньших 10^4 км, давление магнитного поля в трубке резко понижается по отношению к давлению окружающего газа (рис. 6, *b*).

Аномальное поведение МГД-параметров трубки вблизи фотосферного уровня регистрируется также по изменению плотности газа в трубке по сравнению с плотностью окружающего газа на различных глубинах конвективной зоны (рис. 7). Плотности газа внутри и снаружи трубки практически совпадают на всех стадиях подъема (отношение плотностей порядка единицы, см. рис. 7, *a*). На малых глубинах порядка $5\,000$ км плотность газа в трубке резко нарастает по сравнению с плотностью окружающей среды (рис. 7, *b*).

В целом всплывание магнитного потока реализуется в дозвуковом режиме (рис. 8, *b*). Величина скорости подъема стабильно удерживается в диапазоне $0.1 \div 0.2$ от местной скорости звука на всех глубинах конвективной зоны. Вблизи фотосферного уровня из-за понижения температуры окружающего газа (рис. 4, *a*) нелинейно понижаются значения местной скорости звука. Скорости подъема магнитного поля становятся сверхзвуковыми, и реализуется режим сверхзвукового выноса магнитного поля в хромосферу Солнца. Выше фотосферного уровня генерируются ударные волны ($M \sim 2$, рис. 8, *b*), сопро-

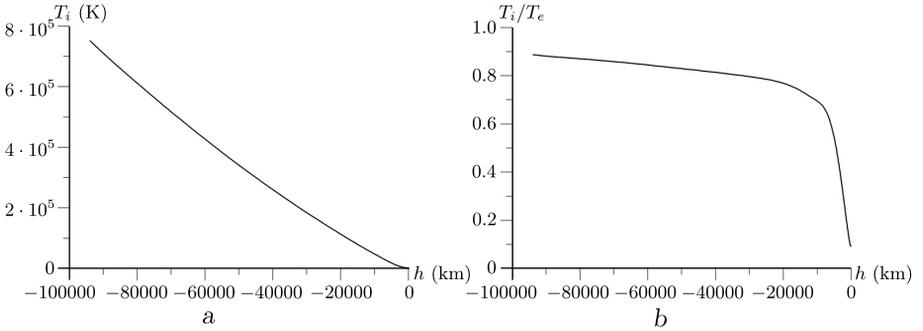


Рис. 5. Температура газа в трубке (а), отношение температур газа внутри и снаружи трубки (b) в зависимости от глубины конвективной зоны

[Figure 5. The temperature of the gas in the tube (a), the ratio of the temperatures of the gas inside and outside the tube (b) depending on the depth of the convective zone]

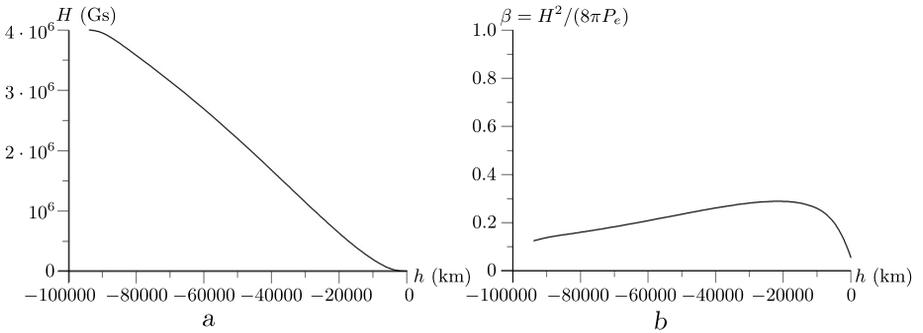


Рис. 6. Напряженность магнитного поля в трубке (а), отношение магнитного давления в трубке к давлению окружающего газа (b) в зависимости от глубины конвективной зоны

[Figure 6. The magnetic field strength in the tube (a), the ratio of the magnetic pressure in the tube to the pressure of the surrounding gas (b) depending on the depth of the convective zone]

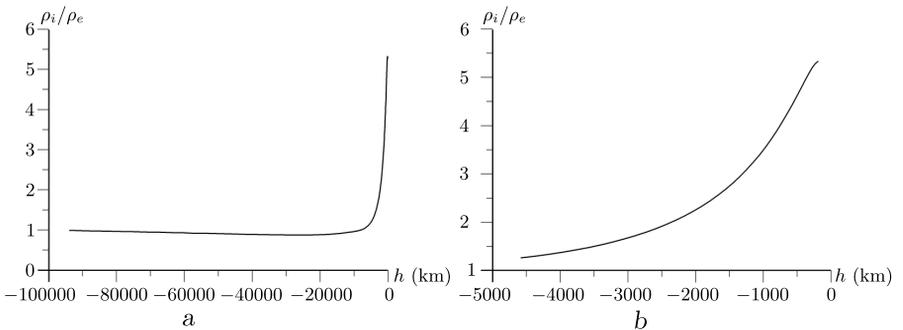


Рис. 7. Отношение плотностей газа внутри и снаружи магнитной трубки в средних слоях конвективной зоны (а), вблизи фотосферного уровня (b)

[Figure 7. The ratio of gas densities inside and outside the magnetic tube in the middle layers of the convective zone (a), near the photospheric level (b)]

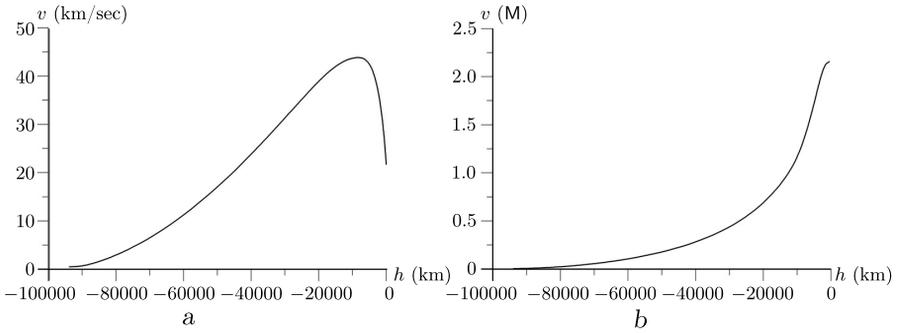


Рис. 8. Уменьшение абсолютной скорости подъема магнитной трубки (в км/сек) вблизи фотосферного уровня (a); нелинейный рост скорости подъема магнитной трубки в числах Маха (b)

[Figure 8. Decrease in the absolute rate of ascent of the magnetic tube (in km/sec) near the photospheric level (a); nonlinear increase in the rate of ascent of the magnetic tube in Mach numbers (b)]

вождающиеся ростом температуры и мощности волнового потока в пределах активной области [6, 15].

Закключение. Анализ устойчивости колебаний магнитных полей на различных глубинах конвективной зоны (рис. 4, b) позволяет сделать вывод, что главным физическим параметром, определяющим устойчивость зарождающейся активной области, является ее горизонтальный размер. С ростом размера активной области (длины волны развития неустойчивости Паркера) ее рождение реализуется при сбросе магнитных полей с большей глубины конвективной зоны. При увеличении глубины начального расположения магнитной трубки в конвективной зоне в ней по барометрическому закону растут давление и плотность газа. Нелинейно возрастает масса стекающего газа при всплывании арочной структуры и масса «заякоривания» магнитного поля в основании.

Напряженность магнитного поля в трубке не играет такой важной роли для устойчивости равновесных положений, как горизонтальный размер. При увеличении напряженности магнитного поля в трубке устойчивость равновесных положений нелинейно возрастает только для слабых полей (рис. 4, b). При достижении определенных значений рост напряженности поля увеличивает устойчивость магнитной трубки незначительно. С этим обстоятельством связано интересное наблюдательное явление при зарождении активной области: хвостовая часть активной области всплывает на фотосферный уровень раньше головной части (рис. 1). В хвостовой части магнитные поля распределены по большей площади, чем в головной. При условии сохранения магнитного потока напряженность поля в хвостовой части ниже, чем в лидирующей группе, и потеря устойчивости происходит раньше по времени. Зависимость от роста напряженности небольшая (рис. 4, b) и задержка составляет несколько минут согласно наблюдательным данным [3, 7].

Результаты математического моделирования подъема магнитных полей из равновесных положений к фотосферному уровню позволяет сформулировать главный результат настоящей работы: развитие неустойчивости Паркера в длинноволновой части спектра глобальных колебаний магнитных полей (волновое число $m \leq 10$) в пределах конвективной зоны обеспечивает

всплывание магнитного потока к фотосферному уровню со значениями МГД-параметров, близкими к физическим параметрам, измеряемым в солнечных пятнах. Из-за нелинейного падения температуры окружающего газа режим всплывания магнитного поля в верхних слоях конвективной зоны становится сверхзвуковым. Зарождающаяся активная область становится мощным источником потока ударных волн, уходящих в солнечную атмосферу, что согласуется с данными наблюдений [6, 15].

Конкурирующие интересы. Авторы не имеют конфликта интересов по материалам представленной работы.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы принимали участие в разработке концепции статьи и в написании рукописи. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной рукописи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Финансирование. Работа выполнена на базе бюджетного финансирования.

Благодарность. Авторы благодарят Л. В. Ермакову (Институт солнечно-земной физики СО РАН) за предоставленные наблюдательные данные по зарождению активных областей, А. Г. Косовичева (Крымская астрофизическая обсерватория РАН) за предоставленные данные по внутреннему строению Солнца из проекта GONG. Авторы благодарят С. В. Алексеенко (институт теплофизики СО РАН) за обсуждение материалов работы.

Библиографический список

1. Bray R. J., Loughhead R. E. *Sunspots*. New York: Dover Publ., 1979. 303 pp.
2. Обридко В. Н. *Солнечные пятна и комплексы активности*. М.: Наука, 1985. 255 с.
3. Tlatov A. G. Lifetime of sunspots and pores // *Sol. Phys.*, 2023. vol. 298, 93. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-023-02186-7>.
4. Parker E. N. *Cosmical Magnetic Fields. Their Origin and their Activity* / The International Series of Monographs on Physics. Oxford: Clarendon Press, 1979. xvii+841 pp.
5. Tlatov A. G. Dark dots on the photosphere and their counting in the sunspot index // *Sol. Phys.*, 2022. vol. 297, 67, arXiv: 2205.13142 [astro-ph.SR]. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-022-02002-8>.
6. Alissandrakis C. E., Vial J.-C. Explosive events in the quiet Sun near and beyond the solar limb observed with the Interface Region Imaging Spectrograph (IRIS) // *Sol. Phys.*, 2023. vol. 298, 18, arXiv: 2301.07190 [astro-ph.SR]. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-023-02111-y>.
7. Григорьев В. М., Ермакова Л. В., Хлыстова А. И. Появление магнитного потока на солнечной поверхности и рождение активных областей // *Астрон. ж.*, 2009. Т. 86, № 9. С. 935–944. EDN: KWICRF.
8. Alekseenko S. V., Dudnikova G. I., Romanov V. A., et al. Magnetic field instabilities in the solar convective zone // *Rus. J. Eng. Thermophys.*, 2000. vol. 10. pp. 243–262.
9. Spruit H. C., Zweibel E. G. Convective instability of thin flux tubes // *Sol. Phys.*, 1979. vol. 62, no. 1. pp. 15–22. EDN: BKMUKO. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00150128>.
10. Ruderman M. S., Petrukhin N. S. Nonlinear generation of fluting perturbations by kink mode in a twisted magnetic tube // *Sol. Phys.*, 2022. vol. 297, no. 9, 116. EDN: ASYPRH. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-022-02054-w>.
11. Christensen-Dalsgaard J., Däppen W., Ajukov S. V., et al. The current state of Solar modeling // *Science*, 1996. vol. 272, no. 5266. pp. 1286–1292. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.272.5266.1286>.

12. Parker E. N. Theoretical properties of Omega-loops in the convective zone of the Sun. 1: Emerging bipolar magnetic regions // *Astrophys. J.*, 1994. vol. 433. pp. 867–874. DOI: <https://doi.org/10.1086/174695>.
13. Степанов Е. А., Майоров А. О., Романов К. В. [и др.] Математическое моделирование развития неустойчивости Паркера крупномасштабных колебаний магнитных полей в конвективной зоне Солнца // *Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика*, 2021. Т. 21, № 2. С. 106–115. EDN: DZYYVB. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-2-106-115>.
14. Zurbriggen E., Cécere M., Sieyra M. V., et al. An MHD study of large-amplitude oscillations in Solar filaments // *Sol. Phys.*, 2021. vol. 296, 173, arXiv: [2110.07687](https://arxiv.org/abs/2110.07687) [astro-ph.SR]. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-021-01908-z>.
15. Hamada A., Asikainen T., Mursula K. New homogeneous dataset of Solar EUV synoptic maps from SOHO/EIT and SDO/AIA // *Sol. Phys.*, 2019. vol. 295, no. 1, 2. EDN: BVEEJG. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-019-1563-y>.

MSC: 85A30, 85A20

Mathematical modeling of sunspot nucleation at the photospheric level of the Sun

*D. V. Romanov*¹, *K. V. Romanov*¹, *V. A. Romanov*²,
*E. A. Stepanov*², *A. A. Lebedev*²

¹ Krasnoyarsk State Pedagogical University,
89, Ada Lebedeva st., Krasnoyarsk, 660049, Russian Federation.

² Saratov State University,
83, Astrakhanskaya st., Saratov, 410012, Russian Federation.

Abstract

In the present study, the initial stage of the generation of a group of sunspots at the photospheric level of the Sun is studied by computer simulation. The development of the nonlinear phase of the Parker instability of large-scale oscillations of magnetic fields in the middle layers of the convective zone is numerically modeled. The process of adiabatic cooling of a thin magnetic tube that floats from depths of the order of 100,000 km to the photospheric level is studied. The results of the calculations make it possible to analyze in detail the change in the magnetogasdynamic parameters of the tube at different depths of the convective zone, and to obtain the values of the physical parameters of emerging sunspots that can be compared with observational data.

Mathematical Modeling, Numerical Methods and Software Complexes Research Article

© Authors, 2023

© Samara State Technical University, 2023 (Compilation, Design, and Layout)

 The content is published under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Please cite this article in press as:

Romanov D. V., Romanov K. V., Romanov V. A., Stepanov E. A., Lebedev A. A. Mathematical modeling of sunspot nucleation at the photospheric level of the Sun, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2023, vol. 27, no. 4, pp. 723–736. EDN: JEEWMQ. DOI: [10.14498/vsgtu2015](https://doi.org/10.14498/vsgtu2015) (In Russian).

Authors' Details:

Dmitry V. Romanov  <https://orcid.org/0000-0002-4982-5973>

Cand. Phys. & Math. Sci.; Associate Professor; Dept. of Computer Science and Information Technology in Education; e-mail: d-v-romanov@ya.ru

Konstantin V. Romanov  <https://orcid.org/0000-0001-7320-2517>

Cand. Phys. & Math. Sci.; Associate Professor; Dept. of Mathematics and Methods of Teaching Mathematics; e-mail: k-v-romanov@ya.ru

Valery A. Romanov  <https://orcid.org/0000-0001-9876-0822>

Dr. Phys. & Math. Sci.; Professor; Dept. of Mathematical Cybernetics and Computer Science; e-mail: valeriy.a.romanov@yandex.ru

Eugeny A. Stepanov  <https://orcid.org/0000-0002-2050-2724>

Postgraduate Student; Dept. of Mathematical Cybernetics and Computer Science; e-mail: ev_stepanov@yandex.ru

Anton A. Lebedev  <https://orcid.org/0000-0002-8241-1916>

Postgraduate Student; Dept. of Mathematical Cybernetics and Computer Science; e-mail: maiorovaleks94@gmail.com

The paper investigates the physical mechanism of the time delay in the formation of the head part of the active region compared with the formation of the sprayed tail part. The problem of stability of nascent active regions is also being investigated. The physical parameters determining the stability of the formed active regions at various phases of the solar activity cycle are highlighted. The physical mechanism of generation of a powerful shock wave flux in the initial stage of the nucleation of the active region, which makes a significant contribution to the abnormal heating of the solar atmosphere recorded in the observational data, has been determined.

Keywords: photosphere, sunspots, convective zone of the Sun, magnetic tube, Parker instability.

Received: 30th April, 2023 / Revised: 5th October, 2023 /

Accepted: 1st November, 2023 / First online: 13th December, 2023

Competing interests. The authors do not have any conflicts of interest regarding the materials presented in this work.

Authors' contributions and responsibility. All authors participated in the development of the article's concept and writing of the manuscript. The authors take full responsibility for submitting the final manuscript for publication. The final version of the manuscript has been approved by all authors.

Funding. This work was carried out with budget funding.

Acknowledgments. The authors would like to thank L.V. Ermakova (Institute of Solar-Terrestrial Physics, Siberian Branch of the RAS) for providing observational data on the formation of active regions, A.G. Kosovichev (Crimean Astrophysical Observatory, RAS) for providing data on the internal structure of the Sun from the GONG project. The authors also thank S.V. Alekseenko (Institute of Thermophysics, Siberian Branch of the RAS) for the discussions regarding the materials in this work.

References

1. Bray R. J., Loughhead R. E. *Sunspots*. New York, Dover Publ., 1979, 303 pp.
2. Obridko V. N. *Solnechnye pjatna i komplekсы aktivnosti* [Sunspots and Activity Complexes]. Moscow, Nauka, 1985, 255 pp. (In Russian)
3. Tlatov A. G. Lifetime of sunspots and pores, *Sol. Phys.*, 2023, vol. 298, 93. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-023-02186-7>.
4. Parker E. N. *Cosmical Magnetic Fields. Their Origin and their Activity*, The International Series of Monographs on Physics. Oxford, Clarendon Press, 1979, xvii+841 pp.
5. Tlatov A. G. Dark dots on the photosphere and their counting in the sunspot index, *Sol. Phys.*, 2023, vol. 298, 67, arXiv: 2205.13142 [astro-ph.SR]. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-022-02002-8>.
6. Alissandrakis C. E., Vial J-C. Explosive events in the quiet Sun near and beyond the solar limb observed with the Interface Region Imaging Spectrograph (IRIS), *Sol. Phys.*, 2023, vol. 298, 18, arXiv: 2301.07190 [astro-ph.SR]. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-023-02111-y>.
7. Grigor'ev V. M., Ermakova L. V., Khlystova A. I. Emergence of magnetic flux at the solar surface and the origin of active regions, *Astron. Rep.*, 2009, vol. 53, no. 9, pp. 869–878. EDN: MWTYGB. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063772909090108>.
8. Alekseenko S. V., Dudnikova G. I., Romanov V. A., et al. Magnetic field instabilities in the solar convective zone, *Rus. J. Eng. Thermophys.*, 2000, vol. 10, pp. 243–262.
9. Spruit H. C., Zweibel E. G. Convective instability of thin flux tubes, *Sol. Phys.*, 1979, vol. 62, no. 1, pp. 15–22. EDN: BKMUKO. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00150128>.

10. Ruderman M. S., Petrukhin N. S. Nonlinear generation of fluting perturbations by kink mode in a twisted magnetic tube, *Sol. Phys.*, 2022, vol. 297, no. 9, 116. EDN: ASYPRH. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-022-02054-w>.
11. Christensen–Dalsgaard J., Däppen W., Ajukov S. V., et al. The current state of Solar modeling, *Science*, 1996, vol. 272, no. 5266, pp. 1286–1292. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.272.5266.1286>.
12. Parker E. N. Theoretical properties of Omega-loops in the convective zone of the Sun. 1: Emerging bipolar magnetic regions, *Astrophys. J.*, 1994, vol. 433, pp. 867–874. DOI: <https://doi.org/10.1086/174695>.
13. Stepanov E. A., Maiorov A. O., Romanov K. V., et al. Mathematical modeling of the development of the Parker instability of large-scale oscillations of magnetic fields in the convective zone of the Sun, *Izv. Sarat. Univ. Physics*, 2021, vol. 21, no. 2, pp. 102–115 (In Russian). EDN: DZYYVB. DOI: <https://doi.org/10.18500/1817-3020-2021-21-2-106-115>.
14. Zurbriggen E., Cécere M., Sieyra M. V., et al. An MHD study of large-amplitude oscillations in Solar filaments, *Sol. Phys.*, 2021, vol. 296, 173, arXiv: [2110.07687](https://arxiv.org/abs/2110.07687) [astro-ph.SR]. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-021-01908-z>.
15. Hamada A., Asikainen T., Mursula K. New homogeneous dataset of Solar EUV synoptic maps from SOHO/EIT and SDO/AIA, *Sol. Phys.*, 2019, vol. 295, no. 1, 2. EDN: BVEEJG. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11207-019-1563-y>.