Механика деформируемого твёрдого тела



УДК 539.376

Ползучесть и длительная прочность металлов при нестационарных сложных напряженных состояниях (обзор)

А. М. Локощенко¹, Л. В. Фомин^{1,2}, В. В. Терауд^{1,2}, Ю. Г. Басалов¹, В. С. Агабабян¹

¹ Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Россия, 119192, Москва, Мичуринский проспект, 1. ² Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

Аннотация

Данная статья представляет собой аналитический обзор экспериментальных и теоретических исследований ползучести и длительной прочности металлов при нестационарных сложных напряженных состояниях, опубликованных за последние 60 лет.

Первые систематические исследования ползучести металлов при сложном напряженном состоянии были опубликованы в конце 50-х и начале 60-х годов XX века в Советском Союзе (Л. М. Качанов и Ю. Н. Работнов) и Великобритании (А. Е. Johnson). Пионерские работы по длительной прочности впервые появились в СССР (Л. М. Качанов и Ю. Н. Работнов). Впоследствии Ю. Н. Работнов разработал кинетическую теорию ползучести и длительной прочности, с помощью которой можно эффективно описывать различные особенности процесса ползучести металлов вплоть до разрушения при различных программах нагружения. В разных вариантах кинетической теории используются либо

Обзор

3 Θ 🛈 Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

Образец для цитирования

Локощенко А. М., Фомин Л. В., Терауд В. В., Басалов Ю. Г., Агабабян В. С. Ползучесть и длительная прочность металлов при нестационарных сложных напряженных состояниях (обзор) // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2020. Т. 24, № 2. C. 275-318. doi: 10.14498/vsgtu1765.

Сведения об авторах

Александр Михайлович Локощенко 🖄 🕒 https://orcid.org/0000-0002-5462-6055 доктор физико-математических наук, профессор; заведующий лабораторией; лаб. ползучести и длительной прочности¹; e-mail: loko@imec.msu.ru

Леонид Викторович Фомин D https://orcid.org/0000-0002-9075-5049

кандидат физико-математических наук; старший научный сотрудник; лаб. ползучести и длительной прочности¹; старший научный сотрудник; каф. прикладной математики и информатики²; e-mail: fleonid1975@mail.ru

скалярный параметр поврежденности, либо векторный параметр, либо тензорный параметр, либо их комбинация. Вслед за работами М. Качанова и Ю. Н. Работнова механика континуального разрушения стала развиваться в Европе, в Азии и затем в США.

В качестве основной связи компонент тензоров напряжений и деформаций ползучести принимается гипотеза пропорциональности девиаторов напряжений и девиаторов скоростей деформаций ползучести. При моделировании экспериментальных данных коэффициент пропорциональности в этой зависимости принимает разные формы. Основная проблема в развитии данного направления состоит в трудностях получения экспериментальных данных при произвольных программах нагружения.

В данном обзоре приведены основные результаты исследований, проводимых учеными разных стран. Кроме Ю. Н. Работнова и Л. М. Качанова, существенный вклад в развитие рассматриваемого направления науки внесли также российские ученые Н. Н. Малинин, А. А. Ильюшин, В. С. Наместников, С. А. Шестериков, А. М. Локощенко, О. В. Соснин, Ю. П. Самарин, А. Ф. Никитенко и др.

Ключевые слова: аналитический обзор, ползучесть, длительная прочность, сложное напряженное состояние, нестационарное нагружение, релаксация напряжений, скалярный параметр поврежденности, векторный параметр поврежденности.

Получение: 7 января 2020 г. / Исправление: 24 февраля 2020 г. / Принятие: 16 марта 2020 г. / Публикация онлайн: 14 мая 2020 г.

1. Введение. Высокотемпературная ползучесть металлов характерна тем, что в теле наряду с накоплением необратимых деформаций ползучести происходит образование и развитие дефектов (пор, микро- и макротрещин), приводящее к разрушению. Исследования, в которых используются предположения механики сплошной среды с учетом накопления микроразрушений, привели к формированию отдельного направления механики разрушения механики континуального разрушения. Это направление было создано двумя выдающимися советскими учеными-механиками профессором Л. М. Качановым [1] и академиком Ю. Н. Работновым [2] В конце 50-х годов XX века они ввели в рассмотрение ползучести при одноосном растяжении новый параметр — поврежденность материала. Вскоре Ю. Н. Работнов на основе этого подхода разработал кинетическую теорию ползучести и длительной прочности [3]. В дальнейшем существенные результаты в рассматриваемой области были получены Ю. Н. Работновым, Л. М. Качановым, Н. Н. Малининым,

Валентин Викторович Терауд 🗈 https://orcid.org/0000-0001-8336-5598

канд. техн. наук; старший научный сотрудник; лаб. ползучести и длительной прочности¹; научный сотрудник; каф. прикладной математики и информатики²; e-mail:ldrnww@gmail.com

Юрий Генрихович Басалов; ведущий инженер; лаб. ползучести и длительной прочности¹; e-mail: basalov@yandex.ru

Вардан Самвелович Агабабян ^b https://orcid.org/0000-0001-5791-7758 ведущий инженер; лаб. ползучести и длительной прочности¹

А. А. Ильюшиным, В. С. Наместниковым, С. А. Шестериковым, А. М. Локощенко, О. В. Сосниным, Ю. П. Самариным, А. Ф. Никитенко и другими российскими учеными.

Вслед за работами Л. М. Качанова и Ю. Н. Работнова механика континуального разрушения стала развиваться в Европе, в основном применительно к процессам ползучести металлов. Представители британской школы механиков F. A. Leckie и D. R. Hayhurst внесли значительный вклад в развитие теории накопления повреждений. Определенные успехи были достигнуты в работах польских (М. Chrzanowski и W. Tramczynski) и японских (S. Murakami) ученых. Во Франции основы механики континуального разрушения были сформулированы с использованием аппарата термодинамики (J. Lemaître). В начале 80-х годов XX века благодаря работам многих ученых этот раздел механики стал активно развиваться в США. С тех пор данная область исследований находится в центре внимания во всем мире в отношении развития как ее основ (далеко не все теоретические проблемы решены), так и приложений.

За последние 60 лет механика континуального разрушения (Continuum Damage Mechanics (CDM) в англоязычных публикациях) получила значительное развитие. Накопление повреждений рассматривается как процесс постепенного разрушения материала. Во многих работах отечественных и зарубежных ученых при изучении сложного напряженного состояния рассматриваются параметры поврежденности, имеющие не только скалярную, но также векторную и тензорную природу. С помощью современных вариантов кинетической теории можно описывать деформирование и длительное разрушение металлов при непропорциональном нагружении, учитывать анизотропию свойств металлов, использовать возможности теории при решении технологических задач и т.д.

Данный обзор посвящен анализу экспериментально-теоретических исследований ползучести и длительной прочности металлов при нестационарных сложных напряженных состояниях за последние 60 лет. Следует отметить, что хотя некоторые испытания были проведены достаточно давно, эти результаты не потеряли своей актуальности и в настоящее время.

2. Монографии. В монографии Ю. Н. Работнова [3] сформулированы общие положения феноменологического подхода к описанию ползучести и длительной прочности как при одноосном растяжении, так и при сложном напряженном состоянии. В ней предложены общие соотношения такого подхода и подробно проанализированы конкретные варианты, основанные на концепции эффективного напряжения, которое вводится как в кинетические соотношения для параметра поврежденности ω , так и в определяющие уравнения состояния. С учетом эффективного напряжения можно описать явление длительной прочности и предсказать ряд наблюдаемых в экспериментах эффектов. В случае пространственного напряженного состояния поврежденность предлагается считать скалярной величиной или тензорной величиной.

В монографии Л. М. Качанова [4] формулируются феноменологические соотношения для определения длительной прочности в условиях сложного напряженного состояния. Решено большое количество конкретных задач для исследования как хрупкого, так и смешанного разрушения. Продемонстрированы возможности как скалярного, так и векторного представления параметра поврежденности. При решении задач учитываются явление анизотропии материала, движущийся фронт разрушения, перераспределение напряжений в процессе хрупкого разрушения и другие эффекты.

Многие важные аспекты длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии рассмотрены с позиций кинетической теории в ряде монографий (W. Tramczynski [5], О. В. Соснин с соавторами [6], А. Ф. Никитенко [7], В. М. Михалевич [8], Ј. Betten [9], А. М. Локощенко [10] и др.).

Монография [5] содержит изложение основ теории ползучести металлов в условиях одноосного и сложного напряженных состояний. Большое внимание уделяется проблеме ползучести при постоянных и циклических нагрузках. Приведены результаты экспериментальных и теоретических исследований циклической ползучести различных металлов при нестационарных нагружениях вплоть до разрушения. В монографиях [6, 7] подведен итог большого цикла экспериментально-теоретических исследований ползучести и длительной прочности различных металлов при стационарных и нестационарных напряженных состояниях, в этих исследованиях проанализированы возможности энергетического варианта кинетической теории. В. М. Михалевич [8] разработал математический аппарат для использования тензорного подхода, в котором соотношения для компонент девиатора повреждений представлены в интегральной форме. J. Betten [9] рассмотрел различные аспекты ползучести металлов с точки зрения механики деформируемого твердого тела, при этом описаны как фундаментальные, так и прикладные аспекты. Решение проблемы длительной прочности при сложном напряженном состоянии в монографии [9] основано на применении кинетической теории Ю. Н. Работнова с использованием тензорного параметра поврежденности. В монографии А. М. Локощенко [10] представлен широкий цикл экспериментально-теоретических исследований ползучести и длительной прочности при различных программах нагружения.

3. Обзоры. Учеными различных стран в разные годы были составлены аналитические обзоры, в которых обсуждались результаты исследований за предшествующие годы.

А. Johnson в 1960 г. опубликовал обзор исследований ползучести при сложном напряженном состоянии, проведенных в 1940–1959 гг. [11], в котором отмечается, что до 1940 г. учеными в основном рассматривались сложные напряженные состояния при установившейся ползучести. Значительное внимание в [11] уделялось особенностям неустановившейся и установившейся ползучести, релаксации напряжений, длительной прочности и другим важным проблемам.

С. А. Шестериков и А. М. Локощенко в 1980 г. опубликовали достаточно полный анализ развития теории ползучести и длительной прочности металлов за предшествующие 15 лет [12]. На основе проведенного анализа его авторы отметили, что в рамках механики сплошной среды для описания процессов ползучести и длительной прочности конструкционных металлов наиболее перспективной является предложенная Ю. Н. Работновым [3] концепция уравнения механического состояния с системой кинетических уравнений для определения параметров, характеризующих рассматриваемое состояние. При этом рассматриваются различные варианты кинетических уравнений.

J. Lemaître в 1986 г. привел классификацию методов описания контину-

ального разрушения, разработанных за предшествующие 10 лет [13]. В этом обзоре в качестве меры поврежденности вводятся скаляр для описания изотропного разрушения и вектор или тензор (второго или четвертого ранга) для анизотропного разрушения. Рассматриваются случаи упругости, упругопластичности и упруговязкопластичности с соответствующими уравнениями состояния, включающими кинетику накопления поврежденности. Дана классификация основных типов критериев разрушения, приведены результаты расчетов типичных элементов конструкций.

D. Krajcinovic провел анализ развития кинетической теории с 1970-х по 1990-е годы [14–16]. В статье [14] дается обзор типичных задач механики, решаемых с позиций континуальной поврежденности. С физической точки зрения повреждения представлены в виде сфероидальных пустот и плоских микротрещин. С помощью описания кинематики роста повреждений устанавливается закон накопления поврежденности, т.е. уравнение, связывающее приращения тензоров поврежденности и деформаций. Это уравнение содержит матрицу жесткости, отражающую не только накапливаемые, но и накопленные ранее повреждения. В статье [15] акцентируется внимание на таких проблемах, как однородность, изотропия, масштабный фактор, влияние границ зерен в поликристаллических материалах и различных фаз в композитных материалах, усреднения при измерении деформации и смещений и др. Рассмотрены некоторые феноменологические и физические модели материала, основанные на данной концепции. В статье [16] проанализированы достижения, недостатки и тенденции развития механики повреждений. Отмечается, что растущий интерес к механике континуального разрушения является доказательством ее значительных достижений.

В обзоре J. Chaboche [17] механическое поведение материалов, имеющих повреждения, изучается на основе соединения механики разрушения с термодинамикой необратимых процессов, а также с учетом влияния анизотропии материала.

J. Betten рассмотрел широкий класс моделей, описывающих ползучесть изотропных и анизотропных материалов [18]. Различные особенности явления ползучести и длительной прочности при сложном напряженном состоянии описываются с помощью тензорного параметра поврежденности.

Уао Ниа–Тапд с соавторами [19] рассмотрели эволюцию достижений многих ученых в области кинетической теории ползучести и длительной прочности материалов начиная с основополагающих работ Л. М. Качанова и Ю. Н. Работнова. Данный обзор посвящен исследованию этих проблем как в теоретическом (феноменологическом или структурном), так и в прикладном аспекте. Большое внимание уделено анализу структурных механизмов ползучести (рост пор, учет диффузионных процессов и др.). В статье [19] рассмотрена возможность применения кинетической теории при моделировании особенностей длительного разрушения металлов с использованием скалярных, векторных и тензорных параметров поврежденности.

Существование сложных напряженных состояний при повышенной температуре вызывает особые проблемы. Важно понимать механизмы постепенного разрушения материала и уметь прогнозировать срок службы на практике. Хотя ползучесть металла изучается уже около 100 лет, многие проблемы до сих пор не решены. В работе [19] проведен современный обзор исследований ползучести и инженерного проектирования с особым акцентом на учет влияния сложного напряженного состояния. Существующие теории и подходы к исследованию ползучести сгруппированы в три категории: подход, основанный на классической теории (CPT), подход, основанный на механизме роста полостей и трещин (CGM), и подход, основанный на механике сплошных повреждений (CDM). В соответствии с вышеизложенным рассматриваются определяющие уравнения и критерии разрушения. В конце обзора [19] представлены задачи по описанию ползучести при сложном напряженном состоянии, а затем по совершенствованию критериев разрушения.

4. Ползучесть металлов при различных программах нагружения. Построение феноменологических моделей (теорий) ползучести, накопления поврежденности и длительной прочности имеет длительную историю, но данная проблема, особенно для сложного напряженного состояния, далека до завершения из-за основной трудности, заключающейся в получении и трактовке экспериментальных данных (что само по себе трудоемкая процедура), и широкого спектра реологических эффектов материалов в условиях ползучести.

Основы теории ползучести при сложном напряженном состоянии были заложены в середине XX века. Следует отметить вклад в это направление науки коллектива советских ученых во главе с Ю. Н. Работновым и коллектива ученых из Великобритании во главе с А. Johnson'ом.

Ю. Н. Работнов в начале 60-х годов XX века разработал кинетическую теорию ползучести, согласно которой скорость ползучести \dot{p} структурно устойчивого материала при одноосном растяжении в каждый момент времени t зависит от величины приложенного напряжения σ , температуры T и структурного состояния материала в этот момент времени. Структура состояния материала характеризуется набором величин q_1, q_2, \ldots, q_n , которые называются структурными параметрами. Кинетическая теория ползучести в этом случае состоит из уравнения механического состояния

$$\dot{p} = \dot{p}(\sigma, T, q_1, q_2, \dots, q_n)$$

и системы кинетических уравнений для определения этих структурных параметров:

$$dq_i = a_i dp + b_i d\sigma + c_i dt + g_i dT,$$

причем коэффициенты a_i, b_i, c_i, g_i в общем случае зависят от p, σ, t, T , а также от q_1, q_2, \ldots, q_n .

В монографии [3] приведено обобщение кинетической теории на сложное напряженное состояние.

В статье [20] приведены результаты экспериментально-теоретических исследований ползучести металлов при различных программах нагружения, полученные Ю. Н. Работновым и его сотрудниками В. С. Наместниковым, С. Т. Милейко, А. А. Хвостунковым и др.

A. Johnson [11] при установлении причин разброса опытных данных обращает существенное внимание на степень неоднородности структуры образцов. В ряде случаев в трубчатых образцах размер зерен составлял 1/6 от толщины образца, при этом испытываемый материал лишь условно можно считать однородным. Им было проведено сравнение результатов двух серий опытов на ползучесть при постоянных напряжениях: в условиях растяжения и кручения трубчатых образцов и в условиях двухосного растяжения тонкой полосы; интенсивности напряжений в этих сериях опытов совпадают. А. Johnson показал, что гипотеза единой кривой при постоянных напряжениях в этих испытаниях выполняется.

В качестве основного соотношения, связывающего напряженное и деформированное состояния, является гипотеза о пропорциональности девиаторов напряжений и скоростей деформаций ползучести.

Проверкой гипотезы пропорциональности девиаторов напряжений и скоростей деформаций ползучести для различных материалов занимались F. Norton и C. Soderberg, R. Bailey, T. Nishihara с соавторами, B. C. Наместников и Ю. Н. Работнов [21, 22] и др. Большинство исследователей пришли к выводу, что эта гипотеза при постоянных напряжениях достаточно хорошо подтверждается. Так, например, анализ, проведенный B. C. Наместниковым, показал, что значения отношений $3\sigma_{xy}/\sigma_{xx}$, p_{xx}/γ_{xy}^c при постоянном напряженном состоянии отклоняются от единицы как в одну, так и в другую сторону, как правило, не более чем на 10%.

В. С. Наместниковым также исследовалась пропорциональность девиаторов напряжений и деформаций при смене вида напряженного состояния [23]. Особенность испытаний на ползучесть при ступенчатом изменении напряжений заключается в том, что даже при малом увеличении напряжений деформации ползучести после этого резко возрастают, а после малого уменьшения напряжений процесс ползучести в течение некоторого времени практически прекращается. Поэтому при переменных напряжениях пропорциональность девиаторов напряжений и деформаций нарушается.

В. С. Наместников значительное внимание уделил экспериментальному исследованию выполнимости гипотезы пропорциональности девиаторов напряжений и девиаторов скоростей деформаций ползучести при различных программах нагружения [21, 24]. В [21] было показано, что при постоянных нагрузках гипотеза пропорциональности девиаторов напряжений и девиаторов скоростей деформаций ползучести выполняется с точностью до 10 %. При этом в случае ползучести при переменных нагрузках, сопровождающихся поворотом главных осей напряженного состояния, эта гипотеза не выполняется. В [24] исследуется гипотеза пропорциональности девиаторов в случае пропорционального нагружения, при этом главные оси не поворачиваются. Экспериментальное исследование этого вопроса проводилось на тонкостенных трубчатых образцах из алюминиевого сплава Д16Т при 150 °C в условиях совместного действия растягивающего $\sigma(t)$ и касательного $\tau(t)$ напряжений. В процессе испытаний как при увеличении напряжений, так и при их уменьшении отношение τ/σ сохранялось практически постоянным ($\tau/\sigma \approx 0.34 \div 0.35$). Испытания показали, что при пропорциональном увеличении нагрузок гипотеза пропорциональности девиаторов удовлетворительно выполняется. В случае пропорционального уменьшения величин $\sigma(t)$ и $\tau(t)$ отношения экспериментальных значений деформаций ползучести к прогнозируемым значениям значительны.

При анализе установившейся ползучести известный интерес представляет вопрос о том, зависит ли функция $\dot{p}_u(\sigma_u)$, где \dot{p}_u — интенсивность скоростей деформаций ползучести, а σ_u — интенсивность напряжений, от вида напряженного состояния. Из опытов A. Johnson'a следует, что в логарифмических координатах « $\lg \sigma_u - \lg \dot{p}_u$ » экспериментальные точки при постоянных напряжениях в основном располагаются вдоль одной и той же прямой (с точностью до естественного разброса) для всех трех рассматриваемых видов напряженного состояния: одноосного растяжения, кручения и их различных комбинаций. В то же время условие подобия девиаторов может нарушаться, соотношения между продольной и сдвиговой скоростями деформаций ползучести иногда существенно отличаются от теоретических значений.

Один из принципиальных вопросов в теории ползучести — вопрос о том, является ли упрочнение изотропным, т.е. выполняется ли гипотеза единой кривой при перемене направлений главных напряжений. Для исследования этого явления В. С. Наместников провел на трубчатых образцах из аустенитной стали ЭИ257 эксперименты при температурах 500 и 600 °C [24]. В каждой серии опытов интенсивность напряжений $\sigma_u = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ была неизменной, но от опыта к опыту менялось отношение τ/σ .

Эксперименты проводились по следующей схеме. Сначала образец в течение 50 ч испытывался при постоянных напряжениях σ и τ , характеризуемых значением $\tau/\sigma = k_1$ (первая часть опыта), затем происходило мгновенное изменение напряжений σ и τ и начиная с t = 50 ч образец испытывался еще 50 ч при том же значении интенсивности напряжений σ_u и другом значении отношения $\tau/\sigma = k_2$. В случае изотропного упрочнения интенсивность скоростей деформаций ползучести \dot{p}_u в произвольный момент времени зависит от интенсивности напряжений σ_u и накопленной интенсивности деформаций ползучести p_u , при этом величина \dot{p}_u не должна зависеть от того, каким образом создавалась эта величина p_u . Экспериментальные точки в случае изотропного упрочнения должны находиться на гладкой кривой, совпадающей с кривой $p_u(t)$ при сохранении неизменного значения $\tau/\sigma = k_1$ при $50 \leqslant t \leqslant 100$ ч. Однако скачкообразное изменение отношения τ/σ приводит в экспериментах к резкому возрастанию интенсивности деформаций ползучести. Таким образом, гипотеза единой кривой при переменных напряжениях в опытах В. С. Наместникова не подтверждается.

Если кривую ползучести, полученную при кручении после предварительного растяжения, сопоставить с кривой ползучести при кручении образца, который не подвергался предварительной ползучести при растяжении, то оказывается, что с точностью до обычного экспериментального разброса эти кривые совпадают. Таким образом, из этих опытов следует, что предварительное растяжение (кручение) не влияет на последующее кручение (растяжение). Этому явлению можно дать физическое обоснование. Деформации ползучести происходят путем сдвига по плоскостям скольжения кристаллической решетки. При кручении скольжение происходит, по-видимому, по плоскостям, отличным от плоскостей, по которым происходит скольжение при растяжении.

Далее рассмотрим некоторые результаты экспериментально-теоретических исследований ползучести металлов при сложном напряженном состоянии, проводимых А. Е. Johnson'ом в конце 50-х и в 60-х годах XX века.

В работе [25] А. Е. Johnson с соавторами провел сопоставление результатов полученных экспериментальных данных с различными теоретическими моделями. Лучше других экспериментам соответствует предложенная ими теоретическая зависимость

$$\dot{p}_{ij} = \left[F(J_2) - f(I)\right]s_{ij}\Phi(t),$$

где \dot{p}_{ij} — компоненты тензора скоростей деформаций ползучести, s_{ij} — компоненты девиатора напряжений, $F(J_2)$ — функция второго инварианта тензора напряжений, f(I) — функция второго инварианта тензора деформаций ползучести, $\Phi(t)$ — функция времени.

В работе [26] образцы из технически чистой меди после предварительной проверки на изотропию свойств ползучести подвергались, как правило, пяти ступеням нагружения. На каждой ступени продолжительностью 24 часа напряженное состояние оставалось неизменным. На первой ступени к образцу прикладывалась только осевая сила, которая затем оставалась постоянной, в то время как крутящий момент возрастал от ступени к ступени. Приведены результаты четырех серий опытов, отличающихся величинами осевых напряжений. Проверялось соответствие полученных результатов механическим теориям ползучести — теории старения, упрочнения, комбинации этих теорий. Константы уравнений, определенные на участке одноосного растяжения, использовались для предсказания дальнейшего поведения образца. Оказалось, что наилучшее предсказание дает теория течения в форме

$$\dot{p}_{ij} = AF(J_2)s_{ij} \Phi(t), \quad \Phi(t) = t^{-m}.$$

Здесь \dot{p}_{ij} — тензор скоростей деформаций ползучести; s_{ij} — девиатор напряжений; A, m — материальные константы; $F(J_2)$ — функция второго инварианта тензора напряжений, принятая в виде

$$F(J_2) = A_1(J_2)p_1 + A_2(J_2)p_2,$$

где $A_1(J_2)$, $A_1(J_2)$ — некоторые функции второго инварианта тензора напряжений; p_1 , p_2 — константы.

Исследовано также уточнение теории, вносимое с учетом истории деформирования. Основное уравнение записывается при этом в виде

$$\dot{p}_{ij} = \left[AF(J_2) - f(I_2)\right]s_{ij}\Phi(t),$$

где I_2 — второй инвариант тензора полных деформаций (включая мгновенную). Обработка экспериментальных данных показала, что следует положить $f(I_2) = C = \text{const.}$

В [27] дается вывод выражений для деформаций ползучести по различным теориям для описания экспериментальных данных, полученных ранее A. E. Johnson'ом с соавторами.

В [28] приведены результаты 14 экспериментов на ползучесть тонкостенных трубок из углеродистой стали и алюминиевого и магниевого сплавов при соответствующих температурах при переменных напряжениях в условиях совместного кручения и растяжения. Опыты проводились таким образом, что нормальное напряжение было постоянным, а касательное напряжение менялось ступенчато. Испытания проводились только при возрастающем касательном напряжении. Обсуждается возможность построения аналитических зависимостей для описания поведения материала в данных условиях. Отдельное внимание стоит уделить работам японских авторов, которые в 80-90-х годах XX века провели и описали широкое разнообразие экспериментально-теоретических исследований при стационарном и нестационарном сложных напряженных состояниях [29–31]. Отметим эксперименты, проведенные указанными авторами.

В [29] Ү. Ohashi, N Ohno и М. Каwai рассматривают ползучесть нержавеющей стали 304 при температуре 650 °С при повторяющемся многоосном нагружении. Рассматриваются различные траектории нагружения в пространстве « $\sigma - \tau$ »: повторяющееся нагружение – разгрузка при чистом растяжении, повторяющееся касательное напряжение с многократным изменением знака и совместное растяжение и кручение при различных комбинациях напряжений σ и τ . В статье приведены графики зависимостей осевой и угловой деформаций ползучести от времени при рассматриваемых программах нагружения.

В [30] приведены результаты экспериментально-теоретического исследования ползучести в условиях, когда компоненты тензора напряжений являются циклически изменяющимися кусочно-постоянными функциями времени. При этом, как правило, нормальное и касательное напряжения, приложенные к трубчатому образцу, изменяются таким образом, что интенсивность напряжений остается в течение испытания постоянной. Исследуется влияние непропорционального изменения напряжений на характер процесса ползучести материала. Предлагаемая модель представляет собой обобщение моделей изотропного и кинематического упрочнения.

В [31] приведены результаты феноменологического анализа анизотропной ползучести поликристаллов при непропорциональном изменении во времени компонент тензора напряжений. Предложены два варианта системы определяющих уравнений, в которых учитывается комбинация изотропного и кинематического упрочнения. В качестве примера предложенные варианты модели используются при обработке известных результатов испытаний нержавеющей стали типа 304 на ползучесть, в которых нормальное и касательное напряжения в трубчатых образцах непропорционально изменяются во времени кусочно-постоянным образом.

В [32] В. Dyson и D. McLean исследовали ползучесть сплава Nimonic 80A при одновременных кручении и растяжении в диапазоне интенсивностей напряжений σ_u от 100 до 500 МПа при температуре 750 °C. При указанных величинах интенсивности напряжений третья стадия ползучести и разрушение происходят быстрее при растяжении, чем при кручении, при этом зарождение полостей происходит быстрее. Полости, очевидно, ускоряют деформации ползучести, а деформации ползучести приводят к созданию полостей. Результаты выражены и объяснены в терминах отношения σ_1/σ_u , где σ_1 максимальное главное напряжение, а прогнозирующий закон для длительности до разрушения получен из определяющих соотношений, связывающих деформацию, объем полостей и напряжения.

В работе [33] О. В. Сосниным с соавторами сформулированы основные гипотезы, положенные в основу построения энергетического варианта теории ползучести, а также приведены результаты экспериментальной проверки этих гипотез. Показано, что для изотропных и анизотропных материалов, обладающих одинаковыми свойствами ползучести на растяжение и сжатие при стационарных и слабо нестационарных процессах, сформулированные гипотезы подтверждаются достаточно удовлетворительно и энергетический вариант теории ползучести может быть использован в практических задачах.

В [34] представлены экспериментальные результаты испытаний на ползучесть в течение 0.5 часа при постоянных осевом растяжении и чистом кручении стальных образцов при температуре 520 °C (материал обладает явно выраженной упрочняющейся стадией ползучести) и образцов из медного сплава при температуре 350 °C (материал со слабовыраженным упрочнением). Также приведены результаты испытаний на ползучесть этих же материалов в течение 1 часа с «перегрузкой» — через 0.5 часа от начала испытаний выполнялось одно из следующих действий:

- 1) чистое осевое напряжение σ увеличивалось на некоторую величину;
- к осевому растяжению с сохранением или изменением величины σ добавлялось кручение;
- к кручению с сохранением или изменением величины т добавлялось осевое растяжение.

Результаты по ползучести обрабатывались по деформационной теории старения («изохронные диаграммы») и по теориям типа течения с деформационным и временным упрочнением. Утверждается, что для медного сплава все три теории дают достаточно хорошее соответствие с экспериментом при перегрузках, для стального сплава при перегрузках две первые теории дают удовлетворительное соответствие, последняя — плохое соответствие. В [35] описываются эксперименты над образцами в виде прутков из ото-

В [35] описываются эксперименты над образцами в виде прутков из отожженной меди (T = 427 °C) и горячекатаной стали 1045 (T = 510 °C). Осуществлялась разнообразная программа нагружения, сочетающая в различных комбинациях растяжение и кручение. При теоретической обработке результатов принималось, что полная деформация состоит из упругой, пластической и вязкой составляющих. Упругопластические свойства материала описываются теорией Прандтля—Рейсса с условием пластичности Мизеса, свойства ползучести — степенным законом установившей ползучести. Для нахождения деформаций ползучести при заданной программе нагружения строится шаговая (по времени или нагрузке) процедура численного решения. Сравнение результатов экспериментов и вычислений свидетельствует об эффективности выбранной модели поведения материала.

В работе [36] R. Mark и W. N. Findley представили результаты испытаний на ползучесть образцов из нержавеющей стали при комбинированном действии растяжения и кручения при температуре 593 °C (1100 F). Образцы предварительно подвергались термообработке. Деформации ползучести наблюдались по меньшей мере 100 часов. Приведены результаты испытаний при одноосном растяжении, чистом кручении и комбинации растяжения и кручения при различных значениях нормальных и касательных напряжений.

В [37] приведены результаты испытаний на ползучесть при температуре 200 °С тонкостенных трубчатых образцов из алюминиевого сплава в условиях совместного растяжения и кручения. Нормальное и касательное напряжения изменялись ступенчато и моменты их изменения, как правило, не совпадали. Наиболее существенному (вплоть до реверсирования) изменению подвергалось касательное напряжение. Полученные экспериментальные данные сопоставлялись с предсказаниями модели нелинейной ползучести. Модель базируется на разложении полной деформации на пять составляющих: упругую

деформацию, не зависящую от времени пластическую деформацию, две зависящие от времени и не обладающие возвратом деформации и деформацию, обладающую возвратом. Авторы пришли к заключению, что предложенная модель ползучести в основном хорошо согласуется с наблюдаемыми опытными данными.

В [38] приведены результаты экспериментов по комбинированному нагружению образцов из алюминиевого сплава 2618-T61. Тонкостенные трубчатые образцы подвергались действию крутящей нагрузки и осевой силы. Приведены экспериментальные программы ступенчатого нагружения. Программы предусматривали как совместное действие кручения и растяжения на некоторых интервалах времени, так и их чередование. Представлены экспериментальные кривые зависимости сдвиговой и осевой деформаций ползучести от времени. Анализируется взаимосвязь между траекторией напряжений и траекторией деформаций. На основе проведенного анализа предложено определяющее соотношение вязкопластичности, содержащее внутренние скалярные и тензорные переменные параметры. Обсуждается роль внутренних переменных параметров в определяющем соотношении. Отмечено, что предложенное соотношение целесообразно использовать для описания переходных процессов деформирования, например, на стадии неустановившейся ползучести.

В [39] предложено развитие теории Ю. Г. Коротких, описывающей процессы нестационарной ползучести металлов при сложном напряженном состоянии. Разработана экспериментально-теоретическая методика определения материальных параметров и скалярных функций определяющих соотношений нестационарной ползучести. Приводятся результаты численного моделирования процесса ползучести стали 304 при сложных режимах термоциклического деформирования. Полученные численные результаты сравниваются с данными натурных экспериментов. Особое внимание уделяется вопросам моделирования ползучести для сложных процессов деформирования, сопровождающихся поворотом главных площадок тензоров напряжений и деформаций ползучести.

В [40] сообщается об исследовании определяющих соотношений высокотемпературной ползучести. Эксперименты выполнены при нестационарных одноосном и двухосном (растяжение – кручение) напряженных состояниях. Обнаружено, что упрочнение имеет существенно кинематический характер (так же, как анизотропия, вызванная ползучестью). При установившейся ползучести компоненты этого упрочнения пропорциональны компонентам приложенных напряжений. Для получения определяющих соотношений следует найти три скалярные функции, описывающие упрочнение и возврат и связь между эквивалентной скоростью деформации и эквивалентным напряжением. В проведенных экспериментах последняя связь была степенной.

А. М. Локощенко [41] провел теоретический анализ результатов выполненных ранее в НИИ механики МГУ испытаний трубчатых образцов из алюминиевых сплавов Д16Т и АД1 на ползучесть при растяжении и кручении. Из полученных с участием автора экспериментальных данных следует, что при определенных условиях наблюдается резкое возрастание скорости ползучести при добавлении к статическому напряжению вибрационного напряжения малой относительной амплитуды. Этот эффект (эффект виброползучести) проявляется только в тех случаях, когда вид напряженного состояния при совместном действии статического и динамического напряжений отличается от вида предшествующего статического напряженного состояния. При этом с увеличением продолжительности приложенного вибрационного напряжения проявление эффекта виброползучести постепенно ослабевает. В указанной статье предложена модель для описания полученных экспериментальных данных, в которой фигурирует кинетический параметр; этот параметр отличается от нуля только при изменении сложного напряженного состояния в трубчатых образцах. В качестве количественной меры этого параметра используется величина угла поворота вектора максимального главного напряжения при добавлении малых вибраций к основному напряженному состоянию. Получено хорошее соответствие экспериментальных и теоретических кривых ползучести при различных видах напряженных состояний.

А. М. Локощенко с соавторами провели моделирование результатов испытаний металлов в условиях ползучести при нестационарном сложном напряженном состоянии [42]. В качестве примера рассмотрены экспериментальные данные, полученные группой японских ученых при испытаниях трубчатых образцов из нержавеющей стали при температуре 650 °C [29]. В приведенной статье представлены результаты испытаний при четырех различных программах нагружения. Эти программы нагружения представляют собой различные комбинации кусочно-постоянных зависимостей касательного и нормального напряжений от времени. Проведено моделирование представленных данных с помощью теории упрочнения и теории течения, две используемые материальные константы определяются из условия минимального относительного интегрального расхождения экспериментальных и теоретических соответствующих кривых ползучести. Сопоставлены результаты проведенного моделирования с результатами моделирования этих тех же экспериментальных данных, проведенного другими исследователями с использованием других теорий. В этих теориях использовано большое количество характеристик материала: от трех до девяти констант и дополнительно одна материальная функция в [42]. Показано преимущество рассмотренных авторами данной статьи теории упрочнения и теории течения всего с двумя материальными константами в каждой по сравнению с другими использованными теориями.

В [43] предложена модель расчета характеристик высокотемпературного разрушения металлов при произвольном сложном нагружении. Основное внимание уделяется циклическому знакопеременному нагружению при растяжении и сжатии. Приведены результаты ранее проведенных авторами усталостных испытаний нержавеющей стали 316 при температуре 700 °С при различных скоростях деформации от 10^{-5} до 10^{-3} сек⁻¹. Амплитуда *a* в каждом цикле сохраняла постоянное значение (в разных испытаниях от 0.2 до 0.5%), количество циклов до разрушения — от 500 до 12000, в некоторых опытах при достижении амплитуды деформирования заданное значение *a* сохранялось постоянным в течение некоторого времени (обычно 3 мин). В качестве скалярной меры поврежденности ω , накапливаемой в процессе испытаний, принимались изменение модуля Юнга или уменьшение максимального напряжения от цикла к циклу. В указанной работе получены экспериментальные зависимости ω от количества циклов.

5. Релаксация напряжений. В [44] исследована ползучесть сплава Zircaloy-2 после холодной прокатки. Испытания проводились в интервале температур от 325 до 400 °C и интервале абсолютных значений растягивающих и сжимающих напряжений от 69 до 172 МПа при различных направлениях вырезки образцов из пластины после холодной прокатки, снятия остаточных напряжений и полной рекристаллизации материала. Испытания на релаксацию напряжений проводились при одноосном растяжении или сжатии при температуре 400 °C. Получены различные величины деформаций ползучести для трех главных направлений растяжения – сжатия. Деформации ползучести в продольном направлении больше, чем в нормальном, деформации ползучести при растяжении в 3 раза больше, чем при сжатии. Сжатие приводит также к большему эффекту деформационного упрочнения. Ползучесть при сжатии значительно меньше зависит от текстуры. Наблюдаемая анизотропия характеристик ползучести при растяжении связана с кристаллографической системой скольжения.

6. Ползучесть металлов при различных температурах. В работе [45] S. Мигакаті с соавторами представили результаты усталостных испытаний нержавеющей стали типа 316 при постоянной скорости деформирования. Проводились эксперименты на одноосное растяжение – сжатие и эксперименты с круговой траекторией деформирования. Эксперименты с изменением амплитуды деформации в диапазоне от 0.2 до 0.4% проводились при температурах 400, 600 °C и при комнатной температуре. Влияние температуры исследовалось в экспериментах с изменением температуры в диапазонах 200–600 °C, 400–600 °C, 500–600 °C при постоянной амплитуде деформации 0.3%. Отмечается, что большая амплитуда деформации или высокие температуры в предшествующих циклах оказывают значительное влияние на последующие циклы.

В [46] S. Murakami с соавторами провели экспериментальное исследование свойств нержавеющей стали при сложных циклических режимах нагружения при температурах от 20 до 700 °C. Испытания трубчатых образцов из стали проведены в режиме «растяжение – сжатие» при постоянной скорости изменения деформаций около 0.003 сек⁻¹, а также при изменении деформаций в цикле по круговой траектории, реализующейся в опытах на растяжение с кручением. Экспериментальные данные представлены циклическими диаграммами «напряжение – деформация» и траекториями изменения напряжений в опытах при непропорциональном циклическом нагружении. Показано, что при одинаковой амплитуде напряжений величина накопленной необратимой деформации в испытаниях при сложном напряженном состоянии значительно превосходит достигаемую в опытах при растяжении-сжатии. Циклическое упрочнение материала существенно зависит от температуры и наиболее интенсивно при 400–600 °C.

7. Влияние пластичности на ползучесть. В работе [47] Y. Ohashi и M. Tokuda моделируют результаты экспериментов по растяжению и кручению тонкостенных трубчатых образцов из изначально изотропной мягкой стали. Рассматриваются траектории деформации при совместном действии растяжения и кручения. Эксперименты проводились при различных значениях предварительных осевой и сдвиговой деформаций и последующих различных значениях углов наклона траектории совместной деформации. В ука-

занной работе представлены графики зависимостей эффективного напряжения (модуля вектора напряжения) от эффективной деформации (длины дуги траектории деформирования) для различных вышеуказанных условий проведения эксперимента.

Y. Ohashi, M. Kawai и T. Momose обнаружили значительную зависимость последующей ползучести от предварительной пластической деформации [48]. В условиях растяжения при температуре 650 °C в тонкостенных трубчатых образцах предварительно создавалась мгновенная пластическая деформация величиной 1, 2 или 3 %, а затем в течение 100 часов образцы подвергались испытаниям на ползучесть при совместном растяжении и кручении. Обнаружена значительная зависимость последующей ползучести от предварительной пластической деформации. Во всех экспериментах интенсивность напряжений принимала значение 140 МПа.

В [49] рассмотрено влияние предварительного пластического циклического деформирования на последующую ползучесть нержавеющей стали 316 при температуре 600 °C в условиях сложного напряженного состояния. Из полученных экспериментальных результатов следует, что предварительное циклическое нагружение по схеме «растяжение – сжатие» вызывает анизотропию характеристик ползучести.

В [50] В. F. Dyson с соавторами привели результаты испытаний тонкостенных трубчатых образцов из нержавеющей стали на ползучесть при температуре 800 °С при различных видах напряженного состояния (растяжение или кручение). В опытах определялась зависимость интенсивности скоростей установившейся ползучести \dot{p}_u от интенсивности напряжений σ_u .

Использовались как образцы типа А (прошедшие отжиг в вакууме при температуре 1200°С в течение 1 часа и закалку в среде холодного аргона), так и образцы типа В (прошедшие дополнительную термомеханическую обработку). В случае предварительного кручения последующие испытания на ползучесть при кручении проводились как в одну, так и в другую сторону. В результате получено, что для образцов типа A зависимость $\dot{p}_u(\sigma_u)$ при растяжении и кручении одна и та же. Для всех образцов типа В при всех способах создания предварительного наклепа зависимости $\dot{p}_u(\sigma_u)$ при растяжении проходят значительно выше, чем при кручении (отношение значений \dot{p}_u , соответствующих одному и тому же значению σ_u , составляет в среднем 3.0). При этом все образцы типа B при одной и той же величине σ_u проявляют меньшую скорость \dot{p}_{u} , чем образцы типа A. Показано, что если образцы типа B после пяти циклов термомеханической обработки вновь подвергнуть отжигу при температуре 1200 °C в течение 1 часа, то влияние термомеханической обработки снимается, и ползучесть этих образцов не отличается от ползучести образцов типа А. Механический анализ полученных результатов дополнен исследованием структуры различных образцов. Рассматривается модель роста межзеренных пустот, с помощью которой получено количественное описание экспериментальных данных.

Приведены данные металлографического исследования, в результате которого получены величины ω (отношения площади межзеренных пустот к площади рассматриваемого поперечного сечения) при различных значениях интенсивности скоростей деформации ползучести \dot{p}_u . Для всех образцов типа Bпоказано, что в процессе ползучести зависимости $\omega(\dot{p}_u)$ для растяжения проходят выше, чем для кручения. Рассматривается модель роста межзеренных пустот, с помощью которой получено количественное описание экспериментальных данных.

В испытаниях на ползучесть [51] использовались трубчатые тонкостенные образцы. Предложена вязко-вязкоупругая механическая модель для описания непропорционального изменения пластических характеристик и характеристик ползучести при скачкообразном изменении напряжений, учитывающая эффект старения и предполагающая независимость свойств пластичности и ползучести. Отмечено, что коэффициенты определяющих соотношений находятся из серии испытаний на ползучесть в условиях кручения с растяжением при постоянных значениях σ_u . Эта модель описывает экспериментальные результаты как при скачкообразном увеличении напряжений, так и при их скачкообразном уменьшении. Определяющие уравнения учитывают как ползучесть металлов, так и их последействие после разгрузки. Показано, что результаты расчетов по предложенной модели хорошо согласуются с полученными экспериментальными данными.

8. Длительная прочность. А. Е. Johnson с соавторами в [52] определяли влияние вибрационных напряжений на длительную прочность меди при температуре 250 °C при сложном напряженном состоянии. С этой целью был проведен ряд испытаний при ползучести до разрушения на медных образцах.

8.1. Скалярный параметр поврежденности. Следует отметить, что использование скалярного параметра поврежденности позволяет моделировать поведение металлов наиболее простым способом, поэтому варианты кинетической теории со скалярным параметром поврежденности и в наше время не потеряли своей актуальности. В данном параграфе рассмотрены некоторые достижения различных ученых при использовании скалярного параметра поврежденности.

Ученые разных стран предлагают различные типы кинетических уравнений при моделировании длительной прочности металлов в условиях сложного напряженного состояния.

О. В. Соснин [53–55] предложил энергетический подход для описания изучаемых явлений: в качестве скалярного параметра поврежденности ω принята величина рассеянной энергии A(t), в качестве условия длительной прочности рассматривается равенство $A(t^*) = A^* = \text{const.}$ Этот подход естественным образом позволяет формулировать постановку проблемы для стационарного и нестационарного пространственных напряженных состояний. В работах О. В. Соснина и его учеников (А. Ф. Никитенко, Б. В. Горева, И. В. Любашевской и др.) показано хорошее соответствие экспериментальных и теоретических кривых ползучести вплоть до разрушения. В монографии [6] изложено обоснование системы определяющих уравнений, описывающей ползучесть металлических материалов с одновременным учетом накопления в них поврежденностей. При описании длительной прочности используются скалярный параметр поврежденности, характеризующий энергию деформаций ползучести. А. А. Золочевский [56] при рассмотрении энергетического подхода предложил форму кинетического уравнения для материалов, по-разному сопротивляющихся растяжению и сжатию.

В статье [57] исследуемые явления рассматриваются на основе предложенной авторами вероятностной теории.

В статьях [58, 59, 103] F. A. Leckie с соавторами установили связь феноменологического понятия поврежденности с параметрами структуры.

В ряде статей моделирование особенностей рассматриваемых явлений обеспечивается введением нескольких скалярных кинетических параметров [60– 63 и др.]. Авторы этих исследований, как правило, рассматривают в качестве кинетических параметров различные характеристики эволюции структуры металлов в процессе ползучести.

А. Р. Ржаницын [64] вместо общепринятого скалярного параметра поврежденности ω ввел скалярный параметр объективной прочности r, величина r должна характеризовать мгновенную прочность материала в заданный момент времени. J. Lemaître с соавторами [65, 66] рассмотрели накопление повреждений в теле введением скалярных параметров состояния в рамках термодинамики необратимых процессов, при этом основное внимание уделяется взаимодействию процессов ползучести и усталости.

С. А. Шестериков с соавторами [67] при использовании дробно-степенной модели ползучести получили условие длительного разрушения, при котором предельное значение параметра поврежденности меньше 1.

M. Chrzanowski и J. Madej [68] при построении изохронных кривых длительной прочности в случае плоского напряженного состояния используют предлагаемое ими кинетическое уравнение, с помощью которого можно оценить прочность при кратковременном нагружении и остаточную кратковременную прочность в произвольный момент времени.

S. Murakami и M. Mizuno [69] обобщили теорию Ю. Н. Работнова для учета разрыхления металлов при нейтронном облучении и описали ползучесть нержавеющей стали при различных условиях облучения и переменных напряжениях.

В некоторых работах приведены не только результаты феноменологического исследования ползучести и длительной прочности металлов, но и анализ изменения структуры металлов в процессе ползучести [70–74].

В пяти статьях [74–78] приведены результаты исследований трубчатых образцов при постоянном растягивающем нормальном напряжении и знакопеременном касательном напряжении в условиях ползучести вплоть до разрушения. В таких испытаниях, как правило, изменение знака касательного напряжения приводит к увеличению времени до разрушения.

В [74] приведены результаты испытаний на ползучесть двух технических сплавов: INCO 718 (Inconel 718) и нержавеющей стали 17–21 SPH (сталь 316). Испытания проводились на трубчатых образцах в условиях одновременного действия растяжения и кручения при постоянных напряжениях (т.е. при этом учитывается уменьшение площади поперечного сечения в процессе опыта). В качестве эффективной скалярной характеристики плоского напряженного состояния принимаются интенсивность напряжений σ_u и максимальное главное напряжение σ_1 . В качестве характеристики деформированного состояния принимается интенсивность деформаций ползучести p_u , показано, что зависимость $p*_u$ (значение p_u в момент разрушения) от времени разрушения t^* имеет возрастающий характер для сплава INCO 718 и немонотонный характер (с внутренним минимумом) для стали 17–21 SPH. Наряду с экспериментами при не меняющихся во времени напряжениях авторы проводили опыты, в которых через каждые 48 часов касательное напряжение меняло знак; в связи с этим время до разрушения стали 17–21 SPH увеличивалось в 2–3 раза, время до разрушения сплава INCO 718 либо увеличивалось на 50%, либо уменьшалось на 30%.

В [75] проводится анализ влияния вида напряженного состояния на длительную прочность поликристаллических металлов, основанный на системе определяющих уравнений, учитывающих зарождение и рост пор на границах зерен и влияние скольжения по границам зерен. При помощи предлагаемой модели и правила линейного суммирования поврежденностей Робинсона исследуется влияние переменных нагрузок и температур на долговечность материала в условиях одноосного растяжения, причем предполагается, что материал в начальном состоянии уже содержал некоторое количество микропор. Дано сравнение с опубликованными экспериментальными данными. Влияние непропорционального нагружения на длительную прочность материала рассмотрено на примере трубчатого образца при постоянном растяжении и реверсированном кручении.

В [76] проведен теоретический анализ данных [74]. При этом параметр поврежденности может быть представлен в скалярном или тензорном виде. Проведен статистический анализ ориентации трещин в разрушенных образцах. Аналитически описано влияние циклического изменения знака касательного напряжения на время до разрушения (причем как упрочнение, так и разупрочнение). В экспериментах на одноосную ползучесть при постоянном напряжении σ_0 получено, что предварительное кратковременное (в течение 2 минут) приложение к образцу напряжения σ_1 , большего σ_0 , приводит к значительному упрочняющему эффекту; этот результат описывается предложенной моделью.

В [77] рассматривается феноменологическая модель ползучести при сложном напряженном состоянии

$$\frac{\dot{p}_{ij}}{\dot{p}_0} = \frac{3}{2} \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_0}\right)^{n-1} \frac{s_{ij}}{\sigma_0} \frac{1}{(1-\omega)^n},\tag{1}$$

$$\frac{\dot{\omega}}{\dot{\omega}_0} = \Delta \left(\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0}\right) \frac{1}{(1-\omega)^n},\tag{2}$$

где σ_u- интенсивность напряжений, $\omega-$ скалярный параметр поврежденности,

$$\Delta\left(\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0}\right) = \frac{1}{3\sigma_0} \left[\alpha\sigma_1 + \beta\sigma_u + \gamma(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)\right]$$
(3)

— однородная функция напряжений. Здесь $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ — главные напряжения; α , β , γ — постоянные. Описаны ползучесть и длительная прочность тонкостенных трубок из алюминиевого сплава, меди и сплава Nimonic 80A. Эти трубки испытывались в условиях сложного напряженного состояния: растягивающее напряжение во время каждого опыта оставалось постоянным, касательное напряжение в некоторый момент времени $t = t_0$ меняло знак. Для описания кривых сдвиговой ползучести используются уравнения (1)–(3). Испытания алюминиевого сплава хорошо описываются этими уравнениями. Для описания опытов на меди уравнение (2) не подходит: следует рассматривать накопление поврежденности ω в двух плоскостях, перпендикулярных направлениям максимальных главных напряжений при $t < t_0$ и $t > t_0$. Для описания ползучести и длительной прочности сплава Nimonic 80A соотношения (1)–(3) следует усложнить.

В [78] рассматривается анизотропное распределение пор в деформируемом элементе; эта анизотропия играет важную роль при описании непропорционального нагружения. Обсуждаются результаты испытаний сплава Nimonic 80A при температуре 750 °C в условиях одноосного растяжения и чистого кручения при почти одинаковой величине интенсивности напряжений σ_u , при этом значения σ_{max} различаются в $\sqrt{3}$ раз. Показано, что интенсивность деформаций ползучести p_u в случае одноосного растяжения (т.е. при большем σ_{max}) значительно быстрее приводит к разрушению. Рассматривается теоретическая модель следующего типа:

$$\dot{p}_{ij} = F s_{ij}, \quad F = F(s_{kl}, \omega), \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij},$$

параметр ω учитывает влияние межзеренных пустот. Влияние σ_{\max} на t^* учитывается с помощью зависимости F от ω . Обсуждается испытание на чистое кручение, в котором касательное напряжение в некоторый момент времени меняет знак, при этом направление σ_{\max} поворачивается на 90°.

Л. Б. Гецов в [79] предложил кинетическое уравнение деформационного типа, состоящее из четырех слагаемых, каждое из которых учитывает повреждения и деформации разного типа, и позволяющее определять условия разрушения при произвольной программе нагружения и нагрева. Показано, что результаты опытов, проведенных разными авторами в условиях различных программ нагружения, корректно описываются в рамках частных случаев предложенного критерия длительной прочности.

П. А. Павлов и Н. Н. Курилович [80] представили результаты испытаний на ползучесть конструкционных сталей ЭИ765 и ЭП182 при одноосном и плоском напряженном состоянии. Для описания процесса накопления повреждений в условиях ползучести использовано кинетическое уравнение силового типа, отвечающее принципу линейного суммирования. Это уравнение проверено экспериментально при различных режимах нестационарного ступенчатого нагружения.

В [66] предлагается кинетическое уравнение для скалярного параметра поврежденности при пространственном напряженном состоянии. При этом использован формализм термодинамики необратимых процессов. Скорость накопления поврежденности рассматривается как функция плотности освобождаемой энергии деформации и скорости накопленной пластической деформации. Отмечено, что предложенное соотношение может описывать хрупкое и вязкое разрушение, малоцикловую и многоцикловую усталость и длительную прочность. Основное внимание уделяется изучению многоцикловой усталости и взаимодействия процессов ползучести и усталости. При использовании вязкопластического определяющего уравнения с кинематическим упрочнением предлагаемое кинетическое уравнение приводит к нелинейной связи усталостных и вязких характеристик разрушения. Данный метод позволяет описывать зависимость наступления усталостного разрушения от программы нагружения и, в частности, от величины среднего напряжения. Получено хорошее соответствие экспериментальных и теоретических характеристик разрушения для случаев одноосного и плоского напряженных состояний.

В работе [81] предложена система кинетических уравнений для описания постепенного разрушения при ползучести в условиях сложного напря-

женного состояния. На основе этих уравнений предлагается усовершенствованная методология применительно к деформациям ползучести ферритной стали 0.5Cr0.5Mo0.25V при температуре 590 °C. Предсказания этой системы уравнений согласуются с экспериментальными наблюдениями.

В [82] испытания на ползучесть проведены при одноосном растяжении, чистом кручении и комбинированном растяжении и кручении при температуре 250°С для меди и 150°С для алюминиевого сплава при различных напряженных состояниях. Анализируется влияние напряженных состояний на неустановившуюся ползучесть, установившуюся ползучесть и длительную прочность. На основе анализа известных моделей ползучести была сформулирована новая система кинетических уравнений. Предложенные унифицированные кинетические уравнения определяются с использованием экспериментальных данных, полученных для обоих материалов при трех уровнях напряжений. Сравнение экспериментальных и рассчитанных кривых деформаций ползучести проводится для всех видов напряженных состояний и уровней напряжений для обоих материалов. Экспериментальные результаты показывают, что напряженные состояния оказывают существенное влияние на весь процесс деформации ползучести как для меди, так и для алюминиевого сплава. Эффекты, наблюдаемые во время неустановившейся и установившейся ползучести, являются более значительными, чем эффекты в разупрочняющейся стадии ползучести для меди, но не для алюминиевого сплава. Отношение времен до разрушения медных образцов при растяжении и кручении может достигать величины, равной 10.

В [83] рассматривается возможность описания ползучести и длительной прочности при непропорциональном нагружении с помощью теории с одним параметром состояния ω :

$$\frac{\dot{p}_{ij}}{\dot{p}_0} = \frac{1}{n+1} \frac{\partial \Phi^{n+1}(\sigma_{kl}/\sigma_0)}{\partial(\sigma_{ij}/\sigma_0)} \frac{1}{(1-\omega)^n},$$

$$\frac{\omega}{\dot{\omega}_0} = \Delta^{\nu}(\sigma_{ij}/\sigma_0) \cdot \frac{1}{(1-\omega)^{\nu}},$$
(4)

где Δ — однородная функция первой степени; σ_0 , \dot{p}_0 , n, ν , ω_0 — константы. Медь и алюминиевый сплав были отобраны для испытаний из тех соображений, что для них функцию Δ следует выбирать соответственно в виде $\Delta = \sigma_1/\sigma_0$ или $\Delta = \sigma_u/\sigma_0$ (σ_1 — максимальное главное напряжение, σ_u — интенсивность напряжений). Описаны испытания тонкостенных образцов при совместном действии растяжения и кручения как при пропорциональном увеличении σ и τ , так и при непропорциональном нагружении; в последнем случае нагружение заключалось в однократном или многократном прохождении на плоскости σ , τ двух выходящих из начала координат отрезков, симметричных относительно оси σ . Данные отрезки соответствуют уравнениям $\sigma = \pm 3\tau$, при этом из (4) следует $2\dot{p}_{z\theta}/\dot{p}_{zz} = 1$. О соответствии свойств ползучести уравнениям (4) авторы судят по отличию отношения $2\dot{p}_{z\theta}/\dot{p}_{zz}$ от 1. Показано, что с помощью указанных теоретических соотношений можно хорошо описать длительную прочность обоих материалов, а также деформации ползучести алюминиевого сплава.

8.2. Векторный параметр поврежденности. Моделирование длительной прочности металлов при нестационарном сложном напряженном состоянии связано со значительными трудностями. Наиболее перспективным путем решения этой задачи, по-видимому, является применение кинетической теории длительной прочности. Очевидно, что наиболее простые соотношения имеют место при использовании скалярного параметра поврежденности. Однако дефекты, определяющие накопление повреждений, такие как полости, микропоры, микротрещины, ориентированы нагрузками, под действием которых эти дефекты возникают. Как известно, микротрещины обычно развиваются приближенно перпендикулярно максимальному из главных напряжений. Увеличение этих микротрещин приводит к разрушению соединений зерен в поликристалле, и в результате происходит разрушение. Для описания такого типа разрушений недостаточно использовать скалярный параметр поврежденности, необходимо применять векторный или тензорный параметры поврежденности. В данном параграфе рассмотрены варианты кинетической теории с векторным параметром поврежденности или с комбинацией скалярного и векторного параметров. Использование скалярного параметра поврежденности, как правило, не позволяет описать особенности длительного разрушения при различных программах нагружения. При использовании тензорного параметра поврежденности возникают трудности с определением входящих в кинетические уравнения функций и материальных констант. В этом параграфе рассматривается описание рассматриваемых экспериментальных данных с помощью векторного параметра поврежденности. Применение этого подхода, как правило, приводит к хорошему соответствию экспериментальных и теоретических значений времен до разрушения.

Среди ученых, принимавших участие в разработке этого направления, следует отметить Л. М. Качанова [4, 84] и И. В. Наместникову с С. А. Шестериковым [85]. Л. М. Качанов в своих работах предложил учитывать как величину повреждения ω , так и его направление. Скорость накопления поврежденности в каждой плоскости зависит от нормального напряжения, действующего в этой плоскости; местное разрушение наступает, когда величина ω в каком-либо направлении достигает предельного значения; полное разрушение наступает после прохождения фронта разрушения через рассматриваемый объем.

И. В. Наместникова и С. А. Шестериков [85] предложили другой подход. В качестве параметра поврежденности ими принимается величина $\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2}$, где величины ω_i связаны с главными напряжениями σ_i , i = 1, 2, 3. Эти зависимости описывают накопление проекций вектора поврежденности на направления главных напряжений в процессе ползучести. Величина вектора поврежденности удовлетворяет естественным условиям: $\omega(0) = 0, \omega(t^*) = 1.$

В работах [86, 87] с помощью векторного подхода описано явление анизотропной поврежденности.

В цикле работ А. М. Локощенко с В. В. Назаровым [88–92] выполнено обобщение модели, предложенной в статье [85]. С этой целью вводится коэффициент прочностной анизотропии материала α_0 и учитывается взаимная зависимость компонент ω_i . Впервые экспериментально получена [88] и впоследствии с помощью предложенной модели [92] определена зависимость времени до разрушения при стационарном сложном напряженном состоянии от программы кратковременного нагружения.

В некоторых работах рассматривается сочетание скалярного и векторного параметров поврежденности. С. А. Шестериков с соавторами [93] отметили, что в процессе ползучести при сложном напряженном состоянии фактически появляется анизотропия свойств накопленной поврежденности, и предложили модель с комбинацией скалярного и векторного подходов. А. А. Чижик и Ю. К. Петреня [94] считают, что в области микропор параметр поврежденности является векторной величиной, а в области клиновидных трещин скаляром. О. К. Морачковский [95] использует скалярный параметр для описания установившейся и ускоряющейся стадий ползучести, а векторный параметр — для описания процесса ползучести на неустановившейся стадии. M. Chrzanovski, J. Madej [96] при описании изохронных кривых используют скалярный или векторный подход в зависимости от уровня времени до разрушения. Г. М. Хажинский [97] различает внутризеренную поврежденность (скалярный параметр) и межзеренную поврежденность (векторный паpametp). D. Hayhurst с соавторами при моделировании длительного разрушения алюминиевого сплава при сложном напряженном состоянии используют скалярный параметр ω , а при описании поведения меди в тех же условиях учитывают изменение направления максимального главного напряжения при изломе траектории нагружения (векторный параметр) [77,99].

В статьях [86, 98–102] рассматривается ползучесть до разрушения трубчатых образцов при касательных напряжениях, которые однократно или периодически меняют знак.

В [98] рассматривается влияние сложного нагружения на время до разрушения в условиях ползучести. Обсуждаются схемы вязкого (деформационного), хрупкого разрушения, а также разрушения смешанного типа.

В работе [99] квазиэмпирическая металловедческая теория В. Dyson'a и D. McLean'a использовалась для предсказания поведения трубок из сплава Nimonic 80A, испытанных на ползучесть при температуре 750 °С при прямом и обратном кручении. Данная теория была модифицирована для описания поведения предварительно напряженных трубок Nimonic 80A, испытанных в условиях прямого и обратного закручивания. Во всех случаях поврежденность, связанная с дефектами, является скалярной величиной, а поврежденность при ползучести и объемная доля полостей имеют векторный характер.

В [100] моделируется длительная прочность трубчатых образцов при одновременном действии постоянного осевого напряжения и касательного напряжения, однократно или циклически меняющего знак. Все варианты предложенных кинетических уравнений приводят к хорошему соответствию экспериментальных и теоретических значений времен до разрушения.

В [86] предлагаются определяющие соотношения для сред с изначально изотропной ползучестью и анизотропной поврежденностью, обусловленной зависимостью критериальной величины разрушения от вида напряженного состояния при простом нагружении и неравномерностью накопления повреждений в различных физических направлениях при сложном нагружении. Каждому направлению в векторном пространстве напряжений ставится в соответствие своя поврежденность. Ее приращение равно приращению скалярной поврежденности, умноженному на значение материальной функции от

угла между указанным направлением и вектором действующих в данный момент напряжений. Совокупность одновременных значений поврежденностей на всех направлениях пространства напряжений образует поверхность анизотропной поврежденности. Значение поврежденности в направлении вектора напряжений, действующих в текущий момент времени, принимается в качестве меры поврежденности. Она определяет ускорение ползучести при приближении к моменту разрушения и условие его наступления. Эффективность модели иллюстрируется сравнением с имеющимися в литературе экспериментальными и теоретическими результатами по ползучести и длительной прочности меди при температуре 250 °C [100] и нержавеющей стали при температуре 600 °C [74] в условиях совместного действия постоянного растяжения и знакопеременного кручения.

А. М. Локощенко в [101] рассмотрел результаты известных испытаний трубчатых образцов при постоянном осевом напряжении и постоянном или знакопеременном касательном напряжении [74]. Циклическое изменение знака касательных напряжений приводит в экспериментах к значительному увеличению времени до разрушения. Моделирование полученных экспериментальных результатов проведено с помощью подхода Л. М. Качанова.

В [102] выполнено моделирование известных результатов испытаний на длительную прочность в условиях нестационарного сложного напряженного состояния. При описании экспериментальных данных [100] используется векторный параметр поврежденности с кусочно-постоянной скоростью накопления повреждений. Моделируется длительная прочность трубчатых образцов при одновременном действии постоянного осевого напряжения и касательного напряжения, однократно или циклически меняющего знак. Моделирование длительной прочности при скачкообразном изменении интенсивности напряжений проведено двумя способами — с помощью метода Л. М. Качанова и метода И. В. Наместниковой и С. А. Шестерикова. Все варианты предложенных кинетических уравнений приводят к хорошему соответствию экспериментальных и теоретических значений времен до разрушения.

В [87] на основе кинетической теории предложено вязкопластическое моделирование анизотропной поврежденности. Модель учитывает влияние поворота направлений главных поврежденностей на деформационное и повреждающее поведение. С помощью вязкопластического потенциала поврежденности устанавливаются уравнения эволюции повреждений. На основе предложенного критерия поврежденности для локализованной шейки модель используется для прогнозирования момента разрушения алюминиевого листа из сплава 6111-Т4. Прогнозируемые результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

8.3. Тензорный параметр поврежденности. При исследовании зависимости времени до разрушения от различных характеристик анизотропии материала (как исходной, так и приобретенной) многие авторы используют тензорный параметр поврежденности, при этом рассматриваются тензоры второго, четвертого и восьмого рангов. Впервые тензорный параметр поврежденности предложен в классической монографии Ю. Н. Работнова [3], в качестве характеристики напряженного состояния в [3,104] принимается линейная комбинация σ_{max} и σ_u .

В. П. Тамуж [105] рассмотрел возможности построения теории длитель-

ной прочности при сложном напряженном состоянии с помощью скалярного, векторного и тензорного параметров поврежденности. Н. Altenbach и P. Schiesse [106] рассмотрели возможность описания связи условий нагружения с поврежденностью на уровне структуры материала.

В 1967 г. А. А. Ильюшин [107] ввел понятия тензоров и мер повреждений, которые определяются с помощью функционалов относительно заданных процессов изменения во времени тензоров напряжений и моментов. В монографии Э. Б. Завойчинской и И. А. Кийко [108] рассматривается развитие этого подхода: введен оператор повреждений, предложено обобщение механических теорий прочности, исследованы предельные процессы нагружения в пространстве А. А. Ильюшина. Б. Е. Победря рассмотрел операторные определяющие соотношения среды, включающие меру поврежденности А. А. Ильюшина [109]. Возможные несовершенства материала учтены путем введения моментных напряжений, проведен термодинамический анализ процесса эволюционного разрушения материала. В. П. Тамуж и А. Ж. Лагздыныш применили тензорный подход при моделировании накопления повреждений в виде круглых мелких трещин различной ориентации в изотропных [110] и анизотропных [111] средах. В. А. Копнов использовал предложенные в статье [107] интегральные операторы для получения феноменологических критериев длительной прочности анизотропных материалов при сложном напряженном состоянии [112]. А. А. Лебедев и В. М. Михалевич сформулировали критериальные соотношения для накопленных повреждений в виде уравнения наследственного типа с разностным ядром [8, 113–115].

J. Betten [116, 117] выделил деформационную анизотропию и анизотропию, вызываемую накоплением повреждений. С. Chow, J. Wang [118] предложили тензорное уравнение накопления повреждений для анизотропной среды при учете больших деформаций. S. Bodner [119] предложил использовать в определяющем уравнении для анизотропной среды параметр поврежденности в виде тензора второго ранга.

S. Murakami с соавторами [120–123] особое внимание уделили анизотропному характеру накопления тензорного параметра поврежденности, при этом было использовано сочетание методов механики сплошной среды и материаловедения. В. И. Астафьев [124] применил тензорную меру поврежденности для описания развития пор, их слияния и превращения пор в микротрещины, расположенные на площадках, ортогональных направлению наибольшего главного напряжения.

D. Кгајсіпоvіс с соавторами [125–127] построили теорию длительной прочности металлов на основе введения параметра поврежденности в виде антисимметричного тензора второго ранга. В статье [126] рассматривается связь между микроструктурными параметрами поврежденности и макрохарактеристиками поликристаллических материалов. На основе термодинамического анализа роста трещины Гриффитса получена связь между разбросом характеристик диаграммы деформирования на микроуровне и процессом деформирования на макроуровне. В. А. Маньковский [128] при исследовании изменения поврежденности во времени учитывает ее случайный характер. В результате исключения фактора случайности и использования тензорного подхода получен новый критерий длительного разрушения при сложном напряженном состоянии. P. Delobelle с соавторами [76, 129], анализируя результаты испытаний, проведенных при сложном нагружении, показали необходимость учета механизмов как изотропного, так и кинематического упрочнения материала. J. Lemaître [130] применил кинетическую теорию при решении задач обработки металлов, в частности, задачи о глубокой вытяжке полос. В статье [131] опубликован краткий обзор результатов описания длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии с помощью кинетической теории. В этом обзоре показано, что основные усилия ученых направлены на разработку новых теоретических моделей, в то время как получению экспериментальных данных уделено недостаточное внимание. В связи с этим имеющиеся результаты известных испытаний не позволяют определять время до разрушения при произвольных температурно-силовых программах нагружения.

В статье К. А. Агахи и Д. В. Георгиевского [132] предлагается обобщение определяющих уравнений теории ползучести с поврежденностью на трехмерное напряженное состояние, в это обобщение входят две материальные нелинейные тензор-функции двух тензорных аргументов.

Континуальная теория ползучести и длительной прочности поликристаллических металлов при сложном напряженном состоянии в [122] формулируется с помощью использования тензоров поврежденности и тензоров деформаций ползучести. Накопление поврежденности описывается тензором второго ранга, характеризующим уменьшение площади нетто, вызванное трехмерным распределением микрополостей. Влияние поврежденности на деформации ползучести выражается через тензор четвертого ранга, сформированный из упомянутого тензора поврежденности.

Обоснованность полученной теоретической модели с упором на тензорную природу параметра поврежденности была показана путем проведения модельных испытаний с перфорированными образцами. Было отмечено, что постепенное разрушение может быть идентифицировано с помощью тензора поврежденности второго ранга, кроме того, влияние постепенного разрушения на увеличение деформаций ползучести может быть представлено с помощью тензоров напряжений второго и четвертого ранга, полученных с помощью тензора поврежденности.

Отмечено, что для того, чтобы разработать и проверить конкретные формы вводимых определяющих и кинетических уравнений, необходимо дополнительно выполнить различные испытания при нестационарных сложных напряженных состояниях для реальных материалов.

Одна из наиболее важных задач теории ползучести металлов состоит в определении времени до разрушения в заданных условиях температурносилового нагружения. В данной работе обсуждается влияние силового режима на длительную прочность. Обычно рассматриваются задачи определения времени до разрушения при достаточно простом нагружении (например, растяжение стержня при постоянной нагрузке, труба под действием постоянного давления и т. д.) и различаются две идеализированные схемы — «вязкое» (деформационное) и хрупкое (малодеформационное) разрушения, реже анализируется промежуточный (смешанный) тип разрушения. Разрушение, однако, существенно зависит от истории нагружения. Используя тензорные характеристики состояния в данной точке среды или на поверхности малой сферы, окружающей данную точку, или более общие переменные, учитывающие «дальнодействие», можно ввести весьма общие функционалы, представляющие зависимость разрушения от последовательности силовых воздействий. Однако недостаток экспериментальных данных, большой их разброс и трудности определения многих параметров и характерных функций побуждают к развитию простых моделей. Ниже излагается простая феноменологическая схема, опирающаяся на предельные картины чисто вязкого и идеально хрупкого разрушения.

В [123] в рассматриваемой модели повреждение материала является параметром состояния, оно представляется в виде симметричного тензора II ранга. При выводе определяющих уравнений используются предположения об анизотропном накоплении повреждений, законе течения типа Прагера-Друккера и деформационном упрочнении. Определяющие уравнения имеют вид

$$D_{ij} = G_{ij}(\sigma_{mn}, \Omega_{mn}, k, T), \quad \dot{\Omega}_{ij} = H_{ij}(\sigma_{mn}, \Omega_{mn}, k, T),$$

где σ_{mn} , D_{mn} , Ω_{mn} — тензоры напряжений, деформаций и повреждений соответственно; T — температура, k — параметр упрочнения; G_{ij} и H_{ij} — изотропные тензорные функции. Предложенные уравнения используются для описания испытаний меди при 250 °C в условиях пропорционального (А. Е. Johnson и др., 1956 г.) и непропорционального (W. Tramczynski и др., 1979 г.) нагружения. Эти испытания проводились при комбинации растягивающего σ и касательного τ напряжений при $\sigma(t) \equiv \text{const}$, зависимость $\tau(t)$ в различных опытах была постоянной или кусочно-постоянной. Описание этих экспериментальных данных проводилось с помощью данных соотношений, а также с помощью соотношений Работнова—Качанова, естественном образом обобщенных на случай сложного напряженного состояния.

В рамках развиваемой теории анизотропной поврежденности при ползучести, основанной на рассмотрении симметричного тензора поврежденности второго ранга, сформулированы определяющие уравнения ползучести и длительной прочности для меди [133]. В одноосном случае рассматриваются два типа определяющих уравнений ползучести с деформационным упрочнением и степенным законом накопления поврежденности. Для уточнения вида определяющих уравнений и нахождения констант, входящих в эти уравнения, были выполнены эксперименты на длительную прочность для одноосного случая и для случая сложного напряженного состояния при совместном кручении и растяжении. Эксперименты проводились на трубчатых медных образцах длиной 25 мм, толщиной 1 мм с внешним радиусом 21 мм при температуре 250 °C. Развиваемая модель используется для анализа переменного сложного напряженного состояния при ползучести и исследования влияния анизотропии повреждений на деформации ползучести и долговечность. Теоретические результаты сравниваются с данными экспериментов при постоянном растяжении и реверсированном кручении. Обсуждаются возможности, ограничения и пути уточнения предлагаемой теории.

9. Заключение. Предлагаемая статья представляет собой аналитический обзор экспериментальных и теоретических исследований ползучести и длительной прочности металлов при нестационарных сложных напряженных состояниях за последние 60 лет.

Первые систематические исследования ползучести металлов при сложном напряженном состоянии были опубликованы в конце 50-х и начале 60-х годов XX века в Советском Союзе (Ю. Н. Работнов [3]) и Великобритании (А. Е. Johnson [26]). Пионерские работы по длительной прочности металлов при одноосном растяжении впервые появились в СССР (Л. М. Качанов [1] и Ю. Н. Работнов [2]). Впоследствии Ю. Н. Работнов разработал кинетическую теорию ползучести и длительной прочности [3], с помощью которой в настоящее время можно эффективно описывать особенности процесса ползучести металлов вплоть до разрушения при различных программах нагружения. Вслед за работами Л. М. Качанова и Ю. Н. Работнова механика континуального разрушения стала развиваться в Европе, в Азии (в основном в Японии) и затем в США.

В качестве основной связи компонент тензоров напряжений и деформаций ползучести (скоростей деформаций ползучести), как правило, принимается гипотеза пропорциональности девиаторов напряжений и девиаторов скоростей деформаций ползучести. В работах А. Е. Johnson'a [11] коэффициент пропорциональности в этих соотношениях включает вторые инварианты тензора напряжений и тензора скоростей деформаций ползучести. В настоящее время существует недостаточное количество систематических экспериментальных данных о деформациях ползучести при произвольных нестационарных сложных напряженных состояниях, при этом остается открытым вопрос о виде коэффициента в гипотезе пропорциональности. Следует отметить проведенные различными учеными из разных стран экспериментальнотеоретические исследования ползучести трубчатых образцов вплоть до разрушения, в которых растягивающее напряжение в течение испытания оставалось постоянным, а касательное напряжение однократно или периодически изменяло знак. Такие исследования показали, что изменение знака касательного напряжения приводит к значительному увеличению времени до разрушения. Этому явлению можно дать физическое обоснование. Деформации ползучести происходят путем сдвига по плоскостям скольжения кристаллической решетки, при перемене знака касательного напряжения в материале образца происходит скольжение по другим плоскостям. Следует отметить также случайный характер накапливаемых повреждений при изменении вида сложного напряженного состояния.

В качестве общего недостатка исследований по данной тематике следует отметить следующее обстоятельство. Во всех исследованиях, проводимых за последние 60 лет, учеными разных стран рассматриваются характеристики ползучести и длительной прочности, зависящие только от двух параметров: характеристик задаваемого механического нагружения (напряжений или деформации ползучести) и параметров переменного температурного поля. Однако на практике механическое поведение элементов конструкций при высоких температурах может зависеть также от других физических полей (на-пример, от влияния агрессивной окружающей среды). В [134–136] приведен подробный анализ особенностей механического по-

ведения металлов при длительном высокотемпературном напряженном состоянии в агрессивных средах и основных феноменологических подходов, используемых при моделировании влияния окружающей среды на ползучесть и длительную прочность этих металлов.

Сотрудники института механики МГУ имени М. В. Ломоносова и Московского авиационного технологического института имени К. Э. Циолковского в 2008 г. опубликовали результаты совместного экспериментально-теоретического исследования ползучести и длительной прочности титанового сплава с предварительно внедренным водородом при одноосном растяжении [137, 138]. Исследования показали, что увеличение доли предварительно внедренного водорода приводит к систематическому увеличению времени до разрушения и, как правило, к значительному уменьшению предельной деформации ползучести.

При этом следует отметить, что экспериментальные исследования ползучести и длительной прочности металлов при нестационарном сложном напряженном состоянии в присутствии окружающей агрессивной среды, как правило, отсутствует.

В данном обзоре приведены основные результаты исследований, проводимых учеными разных стран. Существенный вклад в развитие рассматриваемого направления науки внесли, в частности, российские ученые Ю. Н. Работнов, Л. М. Качанов, Н. Н. Малинин, А. А. Ильюшин, В. С. Наместников, С. А. Шестериков, А. М. Локощенко, О. В. Соснин, Ю. П. Самарин, А. Ф. Никитенко и др.

Конкурирующие интересы. Заявляем, что в отношении авторства и публикации этой статьи конфликта интересов не имеем.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы принимали участие в разработке концепции статьи и в написании рукописи. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной рукописи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (РНФ 19–19–00062, Самарский государственный технический университет).

Библиографический список

- 1. Качанов Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук, 1958. №8. С. 26–31.
- 2. Работнов Ю. Н. О механизме длительного разрушения / Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. 5–7 с.
- 3. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
- 4. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 312 с.
- Trąmpczyński W. Badanie wpływu historii obciążenia na pełzanie metali w złożonym stanie naprężenia. Warszawa: Inst. Podstawowych Probl. Techn. Polsk. Akad. Nauk, 1985. 249 pp. (in Polish)
- 6. Соснин О. В, Горев Б. В., Никитенко А. Ф. Энергетический вариант теории ползучести. Новосибирск: Ин-т гидродин. им. М. А. Лаврентьева, 1986. 96 с.
- 7. Никитенко А. Ф. Ползучесть и длительная прочность металлических материалов. Новосибирск: Новосиб. гос. архит.-строит. ун-т, 1997. 278 с.
- Михалевич В. М. Тензорні моделі накопичання пошкоджень. Вінниця: Універсум-Вінниця, 1998. 195 с. (на украинском), http://ir.lib.vntu.edu.ua/handle/ 123456789/13977.

- Betten J. Creep Mechanics. Berlin: Springer-Verlag, 2008. xvi+367 pp. doi: 10.1007/ 978-3-540-85051-9.
- Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит, 2016. 504 с.
- Johnson A. E. Complex stress creep of metals // Intern. Met. Rev., 1985. vol. 30, no. 1. pp. 447-506. doi: 10.1179/mtlr.1960.5.1.447.
- Шестериков С. А., Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов / Итоги науки и техники. Сер. Механ. деформ. тверд. тела. Т. 13. М.: ВИНИТИ, 1980. С. 3–124.
- Lemaître J. Local approach of fracture // Eng. Fract. Mech., 1986. vol. 25, no. 5–6. pp. 523– 537. doi: 10.1016/0013-7944(86)90021-4.
- 14. Krajcinovic D. The continuous damage theory: why, how and where? / Spominski zbornik Antona Kuhlja. Ljubljana: S.n., 1982. pp. 95–109.
- Krajcinovic D. On the basic structure of continuum damage models / Fragmentation, Form and Flow in Fractured Media: Progr. F3-conf., Neve Ilan, Jan. 6–9, 1986. Jerusalem: Hilger, Bristol, 1986. pp. 190–204.
- Krajcinovic D. Damage mechanics accomplishments, trends and needs // Int. J. Solids Struct., 2000. vol. 37, no. 1–2. pp. 267–277. doi: 10.1016/S0020-7683(99)00081-5.
- Chaboche J. L. Continuum Damage Mechanics: Part I—General Concepts // J. Appl. Mech., 1988. vol. 55, no. 1. pp. 59–64. doi: 10.1115/1.3173661.
- Betten J. Mathematical modelling of materials behavior under creep conditions // Appl. Mech. Rev., 2001. vol. 54, no. 2. pp. 107–132. doi: 10.1115/1.3097292.
- Yao Hua-Tang, Xuan Fu-Zhen, Wang Zhengdong, Tu Shan-Tung. A review of creep analysis and design under multi-axial stress states // Nucl. Eng. Des., 2007. vol. 237, no. 18. pp. 1969–1986. doi: 10.1016/j.nucengdes.2007.02.003.
- 20. Работнов Ю. Н. Опытные данные по ползучести технических сплавов и феноменологические теории ползучести (обзор) // ПМТФ, 1965. № 1. С. 141–159.
- 21. Наместников В. С. Об одной гипотезе в теории трехосной ползучести // Изв. СО АН СССР, 1960. № 2. С. 3–14.
- 22. Наместников В. С., Работнов Ю. Н. О гипотезе уравнения состояния при ползучести // $\Pi MT\Phi,$ 1961. № 3. С. 101–102.
- 23. Наместников В. С. О ползучести при переменных нагрузках в условиях сложного напряженного состояния // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук, 1957. № 10. С. 83–85.
- 24. Наместников В. С. О гипотезе пропорциональности, девиаторов в условиях ползучести при переменных нагрузках и неизменных главных осях // $\Pi MT \Phi$, 1960. № 3. С. 212–214.
- Johnson A. E., Henderson J., Mathur V. D. Creep under changing complex stress systems. II // Engineer, Lond., 1958. vol. 206, no. 5351. pp. 251–257.
- Johnson A. E., Khan B. Creep under changing complex-stress systems in copper at 250°C // Int. J. Mech. Sci., 1965. vol. 7, no. 12. pp. 791–810. doi: 10.1016/0020-7403(65)90033-0.
- Johnson A. E., Henderson J., Mathur V. D. Creep under changing complex stress systems. III // Engineer, Lond., 1958. vol. 206, no. 5352. pp. 287–291.
- Johnson A. E., Henderson J., Mathur V. D. Creep under changing complex stress systems. I // Engineer, Lond., 1958. vol. 206, no. 5350. pp. 209–216.
- Ohashi Y., Ohno N., Kawai M. Evaluation of creep constitutive equations for type 304 stainless steel under repeated multiaxial loading // J. Eng. Mater. Technol., 1982. vol. 104, no. 3. pp. 155–164. doi: 10.1115/1.3225059.
- Kawai M. Alternative form of the auxiliary hardening rule for multiaxial repeated creep // Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. A, 1993. vol. 59, no. 566. pp. 2440-2447. doi: 10.1299/ kikaia.59.2440.
- Kawai M. Creep hardening rule under multiaxial repeated stress changes // JSME Int. J., Ser. A, 1995. vol. 38, no. 2. pp. 201-212. doi: 10.1299/jsmea1993.38.2_201.

- Dyson B. F., McLean D. Creep of Nimonic 80A in torsion and tension // Met. Sci., 1977. vol. 11, no. 2. pp. 37–45. doi: 10.1179/msc.1977.11.2.37.
- Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф. К обоснованию энергетического варианта теории ползучести. Сообщение 1. Основные гипотезы и их экспериментальная проверка // Пробл. прочн., 1976. № 11. С. 3–8.
- Chu S. C., Sidebottom O. M. Creep of metal torsion-tension members subjected to nonproportionate load changes // Exp. Mech., 1970. vol. 10, no. 6. pp. 225–232. doi: 10.1007/ BF02324094.
- Sidebottom O. M. Elevated-temperature creep and relaxation of torsion-tension members // Exp. Mech., 1978. vol. 18, no. 4. pp. 121–126. doi: 10.1007/BF02324143.
- Mark R., Findley W. N. Concerning a creep surface derived from a multiple integral representation for 304 stainless steel under combined tension and torsion // J. Appl. Mech., 1978. vol. 45, no. 4. pp. 773–779. doi:10.1115/1.3424417.
- Findley W. N., Lai J. S. Creep of 2618 aluminum under side-steps of tension and torsion and stress reversal predicted by a viscous-viscoelastic model // J. Appl. Mech., 1981. vol. 48, no. 1. pp. 47–54. doi: 10.1115/1.3157591.
- 38. Ding J. L., Lee S. R. Development of viscoplastic constitutive equation through biaxial material testing // *Exp. Mech.*, 1988. vol. 28, no. 3. pp. 304–309. doi: 10.1007/BF02329027.
- 39. Волков И. А., Игумнов Л. А., Казаков Д. А., Шишулин Д. Н., Сметанин И. В. Определяющие соотношения нестационарной ползучести при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности и пластичности, 2016. Т. 78, № 4. С. 436–451. doi: 10.32326/1814-9146-2016-78-4-436-451.
- Oytana C., Delobelle P., Mermet A. Constitutive equations study in biaxial stress experiments // J. Eng. Mater. Technol., 1982. vol. 104, no. 1. pp. 1–11. doi: 10.1115/1.3225030.
- 41. Локощенко А. М. Виброползучесть металлов при одноосном и сложном напряженных состояниях // Изв. РАН. МТТ, 2014. № 4. С. 111–120.
- Локощенко А. М., Фомин Л. В., Басалов Ю. Г., Агабабян В. С. Моделирование ползучести металлов при нестационарном сложном напряженном состоянии // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 2019. Т. 23, № 1. С. 69–89. doi: 10. 14498/vsgtu1668.
- 43. Aktaa J., Schinke B. The influence of the hardening state on time dependent damage and its consideration in a unified damage model // Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 1996. vol. 19, no. 9. pp. 1143–1151. doi: 10.1111/j.1460-2695.1996.tb01048.x.
- 44. Lucas G. E., Pelloux R. M. N. Texture and stress state dependent creep in Zircaloy-2 // Met. Trans. A, 1981. vol. 12, no. 7. pp. 1321–1331. doi: 10.1007/BF02642346.
- Murakami S., Kawai M., Ohmi Y. Effects of strain amplitude history and temperature history on multiaxial cyclic hardening of type 316 stainless steel // Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. A, 1988. vol. 54, no. 501. pp. 1131–1139. doi: 10.1299/kikaia.54.1131.
- Murakami S., Kawai M., Aoki K., Ohmi Y. Temperature-dependence of multiaxial nonproportional cyclic behavior of type 316 stainless steel // J. Eng. Mater. Technol., 1989. vol. 111, no. 1. pp. 32–39. doi: 10.1115/1.3226430.
- Ohashi Y., Tokuda M. Precise measurement of plastic behaviour of mild steel tubular specimens subjectsd to combined torsion and axial force // J. Mech. Phys. Solids, 1973. vol. 21, no. 4. pp. 241–261. doi: 10.1016/0022-5096(73)90023-9.
- Ohashi Y., Kawai M., Momose T. Effects of prior plasticity on subsequent creep of type 316 stainless steel at elevated temperature // J. Eng. Mater. Technol., 1986. vol. 108, no. 1. pp. 68–74. doi:10.1115/1.3225844.
- Murakami S., Kawai M., Yamada Y. Creep after cyclic-plasticity under multiaxial conditions for type 316 stainless steel at elevated temperature // J. Eng. Mater. Technol., 1990. vol. 112, no. 3. pp. 346–352. doi: 10.1115/1.2903336.
- Dyson B. F., Verma A. K. Szkopiak Z. C. The influence of stress state on creep resistance: Experiments and modelling // Acta Metallurgica, 1981. vol. 29, no. 9. pp. 1573–1580. doi:10.1016/0001-6160(81)90039-0.

- 51. Cho U. W., Findley W. N. Creep and plastic strains under stress reversal in torsion with and without simultaneous tension for 304 stainless steel at 593°C // J. Appl. Mech., 1983. vol. 50, no. 3. pp. 587–592. doi:10.1115/1.3167095.
- Johnson A. E., Henderson J., Khan B. Complex stress creep fracture of copper at 250°C under vibratory stress // Engineer, Lond., 1961. vol. 212, no. 5509. pp. 304–308.
- 53. Соснин О. В. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Ползучесть и разрушение неупрочняющихся материалов. Сообщение 1 // Пробл. прочн., 1973. № 5. С. 45–49.
- 54. Соснин О. В. О варианте теории ползучести с энергетическими параметрами упрочнения / Механика деформируемых тел и конструкций. М.: Машиностроение, 1975. С. 460–463.
- 55. Соснин О. В., Любашевская И. В., Новоселя И. В. Сравнительные оценки высокотемпературной ползучести и разрушения конструкционных материалов // ПМТФ, 2008. Т. 49, № 2. С. 123–130.
- 56. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности материалов, поразному сопротивляющихся растяжению и сжатию // Изв. вузов. Машиностроение, 1986. № 12. С. 7–10.
- 57. Кулагин Д. А., Локощенко А. М. Моделирование влияния агрессивной окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов при сложном напряженном состоянии // Изв. РАН. МТТ, 2004. № 1. С. 188–199.
- Leckie F. A., Hayhurst D. R Creep rupture of structures // Proc. R. Soc. Lond. A, 1974. vol. 340, no. 1622. pp. 323–347. doi: 10.1098/rspa.1974.0155.
- Leckie F. A., Hayhurst D. R. Constitutive equations for creep rupture // Acta Metallurgica, 1977. vol. 25, no. 9. pp. 1059–1070. doi: 10.1016/0001-6160(77)90135-3.
- Kowalewski Z. L., Lin J., Hayhurst D. R. Investigation of a high accuracy uni-axial creep testpiece with slit extensioneter ridges // Arch. Mech., 1995. vol. 47, no. 2. pp. 261–279.
- Othman A. M., Dyson B. F., Hayhurst D. R., Lin J. Continuum damage mechanics modelling of circumferentially notched tension bars undergoing tertiary creep with physically-based constitutive equations // Acta Metall. Mater., 1994. vol. 42, no. 3. pp. 597–611. doi: 10.1016/0956-7151(94)90256-9.
- Vakili-Tahami F., Hayhurst D. R., Wong M T. High-temperature creep rupture of low alloy ferritic steel butt-welded pipes subjected to combined internal pressure and end loadings // *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 2005. vol. 363, no. 1836. pp. 2629–2661. doi: 10.1098/rsta. 2005.1583.
- 63. Xu Q., Hayhurst D. R. The evaluation of high-stress creep ductility for 316 stainless steel at 550°C by extrapolation of constitutive equations derived for lower stress levels // Int. J. Pres. Ves. Pip., 2003. vol. 80, no. 10. pp. 689–694. doi: 10.1016/j.ijpvp.2003.08.005.
- 64. Ржаницын А. Р. Теория длительной прочности при произвольном одноосном и двухосном загружении // *Строит. мех. и расчет сооружс.*, 1975. № 4. С. 25–29.
- Lemaître J., Chaboche J.-L. Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement // J. Méc. Appl., 1978. vol. 2, no. 3. pp. 317–365.
- 66. Lemaître J., Sermage J. P. One damage law for different mechanisms // Comput. Mech., 1997. vol. 20, no. 1–2. pp. 84–88. doi: 10.1007/s004660050221.
- Шестериков С. А., Лебедев С. Ю., Юмашева М. А. Новые функциональные соотношения для описания процессов ползучести и длительной прочности / Труды IX конференции по прочности и пластичности. Т. 3 (22.01–26.01.1996, Москва). М.: ИПМ РАН, 1996. С. 130–134.
- Chrzanowski M., Madej J. Isochronous creep rupture curves in plane stress // Mech. Res. Commun., 1980. vol. 7, no. 1. pp. 39–40. doi: 10.1016/0093-6413(80)90023-3.
- Murakami S., Mizuno M. A constitutive equation of creep, swelling and damage under neutron irradiation applicable to multiaxial and variable states of stress // Int. J. Solids Struct., 1992. vol. 29, no. 19. pp. 2319–2328. doi: 10.1016/0020-7683(92)90218-1.

- Cane B. J. Creep damage accumulation and fracture under multiaxial stresses / D. Francois et al (eds.), Advances in Fracture Research. vol. 3. New York: Pergamon Press, 1981. pp. 1285–1293.
- Dyson B. F., Loveday M. S. Creep fracture in Nimonic 80A under triaxial tensile stressing / A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Creep in Structures. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. pp. 406-421. doi: 10.1007/978-3-642-81598-0_27.
- 72. Hayhurst D. R., Brown P. R., Morrison C. J. The role of continuum damage in creep crack growth // Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 1984. vol. 311, no. 1516. pp. 131–158. doi: 10. 1098/rsta.1984.0022.
- Hayhurst D. R., Felce I. D. Creep rupture under tri-axial tension // Eng. Fract. Mech., 1986. vol. 25, no. 5–6. pp. 645–664. doi: 10.1016/0013-7944(86)90030-5.
- 74. Trivaudey F., Delobelle P. High temperature creep damage under biaxial loading—Part I: Experiments // J. Eng. Mater. Technol., 1990. vol. 112, no. 4. pp. 442–449. doi: 10.1115/ 1.2903355.
- 75. Tvergaard V. On the stress state dependence of creep rupture // Acta Metallurgica, 1986. vol. 34, no. 2. pp. 243–256. doi: 10.1016/0001-6160(86)90195-1.
- 76. Trivaudey F., Delobelle P. High temperature creep damage under biaxial loading—Part II: Model and simulations // J. Eng. Mater. Technol., 1990. vol. 112, no. 4. pp. 450–455. doi:10.1115/1.2903356.
- 77. Trampczyński W., Hayhurst D. R. Creep deformation and rupture under non-proportional loading / A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Creep in Structures. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer. pp. 388-405. doi: 10. 1007/978-3-642-81598-0_26.
- Leckie F. A., Onat E. T. Tensorial nature of damage measuring internal variables / J. Hult, J. Lemaitre (eds.), Physical Non-Linearities in Structural Analysis. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. pp. 140–155. doi: 10.1007/978-3-642-81582-9_20.
- 79. Гецов Л. Б. Кинетические уравнения разрушения при сложных программах циклического нагружения // Пробл. прочн., 1978. № 7. С. 31–37.
- Павлов П. А., Курилович Н. Н. Длительное разрушение жаропрочных сталей при нестационарном нагружении // Пробл. прочн., 1982. № 2. С. 42–47.
- 81. Xu Q. The development of validation methodology of multi-axial creep damage constitutive equations and its application to 0.5Cr0.5Mo0.25V ferritic steel at 590°C // Nuc. Eng. Des., 2004. vol. 228, no. 1–3. pp. 97–106. doi: 10.1016/j.nucengdes.2003.06.021.
- Lin J., Kowalewski Z. L., Cao J. Creep rupture of copper and aluminium alloy under combined loadings—experiments and their various descriptions // Int. J. Mech. Sci., 2005. vol. 47, no. 7. pp. 1038–1058. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2005.02.010.
- Trąmpczyński W., Hayhurst D. R., Leckie F. A. Creep rupture of copper and aluminium under non-proportional loading // J. Mech. Phys. Solids, 1981. vol. 29, no. 5–6. pp. 353–374. doi: 10.1016/0022-5096(81)90034-X.
- 84. Качанов Л. М. К вопросу о хрупких разрушениях в условиях ползучести при сложном нагружении // Вестн. Ленингр. ун-та, 1972. № 1. С. 92–96.
- 85. Наместникова И. В., Шестериков С. А. Векторное представление параметра поврежденности / Деформирование и разрушение твердых тел: Сб. тр. Ин-та механики МГУ имени М. В. Ломоносова. М.: Моск. ун-т, 1985. С. 43–52.
- 86. Пелешко В. А. Использование поверхности поврежденности для описания ползучести и длительной прочности при сложном нагружении // Изв. РАН. МТТ, 2003. № 2. С. 124–138.
- Chow C. L., Yang X. J., Chu E. Viscoplastic constitutive modeling of anisotropic damage under nonproportional loading // J. Eng. Mater. Technol., 2001. vol. 123, no. 4. pp. 403– 408. doi: 10.1115/1.1395575.

- 88. Локощенко А. М. Исследование длительной прочности при сложном напряженном состоянии с помощью кинетического подхода // Тр. Центр. котлотурбин. инст-та, 1986. № 230. С. 107–109.
- 89. Локощенко А. М. Методы моделирования длительной прочности металлов при стационарном и нестационарном сложных напряженных состояниях / Упругость и неупругость: Матер. междун. научн. симпоз., посвящ. 100-летию со дня рождения А. А. Ильюшина (20–21.01.2011, Москва). М.: Моск. ун-т, 2011. С. 389–393.
- Локощенко А. М., Назаров В. В. Кинетический подход исследования длительной прочности металлов при двуосном растяжении // Авиац.-косм. техн. и технол., 2005. № 10. С. 73–78.
- 91. Локощенко А. М., Назаров В. В. Анализ длительной прочности металлов при сложном напряженном состоянии с помощью критериального и кинетического подходов / IX Всероссийский свезд по теоретической и прикладной механике. Аннотации докладов. Т. 3 (Нижний Новгород, 22–28.08.2006): Нижегор. гос. ун-т, 2006. С. 135–136.
- 92. Локощенко А. М., Назаров В. В. Длительная прочность металлов при равноосном плоском напряженном состоянии // ПМТФ, 2009. № 4. С. 150–157.
- 93. Дачева М. Д., Шестериков С. А., Юмашева М. А. Поврежденность при сложном нестационарном напряженном состоянии // Изв. РАН. МТТ, 1998. № 1. С. 44–47.
- 94. Чижик А. А., Петреня Ю. К. Разрушение вследствие ползучести и механизмы микроразрушения // Докл. АН СССР, 1987. Т. 297, № 6. С. 1331–1333.
- 95. Морачковский О. К. К вопросу о разрушении при ползучести анизотропных материалов // Пробл. машиностроения, 1978. № 6. С. 41–43.
- 96. Chrzanovski M., Madej J. Budowa granicznych krzywych zniszczenia w oparciu o koncepcję parametru uszkodzenia [The construction of failure limit curves be means of a damage] // Mech. Teor. Stosow [J. Theor. Appl. Mech.], 1980. vol. 18, no. 4. pp. 587–601 (In Polish).
- 97. Хажинский Г. М. Деформирование и длительная прочность металлов. М.: Научный мир, 2008. 136 с.
- 98. Качанов Л. М. Разрушения в условиях ползучести при сложном нагружении // Изв. *АН СССР. МТТ*, 1972. № 5. С. 11–15.
- 99. Hayhurst D. R., Trampczyński W., Leckie F. A. Creep rupture under non-proportional loading // Acta Metallurgica, 1980. vol. 28, no. 9. pp. 1171–1183. doi:10.1016/ 0001-6160(80)90072-3.
- 100. Murakami S., Sanomura I., Saitoh K. Formulation of cross-hardening in creep and its effects on the creep damage process of copper // J. Engin. Mater. Technol., 1986. vol. 108, no. 2. pp. 167–173. doi:10.1115/1.3225856.
- 101. Локощенко А. М. Применение векторного параметра поврежденности при моделировании длительной прочности металлов // Изв. РАН. МТТ, 2016. № 3. С. 93–99.
- 102. Локощенко А. М. Моделирование длительной прочности металлов при нестационарном сложном напряженном состоянии // ПММ, 2018. Т. 82, № 1. С. 84–97.
- 103. Leckie F. A., Wojewodzki W. Estimates of rupture life-constant load // Int. J. Solids Struct., 1975. vol. 11, no. 12. pp. 1357–1365. doi: 10.1016/0020-7683(75)90063-3.
- 104. Rabotnov Yu. N. Creep rupture / M. Hetényi, W.G. Vincenti (eds.), Applied Mechanics. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer. pp. 342–349. doi: 10.1007/978-3-642-85640-2_26.
- 105. Тамуж В. П. Об одной возможности построения теории длительного разрушения // Пробл. прочн., 1971. № 2. С. 59–64.
- 106. Altenbach H., Schiesse P. Modelling of the constitutive behaviour of damaged materials / Advances in Fracture Resistance and Structural Integrity: Selec. Pap. 8th Int. Conf. Fract. (Kyiv, June 8–14, 1993). Oxford: Pergamon Press, 1994. pp. 51–57.
- 107. Ильюшин А. А. Об одной теории длительной прочности // Инж. ж. Механ. тверд. тела, 1967. № 3. С. 21–35.
- 108. Завойчинская Э. Б., Кийко И. А. Введение в теорию процессов разрушения твердых тел. М.: Моск. ун-т, 2004. 168 с.

- 109. Победря Б. Е. О моделях повреждаемости реономных сред // Изв. РАН. МТТ, 1998. № 4. С. 128–148.
- 110. Тамуж В. П., Лагздыныш А. Ж. Вариант построения феноменологической теории разрушения // *Mex. полим.*, 1968. № 4. С. 638–647.
- 111. Лагздыныш А. Ж., Тамуж В. П. К построению феноменологической теории разрушения анизотропной среды // *Mex. полим.*, 1971. № 4. С. 634–644.
- 112. Копнов В. А. Длительная прочность анизотропных материалов при сложном напряженном состоянии // Пробл. прочн., 1982. № 2. С. 40–44.
- Лебедев А. О., Михалевич В. М. До теоріі тривалої міцності // Доп. НАНУ., 1998. № 5. С. 57–62 (на украинском).
- 114. Лебедев А. А., Михалевич В. М. Критериальные соотношения для определения остаточного ресурса материалов // Пробл. прочн., 2006. № 4. С. 31–38.
- 115. Михалевич В. М. Тензорные модели длительной прочности. Сообщение 3. Критериальные зависимости при нагружении с изменением напряженного состояния и направлений главных напряжений // Пробл. прочн., 1996. № 3. С. 101-112.
- 116. Betten J. Net-stress analysis in creep mechanics // Ing. Arch., 1982. vol.52, no.6. pp. 405-419. doi: 10.1007/BF00536211.
- 117. Betten J. Damage tensors in continuum mechanics // J. Mec. Theor. Appl., 1983. vol. 2, no. 1. pp. 13–22.
- Chow C. L., Wang J. An anisotropic theory of continuum damage mechanics for ductile fracture // Eng. Fract. Mech., 1987. vol. 27, no. 5. pp. 547–558. doi: 10.1016/ 0013-7944(87)90108-1.
- 119. Bodner S. R. A procedure for including damage in constitutive equations for elasticviscoplastic work-hardening materials / J. Hult, J. Lemaitre (eds.), Physical Non-Linearities in Structural Analysis. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. pp. 21–28. doi: 10.1007/978-3-642-81582-9_4.
- 120. Liu Y., Kageyama Y., Murakami S. Creep fracture modeling by use of continuum damage variable based on Voronoi simulation of grain boundary cavity // Int. J. Mech. Sci., 1998. vol. 40, no. 2–3. pp. 147–158. doi: 10.1016/S0020-7403(97)00045-3.
- 121. Murakami S. Mechanical modeling of material damage // J. Appl. Mech., 1988. vol. 55, no. 2. pp. 280–286. doi: 10.1115/1.3173673.
- Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage state and its experimental verification // J. Mec. Theor. Appl., 1982. vol. 1, no. 5. pp. 743–761.
- 123. Murakami S., Ohno N. A continuum theory of creep and creep damage / A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Creep in Structures. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1981. pp. 422–444. doi: 10.1007/ 978-3-642-81598-0_28.
- 124. Астафьев В. И. Описание процесса разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. МТТ, 1986. № 4. С. 164–169.
- 125. Krajcinovic D. Continuous damage mechanics revisited: Basic concepts and definitions // J. Appl. Mech., 1985. vol. 52, no. 4. pp. 829–834. doi:10.1115/1.3169154.
- 126. Krajcinovic D., Rinaldi A. Statistical damage mechanics—Part I: Theory // J. Appl. Mech., 2005. vol. 72, no. 1. pp. 76–85. doi: 10.1115/1.1825434.
- 127. Krajcinovic D., Selvaraj S. Creep rupture of metals—An analytical model // J. Eng. Mater. Technol., 1984. vol. 106, no. 4. pp. 405–409. doi: 10.1115/1.3225738.
- 128. Маньковский В. А. Критерии поврежденности и длительной прочности конструкционных материалов // *Машиноведение*, 1985. № 1. С. 87–94.
- Delobelle P., Trivaudey F., Oytana C. High temperature creep damage under biaxial loading: INCO 718 and 316 (17–12 SPH) steels // Nucl. Eng. Des., 1989. vol. 114, no. 3. pp. 365– 377. doi: 10.1016/0029-5493(89)90114-3.
- 130. Lemaître J. A three-dimensional ductile damage model applied to deep-drawing forming limits / Mech. Behav. Mater.: Proc. of the 4th Int. Conf. (Stockholm, Sweden,

15–19 August 1983). Oxford: Pergamon Press, 1984. pp. 1047–1053. doi:10.1016/ B978-1-4832-8372-2.50132-9.

- 131. Локощенко А. М. Применение кинетической теории при анализе длительного высокотемпературного разрушения металлов в условиях сложного напряженного состояния (обзор) // ПМТФ, 2012. Т. 53, № 4. С. 149–164.
- 132. Агахи К. А., Георгиевский Д. В. Тензорно нелинейные определяющие соотношения изотропной теории ползучести с тензорной мерой поврежденности // Изв. Тульск. гос. ун-та. Естеств. науки, 2013. № 2. С. 2–9.
- 133. Murakami S., Sanomura Y. Creep and creep damage of copper under multiaxial states of stress / A. Sawczuk and B. Bianchi (eds.), Elasticity Today-Modeling, Methods and Applications. London-New York: Elsevier, 1985. 535-551 pp.
- 134. Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах. М.: Моск. ун-т, 2000. 178 с.
- 135. Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах (обзор) // Физ.-хим. мех. матер., 2001. № 4. С. 27–41.
- 136. Локощенко А. М. Методы моделирования влияния окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов // Успехи механики, 2002. Т. 1, № 4. С. 90–121.
- 137. Локощенко А. М., Ильин А. А., Мамонов А. М., Назаров В. В. Экспериментальнотеоретическое исследование влияния водорода на ползучесть и длительную прочность титанового сплава ВТ6 // Металлы, 2008. № 2. С. 60–66.
- 138. Локощенко А. М., Ильин А. А., Мамонов А. М., Назаров В. В. Анализ ползучести и длительной прочности титанового сплава ВТ6 с предварительно внедренным водородом // Физ.-хим. мех. матер., 2008. № 5. С. 98–104.

MSC: 74A05, 74D10

Creep and long-term strength of metals under unsteady complex stress states (Review)

A. M. Lokoshchenko¹, L. V. Fomin^{1,2}, W. V. Teraud^{1,2}, Yu. G. $Basalov^1$, V. S. $Aqababyan^1$

¹ Lomonosov Moscow State University,

Institute of Mechanics,

1, Michurinsky prospekt, Moscow, 119192, Russian Federation.

Samara State Technical University,

244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation.

Abstract

This article is an analytical review of experimental and theoretical studies of creep and creep rupture strength of metals under unsteady complex stress states published over the past 60 years.

The first systematic studies of the creep of metals under complex stress conditions were published in the late 50s and early 60s of the 20th century in the Soviet Union (L. M. Kachanov and Yu. N. Rabotnov) and Great Britain (A. E. Johnson). Pioneering work on creep rupture strength first appeared in the USSR (L. M. Kachanov and Yu. N. Rabotnov). Subsequently, Yu. N. Rabotnov developed the kinetic theory of creep and creep rupture strength, with the help of which it is possible to efficiently describe various features of the creep process of metals up to fracture under various loading programs. Different versions of the kinetic theory use either a scalar damage parameter, or a vector parameter, or a tensor parameter, or a combination of them. Following the work of M. Kachanov and Yu. N. Rabotnov mechanics of continuum destruction began to develop in Europe, in Asia, and then in the USA.

The hypothesis of proportionality of stress deviators and deviators of creep strain rates is accepted as the main connection between the components of stress tensors and creep strains. When modeling experimental data, the proportionality coefficient in this dependence takes different forms. The

Review Article

3 @ The content is published under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Please cite this article in press as:

Lokoshchenko A. M., Fomin L. V., Teraud W. V., Basalov Yu. G., Agababyan V. S. Creep and long-term strength of metals under unsteady complex stress states (Review), Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2020, vol. 24, no. 2, pp. 275-318. doi: 10.14498/vsgtu1765 (In Russian).

Authors' Details:

Alexander M. Lokoshchenko 🖄 🗅 https://orcid.org/0000-0002-5462-6055 Dr. Phys. & Math. Sci., Professor; Head of Laboratory; Lab. of Creep and Long-Term Strength¹; e-mail: loko@imec.msu.ru

Leonid V. Fomin D https://orcid.org/0000-0002-9075-5049

Cand. Phys. & Math. Sci.; Senior Researcher; Lab. of Creep and Long-Term Strength¹; Senior Researcher; Dept. of Applied Mathematics and Computer Science²; e-mail: fleonid1975@mail.ru

main problem in the development of this direction is the difficulty in obtaining experimental data with arbitrary loading programs.

This review provides the main results of studies conducted by scientists from different countries. Except Yu. N. Rabotnov and L. M. Kachanov, also a significant contribution to the development of the direction of science made by Russian scientists N. N. Malinin, A. A. Ilyushin, V. S. Namestnikov, S. A. Shesterikov, A. M. Lokoshchenko, Yu. P. Samarin, O. V. Sosnin, A. F. Nikitenko, et al.

Keywords: analytical review, creep, creep rupture strength, complex stress state, unsteady loading, stress relaxation, scalar damage parameter, vector damage parameter, tensor damage parameter.

Received: 7th January, 2020 / Revised: 24^{th} February, 2020 / Accepted: 16^{th} March, 2020 / First online: 14^{th} May, 2020

Competing interests. We declare that we have no conflicts of interest in the authorship and publication of this article.

Authors' contributions and responsibilities. Each author has participated in the article concept development and in the manuscript writing. The authors are absolutely responsible for submitting the final manuscript in print. Each author has approved the final version of manuscript.

Funding. This study was supported by the Russian Science Foundation (RSF 19–19–00062, Samara State Technical University).

References

- 1. Kachanov L. M. On the time of fracture in creep, *Izv. Akad. Nauk SSSR. OTN*, 1958, no. 8, pp. 26–31 (In Russian).
- Rabotnov Yu. N. On the mechanism of long-term fracture, In: Voprosy prochnosti materialov i konstruktsii [Problems of Strength of Materials and Structures]. Moscow, Izdat. AN SSSR, 1959, 5–7 pp. (In Russian)
- Rabotnov Yu. N. Creep of Structural Members, North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics. Amsterdam, North-Holland, 1969, ix+822 pp.
- 4. Kachanov L. M. Osnovy mekhaniki razrushenila [Fundamentals of Fracture Mechanics]. Moscow, Nauka, 1974, 312 pp. (In Russian)
- Trąmpczyński W. Badanie wpływu historii obciążenia na pełzanie metali w złożonym stanie naprężenia. Warszawa, Inst. Podstawowych Probl. Techn. Polsk. Akad. Nauk, 1985, 249 pp. (in Polish)
- Sosnin O. V, Gorev B. V., Nikitenko A. F. Energeticheskii variant teorii polzuchesti [Energy Variant of Creep Theory]. Novosibirsk, Inst. of Hydrodynamics, USSR Acad. of Sci., 1986, 9 pp. (In Russian)

e-mail:ldrnww@gmail.com

Walentin V. Teraud D https://orcid.org/0000-0001-8336-5598

Cand. Techn. Sci.; Senior Researcher; Lab. of Creep and Long-Term Strength¹; Researcher; Dept. of Applied Mathematics and Computer Science²;

Yuriy G. Basalov; Lead Engineer; Lab. of Creep and Long-Term Strength¹; e-mail: basalov@yandex.ru

Vardan S. Agababyan ^(b) https://orcid.org/0000-0001-5791-7758 Lead Engineer; Lab. of Creep and Long-Term Strength¹

- Nikitenko A. F. Polzuchest' i dlitel'naia prochnost' metallicheskikh materialov [Creep and Long-Term Strength of Metal Materials]. Novosibirsk, Novosibirsk State Univ. of Archit. and Civil Engin., 1997, 278 pp. (In Russian)
- 8. Mikhalevich V. M. *Tenzorni modeli nakopichannia poshkodzhen*' [Tensor Models of Damage Accumulation]. Vinnitsia, Universum-Vinnitsia, 1998, 195 pp. (In Ukrainian), http://ir.lib.vntu.edu.ua/handle/123456789/13977.
- Betten J. Creep Mechanics. Berlin, Springer-Verlag, 2008, xvi+367 pp. doi: 10.1007/ 978-3-540-85051-9.
- Lokoshchenko A. M. Creep and long-term strength of metals. Boca, Raton, CRC Press, 2018, xviii+545 pp. doi:10.1201/b22242.
- 11. Johnson A. E. Complex stress creep of metals, *Intern. Met. Rev.*, 1985, vol. 30, no. 1, pp. 447–506. doi: 10.1179/mtlr.1960.5.1.447.
- Shesterikov S. A., Lokoschenko A. M. Creep and long-term strength of metals, In: Science and Technology Results, Mechanics of Deformable Solids, vol. 13. Moscow, VINITI, 1980, pp. 3–104 (in Russian).
- Lemaître J. Local approach of fracture, Eng. Fract. Mech., 1986, vol. 25, no. 5–6, pp. 523– 537. doi: 10.1016/0013-7944(86)90021-4.
- 14. Krajcinovic D. The continuous damage theory: why, how and where?, In: *Spominski zbornik* Antona Kuhlja. Ljubljana, S.n., 1982, pp. 95–109.
- Krajcinovic D. On the basic structure of continuum damage models, In: Fragmentation, Form and Flow in Fractured Media, Progr. F3-conf., Neve Ilan, Jan. 6–9, 1986. Jerusalem, Hilger, Bristol, 1986, pp. 190–204.
- Krajcinovic D. Damage mechanics accomplishments, trends and needs, Int. J. Solids Struct., 2000, vol. 37, no. 1–2, pp. 267–277. doi: 10.1016/S0020-7683(99)00081-5.
- Chaboche J. L. Continuum Damage Mechanics: Part I—General Concepts, J. Appl. Mech., 1988, vol. 55, no. 1, pp. 59–64. doi: 10.1115/1.3173661.
- Betten J. Mathematical modelling of materials behavior under creep conditions, Appl. Mech. Rev., 2001, vol. 54, no. 2, pp. 107–132. doi: 10.1115/1.3097292.
- Yao Hua-Tang, Xuan Fu-Zhen, Wang Zhengdong, Tu Shan-Tung. A review of creep analysis and design under multi-axial stress states, *Nucl. Eng. Des.*, 2007, vol. 237, no. 18, pp. 1969– 1986. doi: 10.1016/j.nucengdes.2007.02.003.
- Rabotnov Yu. N. Experimental data on creep of engineering alloys and phenomenological theories of creep. A review, J. Appl. Mech. Tech. Phys., 1965, vol. 6, no. 1, pp. 137–154. doi: 10.1007/BF00914390.
- Namestnikov B. S. On a hypothesis in the theory of triaxial creep, 1960, no. 2, pp. 3–14 (In Russian).
- Namestnikov V. S., Rabotnov Yu. N. On the hypothesis of the equation of state for creep, Prikl. Mekh. Tekh. Fiz. [J. Appl. Mech. Tech. Phys.], 1961, no. 3, pp. 101–102 (In Russian).
- 23. Namestnikov V. S. On creep under variable loads at complex stress state, *Izv. Akad. Nauk* SSSR. OTN, 1957, no. 10, pp. 83–85 (In Russian).
- Namestnikov V. S. A hypothesis on proportionality of deviators under creep conditions at varied loads and constant principal axes, *Prikl. Mekh. Tekh. Fiz.* [J. Appl. Mech. Tech. Phys.], 1960, no. 3, pp. 212–214 (In Russian).
- Johnson A. E., Henderson J., Mathur V. D. Creep under changing complex stress systems. II, *Engineer, Lond.*, 1958, vol. 206, no. 5351, pp. 251–257.
- Johnson A. E., Khan B. Creep under changing complex-stress systems in copper at 250°C, Int. J. Mech. Sci., 1965, vol. 7, no. 12, pp. 791–810. doi: 10.1016/0020-7403(65)90033-0.
- Johnson A. E., Henderson J., Mathur V. D. Creep under changing complex stress systems. III, *Engineer, Lond.*, 1958, vol. 206, no. 5352, pp. 287–291.
- Johnson A. E., Henderson J., Mathur V. D. Creep under changing complex stress systems. I, *Engineer, Lond.*, 1958, vol. 206, no. 5350, pp. 209–216.

- Ohashi Y., Ohno N., Kawai M. Evaluation of creep constitutive equations for type 304 stainless steel under repeated multiaxial loading, J. Eng. Mater. Technol., 1982, vol. 104, no. 3, pp. 155–164. doi: 10.1115/1.3225059.
- Kawai M. Alternative form of the auxiliary hardening rule for multiaxial repeated creep, Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. A, 1993, vol.59, no.566, pp. 2440-2447. doi:10.1299/ kikaia.59.2440.
- Kawai M. Creep hardening rule under multiaxial repeated stress changes, JSME Int. J., Ser. A, 1995, vol. 38, no. 2, pp. 201–212. doi: 10.1299/jsmea1993.38.2_201.
- Dyson B. F., McLean D. Creep of Nimonic 80A in torsion and tension, *Met. Sci.*, 1977, vol. 11, no. 2, pp. 37–45. doi: 10.1179/msc.1977.11.2.37.
- Sosnin O. V., Gorev B. V., Nikitenko A. F. Enegry variant of theory of creep. 1. Basic hypotheses and their experimental verification, *Strength Mater.*, 1976, vol. 8, no. 11, pp. 1255–1260. doi: 10.1007/BF01528744.
- Chu S. C., Sidebottom O. M. Creep of metal torsion-tension members subjected to nonproportionate load changes, *Exp. Mech.*, 1970, vol. 10, no. 6, pp. 225–232. doi:10.1007/ BF02324094.
- Sidebottom O. M. Elevated-temperature creep and relaxation of torsion-tension members, Exp. Mech., 1978, vol. 18, no. 4, pp. 121–126. doi: 10.1007/BF02324143.
- Mark R., Findley W. N. Concerning a creep surface derived from a multiple integral representation for 304 stainless steel under combined tension and torsion, J. Appl. Mech., 1978, vol. 45, no. 4, pp. 773–779. doi: 10.1115/1.3424417.
- 37. Findley W. N., Lai J. S. Creep of 2618 aluminum under side-steps of tension and torsion and stress reversal predicted by a viscous-viscoelastic model, J. Appl. Mech., 1981, vol. 48, no. 1, pp. 47–54. doi: 10.1115/1.3157591.
- Ding J. L., Lee S. R. Development of viscoplastic constitutive equation through biaxial material testing, *Exp. Mech.*, 1988, vol. 28, no. 3, pp. 304–309. doi: 10.1007/BF02329027.
- Volkov I. A., Igumnov L. A., Kazakov D. A., Shishulin D. N., Smetanin I. V. Defining relations of transient creep under complex stress state, *Problems of Strength and Plasticity*, 2016, vol. 78, no. 4, pp. 436–451 (In Russian). doi:10.32326/ 1814-9146-2016-78-4-436-451.
- Oytana C., Delobelle P., Mermet A. Constitutive equations study in biaxial stress experiments, J. Eng. Mater. Technol., 1982, vol. 104, no. 1, pp. 1–11. doi: 10.1115/1.3225030.
- Lokoshchenko A. M. Vibrocreep of metals in uniaxial and complex stress states, Mech. Solids, 2014, vol. 49, no. 4, pp. 453–460. doi: 10.3103/S0025654414040104.
- Lokoshchenko A. M., Fomin L. V., Basalov Yu. G., Agababyan V. S. Simulation of metal creep in nonstationary complex stress state, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2019, vol. 23, no. 1, pp. 69– 89 (In Russian). doi: 10.14498/vsgtu1668.
- 43. Aktaa J., Schinke B. The influence of the hardening state on time dependent damage and its consideration in a unified damage model, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.*, 1996, vol. 19, no. 9, pp. 1143–1151. doi: 10.1111/j.1460-2695.1996.tb01048.x.
- 44. Lucas G. E., Pelloux R. M. N. Texture and stress state dependent creep in Zircaloy-2, Met. Trans. A, 1981, vol. 12, no. 7, pp. 1321–1331. doi: 10.1007/BF02642346.
- Murakami S., Kawai M., Ohmi Y. Effects of strain amplitude history and temperature history on multiaxial cyclic hardening of type 316 stainless steel, *Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. A*, 1988, vol. 54, no. 501, pp. 1131–1139. doi: 10.1299/kikaia.54.1131.
- Murakami S., Kawai M., Aoki K., Ohmi Y. Temperature-dependence of multiaxial nonproportional cyclic behavior of type 316 stainless steel, *J. Eng. Mater. Technol.*, 1989, vol. 111, no. 1, pp. 32–39. doi: 10.1115/1.3226430.
- 47. Ohashi Y., Tokuda M. Precise measurement of plastic behaviour of mild steel tubular specimens subjectsd to combined torsion and axial force, J. Mech. Phys. Solids, 1973, vol. 21, no. 4, pp. 241–261. doi: 10.1016/0022-5096(73)90023-9.

- Ohashi Y., Kawai M., Momose T. Effects of prior plasticity on subsequent creep of type 316 stainless steel at elevated temperature, J. Eng. Mater. Technol., 1986, vol. 108, no. 1, pp. 68–74. doi: 10.1115/1.3225844.
- Murakami S., Kawai M., Yamada Y. Creep after cyclic-plasticity under multiaxial conditions for type 316 stainless steel at elevated temperature, J. Eng. Mater. Technol., 1990, vol. 112, no. 3, pp. 346–352. doi: 10.1115/1.2903336.
- Dyson B. F., Verma A. K. Szkopiak Z. C. The influence of stress state on creep resistance: Experiments and modelling, *Acta Metallurgica*, 1981, vol. 29, no. 9, pp. 1573–1580. doi: 10. 1016/0001-6160(81)90039-0.
- 51. Cho U. W., Findley W. N. Creep and plastic strains under stress reversal in torsion with and without simultaneous tension for 304 stainless steel at 593°C, J. Appl. Mech., 1983, vol. 50, no. 3, pp. 587–592. doi: 10.1115/1.3167095.
- Johnson A. E., Henderson J., Khan B. Complex stress creep fracture of copper at 250°C under vibratory stress, *Engineer, Lond.*, 1961, vol. 212, no. 5509, pp. 304–308.
- 53. Sosnin O. V. Energy version of the theory of creep and long-term (creep) strength. Creep and rupture of nonstrengthening materials. I., *Strength Mater.*, 1973, vol. 5, no. 5, pp. 564–568. doi: 10.1007/BF00762312.
- Sosnin O. V. Version of creep theory with energy parameters of hardening, In: Mekhanika deformiruemykh tel i konstruktsii [Mechanics of Deformable Solids and Structures]. Moscow, Mashinostroenie, 1975, pp. 460–463 (In Russian).
- Sosnin O. V., Lyubashevskaya I. V., Novoselya I. V. Comparative estimation of hightemperature creep and rupture of structural materials, J. Appl. Mech. Tech. Phys., 2008, vol. 49, no. 2, pp. 261–266. doi: 10.1007/s10808-008-0036-0.
- Zolochevskii A. A. Energy version of theory of creep and creep rupture of materials with different resistances to tension and contraction, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved.*, *Mashinostroenie*, 1986, no. 12, pp. 7–10 (In Russian).
- Kulagin D. A., Lokoshchenko A. M. Modeling of influence of aggressive environment on creep and creep rupture of metals under complex stress-strain state, *Izv. Ross. Akad. Nauk, Mekh. Tverd. Tela* [Mech. Solids], 2004, no. 1, pp. 188–199 (In Russian).
- 58. Leckie F. A., Hayhurst D. R Creep rupture of structures, *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1974, vol. 340, no. 1622, pp. 323–347. doi: 10.1098/rspa.1974.0155.
- 59. Leckie F. A., Hayhurst D. R. Constitutive equations for creep rupture, *Acta Metallurgica*, 1977, vol. 25, no. 9, pp. 1059–1070. doi: 10.1016/0001-6160(77)90135-3.
- Kowalewski Z. L., Lin J., Hayhurst D. R. Investigation of a high accuracy uni-axial creep testpiece with slit extensioneter ridges, Arch. Mech., 1995, vol. 47, no. 2, pp. 261–279.
- Othman A. M., Dyson B. F., Hayhurst D. R., Lin J. Continuum damage mechanics modelling of circumferentially notched tension bars undergoing tertiary creep with physically-based constitutive equations, *Acta Metall. Mater.*, 1994, vol. 42, no. 3, pp. 597– 611. doi: 10.1016/0956-7151(94)90256-9.
- Vakili-Tahami F., Hayhurst D. R., Wong M T. High-temperature creep rupture of low alloy ferritic steel butt-welded pipes subjected to combined internal pressure and end loadings, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 2005, vol. 363, no. 1836, pp. 2629–2661. doi: 10.1098/rsta. 2005.1583.
- 63. Xu Q., Hayhurst D. R. The evaluation of high-stress creep ductility for 316 stainless steel at 550°C by extrapolation of constitutive equations derived for lower stress levels, Int. J. Pres. Ves. Pip., 2003, vol. 80, no. 10, pp. 689–694. doi: 10.1016/j.ijpvp.2003.08.005.
- Rzhanitsyn A. R. Theory of creep rupture under arbitrary uniaxial and biaxial loading, Stroit. Mekh. Raschet Sooruzh., 1975, no. 4, pp. 25–29 (In Russian).
- Lemaître J., Chaboche J.-L. Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement, J. Méc. Appl., 1978, vol. 2, no. 3, pp. 317–365.
- Lemaître J., Sermage J. P. One damage law for different mechanisms, *Comput. Mech.*, 1997, vol. 20, no. 1–2, pp. 84–88. doi: 10.1007/s004660050221.

- Shesterikov S. A., Lebedev S. Yu., Yumashev M. A. New functional relationships to describe the processes of creep and long-term strength, In: *Proc. of the 9th Conf. on Strength and Ductility*, vol. 3 (Moscow, January 22–26, 1996). Moscow, Inst. of Problems of Mechanics, 1996, pp. 130–134 (In Russian).
- Chrzanowski M., Madej J. Isochronous creep rupture curves in plane stress, Mech. Res. Commun., 1980, vol. 7, no. 1, pp. 39–40. doi: 10.1016/0093-6413(80)90023-3.
- 69. Murakami S., Mizuno M. A constitutive equation of creep, swelling and damage under neutron irradiation applicable to multiaxial and variable states of stress, *Int. J. Solids Struct.*, 1992, vol. 29, no. 19, pp. 2319–2328. doi: 10.1016/0020-7683(92)90218-I.
- Cane B. J. Creep damage accumulation and fracture under multiaxial stresses, In: D. Francois et al (eds.), Advances in Fracture Research, vol. 3. New York, Pergamon Press, 1981, pp. 1285–1293.
- Dyson B. F., Loveday M. S. Creep fracture in Nimonic 80A under triaxial tensile stressing, In: A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Creep in Structures. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg, Springer, 1981, pp. 406–421. doi: 10.1007/978-3-642-81598-0_27.
- Hayhurst D. R., Brown P. R., Morrison C. J. The role of continuum damage in creep crack growth, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 1984, vol. 311, no. 1516, pp. 131–158. doi: 10.1098/ rsta.1984.0022.
- Hayhurst D. R., Felce I. D. Creep rupture under tri-axial tension, *Eng. Fract. Mech.*, 1986, vol. 25, no. 5–6, pp. 645–664. doi: 10.1016/0013-7944(86)90030-5.
- Trivaudey F., Delobelle P. High temperature creep damage under biaxial loading—Part I: Experiments, J. Eng. Mater. Technol., 1990, vol. 112, no. 4, pp. 442–449. doi: 10.1115/1. 2903355.
- 75. Tvergaard V. On the stress state dependence of creep rupture, *Acta Metallurgica*, 1986, vol. 34, no. 2, pp. 243–256. doi: 10.1016/0001-6160(86)90195-1.
- Trivaudey F., Delobelle P. High temperature creep damage under biaxial loading—Part II: Model and simulations, J. Eng. Mater. Technol., 1990, vol. 112, no. 4, pp. 450–455. doi: 10. 1115/1.2903356.
- 77. Trampczyński W., Hayhurst D. R. Creep deformation and rupture under non-proportional loading, In: A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Creep in Structures. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg, Springer, pp. 388-405. doi: 10. 1007/978-3-642-81598-0_26.
- Leckie F. A., Onat E. T. Tensorial nature of damage measuring internal variables, In: J. Hult, J. Lemaitre (eds.), Physical Non-Linearities in Structural Analysis. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg, Springer, 1981, pp. 140– 155. doi: 10.1007/978-3-642-81582-9_20.
- Getsov L. B. Kinetic equations of failure in complex programs of cyclic loading, Strength Mater., 1978, vol. 10, no. 7, pp. 767–775. doi: 10.1007/BF01521098.
- Pavlov P. A., Kurilovich N. N. Delayed fracture of heat-resistant steels with nonsteady loading, *Strength Mater.*, 1982, vol. 14, no. 2, pp. 188–191. doi: 10.1007/BF00769053.
- Xu Q. The development of validation methodology of multi-axial creep damage constitutive equations and its application to 0.5Cr0.5Mo0.25V ferritic steel at 590°C, *Nuc. Eng. Des.*, 2004, vol. 228, no. 1–3, pp. 97–106. doi:10.1016/j.nucengdes.2003.06.021.
- Lin J., Kowalewski Z. L., Cao J. Creep rupture of copper and aluminium alloy under combined loadings—experiments and their various descriptions, *Int. J. Mech. Sci.*, 2005, vol. 47, no. 7, pp. 1038–1058. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2005.02.010.
- Trąmpczyński W., Hayhurst D. R., Leckie F. A. Creep rupture of copper and aluminium under non-proportional loading, J. Mech. Phys. Solids, 1981, vol. 29, no. 5–6, pp. 353–374. doi:10.1016/0022-5096(81)90034-X.
- Kachanov L. M. On brittle fracture in creep under complex loading, Vestn. Leningrad. Univ., 1972, no. 1, pp. 92–96 (In Russian).

- Namestnikova I. V., Shesterikov S. A. Vector representation of the damage parameter, In: Deformation and Fracture of Solids. Moscow, Moscow State Univ., 1985, pp. 43–52 (In Russian).
- Peleshko V. A. Using surface damage to describe creep and creep rupture under complex loading, *Izv. Ross. Akad. Nauk, Mekh. Tverd. Tela* [Mech. Solids], 2003, no. 2, pp. 124–138 (In Russian).
- Chow C. L., Yang X. J., Chu E. Viscoplastic constitutive modeling of anisotropic damage under nonproportional loading, *J. Eng. Mater. Technol.*, 2001, vol. 123, no. 4, pp. 403–408. doi:10.1115/1.1395575.
- Lokoshchenko A. M. Study of creep rupture under complex stress using a kinetic approach, Tr. Tsentr. Kotloturbin. Inst., 1986, no. 230, pp. 107–109 (In Russian).
- Lokoshchenko A. M. Methods for modeling the creep rupture of metals under stationary and nonstationary complex stress state, In: *Elasticity and Inelasticity*, Proc. of the Int. Symp. Dedicated to the 100th Anniversary of the Birth of A. A. Il'yushin (Moscow, January 20–21, 2011). Moscow, Moscow State Univ., 2011, pp. 389–393 (In Russian).
- Lokoshchenko A. M., Nazarov V. V. Kinetic approach to studying the creep rupture of metals under biaxial tension, *Aviats.-Kosm. Tekh. Tekhnol.*, 2005, no. 10, pp. 73–78 (In Russian).
- 91. Lokoshchenko A. M., Nazarov V. V. Analysis of the long-term strength of metals under complex stress using criterion and kinetic approaches, In: *Abstracts 9th All-Russia Congress* on *Theoretical and Applied Mechanics*, vol.3 (Nizhny Novgorod, August 22–28, 2006). Nizhny Novgorod, Nizhegorod. Univ., 2006, pp. 135–136 (In Russian).
- Lokoshchenko A. M., Nazarov V. V. Long-term strength of metals under an equiaxial plane stress state, J. Appl. Mech. Tech. Phys., 2009, vol. 50, no. 4, pp. 670–677. doi: 10.1007/ s10808-009-0090-2.
- Dacheva M.D., Shesterikov S. A., Yumasheva M. A. Damage under complex transient stress, *Izv. Ross. Akad. Nauk, Mekh. Tverd. Tela* [Mech. Solids], 1998, no. 1, pp. 44–47 (In Russian).
- Chizhik A. A., Petrenya Yu. K. Fracture due to creep and mechanisms of microfracture, Dokl. Akad. Nauk SSSR, 1987, vol. 297, no. 6, pp. 1331–1333 (In Russian).
- 95. Morachkovskii O. K. On the creep fracture of anisotropic materials, *Probl. Mashinos*troeniya, 1978, no. 6, pp. 41–43 (In Russian).
- 96. Chrzanovski M., Madej J. Budowa granicznych krzywych zniszczenia w oparciu o koncepcję parametru uszkodzenia [The construction of failure limit curves be means of a damage], Mech. Teor. Stosow [J. Theor. Appl. Mech.], 1980, vol. 18, no. 4, pp. 587–601 (In Polish).
- 97. Khazhinskii G. M. *Deformirovanie i dlitel'naia prochnost' metallov* [Deformation and Long-Term Strength of Metals]. Moscow, Nauchnyi Mir, 2008, 136 pp. (In Russian)
- Kachanov L. M. Fracture in creep under complex loading, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Tverd. Tela*, 1972, no. 5, pp. 11–15 (In Russian).
- 99. Hayhurst D. R., Trąmpczyński W., Leckie F. A. Creep rupture under non-proportional loading, *Acta Metallurgica*, 1980, vol. 28, no. 9, pp. 1171–1183. doi: 10.1016/0001-6160(80)90072-3.
- 100. Murakami S., Sanomura I., Saitoh K. Formulation of cross-hardening in creep and its effects on the creep damage process of copper, J. Engin. Mater. Technol., 1986, vol. 108, no. 2, pp. 167–173. doi:10.1115/1.3225856.
- Lokoshchenko A. M. Use of a vector damage parameter in modeling of long-term strength of metals, *Mech. Solids*, 2016, vol. 51, no. 3, pp. 315–320. doi: 10.3103/S0025654416030080.
- Lokoshchenko A. M. Modeling the long-term strength of metals in an unsteady complex stress state, *Mech. Solids*, 2018, vol. 53, pp. 88–100. doi: 10.3103/S0025654418030081.
- 103. Leckie F. A., Wojewodzki W. Estimates of rupture life-constant load, Int. J. Solids Struct., 1975, vol. 11, no. 12, pp. 1357–1365. doi: 10.1016/0020-7683(75)90063-3.
- 104. Rabotnov Yu. N. Creep rupture, In: M. Hetényi, W.G. Vincenti (eds.), Applied Mechanics. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg, Springer, pp. 342–349. doi: 10.1007/978-3-642-85640-2_26.

- 105. Tamuzh V. P. A possible theory of prolonged failure, *Strength Mater.*, 1971, vol. 3, no. 2, pp. 177–183. doi:10.1007/BF01527991.
- 106. Altenbach H., Schiesse P. Modelling of the constitutive behaviour of damaged materials, In: Advances in Fracture Resistance and Structural Integrity, Selec. Pap. 8th Int. Conf. Fract. (Kyiv, June 8–14, 1993). Oxford, Pergamon Press, 1994, pp. 51–57.
- 107. Il'yushin A. A. One theory of creep rupture, *Inzh. Zh., Mekh. Tverd. Tela*, 1967, no.3, pp. 21–35 (In Russian).
- 108. Zavoichinskaya E. B., Kiiko I. A. Vvedenie v teoriiu protsessov razrusheniia tverdykh tel [Introduction to the Fracture of Solids]. Moscow, Moscow State Univ., 2004, 168 pp. (In Russian)
- Pobedrya B. E. On damage models for rheonomic media, Mech. Solids, 1998, vol. 33, no. 4, pp. 108–124.
- 110. Tamuzh V. P., Lagzdyn'sh A. Z. A variant of the phenomenological theory of fracture, *Polymer Mech.*, 1968, vol. 4, no. 4–6, pp. 493–500. doi: 10.1007/BF00855760.
- 111. Lagzdin' A. Z., Tamuzh V. P. Construction of a phenomenological theory of fracture of anisotropic media, *Polymer Mech.*, 1971, vol. 7, no. 4, pp. 563–571. doi:10.1007/ BF00855195.
- Kopnov V. A. Long-term strength of anisotropic materials with a complex stress state, Strength Mater., 1982, vol. 14, no. 2, pp. 183–187. doi: 10.1007/BF00769052.
- 113. Lebedev A. O., Mikhalevich V. M. On theory of creep rupture, *Dop. NANU*, 1998, no. 5, pp. 57–62 (In Ukrainian).
- 114. Lebedev A. A., Mikhalevich V. M. Criterial relationships for residual life assessment of materials, *Strength Mater.*, 2006, vol. 38, no. 4, pp. 348–353. doi:10.1007/s11223-006-0049-y.
- 115. Mikhalevich V. M. Tensor models of rupture strength. Report no. 3. Criterional relations for loading with a change in stress state and the directions of the principal stresses, *Strength Mater.*, 1996, vol. 28, no. 3, pp. 238–246. doi: 10.1007/BF02133202.
- 116. Betten J. Net-stress analysis in creep mechanics, *Ing. Arch.*, 1982, vol. 52, no. 6, pp. 405–419. doi:10.1007/BF00536211.
- 117. Betten J. Damage tensors in continuum mechanics, J. Mec. Theor. Appl., 1983, vol. 2, no. 1, pp. 13–22.
- 118. Chow C. L., Wang J. An anisotropic theory of continuum damage mechanics for ductile fracture, Eng. Fract. Mech., 1987, vol. 27, no. 5, pp. 547–558. doi: 10.1016/0013-7944(87) 90108-1.
- 119. Bodner S. R. A procedure for including damage in constitutive equations for elasticviscoplastic work-hardening materials, In: J. Hult, J. Lemaitre (eds.), Physical Non-Linearities in Structural Analysis. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg, Springer, 1981, pp. 21–28. doi: 10.1007/978-3-642-81582-9_4.
- 120. Liu Y., Kageyama Y., Murakami S. Creep fracture modeling by use of continuum damage variable based on Voronoi simulation of grain boundary cavity, *Int. J. Mech. Sci.*, 1998, vol. 40, no. 2–3, pp. 147–158. doi: 10.1016/S0020-7403(97)00045-3.
- 121. Murakami S. Mechanical modeling of material damage, J. Appl. Mech., 1988, vol. 55, no. 2, pp. 280–286. doi: 10.1115/1.3173673.
- Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage state and its experimental verification, J. Mec. Theor. Appl., 1982, vol. 1, no. 5, pp. 743–761.
- 123. Murakami S., Ohno N. A continuum theory of creep and creep damage, In: A.R.S. Ponter, D.R. Hayhurst (eds.), Creep in Structures. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg, Springer, 1981, pp. 422–444. doi: 10.1007/ 978-3-642-81598-0_28.
- 124. Astaf'ev V. I. Description of fracture processes under creep conditions, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Tverd. Tela*, 1986, no. 4, pp. 164–169 (In Russian).
- Krajcinovic D. Continuous damage mechanics revisited: Basic concepts and definitions, J. Appl. Mech., 1985, vol. 52, no. 4, pp. 829–834. doi:10.1115/1.3169154.

- 126. Krajcinovic D., Rinaldi A. Statistical damage mechanics—Part I: Theory, J. Appl. Mech., 2005, vol. 72, no. 1, pp. 76–85. doi: 10.1115/1.1825434.
- 127. Krajcinovic D., Selvaraj S. Creep rupture of metals—An analytical model, J. Eng. Mater. Technol., 1984, vol. 106, no. 4, pp. 405–409. doi: 10.1115/1.3225738.
- Man'kovskii V. A. Criteria for damage and long-term strength of structural materials, Mashinoved., 1985, no. 1, pp. 87–94 (In Russian).
- Delobelle P., Trivaudey F., Oytana C. High temperature creep damage under biaxial loading: INCO 718 and 316 (17–12 SPH) steels, *Nucl. Eng. Des.*, 1989, vol. 114, no. 3, pp. 365– 377. doi: 10.1016/0029-5493(89)90114-3.
- 130. Lemaître J. A three-dimensional ductile damage model applied to deep-drawing forming limits, In: *Mech. Behav. Mater.*, Proc. of the 4th Int. Conf. (Stockholm, Sweden, 15–19 August 1983). Oxford, Pergamon Press, 1984, pp. 1047–1053. doi:10.1016/ B978-1-4832-8372-2.50132-9.
- 131. Lokoshchenko A. M. Application of kinetic theory to the analysis of high-temperature creep rupture of metals under complex stress (Review), J. Appl. Mech. Tech. Phys., 2012, vol. 53, no. 4, pp. 599–610. doi: 10.1134/S0021894412040141.
- 132. Agakhi K. A., Georgievskii D. V. Tensor nonlinear constitutive relations of isotropic creep theorywith tensor measure of damage, *Izv. Tulsk. Gos. Univ. Estestv. Nauki*, 2013, no. 2, pp. 2–9 (In Russian).
- 133. Murakami S., Sanomura Y. Creep and creep damage of copper under multiaxial states of stress, In: A. Sawczuk and B. Bianchi (eds.), Elasticity Today-Modeling, Methods and Applications. London-New York, Elsevier, 1985, 535-551 pp.
- 134. Lokoshchenko A. M. Polzuchest' i dlitel'naia prochnost' metallov v agressivnykh sredakh [Creep and LongTerm Strength of Metals in Corrosive Media]. Moscow, Moscow State Univ., 2000, 178 pp. (In Russian)
- 135. Lokoshchenko A. M. Creep and long-term strength of metals in corrosive media (Review), Mater. Sci., 2001, vol. 37, no. 4, pp. 559–572. doi: 10.1023/A:1013264519277.
- 136. Lokoshchenko A. M. Methods of modeling the influence of the ambient medium on creep and long-term strength of metals, Usp. Mekh., 2002, vol. 1, no. 4, pp. 90–121 (In Russian).
- 137. Lokoshchenko A. M., Il'in A. A., Mamonov A. M., Nazarov V. V. Experimental and theoretical study of the effect of hydrogen on the creep and long-term strength of VT6 titanium alloy, *Russ. Metall.*, 2008, no. 2, pp. 142–147. doi: 10.1134/S0036029508020109.
- 138. Lokoshchenko A. M., Il'in A. A., Mamonov A. M., Nazarov V. V. Analysis of the creep and long-term strength of VT6 titanium alloy with preliminarily injected hydrogen, *Mater. Sci.*, 2008, vol. 44, no. 5, pp. 700–707. doi: 10.1007/s11003-009-9128-0.